

Паньков А.А., Писарев П.В. Численное моделирование в ANSYS электроупругих полей в пьезоэлектролюминесцентном оптоволоконном датчике диагностирования объемного деформированного состояния композита // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3. – С. 153–166. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.09

Pan'kov A.A., Pisarev P.V. Numerical modeling in ANSYS of electroelastic fields in the piezo electro luminescent fiber-optical sensor of the diagnosing of volume deformed state of composite. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 3, pp. 153-166. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.09



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2017

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2017.3.09

УДК 539.3; 531.787.5

## ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ В ANSYS ЭЛЕКТРОУПРУГИХ ПОЛЕЙ В ПЬЕЗОЭЛЕКТРОЛЮМИНЕСЦЕНТНОМ ОПТОВОЛОКОННОМ ДАТЧИКЕ ДИАГНОСТИРОВАНИЯ ОБЪЕМНОГО ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ КОМПОЗИТА

**А.А. Паньков, П.В. Писарев**

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 20 июня 2017 г.

Принята: 12 августа 2017 г.

Опубликована: 30 сентября 2017 г.

#### Ключевые слова:

пьезоэлектروупругость, механолюминесцентный эффект, оптоволоконно, датчик объемного напряженного состояния, композит, численное моделирование.

### АННОТАЦИЯ

Разработана численная трехмерная модель пьезоэлектролюминесцентного оптоволоконного датчика для диагностирования объемного напряженно-деформированного состояния в композитных конструкциях в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS. Модель в целом представляет собой параллелепипед, на центральной оси которого расположен фрагмент датчика в виде секторно-составного слоистого цилиндра из центрального оптоволоконна с электролюминесцентным, пьезоэлектрическим слоями и внешним однородным упругим буферным слоем. Электролюминесцентный и пьезоэлектрический слои датчика разделены общими для обоих слоев радиально-продольными границами на геометрически равные шесть «измерительных элементов» в виде цилиндрических двухслойных секторов; в различных секторах направления пространственных поляризацій пьезоэлектрических фаз и частоты светоотдач электролюминесцентных фаз различны. Пьезоэлектрические фазы всех шести секторов представляют собой один и тот же трансверсально-изотропный полимерный пьезоэлектрик PVDF, но с различными некомпланарными направлениями пространственных поляризацій. Светопрозрачный «внутренний» тонкий цилиндрический управляющий электрод расположен между оптоволоконном и электролюминесцентным слоем, а «внешний» управляющий электрод – между пьезоэлектрическим и буферным слоями датчика. Свойства параллелепипеда приравнены к трансверсально-изотропным свойствам однонаправленного волокнистого стеклопластика; различные простые одноосные или сдвиговые деформации для параллелепипеда задавались через соответствующие перемещения точек его граней. Реализовано численное моделирование неоднородных связанных электроупругих полей в элементах фрагмента датчика, внедренного в деформированный композитный объем волокнистого стеклопластика, с учетом действия управляющего напряжения на электродах датчика. Рассчитаны численные значения информативных и управляющих коэффициентов датчика, необходимых для диагностирования компонент тензоров деформаций на макро- и микроуровнях композита.

© ПНИПУ

© Паньков Андрей Анатольевич – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: a\_a\_pankov@mail.ru  
Писарев Павел Викторович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: pisarev@pstu.ru

Andrey A. Pan'kov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: a\_a\_pankov@mail.ru  
Pavel V. Pisarev – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: pisarev@pstu.ru



## ANSYS NUMERICAL MODELING OF ELECTROELASTIC FIELDS IN THE PIEZOELECTRO LUMINESCENT FIBER-OPTICAL SENSOR DIAGNOSING THE COMPOSITE VOLUME DEFORMED STATE

A.A. Pan'kov, P.V. Pisarev

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

---

### ARTICLE INFO

Received: 20 June 2017  
Accepted: 12 August 2017  
Published: 30 September 2017

#### Keywords:

piezoelectroelasticity,  
mechanical-luminescent effect,  
optical fiber, sensor of volume  
stressed state, composite,  
numerical modeling.

### ABSTRACT

The paper is concerned with the developed numerical 3D model of the piezoelectro luminescent fibre-optical sensor aiming to diagnose the volume deformed state in a composite structure using ANSYS finite element analysis. In general, the model is a parallelepiped with the sensor fragment located on the central axis. The sensor is the sector-compound layered cylinder made from the central optical fiber with electroluminescent, piezoelectric layers and an external uniform elastic buffer layer. The electroluminescent and piezoelectric layers of the sensor are divided by the radial-longitudinal borders, which are shared by both layers, into the geometrically equal six "measuring elements" in the form of the cylindrical two-layer sectors. The directions of the volume polarization for piezoelectric phases and frequencies of lights for electroluminescent phases are different in various sectors. The piezoelectric phases of all the six sectors are represented by one and the same transversal-isotropic polymeric piezoelectric PVDF material but with different acoplanar directions of volume polarization. The translucent "internal" thin cylindrical operating electrode is located between the optical fiber and electroluminescent layer, and the "external" operating electrode is located between the piezoelectric and buffer layers of the sensor. The properties of the parallelepiped are equated to the transversal-isotropic properties of the unidirectional fibrous fibreglass; various simple monoaxial or shear deformations of the parallelepiped are set through the corresponding displacements of points of his sides. The numerical modeling of non-uniform coupled electroelastic fields in the sensor fragment elements is made. The sensor is implemented in the deformed composite volume of fibrous fibreglass and the operating voltage acts on his electrodes. The numerical values of the informative and operating coefficients of the sensor are calculated; these coefficients are necessary to diagnose the components of deformation tensors on macro- and microlevels of the composite.

© PNRPU

---

## Введение

Для мониторинга структурных полей деформирования, диагностирования возникновения и развития дефектов в элементах композитных конструкций необходимы современные высокоточные датчики на основе интеллектуальных материалов в качестве чувствительных, трансляционных, управляющих и адаптирующихся к заданным условиям диагностики элементов для интеграции в сложные композитные структуры. Для этих целей широкое применение находят волоконно-оптические датчики, в которых в качестве основного элемента используется оптическое волокно (световод). Световод может использоваться в качестве линии передачи информативного сигнала и/или чувствительного элемента, в частности, в виде участка световода с дифракционной решёткой Брэгга [1–5]; механолюминесцентный эффект использован в конструкциях датчиков [6]. В [7–10] представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований по оценке механических свойств и деформаций полимерных композиционных материалов с помощью интегрированных в структуры материалов оптических волокон с решётками Брэгга. В [11] найдено распределение деформации по длине оптоволоконного датчика и установлена минимально допустимая длина датчика для различных случаев нагружений в результате численного моделирования в пакете ANSYS деформационных процессов в системе «подложка-клей-оптоволоконный датчик» в рамках линейной теории термовязкоупругости. Возможность измерения градиентных полей

деформаций волоконно-оптическими датчиками с решётками Брэгга продемонстрирована в [12] на примере пластины с вырезами в сравнении с результатами, полученными при использовании трехмерной цифровой оптической системы Vic-3D, и с результатами численного моделирования методом конечных элементов. Оценки технологических деформаций в полимерных композиционных образцах с использованием внедренных волоконно-оптических датчиков с решётками Брэгга даны в [13]. Другим перспективным решением проблемы диагностирования неоднородных полей деформаций и наличия дефектов в элементах композитных конструкций являются сенсорные пьезоэлектрические сети [14–16], внедренные в структуру конструкции. Моделирование процессов в пьезоэлектрических чувствительных элементах датчиков проводится на основе решений соответствующих связанных краевых задач электроупругости аналитическими [17–20] или численными [21–25] методами механики сплошной среды. Методом конечных элементов в [21] исследовано электротермомеханическое поведение радиально поляризованной полой пьезоэлектрической сферы для различных случаев термосилового нагружения. В [22] рассмотрено применение метода граничных элементов для расчета эффективных электроупругих свойств перфорированных пластин с периодической тетрагональной и случайной структурами из круглых отверстий, материал пластины – трансверсально-изотропный пьезоэлектрик с осью поляризации, лежащей в плоскости пластины. В [23] проведен расчет в пакете ANSYS эффективных электроупругих свойств композита с кубической элементарной ячейкой. Для численного моделирования свойств и электроупругих полей в пьезоэлектрических композитных материалах с нерегулярным расположением круглых включений в [24] использован многоугольный вычислительный элемент с одиночным включением; представительный объем композита представлен совокупностью таких трансформированных элементов. Пакетом ANSYS в [25] исследовано влияние пьезоэлектрических и пиромангнитных эффектов на функционирование магнитоэлектроупругого датчика и оптимальное расположение датчика на боковой поверхности консольной пластины; расчетная область представляла собой пластину с присоединенным к ней датчиком.

В [26–29] предложены новые конструкции пьезоэлектrolюминесцентных оптоволоконных датчиков для уточненного диагностирования давления [26–28] и сложного объемного напряженно-деформированного состояния композитных конструкций [29] с использованием алгоритмов [27, 28] обработки приемником-анализатором интегральных оптических сигналов на выходе из световода датчика. Информативный световой сигнал возникает на локальном участке датчика в силу механолюминесцентного эффекта, обусловленного взаимодействием пьезоэлектрического и электrolюминесцентного элементов датчика, и передается по световоду к приемнику-анализатору; наличие управляющих электродов расширяет функциональные возможности датчика.

Цель – изучение закономерностей распределения электроупругих полей в элементах пьезоэлектrolюминесцентного оптоволоконного датчика [29] и в окружающем его композите под воздействием сложного объемного напряженно-деформированного состояния и управляющего напряжения на электродах датчика на основе численной трехмерной модели в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS.

## 1. Оптоволоконный пьезоэлектrolюминесцентный датчик

Модель датчика [29] представляет собой коаксиальный слоистый цилиндр: центральное оптоволоконно (световод), электrolюминесцентный, пьезоэлектрический и внешний буферный слои. Электrolюминесцентный и пьезоэлектрический слои разделены общими

для обоих слоев радиально-продольными границами на геометрически равные шесть «измерительных элементов» – цилиндрических двухслойных секторов. В измерительных элементах направления пространственных поляризации пьезоэлектрических фаз (пьезоэлементов) и частоты светоотдач электролюминесцентных фаз различны по всем шести секторам; направления поляризации пьезоэлементов задаются из условия некомпланарности направлений поляризации для произвольных трех секторов датчика. В датчике световод и электролюминесцентный слой разделены тонким светопрозрачным «внутренним», а пьезоэлектрический слой покрыт «внешним» управляющими электродами. Буферный слой датчика необходим для механической трансляции на пьезоэлементы лишь однородной макроскопической (усредненной) [30] составляющей микронеоднородного напряженно-деформированного состояния из области диагностируемой нагруженной композитной конструкции. Пьезоэлектрические элементы могут представлять собой различные или один и тот же пьезоэлектрик, например трансверсально-изотропный материал PVDF [31–33], но с различными пространственными направлениями  $\mathbf{d}_k$  поляризации по секторам; направление поляризации является осью симметрии трансверсально-изотропного пьезоэлектрика PVDF. В осях  $r_i$  координаты  $d_{(k)i}$  единичных направляющих векторов  $\mathbf{d}_k$  могут быть заданы, в частности:  $d_{(k)1} = \sin \alpha_k \cos \theta_k$ ,  $d_{(k)2} = \sin \alpha_k \sin \theta_k$ ,  $d_{(k)3} = \cos \alpha_k$  через ориентационные углы  $\theta_k, \alpha_k$  сферической системы координат  $\theta_1 = 0$ ,  $\theta_{2,3} = \pm \frac{\pi}{3}$ ,  $\theta_{4,5} = \pm \frac{2\pi}{3}$ ,  $\theta_6 = \pi$ . Для произвольного с координатой  $r_3$  поперечного сечения датчика результирующие электрические напряжения  $\hat{U}_{\bullet(j)}$  на электролюминесцентных элементах в каждом  $j$ -м круговом секторе представим линейными разложениями

$$\hat{U}_{\bullet(j)} = a_{\varepsilon(j)mn} \varepsilon_{mn}^* + a_{U(j)} \hat{U}_{\text{упр}} \quad (1)$$

по заданным значениям управляющего электронапряжения  $\hat{U}_{\text{упр}}$  и искомым компонентам диагностируемого тензора макродеформаций  $\varepsilon^*$  [30] композита в прилежащей к датчику окрестности с этой координатой  $r_3$ ,  $j = \overline{1,6}$ . Коэффициенты  $a_{U(j)}$ ,  $\mathbf{a}_{\varepsilon(j)}$  являются «управляющими» и деформационными «информативными» передаточными коэффициентами датчика и зависят от его геометрических и физико-механических характеристик, эффективных упругих свойств композита и ориентации оси датчика относительно осей анизотропии композита; информативные передаточные коэффициенты датчика  $\mathbf{a}_{\sigma(j)}$  входят в аналогичные (1) разложения величины  $\hat{U}_{\bullet(j)}$  через тензор макронапряжений  $\sigma^*$ ; отметим, что для рассматриваемой упругой задачи на макроуровне тензоры  $\sigma^*$  и  $\varepsilon^*$  связаны между собой тензором эффективных упругих свойств  $\mathbf{C}^*$  композита.

Датчик работает следующим образом. Механолюминесцентные эффекты в датчике возникают в результате парных взаимодействий электролюминесцентных и пьезоэлектрических элементов в каждом из шести круговых цилиндрических секторов датчика. Действие диагностируемых макродеформаций  $\varepsilon^*$  в локальной области композитной конструкции с внедренным в нее датчиком приводит к деформациям пьезоэлектрических элементов датчика и возникновению в них соответствующих электрических полей. В объеме датчика пьезоэлектрические поля от действия  $\varepsilon^*$  суммируются с электрическим

полем от управляющего напряжения  $\hat{U}_{\text{упр}}$  на электродах датчика, и результирующее электрическое поле действует на электролюминесцентные элементы датчика, вызывая их свечение на различных по элементам частотах. Световой полихромный поток от свечений электролюминесцентных элементов проникает (через фотопрозрачный внутренний электрод) внутрь световода и передается к приемнику-анализатору на выходе из световода. Анализ зависимостей интегральных интенсивностей световых потоков  $I_1, \dots, I_6$  шести различных частот на выходе из световода от управляющего напряжения  $\hat{U}_{\text{упр}}$  позволяет сделать вывод о величине и локациях неоднородностей, в частности деформированного состояния  $\epsilon^*$  по длине датчика.

В результате искомые компоненты тензора макродеформаций  $\epsilon^*$  в локальной области композитной конструкции определяем из решения системы линейных алгебраических уравнений

$$[A] \begin{Bmatrix} \epsilon_{11}^* \\ \epsilon_{22}^* \\ \epsilon_{33}^* \\ \gamma_{23}^* \\ \gamma_{13}^* \\ \gamma_{12}^* \end{Bmatrix} = \{\Delta\} \quad (2)$$

с использованием матрицы  $[A]$  информативных передаточных коэффициентов датчика и найденных приемником-анализатором электрических напряжений  $\Delta_j \equiv \hat{U}_{\bullet(j)} - a_{U(j)} \hat{U}_{\text{упр}}$  (1) на электролюминофорных элементах в  $j$ -х секторах ( $j = \overline{1, 6}$ ) по алгоритмам [28] с учетом нелинейных зависимостей интенсивностей исходящих из электролюминофорных элементов световых потоков от величин действующих на них электрических напряжений. В частности, алгоритм [28] позволяет определить независимо для каждой  $j$ -й вспомогательной задачи функцию распределения  $\Delta_j(r_3)$  по длине  $r_3$  датчика в результате сканирования бегущей гармонической волной управляющего напряжения с варьируемой амплитудой  $U_a$ . На первом шаге сканирования экспериментально определяется пороговое значение амплитуды  $U_{a(0)}$  волны управляющего напряжения для момента начала свечения на выходе из световода датчика, и далее рассматриваем последовательность шагов  $U_{a(i)}$  по увеличению амплитуды на малую величину  $\Delta U_a$ , параметр  $i = \overline{1, n}$ , число шагов сканирования  $n$ . Малое приращение  $\Delta U_a$  амплитуды волны при переходе от  $(i-1)$ -го к последующему  $i$ -му шагу сканирования инициирует появление «функции импульсов свечения»  $\Delta I_i(t)$  на выходе из световода, обусловленное появлением дополнительных (к уже имеющимся светящимся участкам электролюминофора по длине датчика) новых локальных участков  $\mathbf{z}_{(i)}$  свечения электролюминофора от действия на них соответствующего электрического напряжения  $\Delta_i$ , время  $t$ . По виду функции импульсов свечения  $\Delta I_i(t)$  и значению амплитуды  $U_{a(i)}$  на  $i$ -м шаге сканирования рассчитываем искомые значения  $\Delta_i$  и локации соответствующих участков  $\mathbf{z}_{(i)}$ . Таким образом, результирующие функции

импульсов свечения  $\Delta I_i(t)$  носят экспериментально-расчетный характер, так как на каждом  $i$ -м шаге функции «полного свечения»  $I_i(t)$  определяется экспериментально, а вычеты  $I_{i'(t)}$  рассчитываются по найденным на предыдущих шагах  $i' = \overline{1, i}$  сканирования значениям  $\Delta_{i'}$  и их локациям  $\mathbf{z}_{i'}$  по длине датчика.

## 2. Численное моделирование

Численное трехмерное моделирование (рис. 1–4) взаимодействия и распределения неоднородных связанных электроупругих полей в элементах фрагмента датчика, внедренного в деформированный композитный объем волокнистого стеклопластика, с учетом действия управляющего напряжения на электродах проведено с использованием многопроцессорного вычислительного комплекса Центра высокопроизводительных вычислительных систем Пермского национального исследовательского политехнического университета в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS. Геометрические параметры численной модели: радиусы концентрических цилиндрических поверхностей  $r_{(1)} = 1$  мм,  $r_{(2)} = 1,2$  мм,  $r_{(3)} = 1,4$  мм,  $r_{(4)} = 2,8$  мм; ось датчика направлена по оси  $r_3$  и расположена в центре параллелепипеда с ребрами, ориентированными по координатным осям  $r_i$  и со значениями 16,8 мм по осям  $r_{1,2}$  и 27,2 мм по оси  $r_3$ ; расчетная область (см. рис. 1, а) была дискретизирована на  $18 \cdot 10^6$  конечных элементов, из которых  $12 \cdot 10^6$  – для цилиндрической области самого датчика с буферным слоем. Для решения систем линейных алгебраических уравнений использован итерационный решатель метода сопряженных градиентов Jacobi Conjugate Gradient (JCG) solver, который позволил существенно сократить время счета в сравнении с решателем Sparse direct equation solver (SPARSE); время счета для базового варианта задачи составило около 18 часов для SPARSE и 7,5 часов для JCG.

Электроупругие характеристики фаз датчика: изотропные свойства световода, изотропные свойства полимерного электролюминофора, трансверсально-изотропные свойства полимерного пьезоэлектрика PVDF (в главных осях) приведены в [28, 33], изотропные упругие свойства буферного слоя из полиэтилена даны в [34], трансверсально-изотропные с осью симметрии  $r_3$  свойства параллелепипеда приравнены к эффективным свойствам однонаправленного волокнистого стеклопластика с объемной долей волокон 0,6 [30]. Выполняются условия идеального контакта на всех концентрических цилиндрических и плоских межсекторных межфазных поверхностях с учетом, что на цилиндрических границах с радиусами  $r_{(1)}$ ,  $r_{(3)}$  заданы значения управляющих электрических потенциалов, на внутреннем электроде принимали равенство  $\varphi|_{r=r_{(1)}} = 0$ ; на гранях параллелепипеда электрический потенциал приравнен нулю. Для расчета информативных деформационных коэффициентов  $\mathbf{a}_{\varepsilon(j)}$  разложения (1) последовательно задавались простые деформации  $\varepsilon_{mn}^*$  параллелепипеда через перемещения  $\hat{u}_m = \varepsilon_{mn}^* \hat{r}_n$  точек  $\hat{\mathbf{r}}$  на его гранях при заданных нулевых значениях управляющих потенциалов на электродах датчика. Для расчета управляющих коэффициентов  $a_{U(j)}$  рассматривался случай действия на управляющих электродах датчика единичного электрического напряжения  $\hat{U}_{\text{упр}}$  в отсут-

ствии перемещений для точек граней параллелепипеда,  $\epsilon^* = 0$ . Символами (●) на рис. 1, а показаны места расположения контрольных точек (см. рис. 1, б–з) на границе электролюминофор/пьезоэлектрик в срединном поперечном сечении датчика. Для случая заданного продольного сдвига  $\gamma_{23}^*$  поля напряжений  $\sigma_{23}$  на рис. 2–4 иллюстрируют как

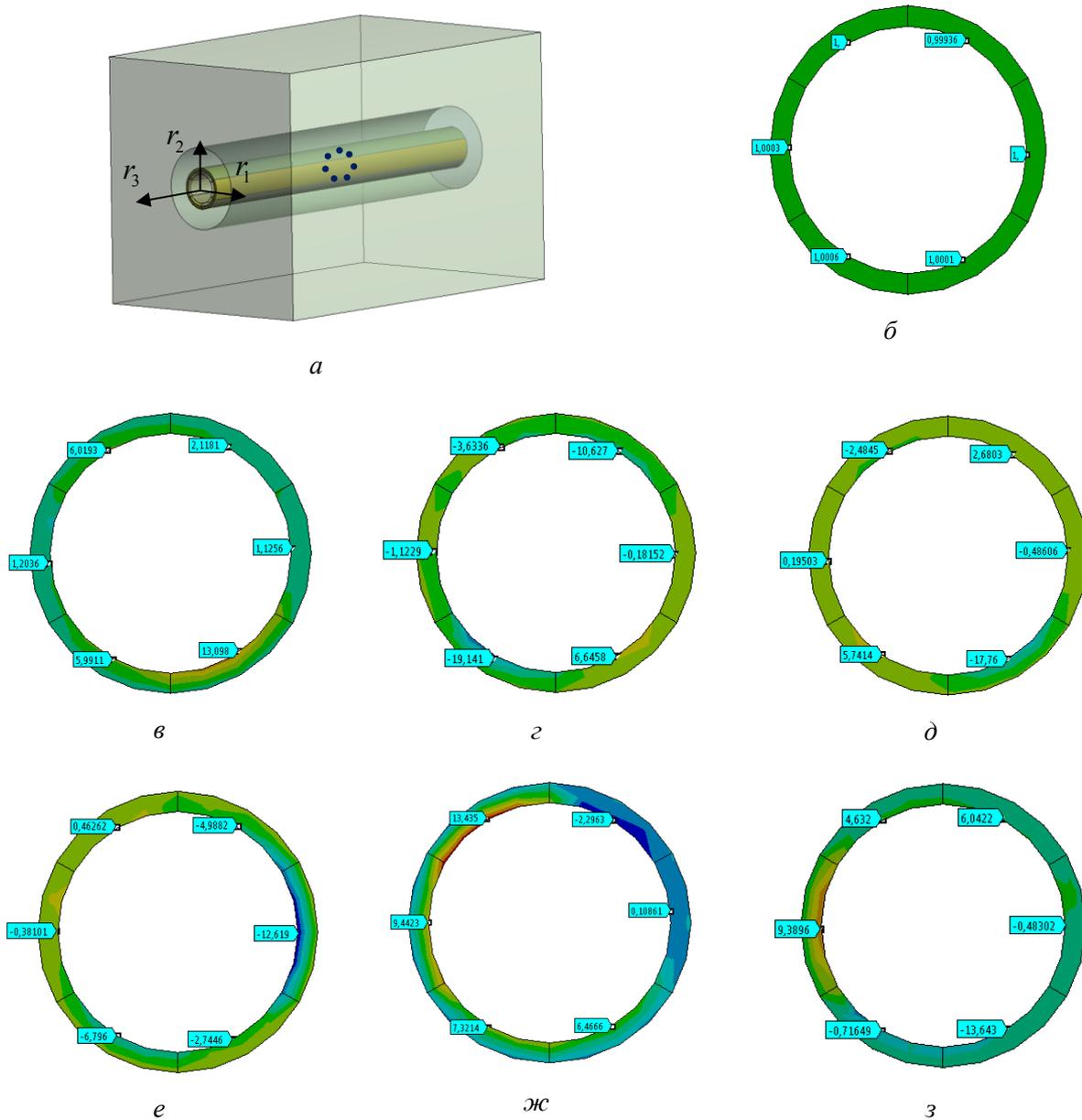


Рис. 1. Расчетная область (а); электрические потенциалы в секторах на электролюминофоре для заданного управляющего напряжения  $\hat{U}_{\text{упр}} = -1\text{В}$  ( $\epsilon^* = 0$ ) (б), осевых деформаций  $\epsilon_{11}^*$  (в);  $\epsilon_{22}^*$  (г);  $\epsilon_{33}^*$  (д), равных  $0,6176 \cdot 10^{-5}$ ; углов сдвига  $\gamma_{23}^*$  (е);  $\gamma_{13}^*$  (ж), равных  $0,6176 \cdot 10^{-5}$ ,  $\gamma_{12}^* = -10^{-5}$  (з); ( $\hat{U}_{\text{упр}} = 0\text{В}$ )

Fig. 1. Computed area (a), electric potentials in sectors using the electroluminescent phosphor for the set operating voltage  $\hat{U}_{\text{упр}} = -1\text{В}$  ( $\epsilon^* = 0$ ) (b), axial deformations  $\epsilon_{11}^*$  (c),

наличие краевых эффектов вблизи торцов датчика и граней параллелепипеда, так и однородность напряжений в центральной области, в которой влияние краевых эффектов не существенно и где расположены контрольные точки для снятия потенциалов (см. рис. 1, *a*). Полихромные распределения напряжений  $\sigma_{23}$  на рис. 3, *a*, рис. 4, *a*, *в* по продольной  $r_3$  (рис. 3, *a*) и поперечным  $r_2$ ,  $r_1$ . (рис. 4, *a*, *в*) координатным осям, проходящим через центральную точку рассматриваемого фрагмента датчика (рис. 1, *a*), дополнены соответствующими графиками этих распределений на рис. 3, *б*, рис. 4, *б*, *г*. На рис. 3, *a* также изображено деформированное положение продольной оси и торцевых сечений фрагмента датчика, на рис. 4, *a* - деформированное продольное сечение расчетной области с фрагментом датчика (рис. 1, *a*) в плоскости  $r_2r_3$ . Краевые эффекты обусловлены ограниченностью рассматриваемого «представительного объема» в виде параллелепипеда (см. рис. 1, *a*)

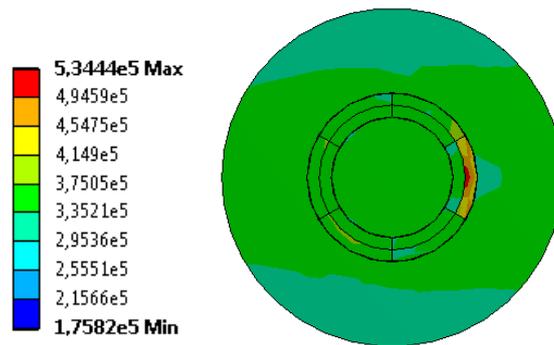
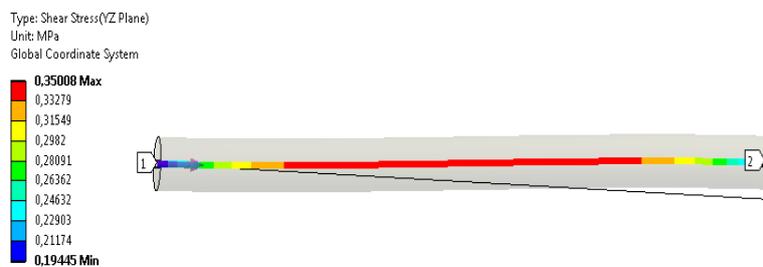
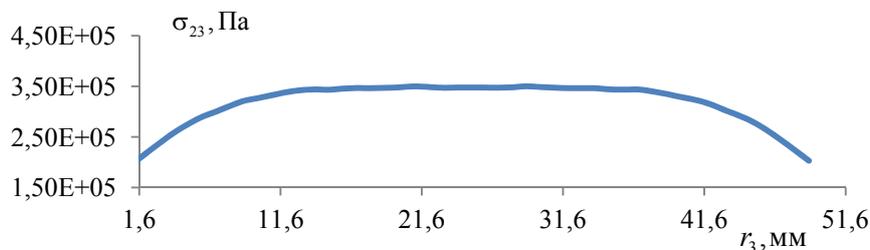


Рис. 2. Распределение напряжений  $\sigma_{23}$  в поперечном сечении датчика с буферным слоем

Fig. 2. Distribution of stress  $\sigma_{23}$  in the cross section of the sensor with a buffer layer



*a*



*б*

Рис. 3. Распределение напряжений  $\sigma_{23}$  по центральной оси  $r_3$  датчика

Fig. 3. Distribution of stress  $\sigma_{23}$  along the central axis  $r_3$  of the sensor

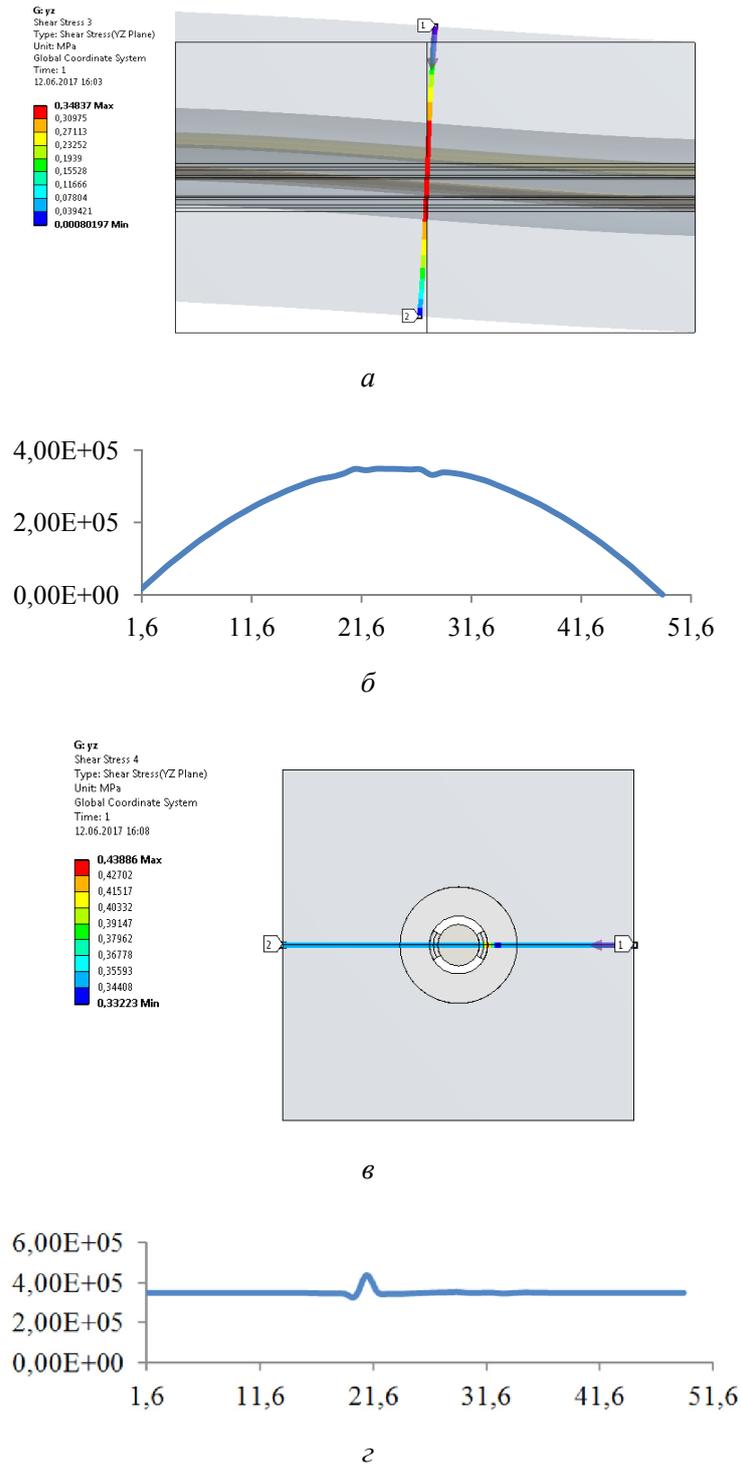


Рис. 4. Распределение напряжений  $\sigma_{23}$  по поперечным центральным координатным осям  $r_2$  (a, б),  $r_1$  (в, г)  
 Fig. 4. Distribution of stresses  $\sigma_{23}$  along the cross central coordinate axes  $r_2$  (a, b),  $r_1$  (c, d)

и зависят от геометрии реальных внешних границ этого объема и особенностей задаваемых граничных условий для различных случаев реализации заданного макрооднородного напряженно-деформированного состояния  $\sigma^*$ ,  $\varepsilon^*$ , например, через перемещения  $\hat{u}_m = \varepsilon_{mn}^* \hat{r}_n$

(см. рис. 1–4) или через напряжения  $\hat{p}_m = \sigma_{mn}^* \hat{n}_n$ , где внешняя единичная нормаль  $\hat{n}$  в точках  $\hat{\Gamma}$  на внешних границах объема. В результате найденные (см. рис. 1) информативные деформационные  $\mathbf{a}_{\varepsilon(j)}$  и управляющие  $a_{U(j)}$  коэффициенты датчика (1) позволяют проводить диагностику сложного деформированного состояния в локальной области композитной конструкции и находить численные значения искомых компонент тензора макродеформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  из решения системы линейных алгебраических уравнений (2), где

$$\{\Delta\} = \begin{Bmatrix} \Delta_{(1)} \\ \dots \\ \Delta_{(6)} \end{Bmatrix}, [A] = \begin{bmatrix} -1.1256 & 0.18152 & 0.48606 & 20.431 & -0.1758 & -0.4830 \\ -2,1181 & 10,627 & -2,6803 & 8,0761 & 3,7178 & 6,0422 \\ -13,098 & -6,6458 & 17,76 & 4,4436 & -10,470 & -13,643 \\ -6,0193 & 3,6336 & 2,4845 & -0,749 & -21,752 & 4,632 \\ -5,9911 & 19,141 & -5,7414 & 11,003 & -11,854 & -0,7165 \\ -1,2036 & 1,1229 & -0,19503 & 0,61687 & -15,288 & 9,3896 \end{bmatrix} 10^5, \text{В} \quad (3)$$

с определителем  $|A| \neq 0$  (см. рис. 1, в–з), значения управляющих коэффициентов датчика  $a_{U(j)}$ : 1,0000, 0,99936, 1,0001, 1,0000, 1,0006, 1,0003 для  $j = \overline{1,6}$  (см. рис. 1, б).

Для тестовой апробации предложенной [29] конструкции датчика (см. рис. 1, а) были решены прямая и обратная задачи: 1) получено численное решение для электрических напряжений  $\Delta_j$  между внутренним электродом с нулевым потенциалом и  $j$ -ми контрольными точками (●) секторов (см. рис. 1, а) для заданного сложного деформированного состояния  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  для случая  $\hat{U}_{\text{упр}} = 0$ ,  $j = \overline{1,6}$ ; 2) рассчитаны (2), (3) «искомые» компоненты деформаций  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  по найденным значениям величин  $\Delta_j$  с учетом известной (3) матрицы  $[A]$  информативных коэффициентов датчика; отличие заданных  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  и рассчитанных  $\boldsymbol{\varepsilon}^*$  значений составило менее 1 %.

## Заключение

Разработана численная трехмерная модель пьезоэлектролюминесцентного оптоволоконного датчика [29] для диагностирования объемного напряженно-деформированного состояния в композитных конструкциях в программной системе конечно-элементного анализа ANSYS. Реализовано численное моделирование неоднородных связанных электроупругих полей в элементах фрагмента датчика, внедренного в деформированный композитный объем волокнистого стеклопластика, с учетом действия управляющего напряжения на электродах датчика. Получены численные значения информативных деформационных  $\mathbf{a}_{\varepsilon(j)}$  и управляющих  $a_{U(j)}$  коэффициентов датчика, необходимых для диагностирования композитных конструкций: локаций и величин неоднородностей компонент тензоров напряжений и деформаций на макро- и микроуровнях композита, с использованием алгоритмов диагностирования [28].

## Благодарности/Acknowledgments

Работа выполнена при финансовой поддержке государственного задания № 11.2391.2017/4.6.

## Библиографический список

1. Окоси Т. Волоконно-оптические датчики. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
2. Guemes A., Fernandez-Lopez A., Soller B. Optical fiber distributed sensing – physical principles and applications // *Structural Health Monitoring*. – 2010. – Vol. 9. – No. 3. – P. 233–245.
3. Suresh R., Tjin S.C., Hao J. Fiber Bragg Grating // *Smart Materials in Structural Health Monitoring, Control and Biomechanics*. – Berlin; Heidelberg, Springer, 2012. – P. 413–439.
4. Prabhugoud M., Peters K. Efficient simulation of Bragg grating sensors for implementation to damage identification in composites // *Smart Materials & Structures*. – 2003. – Vol. 12. – No. 6. – P. 914–924.
5. Методы исследования свойств материалов при интенсивных динамических нагрузках / под общ. ред. д-ра физ.-мат. наук М.В. Жерноклетова / ФГУП РФЯЦ-ВНИИЭФ. – Саров, 2003. – 403 с.
6. Татмышевский К.В. Механолюминесцентный чувствительный элемент: математическая модель и динамические свойства // *Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика*. – 2005. – № 4. – С. 35–39.
7. Матвеев В.П., Федорова В.А., Шардаков И.Н. Теоретическое обоснование возможности построения волоконно-оптической системы мониторинга деформаций земной поверхности // *Изв. РАН. МТТ*. – 2013. – № 5. – С. 46–52.
8. Шардаков И.Н., Созонов Н.С., Цветков Р.В. Экспериментально-теоретические основы автоматизированных систем деформационного мониторинга с использованием волоконно-оптических элементов // *Вестн. Перм. науч. центра*. – 2016, октябрь-декабрь. – С. 91–95.
9. К вопросу об интеграции оптоволоконна в ПКМ и измерении деформации материала с помощью волоконных брэгговских решеток / М.А. Зуев, В.В. Махсидов, М.Ю. Федотов, А.М. Шиенок // *Механика композиционных материалов и конструкций*. – 2014. – Т. 20, № 4. – С. 568–574.
10. Применение оптического волокна в качестве датчиков деформации в полимерных композиционных материалах / Е.Н. Каблов, Д.В. Сиваков, И.Н. Гуляев, К.В. Сорокин, М.Ю. Федотов, Е.М. Дианов, С.А. Васильев, О.И. Медведков // *Все материалы: энцикл. справ.* – 2010. – № 3. – С. 10–15.
11. Наймушин И.Г., Труфанов Н.А., Шардаков И.Н. Численный анализ деформационных процессов в оптоволоконном датчике // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2012. – № 1. – С. 104–116.
12. Измерение неоднородных полей деформаций встроенными в полимерный композиционный материал волоконно-оптическими датчиками / А.Н. Аношкин, А.А. Воронков, Н.А. Кошелева, В.П. Матвеев, Г.С. Сероваев, Е.М. Спаскова, И.Н. Шардаков, Г.С. Шипунов // *Изв. РАН. МТТ*. – 2016. – № 5. – С. 42–51.
13. Матвеев В.П., Шардаков И.Н., Кошелева Н.А. Оценка технологических деформаций в полимерных композиционных образцах на основе использования внедренных волоконно-оптических датчиков деформаций / XX Зимняя школа по механике сплошных сред; тез. докл. – Пермь, 13–16 февраля 2017 г. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2017. – С. 219.
14. Patent US 20060254366 A1. Sensor and sensor array for monitoring a structure / Caroline Williamson, Lisa Fixter (nee Humberstone), Andrew Clarke; published on November 16, 2006.
15. Patent US 7458266 B2. Method and apparatus for detecting a load change upon a structure and analyzing characteristics of resulting damage / Shawn J. Beard, Xinlin Qing, Hian Leng Chan, Chang Zhang, Fuo-Kuo Chang; published on December 2, 2008.
16. Patent US 6399939 B1. Sensor array system / Mannur J. Sundaresan, Anindya Ghoshal, Mark J. Schulz; published on June 4, 2002.
17. Гринченко В.Т., Улитко А.Ф., Шульга Н.А. Электроупругость. – Киев: Наукова думка, 1989. – 280 с. (Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т. Т. 5).
18. Партон В.З., Кудрявцев Б.А. Электромагнитоупругость пьезоэлектрических и электропроводных тел. – М.: Наука, 1988. – 472 с.
19. Дианов Д.Б., Кузьменко А.Г. Расчет цилиндрического пьезокерамического преобразователя, совершающего радиально-симметричные колебания // *Акуст. журн.* – 1970. – Т. 16, № 1. – С. 42–48.

20. Шляхин Д.А. Нестационарная осесимметричная задача электроупругости для анизотропного пьезокерамического радиально поляризованного цилиндра // Изв. РАН. МТТ. – 2009. – № 1. – С. 73–81.
21. Finite Element Analysis of Functionally Graded Piezoelectric Spheres / A. Ghorbanpour Arani, R. Kolahchi, A.A. Mosalaei Barzoki, A. Loghman, F. Ebrahimi // Finite Element Analysis – Applications in Mechanical Engineering. Ed. by Farzad Ebrahimi. – InTech, 2012. – 380 p.
22. Numerical determination of effective properties of voided piezoelectric materials using BNM / H. Wang, G. Tan, S. Cen, Z. Yao // Engineering Analysis with Boundary Elements. – 2005. – Vol. 29. – P. 636–646.
23. Li Z.H., Wang C., Chen C.Y. Effective electromechanical properties of transversely isotropic piezoelectric ceramics with microvoids // Comput. Mater. Sci. – 2003. – Vol. 27. – No. 3. – P. 381–392.
24. Bishay P.L., Dong L., Atluri S.N. Multi-physics computational grains (MPCGs) for direct numerical simulation (DNS) of piezoelectric composite/porous materials and structures // Computational Mechanics. – 2014. – Vol. 54. – No. 5. – P. 1129–1139.
25. Kondaiah P., Shankar K., Ganesan N. Pyroeffects on multiphase magneto-electro-elastic sensor patch bonded on mild steel plate // International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems. – 2014. – Vol. 7. – No. 3. – P. 1134–1155.
26. Пат. Рос. Федерация Волоконно-оптический датчик давления / Паньков А.А.; заявка № 2016136058 от 06.09.2016 г.
27. Паньков А.А. Математическое моделирование пьезоэлектролюминесцентного эффекта и диагностика распределения давления по длине оптоволоконного датчика // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 259–272.
28. Pan'kov A.A. Piezoelectroluminescent optical fiber sensor for diagnostics of the stress state and defectoscopy of composites // Mechanics of Composite Materials. – 2017. – Vol. 53. – No. 2. – P. 229–242.
29. Пат. Рос. Федерация Волоконно-оптический датчик объемного напряженного состояния / Паньков А.А.; заявка № 2017111405 от 04.04.2017 г.
30. Волков С.Д., Ставров В.П. Статистическая механика композитных материалов. – Минск: Изд-во Белорус. гос. ун-та, 1978. – 208 с.
31. Babu I. Piezoelectric composites. Design, fabrication and performance analysis / Eindhoven University of Technology. – Eindhoven, 2013. – 123 p.
32. Characterization, performance and optimization of PVDF as a piezoelectric film for advanced space mirror concepts / Tim R. Dargaville, Mathias C. Celina, Julie M. Elliott, Pavel M. Chaplya, Gary D. Jones, Daniel M. Mowery, Roger A. Assink, Roger L. Clough, Jeffrey W. Martin // Sandia report, SAND2005-6846, Unlimited Release, November 2005. – Issued by Sandia National Laboratories, 2005. – 49 p.
33. Sessler G.M. Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride // J. Acoust. Soc. Amer. – 1981. – Vol. 70. – No. 6. – P. 1596–1608.
34. Turik A.V., Radchenko G.S. [Giant piezoelectric effect in layered composites a ferroelectric material polymer] // Fizika tverdogo tela. – 2003. – Vol. 45. – No. 9. – P. 1676–1679.

## References

1. Okosi T. Volokonno-opticheskie datchiki [Fiber-optical sensors]. Leningrad, Energoatomizdat, 1990, 256 p.
2. Guemes A., Fernandez-Lopez A., Soller B. Optical fiber distributed sensing – physical principles and applications. *Structural Health Monitoring*, 2010, vol. 9, no. 3, pp. 233-245.
3. Suresh R., Tjin S.C., Hao J. Smart Materials in Structural Health Monitoring, Control and Biomechanics. *Springer Berlin Heidelberg*, 2012, pp. 413-439.
4. Prabhugoud M., Peters K. Efficient simulation of Bragg grating sensors for implementation to damage identification in composites. *Smart Materials & Structures*, 2003, vol. 12, no. 6, pp. 914-924.

5. ZHernokletova M.V. Metody issledovaniya svoystv materialov pri intensivnyh dinamicheskikh nagruzkah [Methods of a research of properties of materials at intensive dynamic loadings]. *Sarov, FGUP RFYAC-VNIEHF*, 2003, 403 p.

6. Tatmyshevskij K.V. Mekhanolyuminescentnyj chuvstvitel'nyj ehlement: matematicheskaya model' i dinamicheskie svoystva [Mechanoluminescent sensitive element: mathematical model and dynamic properties]. *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, 2005, no. 4, pp. 35-39.

7. Matveenko V.P., Fedorova V.A., SHardakov I.N. Teoreticheskoe obosnovanie vozmozhnosti postroeniya volokonno-opticheskoy sistemy monitoringa deformacij zemnoj poverhnosti [Theoretical substantiation of a possibility of creation of fiber-optical system of monitoring of deformations of the land surface]. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2013, no. 5, pp. 46-52.

8. SHardakov I.N., Sozonov N.S., Cvetkov R.V. Eksperimental'no-teoreticheskie osnovy avtomatizirovannyh sistem deformacionnogo monitoringa s ispol'zovaniem volokonno-opticheskikh ehlementov [Experimental and theoretical bases of the automated systems of deformation monitoring with use of fiber-optical elements]. *Vestnik Permskogo nauchnogo centra*, 2016, pp. 91-95.

9. Zuev M.A., Mahsidov V.V., Fedotov M.YU., SHienok A.M. K voprosu ob integracii optovolokna v PKM i izmerenii deformacii materiala s pomoshch'yu volokonnyh bregggovskih reshetok [To a question of integration of optical fiber into PKM and measurement of deformation of material by means of fiber Bragg grating]. *Mekhanika kompozicionnyh materialov i konstrukcij*, 2014, vol. 20, no. 4, pp.568-574.

10. Kablov E.N., Sivakov D.V., Gulyaev I.N., Sorokin K.V., Fedotov M.YU., Dianov E.M., Vasil'ev S.A., Medvedkov O.I. Primenenie opticheskogo volokna v kachestve datchikov deformacii v polimernyh kompozicionnyh materialah [Use of optical fiber as deformation sensors in polymeric composite materials]. *Vse materialy. EHnciklopedicheskij spravochnik*, 2010, no. 3, pp. 10-15.

11. Najmushin I.G., Trufanov N.A., SHardakov I.N. CHislennyj analiz deformacionnyh processov v optovolokonnom datchike [The numerical analysis of deformation processes in the fiber-optical sensor]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2012, no. 1, pp. 104-116.

12. Anoshkin A.N., Voronkov A.A., Kosheleva N.A., Matveenko V.P., Serovaev G.S., Spaskova E.M., SHardakov I.N., SHipunov G.S. Izmerenie neodnorodnyh polej deformacij vstroennymi v polimernyj kompozicionnyj material volokonno-opticheskimi datchikami [Measurement of non-uniform fields of deformations by the fiber-optical sensors which are built in polymeric composite material]. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2016, no. 5, pp. 42-51.

13. Matveenko V.P., SHardakov I.N., Kosheleva N.A. Ocenka tekhnologicheskikh deformacij v polimernyh kompozicionnyh obrazcah na osnove ispol'zovaniya vnedrennyh volokonno-opticheskikh datchikov deformacij [Estimation of technological deformations in polymeric composite samples on the basis of use of the embed fiber-optical sensors of deformations] / XX *Zimnyaya shkola po mekhanike sploshnyh sred Perm'*, 13-16 fevralya 2017g. Tezisy dokladov. Ekaterinburg: RIO UrO RAN, 2017, 393 p., p. 219.

14. Patent US 20060254366 A1. Sensor and sensor array for monitoring a structure / Caroline Williamson, Lisa Fixter (nee Humberstone), Andrew Clarke; published on November 16, 2006.

15. Patent US 7458266 B2. Method and apparatus for detecting a load change upon a structure and analyzing characteristics of resulting damage. Shawn J. Beard, Xinlin Qing, Hian Leng Chan, Chang Zhang, Fuo-Kuo Chang; published on December 2, 2008.

16. Patent US 6399939 B1. Sensor array system. Mannur J. Sundaresan, Anindya Ghoshal, Mark J. Schulz; published on June 4, 2002.

17. Grinchenko V.T., Ulitko A.F., SHul'ga N.A. Elektropругost' [Electroelasticity]. Kiev: Naukova dumka, 1989, 280 p. (Mekhanika svyazannyh polej v ehlementah konstrukcij: v 5 t., T. 5).

18. Parton V.Z., Kudryavcev B.A. EHlektromagnitouругost' p'ezoelektricheskikh i ehlektroprovodnyh tel [Electromagnetoelasticity of piezoelectric and electroconductive bodies]. *Moscow, Nauka*, 1988, 472 p.

19. Dianov D.B., Kuz'menko A.G. Raschet cilindricheskogo p'ezokeramicheskogo preobrazovatelya, sovershayushchego radial'no-simmetrichnye kolebaniya [Calculation cylindrical piezoceramic converter making radial and symmetric fluctuations]. *Akust. zhurn.*, 1970, vol. 16, no. 1, pp. 42-48.

20. SHlyahin D.A. Nestacionarnaya osesimmetrichnaya zadacha ehlektropругosti dlya anizotropnogo p'ezokeramicheskogo radial'no polyarizovannogo cilindra [Non-stationary axisymmetric problem of electroelasticity for the anisotropic piezoceramic radially polarized cylinder]. *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*, 2009, no. 1, pp. 73- 81.

21. Ghorbanpour Arani A., Kolahchi R., Mosalaei Barzoki A.A., Loghman A., Ebrahimi F. Finite Element Analysis of Functionally Graded Piezoelectric Spheres. In book "Finite element analysis – Applications in mechanical engineering", Edited by Farzad Ebrahimi. InTech, 2012, 380 p.
22. Wang H., Tan G., Cen S., Yao Z. Numerical determination of effective properties of voided piezoelectric materials using BNM. *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2005, vol. 29, pp. 636-646.
23. Li Z.H., Wang C., Chen C.Y. Effective electromechanical properties of transversely isotropic piezoelectric ceramics with microvoids. *Comput. Mater. Sci.*, 2003, vol. 27, no. 3, pp. 381-392.
24. Bishay P.L., Dong L., Atluri S.N. Multi-physics computational grains (MPCGs) for direct numerical simulation (DNS) of piezoelectric composite/porous materials and structures. *Computational Mechanics*, 2014, vol. 54, no. 5, pp. 1129-1139.
25. Kondaiah P., Shankar K., Ganesan N. Pyroeffects on multiphase magneto-electro-elastic sensor patch bonded on mild steel plate. *International Journal on Smart Sensing and Intelligent Systems*, vol. 7, no. 3, September 2014, pp. 1134-1155.
26. Patent. Volokonno-opticheskiy datchik davleniya [Fiber-optical sensor of pressure]. Pan'kov A.A.; zayavka № 2016136058 ot 06.09.2016 g.
27. Pan'kov A.A. Matematicheskoe modelirovanie p'ezoelektrolyuminescentnogo ehffekta i diagnostika raspredeleniya davleniya po dline optovolonnoogo datchika [Mathematical modeling of piezo-electro-luminescent effect and diagnostics of distribution of pressure longwise fiber optic sensor]. *Vestnik Permskogo nacional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2016, no. 4, pp. 259-272.
28. Pan'kov A.A. Piezoelectroluminescent optical fiber sensor for diagnostics of the stress state and defectoscopy of composites. *Mechanics of Composite Materials*, 2017, vol. 53, no. 2, pp. 229-242.
29. Patent. Volokonno-opticheskiy datchik ob"emnogo napryazhennoogo sostoyaniya [Fiber-optical sensor of volume stress]. Pan'kov A.A.; zayavka № 2017111405 ot 04.04.2017 g.
30. Volkov S.D., Stavrov V.P. Statisticheskaja mehanika kompozitnyh materialov [Statistical mechanics of composite materials]. Mn.: Izd-vo Belorus. gos. un-ta, 1978, 208 p.
31. Babu I. Piezoelectric composites. Design, fabrication and performance analysis. Eindhoven University of Technology, 2013, 123 p.
32. Tim R. Dargaville, Mathias C. Celina, Julie M. Elliott, Pavel M. Chaplya, Gary D. Jones, Daniel M. Mowery, Roger A. Assink, Roger L. Clough, Jeffrey W. Martin. Characterization, performance and optimization of PVDF as a piezoelectric film for advanced space mirror concepts. *Sandia report, SAND2005-6846, Unlimited Release, November 2005, Iss. by Sandia National Laboratories*, 49 p.
33. Sessler G.M. Piezoelectricity in polyvinylidene fluoride. *J. Acoust. Soc. Amer.*, 1981, vol. 70, no. 6, pp. 1596-1608.
34. Turik A.V., Radchenko G.S. Gigantskiy p'ezoelektricheskiy ehffekt v sloistyh kompozitah segnetoelektrik-polimer [Giant piezoelectric effect in layered composites a ferroelectric material polymer]. *Fizika tverdogo tela*, 2003, vol. 45, no. 9, pp. 1676-1679.