



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 2, 2017

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2017.2.02

УДК 539.374

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ВАРИАНТОВ ТЕОРИЙ ПЛАСТИЧНОСТИ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЯХ

В.С. Бондарь, Д.Р. Абашев, В.К. Петров

Московский политехнический университет, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 11 мая 2017 г.

Принята: 15 июня 2017 г.

Опубликована: 30 июня 2017 г.

Ключевые слова:

пластичность, циклическое нагружение, микронапряжения, посадка петли, вышагивание петли, повреждение.

АННОТАЦИЯ

На основе результатов экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали SS304, 12X18H9 и 12X18H10T при жестком (контролируемые деформации) и мягком (контролируемые напряжения) циклических нагружениях в условиях одноосного растяжения-сжатия и нормальной температуры проводится сравнительный анализ адекватности наиболее применяемых в настоящее время в практических расчетах вариантов теорий пластичности, относящихся к классу теорий течения при комбинированном упрочнении. Рассматриваются нагружения, включающие в себя последовательности циклических и монотонных нагружений, а также явления посадки и вышагивания (ratcheting) петли пластического гистерезиса. Нагружения проводятся вплоть до разрушения – появления макротрещин длиной 1 мм. В качестве анализируемых вариантов теорий рассматриваются модели Коротких, Бондаря и Шабоша. Для каждой модели приводится набор материальных функций, на основе которых проводятся расчеты кинетики напряженно-деформированного состояния исследуемых процессов циклических нагружений. На основе сравнения результатов расчетов и экспериментов показано, что описание процессов посадки и вышагивания (ratcheting) циклической петли возможно только в рамках моделей Бондаря и Шабоша при определенном преимуществе модифицированной модели Бондаря, заключающемся в возможности адекватно описывать нестационарные процессы циклического нагружения и нелинейные процессы накопления повреждений. Показано, что модифицированная модель Бондаря, включающая микронапряжения третьего типа (Оно-Ванга) и кинетические уравнения накопления повреждений, наиболее адекватно по сравнению с другими моделями описывает кинетику напряженно-деформированного состояния и разрушения в условиях нестационарных несимметричных циклических процессов нагружения и может быть рекомендована для практических расчетов кинетики напряженно-деформированного состояния и ресурса конструкций в условиях произвольного воздействия нагрузок.

© ПНИПУ

© **Бондарь Валентин Степанович** – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: v.s.bondar@mospolytech.ru

Абашев Дмитрий Рустамович – кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: tm@mospolytech.ru

Петров Владимир Кириллович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: tm@mospolytech.ru

Valentin S. Bondar – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: v.s.bondar@mospolytech.ru

Dmitriy R. Abashev – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: tm@mospolytech.ru

Vladimir K. Petrov – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: tm@mospolytech.ru



COMPARATIVE ANALYSIS OF VARIANTS OF PLASTICITY THEORIES UNDER CYCLIC LOADING

V.S. Bondar, D.R. Abashev, V.K. Petrov

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 11 May 2017
Accepted: 15 June 2017
Published: 30 June 2017

Keywords:

plasticity, cyclic loading, microstresses, loop landing, ratcheting, damage.

ABSTRACT

Based on the results of the experimental investigations of the samples made of stainless steels SS304, 12X18H9 and 12X18H10T subject to a hard (controlled deformations) and soft (controlled stresses) cyclic loadings under uniaxial tension-compression and normal temperature we carried out a comparative analysis of the adequacy of the currently used variants of the plasticity theories which belong to flow theories with a combined hardening. The loads that include the sequences of cyclic and monotonic loads as wells as placing and ratcheting of the plastic hysteresis loop are considered. The loads are applied until fracture, i.e. the emergence of macrocracks with a length of 1 mm. Within the scope of our analysis we have considered the following variants of theories including the models of Korotkih, Bondar and Chaboche. For each model, a set of material functions is given on basis of which the calculations of the kinetics of the stress-strain state of the cyclic loading processes are made. By comparing the results of the calculations and experiments, it has been shown that the description of the cyclic loop placing and ratcheting processes is possible only within the Bondar and Chaboche models with a certain advantage of the modified Bondar model, which enables an adequate description of the nonstationary cyclic loading and nonlinear damage accumulation. It is shown that the modified Bondar model – including the third type of microvoltage (Ono-Wang) and kinetic equations of damage accumulation – provides the most adequate (in comparison with other models) description of the kinetics of the stress-strain state and fracture under nonstationary nonsymmetric cyclic loading processes. It can be recommended for practical computations of the kinetics of the stress-strain state and the design life affected by an arbitrary load action.

© PNRPU

Введение

Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях строится в основном на вариантах теорий пластичности, относящихся к классу теорий пластического течения при комбинированном (трансляционно-изотропном) упрочнении, обзор и анализ которых содержится в работах [1–33]. Главное отличие этих вариантов теорий заключается в различных формулировках эволюционных уравнений для смещения центра поверхности нагружения (тензора микронапряжений [1]). В настоящее время в практических расчетах наибольшее применение нашли варианты теорий пластичности – модели Коротких [6–8], Бондаря [2–5, 29–31] и Шабоша [9, 13, 18]. Все эти модели прошли достаточную верификацию [2, 4–29] на широком спектре конструкционных сталей и сплавов и программ экспериментальных исследований. В работе рассматриваются интенсивно изучаемые в настоящее время процессы нагружения, включающие последовательности циклических и монотонных нагружений, а также явления посадки и вышагивания (ratcheting) петли пластического гистерезиса. Рассматриваются также процессы накопления повреждений и разрушения в этих условиях. В качестве анализируемых вариантов теорий рассматриваются:

– модель Коротких, которая является частным случаем модели Шабоша с одним эволюционным уравнением для микронапряжений – уравнением Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35];

– модель Бондаря с трехчленной структурой эволюционных уравнений для микронапряжений, что соответствует двум эволюционным уравнениям Ишлинского–Прагера [36, 37] и Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35];

– модифицированная модель Бондаря с трехчленной структурой эволюционного уравнения для микронапряжений, обобщенная на процессы посадки и вышагивания петли пластического гистерезиса;

– модель Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35] для микронапряжений.

В рамках модифицированной модели Бондаря применяется кинетическое уравнение для описания нелинейных процессов накоплений повреждений и, соответственно, разрушения. Следует отметить, что кинетические уравнения накопления повреждений в модели Коротких [6–8] имеют более сложную структуру, нежели в модели Бондаря при значительно большем количестве материальных параметров (модель Бондаря – два параметра, модель Коротких – три параметра и одна функция).

Сравнительный анализ вариантов теорий вначале проводится на результатах экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали 12X18Н9 при жестком несимметричном циклическом нагружении, состоящем из двух блоков монотонного и циклического нагружений (эксперимент НИИ Механики ННГУ с участием В.С. Бондаря). На первом блоке образец сжимается до деформации 0,01, затем растягивается до деформации 0,05. Далее на втором блоке реализуется несимметричное циклическое нагружение с размахом деформации $\Delta\varepsilon = 0,01$ (от 0,04 до 0,05) вплоть до разрушения. Здесь, на втором блоке, осуществляется посадка петли пластического гистерезиса, и на 500-м цикле нагружения петля становится практически симметричной. Для нержавеющей стали 12X18Н9 на основе модифицированной модели Бондаря и кинетических уравнений накопления повреждений анализируется также малоцикловая усталость в диапазоне от 10^1 до 10^5 циклов нагружения, и проводится сопоставление с результатами экспериментов.

Анализ вариантов теорий при нестационарном несимметричном мягком циклическом нагружении проводится на результатах экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали SS304 [38, 39]. Нагружение состоит из трех блоков (по 50 циклов), на которых реализуются мягкие циклические нагружения с одинаковой амплитудой $\sigma_a = 248$ МПа и разными значениями среднего напряжения $\sigma_m = 78, 117$ и 78 МПа. Здесь на всех блоках осуществляется вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса.

Экспериментальные исследования образцов из нержавеющей стали 12X18Н10Т проводятся в условиях одноосного растяжения-сжатия при нормальной температуре. Первая программа испытаний проводится в условиях жесткого циклического нагружения и состоит из пяти блоков, включающих монотонные и циклические нагружения. На первом блоке реализуется 20 циклов симметричного циклического нагружения с размахом деформации $\Delta\varepsilon = 0,016$. Затем на втором блоке происходит монотонное растяжение до деформации $\varepsilon = 0,05$. На третьем блоке реализуется 200 циклов несимметричного циклического деформирования с размахом деформации $\Delta\varepsilon = 0,012$ и средней деформацией $\varepsilon_m = 0,044$. На данном блоке происходит посадка петли пластического гистерезиса. Далее на четвертом блоке реализуется монотонное растяжение до деформации $\varepsilon = 0,1$. На пятом блоке происходит несимметричное циклическое нагружение с размахом $\Delta\varepsilon = 0,012$ и средней деформацией $\varepsilon_m = 0,094$ вплоть до разрушения – появления макротрещины длиной 1 мм. Здесь также происходит посадка петли пластического гистерезиса.

Вторая программа испытаний проводится в условиях мягкого циклического нагружения и состоит из пяти блоков. Первый и пятый блоки представляют собой симметрич-

ное циклическое нагружение с одинаковыми размахами напряжений $\Delta\sigma = 600$ МПа (средние напряжения $\sigma_m = 0$). На втором, третьем, четвертом блоках реализуются несимметричные циклические нагружения с размахами напряжений $\Delta\sigma = 650, 700, 650$ МПа и средними напряжениями $\sigma_m = 25, 50, 25$ МПа соответственно. На всех блоках осуществляется по 20 циклов нагружения. Следует отметить, что на всех блоках, кроме первого, наблюдается вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса как в сторону растяжения, так и сжатия.

Для всех четырех вариантов теорий пластичности приводятся материальные функции, и осуществляются расчеты кинетики напряженного и деформированного состояний, отвечающих каждой программе испытаний. Проводится сопоставление расчетных и экспериментальных значений числа циклов до разрушения.

1. Основные положения и уравнения вариантов теорий

Материал однороден и начально изотропен. Рассматриваются малые деформации поликристаллических конструкционных сталей и сплавов. В процессе упругопластического деформирования в материале может возникать только пластическая деформационная анизотропия. Ниже приводятся основные уравнения рассматриваемых теорий пластического течения при комбинированном упрочнении [2–9, 13, 18, 29–31]. Методика определения материальной функции приводится в работах [2–5, 29].

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} \left[\dot{\sigma}_{ij} - \nu (3\dot{\sigma}_0 \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}) \right] \quad (\sigma_0 = \sigma_{ii} / 3), \quad (2)$$

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - [C_p(\varepsilon_{u*}^p)]^2 = 0, \quad (3)$$

$$s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}, \quad \sigma_u^* = \left(\frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^* \right)^{\frac{1}{2}}, \quad \dot{\varepsilon}_{u*}^p = \left(\frac{2}{3} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \dot{\varepsilon}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}},$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\varepsilon}_{u*}^p, \quad (4)$$

$$\sigma_u^* < C_p(\varepsilon_{u*}^p) \cup \dot{\varepsilon}_{u*}^p \leq 0 \quad - \text{упругость}, \quad (5)$$

$$\sigma_u^* = C_p(\varepsilon_{u*}^p) \cap \dot{\varepsilon}_{u*}^p > 0 \quad - \text{упругопластичность},$$

$$\dot{a}_{ij} = \sum_{m=1}^M \dot{a}_{ij}^{(m)}. \quad (6)$$

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}^e, \dot{\varepsilon}_{ij}^p$ – тензоры скоростей полной, упругой и пластической деформаций; $\sigma_{ij}, s_{ij}, s_{ij}^*, a_{ij}$ – тензор напряжений, девиаторы напряжений, активных напряжений и микронапряжений [1]; ε_{u*}^p – накопленная пластическая деформация; E, ν – модуль Юнга, коэффициент Пуассона; $a_{ij}^{(1)}, a_{ij}^{(2)}, a_{ij}^{(m)} (m=3, \dots, M)$ – микронапряжения первого, второго

и третьего типов [5, 29–31]. Тензор a_{ij} характеризует смещение центра поверхности нагружения (анизотропное упрочнение), а скаляр $C_p(\varepsilon_{u*}^p)$ отвечает размеру (радиусу) поверхности нагружения и характеризует изотропное упрочнение.

Различные варианты теорий отличаются количеством и видом эволюционных уравнений для микронапряжений.

В модели Коротких используется только одно эволюционное уравнение, аналогичное уравнению Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35]

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3} g \dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a a_{ij} \dot{\varepsilon}_{u*}^p. \quad (7)$$

Здесь g и g_a – определяющие функции, выражающиеся через материальные следующим образом:

$$g = \beta \sigma_a, \quad g_a = -\beta. \quad (8)$$

В данном варианте отсутствуют микронапряжения первого и третьего типов. Следует также отметить, что в модели Коротких для радиуса поверхности нагружения предлагается сложное эволюционное уравнение, разделяющее в изотропном упрочнении монотонные и циклические процессы деформирования. Здесь это рассматриваться не будет, так как учет этих процессов никак не отражается на описании особенностей посадки и вышагивания (ratcheting) петли пластического гистерезиса.

Итак, данный вариант замыкают следующие материальные функции:

E, ν – упругие параметры;

β, σ_a – модули анизотропного упрочнения;

$C_p(\varepsilon_{u*}^p)$ – функция изотропного упрочнения.

В табл. 1–3 приводятся материальные функции модели Коротких для двух нержавеющих сталей.

Таблица 1

Материальные параметры модели Коротких для сталей 12X18H9 и SS304

Table 1

Material parameters of the model of Korotkih for 12X18H9 and SS304 steels

№ п/п	Материал	E , МПа	ν	β	σ_a , МПа
1	12X18H9	$2 \cdot 10^5$	0,3	300	150
2	SS304	$2 \cdot 10^5$	0,3	230	73

Таблица 2

Материальная функция модели Коротких для стали 12X18H9

Table 2

Material function of the model of Korotkih for 12X18H9 steel

Материал 12X18H9								
ε_{u*}^p	0	0,0017	0,015	0,064	0,15	1,0	8,0	1000
C_p , МПа	160	190	190	290	280	270	250	240

Таблица 3

Материальная функция модели Коротких для стали SS304

Table 3

Material function of the model of Korotkih for SS304 steel

Материал SS304		
ε_{u*}^p	0	0,1
C_p , МПа	235	370

В модели Бондаря используются эволюционные уравнения для трех типов микронапряжений. Для первого типа микронапряжений принимается уравнение Ишлинского–Прагера [36, 37]

$$a_{ij}^{(1)} = \frac{2}{3} g^{(1)} \varepsilon_{ij}^p \quad (9)$$

или

$$\dot{a}_{ij}^{(1)} = \frac{2}{3} g^{(1)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p, \quad (10)$$

так как здесь $g = \text{const}$.

В качестве второго эволюционного уравнения для микронапряжений второго типа принимается уравнение Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35]

$$\dot{a}_{ij}^{(2)} = \frac{2}{3} g^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p + g_a^{(1)} a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{u*}^p. \quad (11)$$

Последующие эволюционные уравнения для микронапряжений третьего типа соответствуют простейшему аналогу [40] уравнений Оно-Ванга [41]

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p \quad (m = 3, \dots, M). \quad (12)$$

Обычно достаточно $M = 5$, т.е. три уравнения типа Оно-Ванга.

Определяющие функции, входящие в уравнения (9)–(12), выражаются через материальные следующим образом:

$$g^{(1)} = E_a, \quad g^{(2)} = \beta \sigma_a, \quad g_a^{(2)} = -\beta, \quad (13)$$

$$g^{(m)} = \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, \\ 0, \text{ если } a_u^{(m)} \geq \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* > 0, \end{cases} \quad (14)$$

$$a_u^{(m)} = \left(\frac{3}{2} a_{ij}^{(m)} a_{ij}^{(m)} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad m = 3, \dots, M.$$

Здесь $E_a, \sigma_a, \beta, \sigma_a^{(m)}, \beta^{(m)}$ – материальные параметры. Следует отметить, что уравнения (9)–(11) эквивалентны ранее предложенному апробированному уравнению с трехчленной структурой [2–5].

Для описания нелинейных процессов накопления повреждений вводится кинетическое уравнение накопления повреждений, базирующееся на энергетическом принципе, где в качестве энергии, расходуемой на создание повреждений в материале, принимается

энергия, равная работе микронапряжений второго типа на поле пластических деформаций. Ответственность за накопление повреждений микронапряжений второго типа иллюстрируется результатами, приведенными в работах [29, 42].

Окончательно кинетическое уравнение накопления повреждений имеет следующий вид:

$$\dot{\omega} = \alpha \omega^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_a}, \quad (15)$$

$$\alpha = \left(\sigma_a^{(2)} / a_u^{(2)} \right)^{n_\alpha}. \quad (16)$$

Здесь ω – мера повреждения материала ($\omega \in [0, 1]$); α и n_α – функция и параметр нелинейности процесса накопления повреждений; W_a – энергия разрушения.

Итак, данный вариант замыкают следующие материальные функции:

E, ν – упругие параметры;

$E_a, \beta, \sigma_a, \beta^{(m)}, \sigma_a^{(m)}$ ($m=3, \dots, M$) – модули анизотропного упрочнения;

$C_p(\varepsilon_{u*}^p)$ – функция изотропного упрочнения;

W_a – энергия разрушения;

n_α – параметр нелинейности процесса накопления повреждений.

При несимметричных циклических как жестких, так и мягких режимах нагружения происходит как посадка, так и вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса, интенсивность которых увеличивается с возрастанием несимметричности процесса нагружения. В работе [43] показано, что эти явления обусловлены принципом симметрии циклических свойств материала.

Описание явлений посадки и вышагивания в рамках модифицированной модели Бондаря состоит в том, что параметр E_a , входящий в первое эволюционное уравнение для микронапряжений первого типа, принимается зависящим от накопленной пластической деформации следующим образом:

$$E_a = \frac{E_{a0}}{1 + K_E (\varepsilon_{u*}^p)^{n_E + 1}}. \quad (17)$$

Здесь E_{a0}, K_E, n_E – материальные параметры, дополняющие материальные функции модели Бондаря и замыкающие модифицированную модель Бондаря.

В табл. 4–8 приводятся материальные функции модели Бондаря для трех нержавеющей сталей.

Таблица 4

Материальные параметры модели Бондаря

Table 4

Material parameters of the Bondar model

№ п/п	Материал	E_{a0} , МПа	β	σ_a , МПа	K_E	n_E	$W_a \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3}$	n_α
1	12X18H9	1600	300	150	4,5	-0,2	270	1,5
2	SS304	3600	230	73	0.45	-0,4	–	–
3	12X18H10T	5000	300	60	5.5	-0,14	480	1,5

Таблица 5

Материальные параметры модели Бондаря для микронапряжений третьего типа

Table 5

Material parameters of the model of Bondar for microstresses of the third type

№ п/п	Материал	$\beta^{(3)}$	$\sigma_a^{(3)}$, МПа	$\beta^{(4)}$	$\sigma_a^{(4)}$, МПа	$\beta^{(5)}$	$\sigma_a^{(5)}$, МПа
1	12X18H9	2500	35	830	22,5	500	12,5
2	SS304	5000	38	1000	47	400	47
3	12X18H10T	3000	50	1350	50	500	55

Таблица 6

Материальная функция модели Бондаря для стали 12X18H9

Table 6

The material function of the model of Bondar for 12X18H9 steel

Материал 12X18H9								
ϵ_{u*}^p	0	0,0017	0,015	0,064	0,086	1,0	8,0	1000
C_p , МПа	160	120	120	170	200	200	200	200

Таблица 7

Материальная функция модели Бондаря для стали SS304

Table 7

The material function of the model of Bondar for SS304 steel

Материал SS304				
ϵ_{u*}^p	0	0,0015	1,0	100
C_p , МПа	110	105	105	125

Таблица 8

Материальная функция модели Бондаря для стали 12X18H10T

Table 8

Material function of the model of Bondar for 12X18H10T steel

Материал 12X18H10T									
ϵ_{u*}^p	0	0,001	0,0065	0,02	0,05	0,15	0,5	3,6	39
C_p , МПа	160	115	65	89	111	135	189	227	242

В модели Шабоса используются три эволюционных уравнения типа уравнений Армстронга–Фредерика–Кадашевича [34, 35]

$$\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\epsilon}_{ij}^p + g_a^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{\epsilon}_{u*}^p \quad (m = 1, 2, 3). \quad (18)$$

Здесь определяющие функции выражаются через материальные следующим образом:

$$g^{(m)} = \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)}, \quad g_a^{(m)} = -\beta^{(m)} \quad (m = 1, 2, 3). \quad (19)$$

Обычно параметр $\beta^{(1)}$ имеет порядок 10^1 , $\beta^{(2)} - 10^2$, а $\beta^{(3)} - 10^3$, и тогда каждое эволюционное уравнение будет отвечать соответственно микронапряжениям первого, второго и третьего типов.

Модифицированная модель Шабоса включает дополнительно четвертое эволюционное уравнение следующего вида:

$$a_{ij}^{(4)} = \frac{2}{3} g^{(4)} \dot{\epsilon}_{ij}^p + g_a^{(4)} a_{ij}^{(4)} \left\langle 1 - \frac{\sigma_a^{(4)}}{a_u^{(4)}} \right\rangle \dot{\epsilon}_{u*}^p. \quad (20)$$

Уравнение (18) относится к простейшему виду модели Шабоса. Этот простейший вид и заложен в конечно-элементных программных комплексах (ANSYS, SIMULIA Abaqus, COSMOS) расчета элементов конструкций. В настоящее время во многих работах [9–18] приводится значительное количество различных вариантов моделей со все возрастающей сложностью и большим количеством «подгоночных» параметров.

В табл. 9–12 приводятся материальные функции модели Шабоса для трех нержавеющей сталей.

Таблица 9

Материальные параметры модели Шабоса

Table 9

Material parameters of the model of Chaboche

№ п/п	Материал	$\beta^{(1)}$	$\sigma_a^{(1)}$, МПа	$\beta^{(2)}$	$\sigma_a^{(2)}$, МПа	$\beta^{(3)}$	$\sigma_a^{(3)}$, МПа
1	12X18H9	4,5	356	300	150	2500	70
2	SS304	5,0	700	230	73	2500	132
3	12X18H10T	2	600	300	150	3100	100

Таблица 10

Материальная функция модели Шабоса для стали 12X18H9

Table 10

Material function of the model of Chaboche for 12X18H9 steel

Материал 12X18H9								
ϵ_{u*}^p	0	0,0017	0,015	0,064	0,086	1,0	8,0	1000
C_{p2} , МПа	160	120	120	150	200	200	200	200

Таблица 11

Материальная функция модели Шабоса для стали SS304

Table 11

Material function of the model of Chaboche for SS304 steel

Материал SS304				
ϵ_{u*}^p	0	0,0015	1,0	100
C_{p2} , МПа	110	105	105	125

Таблица 12

Материальная функция модели Шабоса для стали 12X18H10T

Table 12

Material function of the model of Chaboche for 12X18H10T steel

Материал 12X18H10T									
ϵ_{u*}^p	0	0,0013	0,0043	0,0064	0,051	0,015	0,49	3,49	37,4
C_{p2} , МПа	200	124	83	63	80	102	139	172	220

Скорость накопленной пластической деформации для всех рассматриваемых моделей определяется для мягкого нагружения следующим образом:

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_*} \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}^*}{\sigma_u^*}, \quad (21)$$

$$E_* = \frac{dC_p}{d\varepsilon_{u^*}^p} + \sum_{m=1}^M g^{(m)} + \sum_{m=1}^M g_a^{(m)} a_u^{(m)*},$$

$$a_u^{(m)} = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^{(m)}}{\sigma_u^*} \quad (m = 1, \dots, M),$$

а для жесткого нагружения

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_* + 3G} 3G \frac{s_{ij}^* \dot{\varepsilon}_{ij}^*}{\sigma_u^*}, \quad (22)$$

$$G = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$

Для смешанных режимов нагружения уравнения для $\dot{\varepsilon}_{u^*}^p$ приводятся в работах [2–5].

Рассматривается одноосное напряженное состояние модельных образцов. Уравнения моделей сводятся к задаче Коши, которая численно интегрируется методом Рунге-Кутты четвертого порядка.

2. Пластичность при нестационарных и несимметричных режимах жесткого циклического деформирования

Сравнительный анализ вариантов теорий вначале проводится на результатах экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали 12Х18Н9 при жестком нестационарном несимметричном циклическом нагружении, состоящем из двух блоков (эксперимент НИИ механики ННГУ с участием В.С. Бондаря). На первом блоке образец сжимается до деформации 0,01, затем растягивается до деформации 0,05. Далее на втором блоке реализуется несимметричное жесткое циклическое деформирование с размахом деформации $\Delta\varepsilon = 0,01$ (от 0,04 до 0,05) вплоть до разрушения $N_f = 850$ циклов.

Здесь на втором блоке осуществляется посадка петли пластического гистерезиса (рис. 1, 2), и после 500-го цикла нагружения петля становится практически симметричной. На рис. 1, 2, приведено изменение среднего напряжения цикла в процессе циклического нагружения на втором блоке.

Экспериментальные результаты показаны светлыми кружками, а кривые 1–6 соответствуют расчетам по следующим моделям: 1 – модель Коротких; 2 – модель Бондаря; 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений третьего типа; 5, 6 – модель Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений.

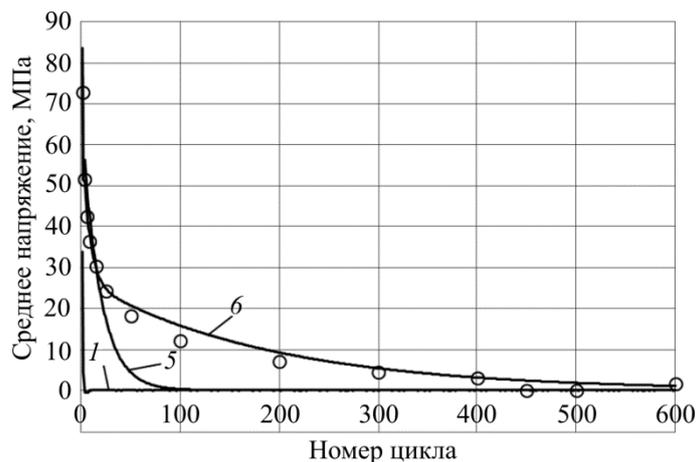


Рис. 1. Нержавеющая сталь 12X18H9. Посадка петли пластического гистерезиса: 1 – модель Коротких; 5, 6 – модель Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений
 Fig. 1. Stainless steel 12X18H9. Placing of the plastic hysteresis loop.
 1 is the model of Korotkih; 5 and 6 is the model of Chaboche with three and four evolution equations for microstresses

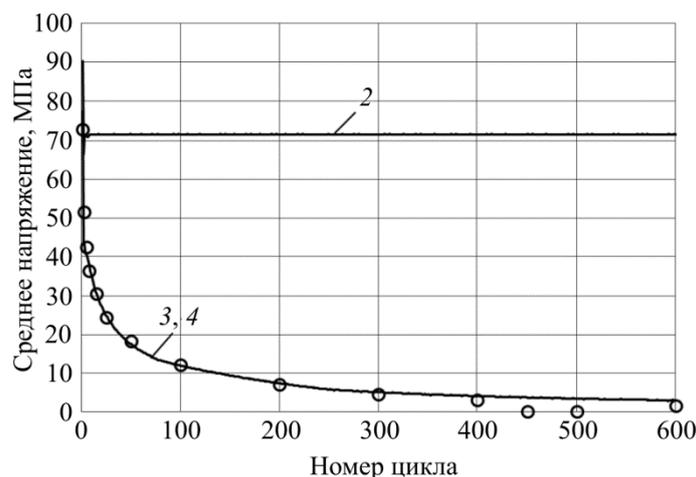


Рис. 2. Нержавеющая сталь 12X18H9. Посадка петли пластического гистерезиса: 2 – модель Бондаря; 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений Оно-Ванга
 Fig. 2. Stainless steel 12X18H9. Pacing of the plastic hysteresis loop.
 2 is the model of Bondar; 3 and 4 is the modified model of Bondar with and without microstresses of Ono-Wang

На основе результатов, представленных на рис. 1, 2, можно сделать следующие выводы:

- модель Коротких осуществляет посадку петли сразу же на первом цикле нагружения, т.е. эта модель не способна описать процесс посадки петли пластического гистерезиса;
- модель Бондаря сохраняет несимметричность петли гистерезиса от первого до последнего цикла нагружения и не способна описать процесс посадки петли пластического гистерезиса;
- модель Шабоша с тремя эволюционными уравнениями для микронапряжений удовлетворительно описывает процесс посадки на первых циклах нагружения, а далее процесс посадки существенно отличается от экспериментального и заканчивается после

80 циклов нагружения, т.е. эта модель неудовлетворительно описывает процесс посадки петли пластического гистерезиса;

– модель Шабоса с четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений, где первые два эволюционных уравнения при малых β ($\beta^{(1)} = 0,43$, $\beta^{(2)} = 11,3$) предназначены для описания процесса посадки, удовлетворительно описывают процесс посадки петли пластического гистерезиса;

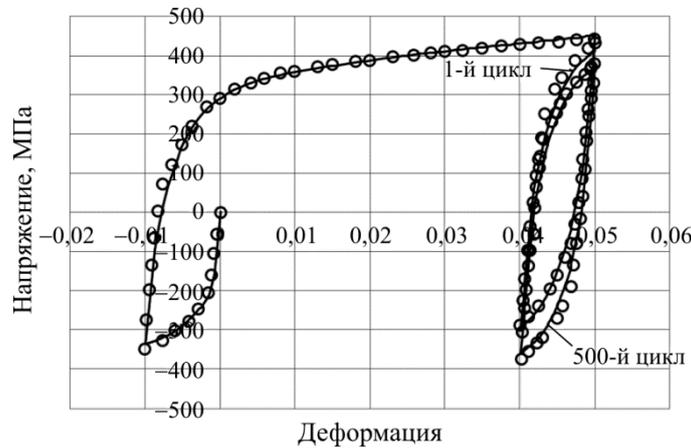


Рис. 3. Процесс деформирования стали 12X18H9
Fig. 3. Deformation process of steel 12X18H9

– модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений третьего типа наиболее достоверно описывает процесс посадки петли пластического гистерезиса. Следует отметить, что учет микронапряжений третьего типа в модифицированной модели Бондаря позволяет количественно лучше описать циклические петли, что и иллюстрирует рис. 3, где приведен весь процесс нагружения на втором блоке (первый и пятисотый циклы). Здесь светлые кружки – эксперимент, сплошные кривые – расчет.

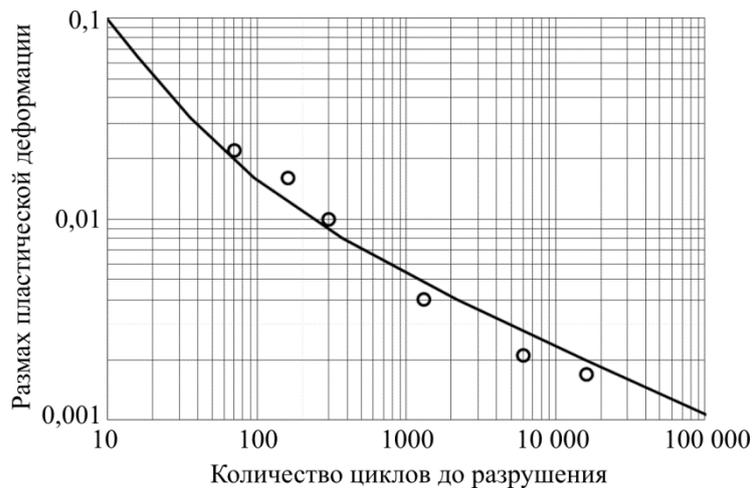


Рис. 4. Нержавеющая сталь 12X18H9. Кривая малоциклового усталости
Fig. 4. Stainless steel 12X18H9. Curve of the low-cycle fatigue

На рис. 4 приведены результаты исследования малоциклового усталости нержавеющей стали 12X18H9 при жестком симметричном циклическом нагружении, где светлые кружки – эксперимент (НИИ Механики ННГУ), а сплошная кривая – расчет на основе

модифицированной модели и кинетических уравнений накопления повреждений (модифицированная модель Бондаря). Расчетное число циклов до разрушения рассмотренного ранее двухблочного процесса монотонного и циклического нагружения составило $N_f = 790$ циклов (эксперимент 850 циклов). Сопоставление результатов расчетов и экспериментов показывает их удовлетворительное соответствие.

Таким образом, модифицированная модель Бондаря, включающая в себя кинетические уравнения накопления повреждений, может адекватно описывать процессы нестационарного жесткого циклического деформирования, состоящие из монотонных и циклических нагружений, а также нелинейные процессы накопления повреждений.

Для дополнительного обоснования этого утверждения рассматриваются экспериментальные исследования образцов из нержавеющей стали 12X18H10T в условиях жесткого одноосного растяжения-сжатия при нормальной температуре. Программа испытаний состоит из пяти блоков, включающих монотонные и циклические нагружения. На первом блоке реализуется 20 циклов симметричного жесткого циклического нагружения с размахом деформации $\Delta\varepsilon = 0,0016$. Затем на втором блоке происходит монотонное растяжение до деформации $\varepsilon = 0,05$. На третьем блоке реализуется 200 циклов несимметричного циклического нагружения с размахом $\Delta\varepsilon = 0,012$ и средней деформацией $\varepsilon_m = 0,044$. На данном блоке происходит посадка петли пластического гистерезиса. Далее на четвертом блоке реализуется монотонное растяжение до деформации $\varepsilon = 0,01$. На пятом блоке происходит несимметричное циклическое нагружение с размахом $\Delta\varepsilon = 0,012$ и средней деформацией $\varepsilon_m = 0,094$ вплоть до разрушения (расчетное $N_f = 2780$ циклов, эксперимент $N_f = 2800$ циклов). Здесь также происходит посадка петли пластического гистерезиса.

На рис. 5 приведены результаты расчета и эксперимента на первом блоке симметричного нагружения. Здесь светлые кружки и треугольники – эксперимент, а сплошная и пунктирная кривые – расчет соответственно для первого и четвертого циклов нагружения.

На рис. 6 показаны 20-й цикл симметричного нагружения, далее монотонное растяжение до деформации 0,05 и первый цикл несимметричного нагружения. Здесь светлые кружки – эксперимент, а сплошная кривая – расчет.

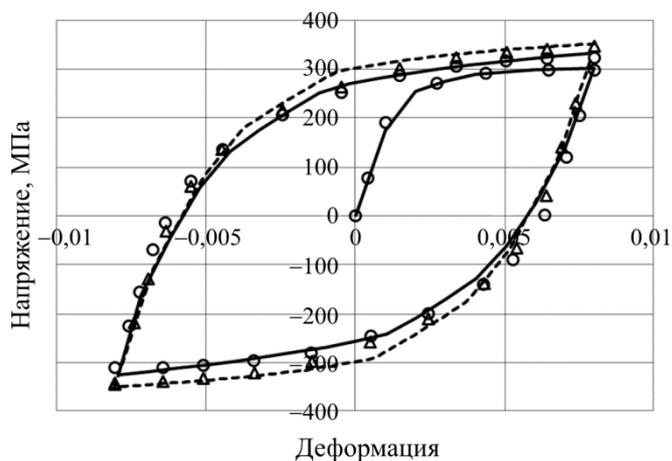


Рис. 5. Нержавеющая сталь 12X18H10T.

Циклические диаграммы на первом блоке нагружения

Fig. 5. Stainless steel 12 X18H10T. Cyclic diagrams at the first loading block

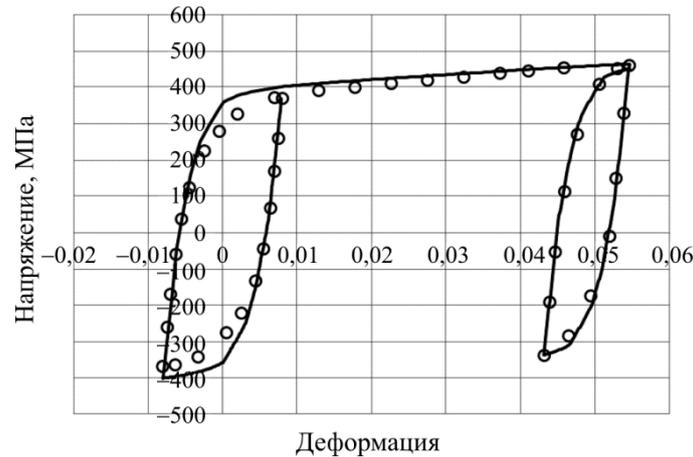


Рис. 6. Нержавеющая сталь 12X18H10T. Циклические диаграммы в конце первого и начале третьего блоков нагружения
 Fig. 6. Stainless steel 12 X18H10T. Cyclic diagrams in the end of the first and in the beginning of the third loading blocks

На рис. 7 показан 200-й цикл первого несимметричного нагружения, далее монотонное растяжение до деформации 0,01 и первый цикл несимметричного нагружения. Здесь также светлые кружки – эксперимент, а сплошная кривая – расчет.

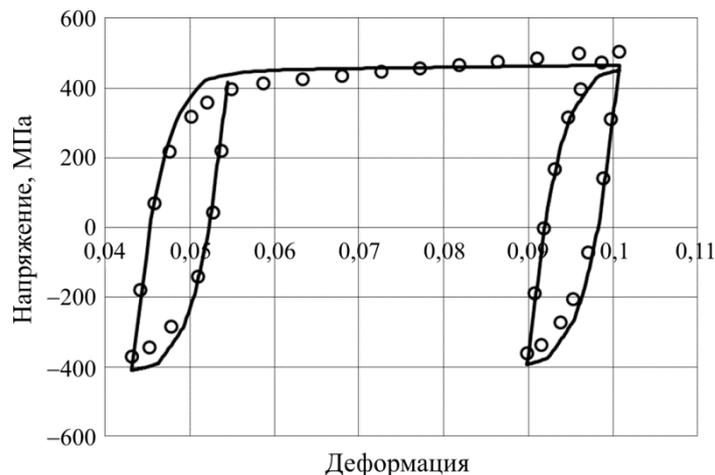


Рис. 7. Нержавеющая сталь 12X18H10T. Циклические диаграммы в конце третьего и начале пятого блоков нагружения
 Fig. 7. Stainless steel 12X18H10T. Cyclic diagrams in the end of the third and in the beginning of the fifth loading blocks

На рис. 8 и 9 приведены результаты, иллюстрирующие процессы посадки петли пластического гистерезиса соответственно на третьем и пятом блоках несимметричных циклических нагружений. Здесь также светлые кружки – эксперимент, а сплошные кривые – расчет на основе модифицированной модели Бондаря с учетом (кривая 3) и без учета (кривая 4) микронапряжений Оно-Ванга и модели Шабоша с четырьмя уравнениями для микронапряжений.

Приведенные выше результаты исследований показывают достаточную адекватность модифицированной модели Бондаря для описания нестационарных несимметричных жестких циклических процессов нагружения (как кинетики напряженного состояния, так и разрушения). Следует отметить, что для описания жестких процессов нагружения можно использовать модифицированную модель Бондаря и без учета микронапряжений третьего типа.

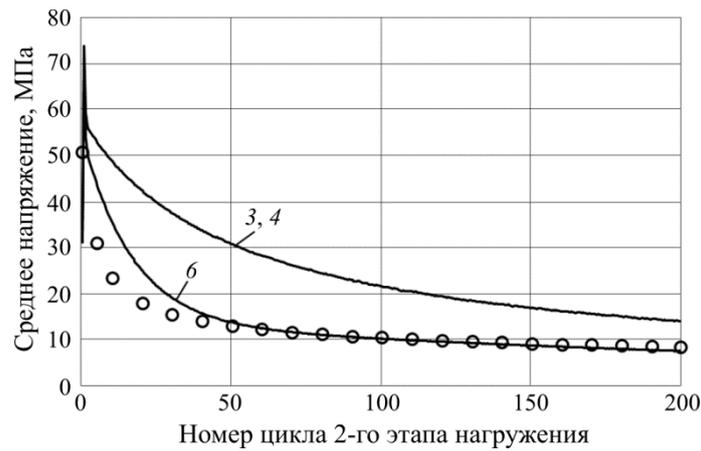


Рис. 8. Нержавеющая сталь 12X18H10T. Посадка петли пластического гистерезиса на третьем блоке нагружения: 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений Оно-Ванга; 6 – модель Шабоша с четырьмя уравнениями

Fig. 8. Stainless steel 12X18H10T. Placing the plastic hysteresis loop at the third loading block. 3, 4 is the modified model of Bondar with and without microstresses of Ono-Wang, 6 is the model of Chaboche with four equations

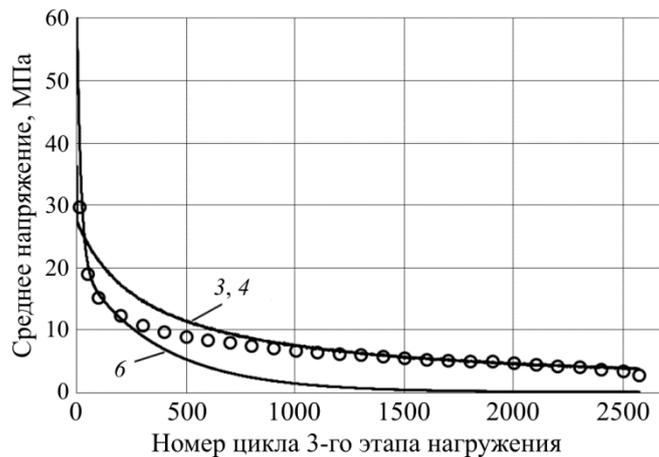


Рис. 9. Нержавеющая сталь 12X18H10T. Посадка петли пластического гистерезиса на пятом блоке нагружения: 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений Оно-Ванга; 6 – модель Шабоша с четырьмя уравнениями

Fig. 9. Stainless steel 12X18H10T. Placing of the plastic hysteresis loop at the fifth loading block. 3, 4 is the modified model of Bondar with and without microstresses of Ono-Wang, 6 is the model of Chaboche with four equations

3. Пластичность при нестационарных и несимметричных режимах мягкого циклического нагружения

Анализ вариантов теорий вначале проводится на результатах экспериментальных исследований [38, 39] образцов из нержавеющей стали SS304 при мягком нестационарном несимметричном циклическом нагружении. Нагружение состоит из трех блоков (по 50 циклов), на которых реализуются мягкие циклические нагружения с одинаковой ампли-

тудой $\sigma_a = 248$ МПа и разными значениями среднего напряжения $\sigma_m = 78, 117$ и 78 МПа. Здесь на всех блоках происходит вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса.

На рис. 10, 11 приведено изменение средней деформации цикла в процессе мягкого циклического нагружения, состоящего из трех блоков. Экспериментальные результаты показаны светлыми кружками, а кривые 1–6 соответствуют расчетам по следующим моделям: 1 – модель Коротких; 2 – модель Бондаря; 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений третьего типа; 5, 6 – модель Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений.

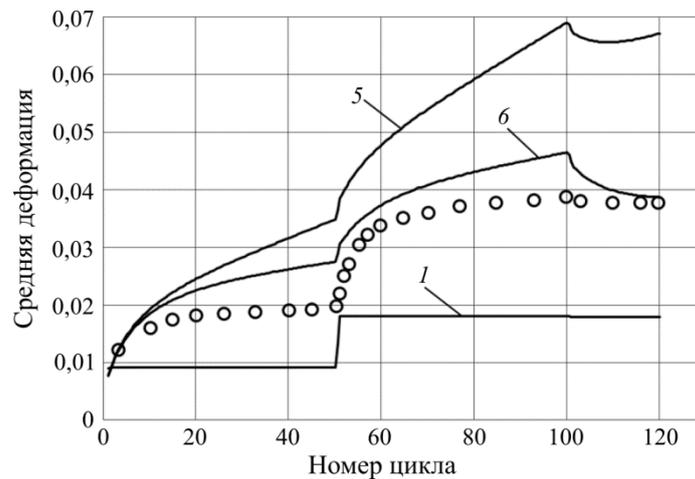


Рис. 10. Нержавеющая сталь SS304. Вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса: 1 – модель Коротких; 5 и 6 – модель Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений

Fig. 10. Stainless steel SS304. Ratcheting of the plastic hysteresis loop.

1 is the model of Korotkih, 5, 6 is the model of Chaboche with three and four evolution equations for microstresses

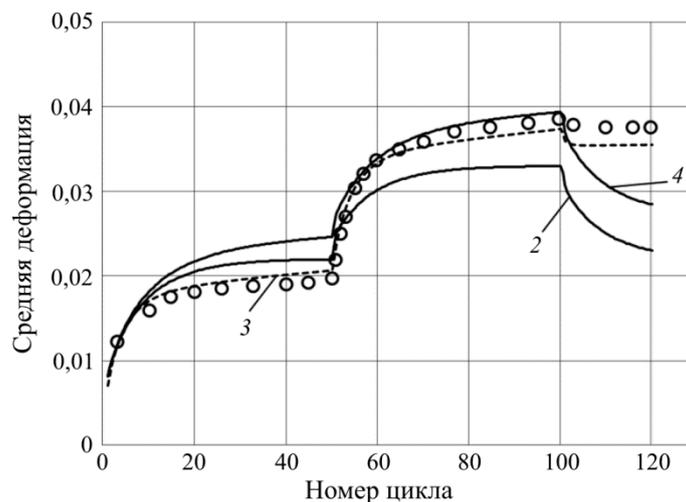


Рис. 11. Нержавеющая сталь SS304. Вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса: 2 – модель Бондаря; 3, 4 – модифицированная модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений Оно-Ванга

Fig. 11. Stainless steel SS 304. Ratcheting of the plastic hysteresis loop.

2 is the model of Bondar, 3, 4 is the modified model of Bondar with and without microstresses of Ono-Wang

На основе результатов, представленных на рис. 10, 11, можно сделать следующие выводы:

– модель Коротких не способна описать процесс вышагивания при мягком несимметричном нагружении;

– модель Бондаря удовлетворительно описывает процесс вышагивания на первом блоке, хуже на втором и плохо на третьем;

– модифицированная модель Бондаря без учета микронапряжений третьего типа удовлетворительно описывает процесс вышагивания на втором блоке, хуже на первом и плохо на третьем;

– модели Шабоша с тремя и четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений количественно плохо описывают процессы вышагивания на всех блоках при лучшем соответствии эксперименту модели с четырьмя уравнениями, где первые два эволюционных уравнения при малых $\beta(\beta^{(1)} = 0,5, \beta^{(2)} = 5)$ предназначены для более точного описания процесса вышагивания;

– модифицированная модель Бондаря, учитывающая микронапряжения третьего типа, достаточно надежно описывает процессы вышагивания на всех трех блоках нагружения.

Таким образом, модифицированная модель Бондаря, учитывающая микронапряжения третьего типа, может адекватно описывать процессы нестационарного несимметричного мягкого циклического нагружения, состоящего из блоков с возрастающей и убывающей асимметрией циклов.

Для дополнительного обоснования этого утверждения рассматриваются экспериментальные исследования образцов из нержавеющей стали 12Х18Н10Т в условиях мягкого одноосного растяжения-сжатия при нормальной температуре. Программа испытаний состоит из пяти блоков. Первый и пятый блоки представляют собой симметричные циклические нагружения с одинаковыми размахами напряжений $\Delta\sigma = 600$ МПа (средние напряжения $\sigma_m = 0$). На втором, третьем, четвертом блоках реализуются несимметричные циклические нагружения с размахами напряжений $\Delta\sigma = 650, 700, 650$ МПа и средними напряжениями $\sigma_m = 25, 50, 25$ МПа соответственно. На всех блоках осуществляется по 20 циклов нагружения. Следует отметить, что на всех блоках, кроме первого, наблюдается вышагивание (ratcheting) петли пластического гистерезиса в сторону увеличения и уменьшения средней деформации цикла.

На рис. 12 приведены изменения средней деформации цикла в процессе мягкого циклического нагружения, состоящего из пяти блоков. Экспериментальные результаты показаны светлыми кружками, а результаты расчетов на основе модифицированной модели Бондаря с учетом и без учета микронапряжений третьего типа – сплошными кривыми 3 и 4. Здесь также приведены результаты расчета на основе модели Шабоша с четырьмя эволюционными уравнениями для микронапряжений – кривая 6.

Для обоснования работоспособности модифицированной модели Бондаря с микронапряжениями третьего типа и кинетических уравнений накопления повреждений образец из нержавеющей стали 12Х18Н10Т после пяти блоков нагружения был доведен до разрушения при симметричном циклическом мягком нагружении с размахом $\Delta\sigma = 800$ МПа.

Экспериментальное число циклов составило $N_f = 10000$, а расчетное число циклов по

энергии разрушения $W_f = 480 \frac{\text{Дж}}{\text{см}^3}$, полученной при пятиблочном жестком циклическом

деформировании, составило $N_f = 9760$.

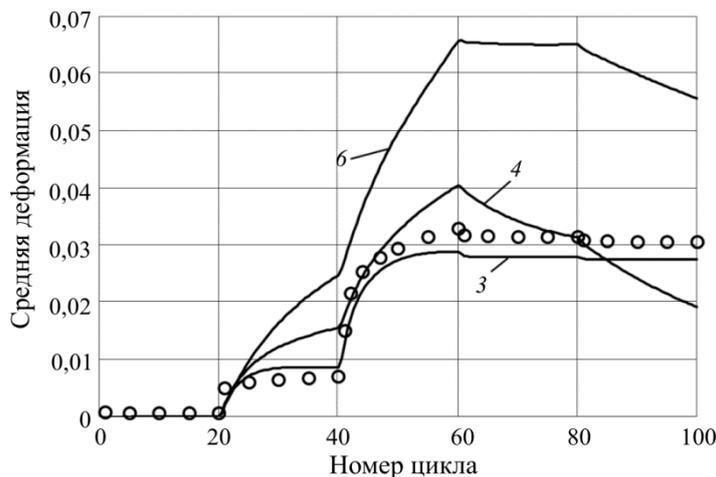


Рис. 12. Нержавеющая сталь 12X18H10T. Мягкое циклическое нагружение: 3 и 4 – модель Бондаря с учетом и без учета микронапряжений Оно-Ванга; 6 – модель Шабоса с четырьмя уравнениями для микронапряжений
 Fig. 12. Stainless steel 12X18H10T. Soft cyclic loading. 3 and 4 is the model of Bondar with and without microstresses of Ono-Wang, 6 is the model of Chaboche with four equations for microstresses

Приведенные выше результаты исследований показывают достаточную адекватность модифицированной модели Бондаря (с микронапряжениями третьего типа) и кинетических уравнений накопления повреждений для описания кинетики деформированного состояния и разрушения в условиях нестационарных несимметричных мягких циклических процессов нагружения.

Заключение

На основе результатов экспериментальных исследований образцов из нержавеющей сталей 12X18H9, SS304 и 12X18H10T при жестком (контролируемые деформации) и мягком (контролируемые напряжения) циклических нагружениях в условиях одноосного растяжения-сжатия и нормальной температуры проведен сравнительный анализ наиболее применяемых в настоящее время в практических расчетах вариантов теорий пластичности – модели Коротких, Бондаря и Шабоса.

Рассмотрены нестационарные несимметричные процессы нагружения, включающие последовательности циклических и монотонных нагружений, а также явления посадки и вышагивания (ratcheting) петли пластического гистерезиса. Проведено сопоставление как кинетики напряженно-деформированного состояния, так и числа циклов до разрушения, получаемых в расчетах и экспериментах.

Показано, что модифицированная модель Бондаря, включающая микронапряжения третьего типа (Оно-Ванга) и кинетические уравнения накопления повреждений, наиболее адекватно по сравнению с другими моделями описывает кинетику напряженно-деформированного состояния и разрушения в условиях нестационарных несимметричных циклических процессов нагружения и может быть рекомендована для практических расчетов кинетики напряженно-деформированного состояния и ресурса конструкций в условиях произвольного воздействия нагрузок.

Библиографический список

1. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. Микронапряжения в конструкционных материалах. – Л.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
2. Бондарь В.С. Неупругое поведение и разрушение материалов и конструкции при сложном неизотермическом нагружении: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – М.: Изд-во МАМИ, 1990. – 314 с.
3. Бондарь В.С. Неупругость. Варианты теории. – М.: Физматлит, 2004. – 144 с.
4. Бондарь В.С., Даншин В.В. Пластичность. Пропорциональные и непропорциональные нагружения. – М.: Физматлит, 2008. – 176 с.
5. Bondar V.S. Inelasticity. Variants of the theory. – New York: Begell House, 2013. – 194 p.
6. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
7. Прикладная теория пластичности / Митенков Ф.М. [и др.]. – М.: Физматлит, 2015. – 284 с.
8. Прикладная теория вязкопластичности: моногр. / Волков И.А. [и др.]. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 2015. – 318 с.
9. Нелинейная механика материалов / Бессон Ж. [и др.]. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 397 с.
10. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation // *Int. J. of Plasticity*. – 2002. – Vol. 18. – P. 873–894.
11. Uniaxial ratcheting and fatigue failure of tempered 42CrMo steel: Damage evolution and damage-coupled viscoplastic constitutive model / G. Kang, Y. Liu, J. Ding, Q. Gao // *Int. J. of Plasticity*. – 2009. – Vol. 25. – P. 838–860.
12. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature // *Int. J. of Plasticity*. – 2009. – Vol. 26 (3). – P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005
13. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories // *Int. J. of Plasticity*. – 2008. – Vol. 24. – P. 1642–1692.
14. Rahman S.M., Hassan T., Corona E. Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure // *Int. J. of Plasticity*. – 2008. – Vol. 24. – P. 1756–1791.
15. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratchetting // *Int. J. of Plasticity*. – 2009. – Vol. 25. – P. 1560–1587.
16. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratchetting // *Int. J. of Plasticity*. – 2010. – Vol. 26. – P. 711–730.
17. Dafalias Y.F., Feigenbaum H.P. Biaxial ratchetting with novel variations of kinematic hardening // *Int. J. of Plasticity*. – 2011. – Vol. 27. – P. 479–491.
18. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions // *Int. J. of Plasticity*. – 2012. – Vol. 35. – P. 44–66.
19. Multiaxial ratcheting with advanced kinematic and directional distortional hardening rules / H.P. Feigenbaum, J. Dugdale, Y.F. Dafalias, K.I. Kourousis, J. Plešek // *Int. J. of Solids and Structures*. – 2012. – Vol. 49 (22). – P. 3063–3076.
20. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratchetting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models // *Int. J. Plasticity*. – 2008. – Vol. 24 – P. 1863–1889.
21. Effect of dynamic strain aging on isotropic hardening in low cycle fatigue for carbon manganese steel / Z.Y. Huang, J.L. Chaboche, Q.Y. Wang, D. Wagner, C. Bathias // *Materials Science and Engineering*. – 2014. – A589. – P. 34–40.

22. Jiang Y., Zhang J. Benchmark experiments and characteristic cyclic plasticity Deformation // *Int. J. of Plasticity*. – 2008. – Vol. 24. – P. 1481–1515.
23. Kang G., Kan Q. Constitutive modeling for uniaxial time-dependent ratcheting of SS304 stainless steel // *Mech. Mater.* – 2007. – Vol. 39. – P. 488–499.
24. Uniaxial ratcheting and fatigue failure of tempered 42CrMo steel: damage evolution and damage-coupled viscoplastic constitutive model / G. Kang, Y. Liu, J. Ding, Q. Gao // *Int. J. Plasticity*. – 2009. – Vol. 25. – P. 838–860.
25. Multi-mechanism modeling of proportional and non-proportional ratcheting of stainless steel 304 / K. Saï, L. Taleb, F. Guesmi, G. Cailletaud // *Acta Mechanica*. – 2014. – Vol. 225 (11). – P. 3265–3283.
26. Taleb L., Cailletaud G. Cyclic accumulation of the inelastic strain in the 304L SS under stress control at room temperature: Ratcheting or creep // *Int. J. Plasticity*. – 2011. – Vol. 27 (12). – P. 1936–1958.
27. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control // *Int. J. Plasticity*. – 2013. – Vol. 43. – P. 1–19.
28. Taleb L., Cailletaud G., Saï K. Experimental and numerical analysis about the cyclic behavior of the 304L and 316L stainless steels at 350 °C // *Int. J. Plasticity*. – 2014. – Vol. 61. – P. 32–48.
29. Бондарь В.С., Даншин В.В., Макаров Д.А. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2014. – № 2. – С. 125–152.
30. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термопластичности // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2015. – № 2. – С. 21–35. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.2.02
31. Бондарь В.С., Даншин В.В., Кондратенко А.А. Вариант теории термовязкопластичности // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2016. – № 1. – С. 39–56. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.03
32. Абашев Д.Р., Горохов В.Б., Крохин И.А. Моделирование циклического деформирования материалов с учетом его особенностей // *Космонавтика и ракетостроение*. – 2013. – № 2. – С. 42–47.
33. Абашев Д.Р., Горохов В.Б., Крохин И.А. Моделирование процессов симметризации петли упругопластического гистерезиса при циклических нагружениях // *Космонавтика и ракетостроение*. – 2015. – № 3. – С. 5–11.
34. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect // *CEGB Report No. RD/B/N/ 731*. – 1966.
35. Кадашевич Ю.И. О различных тензорно-линейных соотношениях в теории пластичности // *Исследования по упругости и пластичности*. – Л.: Изд-во ЛГУ. – 1967. – Вып.6. – С. 39–45.
36. Ишлинский А.Ю. Общая теория пластичности с линейным упрочнением // *Укр. мат. журн.* – 1954. – Т. 6, вып. 3. – С. 314–324.
37. Prager W. The theory of plasticity: A Survey of Recent Achievements // *Proc. Inst. Mech. Engrs.* – London, 1955. – Vol. 169. – P. 41.
38. Guozheng Kang, Qing Gao, Lixun Cai, Yafang Sun. Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures // *Nuclear Engineering and Design*. – 2002. – Vol. 216. – P. 13–26.
39. Guozheng Kang, Qing Gao, Xianjie Yang. Uniaxial cyclic ratcheting and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures // *Mechanics of Materials*. – 2002. – Vol. 34. – P. 145–159.
40. Бондарь В.С., Бурчаков С.В., Даншин В.В. Математическое моделирование процессов упругопластического деформирования и разрушения материалов при циклических нагружениях // *Проблемы прочности и пластичности: межвуз. сб.* – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та. – 2010. – Вып. 72. – С. 18–27.

41. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior // *International Journal of Plasticity*. – 1993. – Vol. 9. – P. 375–390.

42. Бондарь В.С., Даншин В.В., Алхимов Д.А. Анализ циклического деформирования и маломногоциклового усталости в условиях одноосного напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 52–71. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.04

43. Бондарь В.С. Некоторые новые результаты исследования пластичности материалов при сложном нагружении // Упругость и неупругость. – М.: ЛЕНАНД, 2006. – С. 94–109.

References

1. Novozhilov V.V., Kadashevich Iu.I. Mikronapriazheniia v konstruktsionnykh materialakh [Backstresses in structural materials]. *Leningrad, Mashinostroenie*, 1990, 224 p.

2. Bondar' V.S. Neuprugoe povedenie i razrushenie materialov i konstruktsii pri slozhnom neizotermicheskom nagruzhении [Inelastic behavior and fracture of materials and structures with complex non-isothermal loading]: *dis....d-ra fiz.-mat. nauk. Moscow: Izd-vo MAMI*, 1990, 314 p.

3. Bondar V.S. Neuprugost'. Varianty teorii [Inelasticity. Variants of the theory]. *Moscow, Fizmatlit*, 2004, 144 p.

4. Bondar V.S., Danshin V.V. Plastichnost'. Proporcional'nye i neproporcional'nye nagruzheniia [Plasticity. Proportional and disproportionate loading]. *Moscow, Fizmatlit*, 2008, 176 p.

5. Bondar V.S. Inelasticity. Variants of the theory. New York, Begell House, 2013, 194 p.

6. Volkov I.A., Korotkih Ju.G. Uravneniia sostojaniia vjzakuprugoplasticheskikh sred s povrezhdenijami [The equation of state viscous elastoplastic media with injuries]. *Moscow, Fizmatlit*, 2008, 424 p.

7. Mitenkov F.M., Volkov I.A., Igumnov L.A., Kapliencko A.V., Korotkikh Iu.G., Panov V.A. Prikladnaia teoriia plastichnosti. *Moscow, Fizmatlit*, 2015, 284 p.

8. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Iu.G. Prikladnaia teoriia vjzakuplastichnosti [Applied theory of viscoplasticity: monograph]. *Nizhnii Novgorod, Izdatel'stvo Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2015, 318 p.

9. Besson Zh., Kaeto Zh., J.-L. Chaboche, Forest T.S. Nelineinaia mekhanika materialov [Nonlinear mechanics of materials]. *Saint Petersburg, Izdatel'stvo politekhnicheskogo universiteta*, 2010, 397 p.

10. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *Int. J. of Plasticity*, 2002, vol.18, pp. 873-894.

11. Kang G., Liu Y., Ding J., Gao Q. Uniaxial ratcheting and fatigue failure of tempered 42CrMo steel: Damage evolution and damage-coupled viscoplastic constitutive model. *Int. J. of Plasticity*, 2009, vol. 25, pp. 838-860.

12. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *Int. J. of Plasticity*, 2009, vol.26(3), pp. 441-465. DOI:10.1016/j.ijplas.2009.08.005

13. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. of Plasticity*, 2008, vol. 24, pp. 1642-1692.

14. Rahman S.M., Hassan T., Corona E., Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure. *Int. J. of Plasticity*, 2008, vol. 24, pp. 1756-1791.

15. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratchetting. *Int. J. of Plasticity*, 2009, vol. 25, pp. 1560-1587.

16. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratchetting. *Int. J. of Plasticity*, 2010, vol. 26, pp. 711-730.

17. Dafalias Y.F., Feigenbaum H.P. Biaxial ratchetting with novel variations of kinematic hardening. *Int. J. of Plasticity*, 2011, vol. 27, pp. 479-491.

18. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *Int. J. of Plasticity*, 2012, vol. 35, pp. 44-66.

19. Feigenbaum H.P., Dugdale J., Dafalias Y.F., Kourousis K.I., Plesek J. Multiaxial ratcheting with advanced kinematic and directional distortional hardening rules. *Int. J. of Solids and Structures*, 2012, vol. 49 (22), pp. 3063-3076.

20. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of non-proportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *Int. J. Plasticity*, 2008, vol. 24, pp.1863-1889.

21. Huang Z.Y., Chaboche J.L., Wang Q.Y., Wagner D., Bathias C. Effect of dynamic strain aging on isotropic hardening in low cycle fatigue for carbon manganese steel. *Materials Science and Engineering*, 2014, A589, pp. 34-40.
22. Jiang Y., Zhang J., Benchmark experiments and characteristic cyclic plasticity Deformation. *Int. J. of Plasticity*, 2008, vol.24, pp. 1481-1515.
23. Kang G., Kan Q. Constitutive modeling for uniaxial time-dependent ratcheting of SS304 stainless steel. *Mech. Mater.*, 2007, vol. 39, pp. 488-499.
24. Kang G., Liu Y., Ding J., Gao Q. Uniaxial ratcheting and fatigue failure of tempered 42CrMo steel: damage evolution and damage-coupled viscoplastic constitutive model. *Int. J. Plasticity*, 2009, vol.25, pp. 838-860.
25. Saï K., Taleb L., Guesmi F., Cailletaud G. Multi-mechanism modeling of proportional and non- proportional ratcheting of stainless steel 304. *Acta Mechanica*, 2014, vol. 225 (11), pp. 3265- 3283.
26. Taleb L., Cailletaud G. Cyclic accumulation of the inelastic strain in the 304L SS under stress control at room temperature: Ratcheting or creep. *Int. J. Plasticity*, 2011, vol. 27 (12), pp. 1936-1958.
27. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *Int. J. Plasticity*, 2013, vol. 43, pp. 1-19.
28. Taleb L., Cailletaud G., Saï K. Experimental and numerical analysis about the cyclic behavior of the 304L and 316L stainless steels at 350 °C. *Int. J. Plasticity*, 2014, vol. 61, pp. 32-48.
29. Bondar' V.S., Danshin V.V., Makarov D.A. Matematicheskoe modelirovanie processov deformirovanija i nakoplenija povrezhdenij pri ciklicheskih nagruzenijah [Mathematical modelling of deformation and damage accumulation under cyclic loading]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2014, No.2, pp. 125-152.
30. Bondar V.S., Danshin V.V., Kondratenko A.A. Version of the theory of thermoplasticity. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, No.2, pp. 21-35. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.2.02
31. Bondar V.S., Danshin V.V., Kondratenko A.A. Variant of thermoviscoplasticity theory, *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016, No. 1, pp. 39-56. doi: 10.15593/perm.mech/2016.1.03
32. Abashev D.R., Gorokhov V.B., Krokhin I.A. Modeling of Cyclic Deformation of Materials, Taking into Account its Features. *Cosmonautics and rocket engineering*, 2013, No. 2, pp. 42-17.
33. Abashev D.R., Gorokhov V.B., Krokhin I.A. Modelling of Symmetrization Processes of Elastoplastic Hysteresis Loop During Cyclic Loading. *Cosmonautics and rocket engineering*, 2015, No.3, pp. 5-11.
34. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. *CEGB Report*, 1966, No. RD/B/N/ 731.
35. Kadashevich Ju.I. O razlichnyh tenzorno-linejnyh sootnoshenijah v teorii plastichnosti [About the different tensor-linear correlations in the theory of plasticity]. *Issledovanija po uprugosti i plastichnosti – Studies in elasticity and plasticity*, Leningrad, Izdatel'stvo Leningradskogo gosudarstvennogo universiteta, 1967, iss. 6, pp. 39-45.
36. Ishlinskij A.Ju. Obshhaja teorija plastichnosti s linejnym uprochneniem [General theory of plasticity with linear hardening]. *Ukrainian mathematical journal*, 1954, vol. 6 (3), pp. 314-324
37. Prager W. The theory of plasticity: A Survey of Recent Achievements. *London, Proc. Inst. Mech. Engrs*, 1955, 169.41.
38. Guozheng Kang, Qing Gao, Lixun Cai, Yafang Sun. Experimental study on uniaxial and nonproportionally multiaxial ratcheting of SS304 stainless steel at room and high temperatures. *Nuclear Engineering and Design*, 2002, vol. 216, pp. 13–26.
39. Guozheng Kang, Qing Gao, Xianjie Yang. Uniaxial cyclic ratcheting and plastic flow properties of SS304 stainless steel at room and elevated temperatures. *Mechanics of Materials*, 2002, vol. 34, pp. 145–159.
40. Bondar V.S., Burchakov S.V., Danshin V.V. Matematicheskoe modelirovanie processov uprugoplasticheskogo deformirovanija i razrushenija materialov pri ciklicheskih nagruzenijah [Mathematical modeling of the elastic-plastic deformation and fracture of materials under cyclic loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti: Mezhvuzovskij sbornik*, Nizhnij Novgorod: Izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta, 2010, iss. 72, pp. 18-27.
41. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior. *International Journal of Plasticity*, 1993, vol. 9, pp. 375-390
42. Bondar' V.S., Danshin V.V., Alkhimov D.A. Analysis on cyclic deformation and Low-high- cycle fatigue in uniaxial stress state. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no. 4, pp. 52-71. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.04
43. Bondar' V.S. Nekotorye novye rezul'taty issledovanija plastichnosti materialov pri slozhnom nagruzenii. *Moscow–Lenand, Uprugost' i neuprugost'*. 2006, pp. 94-109.