Кукуджанов К.В. О залечивании поврежденности металла высокоэнергетическим импульсным электромагнитным полем // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 2. – С. 99–124. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.06

Kukudzhanov K.V. On healing metal damages using high-energy pulsed electromagnetic field. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no.2, pp. 99-124. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.06



# ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА № 2, 2017

PNRPU MECHANICS BULLETIN

http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/



DOI 10.15593/perm.mech/2017.2.06 УДК 539.3

# О ЗАЛЕЧИВАНИИ ПОВРЕЖДЕННОСТИ МЕТАЛЛА ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКИМ ИМПУЛЬСНЫМ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫМ ПОЛЕМ

# К.В. Кукуджанов<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского Российской академии наук, Москва, Россия <sup>2</sup>Московский физико-технический институт, Москва, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 25 апреля 2017 г. Принята: 13 июня 2017 г. Опубликована: 30 июня 2017 г.

#### Ключевые слова:

залечивание, микротрещины, торможение трещин, взаимодействие, микродефекты, электропластичность, высокоэнергетическое электромагнитное поле, импульс тока, локализация, фазовые переходы, плавление, испарение.

### аннотация

При воздействии электромагнитным полем на проводник происходит концентрация поля на дефектах структуры материала. В частности, это инициирует протекание электрических, термических и механических процессов в окрестности микродефектов (пор, трещин, включений и т.п.).

Исследуются процессы трансформации и взаимодействия дефектов типа плоских межзеренных микротрещин с линейными размерами порядка 10 мкм, протекающие в материале при обработке металлических образцов импульсным высокоэнергетическим электромагнитным полем, вызывающим в материале короткий импульс электрического тока высокой плотности.

Исследование осуществляется численно на основе связанной модели воздействия интенсивным импульсным электромагнитным полем на предварительно поврежденный термоупругопластический материал с дефектами, которая учитывает плавление и испарение металла, а также зависимость всех его физикомеханических свойств от температуры. Решение получающейся системы уравнений ищется методом конечных элементов на подвижных сетках с использованием смешанного эйлер-лагранжева метода.

Моделирование показало, что одновременное уменьшение длины, выброса расплавленного металла внутрь трещины и смыкание берегов приводит к тому, что берега трещины начинают контактировать со струей расплавленного материала, и в результате этих процессов струя оказывается полностью зажатой берегами трещины. Таким образом, под действием импульсов тока происходит сварка трещины и залечивание микродефектов. При этом объем микродефектов уменьшается во времени.

В настоящей работе для макроскопического описания процессов залечивания вводятся параметры залеченности и поврежденности материала. Параметр залеченности определяется как отношение изменения объема микротрещины к начальному объему микротрещины в конкретный момент времени при воздействии на материал электромагнитным полем. Под поврежденностью (пористостью) понимается отношение объема микротрещины в конкретный момент времени к объему представительного элемента. Залечивание микротрещин приводит к увеличению залеченности.

Исследуются процессы изменения залеченности и поврежденности материала от времени при воздействии на материал током. Рассматриваются вопросы о вы-

© Кукуджанов Константин Владимирович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, e-mail: kconstantin@mail.ru



Konstantin V. Kukudzhanov – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Senior Research, e-mail: kconstantin@mail.ru

боре предпочтительных областей интегрирования при моделировании рассматриваемых процессов. Изучается влияние расстояния между микротрещинами и их взаимного расположения друг относительно друга на изменения залеченности и поврежденности материала во времени.

Моделирование рассматриваемых процессов во всем исследуемом диапазоне расстояний между дефектами (или, равносильно, при любой начальной поврежденности) показало, что зависимости залеченности и поврежденности от времени не будут различаться от того, вычисляем мы их в областях интегрирования, состоящих из одного или же нескольких представительных элементов.

Расположение микротрещин друг относительно друга и расстояние между ними не влияет на изменения залеченности и поврежденности материала во времени при воздействии на материал током. На эти изменения влияет лишь величина начальной поврежденности материала. Изменения залеченности и поврежденности материала во времени будет происходить практически одинаково для любых различающихся взаимных расположений микротрещин при условии, что для этих случаев расположения дефектов начальные поврежденности равны.

На основе результатов моделирования получены приближенные кусочнолинейные зависимости изменения залеченности и поврежденности от времени и начальной поврежденности материала. Из данных зависимостей следует, что до определенного момента времени все микротрещины в материале (независимо от того, какой была начальная поврежденность материала) не залечиваются и поврежденность материала не меняется под действием тока. После этого момента времени стартует процесс залечивания микротрещин. При этом под действием тока со временем поврежденность материала уменьшается во времени с постоянной скоростью (которая не зависит от начальной поврежденности), в то время как залеченность растет со скоростью, которая обратно пропорциональна начальной поврежденности материала.

© ПНИПУ

# ON HEALING METAL DAMAGES USING HIGH-ENERGY PULSED ELECTROMAGNETIC FIELD

# K.V. Kukudzhanov<sup>1,2</sup>

<sup>1</sup>Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Moscow Institute of Physics and Technology, Moscow, Russian Federation

#### ARTICLE INFO

Received: 25 April 2017 Accepted: 13 June 2017 Published: 30 June 2017

#### Keywords:

healing, micro-cracks, cracks arrest, interaction, micro-defects, electroplasticity, high-energy electromagnetic field, pulse current, localization, phase transitions, melting, evaporation.

#### ABSTRACT

The concentration of the field takes place on the structural defects of the material, if it is affected by the electromagnetic field. In particular, it initiates electrical, thermal and mechanical processes in the vicinity of micro-defects (cracks, pores, inclusions, etc.).

The transformation and interaction of defects are investigated in the article, e.g. the flat intergranular micro-cracks with linear dimensions of the order of 10 microns. These processes occur in the material when the metal samples are treated with a high-energy pulsed electromagnetic field which induces a short pulse of a high density electrical current in the material.

The study uses the numerical coupled model related to the impact of the highenergy electromagnetic field on the pre-damaged thermal elastoplastic material with defects. This model considers the metal's melting and evaporation, as well as the dependence of its physical and mechanical properties on temperature. The system of equations is solved numerically using the finite elements method on adaptive lattices using the alternative method of Euler-Lagrange.

The simulation shows that the treatment by the short pulse of current results in the welding of the crack and healing of the micro-defects. The healing occurs due to a simultaneous reduction of length, ejection of the molten metal into the cracks and closing of microcrack edges. It leads to the fact that the edges of the crack start to contact the jet stream of the molten material, and, finally, the stream becomes completely jammed by the crack's edges. Meanwhile the volume of the micro-crack starts to decrease in time.

In this paper, the material healing and damage parameters are introduced for the macroscopic description of the healing process. The parameter of healing is determined as a relation of the micro-crack's change of volume to the initial micro-crack's volume at a time when the material is affected by the electromagnetic field. The damage (porosity) is understood as a ratio of the micro-crack's volume at a time to the volume of the representative element. The healing of micro-cracks increases the material's healing parameter and reduces its damage.

The paper studies the changes in the material's healing and damage parameters depending on time under the action of the current pulse. The issues of selecting the preferred regions of integration in modeling the considered processes are researched. It is investigated how the distance between the micro-cracks and their mutual arrangement influence the healing and damage over time.

The simulation of the considered processes in the entire investigated range of distances between the defects (or, for any initial damage equivalently) have shown that the dependences of the healing and damage on the time will not be different, no matter if we calculate these dependences in the regions of integration consisting of one or several representative elements.

The arrangement of micro-cracks relative to each other and the distance between them do not affect the dependences of the healing and damage on the time under the current pulse. These changes are affected by the value of the initial damage only. The dependences of healing and damage on time will be practically the same for all different mutual arrangements of micro-cracks provided that the initial damages are equal for these different mutual arrangements of defects.

Based on the simulation results, the approximate piecewise-linear dependences of healing and damage on time and the initial damage are obtained. It is clear that until a certain moment all the micro-cracks in the material (regardless of the initial damage) are not healed or damaged when they are affected by the current. After this moment, the process of micro-cracks' healing starts. Meanwhile, under the action of the current, the material's damage decreases over time at a constant rate (independent of the initial damage), while the healing increases over time at a rate inversely proportional to the initial damage of the material.

## Введение

Механика деформируемого твердого тела трактует поврежденность как нарушение сплошности структуры материала под действием внешнего воздействия [1–9]. При этом под разрушением понимается потеря материалом (изделием) способности сопротивляться деформации вследствие нарушения внутренних связей.

Континуальные теории разрушения (теории повреждающихся сред) [2–13] рассматривают разрушение как процесс, развивающийся под действием внешнего воздействия, а поврежденность как один из параметров состояния, который характеризует процесс развития разрушения. В основе теорий повреждающихся сред лежат экспериментальные данные, в соответствии с которыми разрушению изделия предшествуют физические процессы зарождения, роста и накопления в материале точечных и линейных дефектов, микротрещин, микропор, мезотрещин и т.д. Данные теории нашли многочисленные экспериментальные подтверждения и продолжают интенсивно развиваться [9–16].

В первых работах теории повреждающихся сред [1–3] поврежденность ассоциировалась с образованием в материале пустот (пористости) вследствие образования и развития микротрещин и микропор в процессе нагружения. В настоящей работе мы изучаем процессы, происходящие на микроскопическом уровне в поликристаллическом металле, поэтому будем придерживаться именно такого «естественного» определения поврежденности.

Вопросы об изменениях поврежденности и тем более закономерностях этих изменений в процессе воздействия на материал высокоэнергетическим электромагнитным полем оставались неизученными. Это объяснялось неясностью механизмов, лежащих в основе уменьшения поврежденности материала при таком воздействии, сложностями математического моделирования рассматриваемого воздействия, а также тем, что проведенные эксперименты свидетельствовали об этом лишь косвенным образом.

Между тем хорошо известно, что при протекании тока в проводнике происходит концентрация электромагнитного поля на неоднородностях в материале [17]. Однако на то, что это инициирует протекание электромагнитных, термических и механических процессов в окрестности вершин макротрещин в пластинах [18–20], а также вблизи микродефектов (трещин, пор, включений и т.п.) в материале [21–25], обратили внимание значительно позднее. Между тем протекание данных процессов приводит к залечиванию микродефектов при определенных характеристиках (величине, продолжительности и т.п.) импульсов тока.

Как подробно излагалось в работах [26–27], исследователям долгое время были не ясны физические механизмы, лежащие в основе явления залечивания микродефектов в материале под действием коротких импульсов тока высокой плотности. Кроме того, непосредственные экспериментальные подтверждения этого явления появились лишь сравнительно недавно.

О гипотетической возможности залечивания (изменения, трансформации) микродефектов в материале под действием импульсов тока высокой плотности, в частности при электропластическом деформировании, высказывались в [21–25]. Для обоснования гипотезы и изучения физических механизмов залечивания микро- и мезотрещин в материале и электропластического эффекта были предложены математические модели [24–25, 28–33]. Из предложенных моделей следовало, что в кончиках трещин в толстых образцах (в направлении, перпендикулярном поверхности трещины) возможно возникновение сжимающих нормальных напряжений, а также сближение берегов трещин, сопровождаемые выплавлением кратеров (пор) в кончиках (вершинах) мезотрещин [28–32] и микротрещин [33]. Это создавало препятствия для дальнейшего развития трещин в материал и могло трактоваться как залечивание дефектов.

Между тем экспериментальное подтверждение возможности залечивания микродефектов при электропластическом деформировании было получено только в работах [34]. При исследовании явления электропластичности было обнаружено, что микродефекты, возникшие при пластической деформации титановых образцов, после воздействия на образец импульсами тока залечиваются, о чем свидетельствуют приведенные в работе [34] фотографии микроструктуры и фрактограммы материала. На основании этого авторы сделали вывод, что электроимпульсное воздействие током может залечивать не только первичные микродефекты в листовых металлах, но и поврежденность, возникшую в процессе пластической деформации. В работе [35] для образцов из аустенитных сталей с различным содержанием углерода, подвергнутых сначала пластической деформации, а затем воздействию импульсным электротоком, было установлено, что микродефекты в материале, возникшие при деформации, могут залечиваться при определенных параметрах импульсов тока. Об этом свидетельствовало увеличение плотности деформированного материала после воздействия на него током. Плотность определялась методом гидростатического взвешивания. В работе [36] пористость холоднопрессованных брикетов алюминиевой пудры была снижена примерно на 30 % путем их электроимпульсного спекания при комнатной температуре под воздействием последовательности коротких импульсов тока (продолжительностью 10 мкс, с частотой 2 Гц в течение 30 мин). Другие экспериментальные подтверждения залечивания касались микродефектов, образовавшихся под действием циклической нагрузки в образцах, изготовленных из различных сталей и впоследствии обработанных короткими импульсами тока высокой плотности [37-42].

Данные эксперименты [34–42] свидетельствовали о том, что в материале происходит восстановление сплошности структуры материала, сопровождаемое изменением объемного содержания микродефектов (вплоть до полного исчезновения некоторых микродефектов). Этот эффект модели [24–25, 28–33] объяснить не могли.

Что касается залечивания макротрещин, имеющих длину несколько милиметров, в тонких пластинах при воздействии на них короткими импульсами тока высокой плотности, перпендикулярными поверхности трещины, то здесь наблюдалась обратная ситуация. Изучение этого явления началось с пионерской экспериментальной работы [18]. Возможность торможения трещин в пластинах была экспериментально установлена в работах [18–20]. При этом было получено, что в вершинах трещин в различных материалах (кремнистой стали, а также меди и других цветных металлах) происходит плавление, микровзрыв и образование кратера, что приводило к торможению в распространении трещины. После чего последовали теоретические и экспериментальные исследования [43–50], имеющие целью объяснение этого эффекта. Достаточно подробное описание этих исследований содержится в [26-27, 53]. Однако данные математические модели позволяли описать процесс нагрева и деформирования в окрестности вершины макротрещины лишь на качественном уровне. Скорость нагрева, градиенты температуры, время начала плавления в окрестности вершины трещины, получающиеся по моделям [29-32, 43–49], отличались на два порядка от наблюдаемых в экспериментах [18–20]. В том числе поэтому было невозможно использовать данные модели в качестве основания для описания рассматриваемых процессов в окрестности микротрещин в толстых образцах.

Таким образом, математические модели [24–25, 28–33, 43–49] не позволяли объяснить наблюдаемые факты, в том числе эффект залечивания дефектов в проводящих материалах, рассматриваемый как восстановление сплошности структуры материала.

В настоящей работе рассматриваются микродефекты с линейными размерами порядка 10 мкм, образуемые поверхностями соседних монокристаллов (зерен), которые наиболее распространены в поликристаллическом металле (межзеренные дефекты). Они всегда в каком-то количестве образуются после отливки, а также могут возникать и развиваться в металле в процессах технологической обработки (например, при пластическом деформировании) или эксплуатации (например, при циклическом нагружении) изготовленных из него изделий. При нагрузке дефекты накапливаются (возникают, растут и взаимодействуют), что приводит к макроразрушению материала при достижении определенной поврежденности. Наиболее опасными из микродефектов с точки зрения последующего макроразрушения являются дефекты типа плоских микротрещин.

Для исследования физических процессов, происходящих в окрестности микротрещин под действием интенсивным импульсов тока, и объяснения эффекта залечивания в работах [26–27, 51] были предложены модели воздействия электромагнитного поля на предварительно поврежденный материал с дефектами, с помощью которых удалось математически описать экспериментально наблюдаемый процесс трансформации микродефектов в проводящем материале. В частности, в [26–27] показано, что при определенных условиях микротрещины могут полностью залечиваться. Этот процесс происходит путем одновременного уменьшения длины микротрещины, выброса струи расплавленного металла из вершины внутрь трещины и смыкания ее берегов. В результате берега трещины оказываются «сваренными» расплавленным металлом. Таким образом, было показано, как именно залечивание микродефектов может приводить к уменьшению поврежденности материала.

В работах [27, 52] исследовалось влияние расстояния между трещинами и их взаимного расположения друг относительно друга на процессы деформирования и залечивания микродефектов, а также обсуждался выбор области интегрирования и условий на ее границах. В частности, было установлено, что взаимодействие между микротрещинами начинает заметно сказываться на процессе их залечивания, когда расстояние между ними сокращается до 5–6 длин микротрещин. Если же расстояние между трещинами превышает шесть и более их длин, то процессы залечивания микротрещин становятся практически независящими как от расстояния между дефектами, так и от расположения дефектов друг относительно друга. Уменьшение расстояния между трещинами вплоть до 1–2 их линейных размеров (с учетом изменения их взаимного расположения) качественно не меняет описанный процесс залечивания, однако приводит к его существенному замедлению.

В настоящей работе рассматривается вопрос об изменении поврежденности материала во времени при воздействии на него импульсным высокоэнергетическим электромагнитным полем.

# 1. Постановка задачи и основные уравнения

Рассмотрим поврежденный токопроводящий материал, содержащий одинаковые дефекты типа плоских микротрещин с закругленными вершинами. Будем полагать, что дефекты в материале могут располагаться или упорядоченно, или хаотически, как показано на рис. 1. В первом случае (рис. 1, *а* и *б*) выделение представительного элемента объема (ячейки периодичности) не составляет труда. Во втором случае будем считать, что дефекты распределены по объему равномерно, так что разброс расстояний между центрами микродефектов невелик. В этом случае примем за представительный элемент шар (в плоском случае круг) радиусом  $r_{cp}$ , равным среднему расстоянию между дефектами в материале, как показано на рис. 1, *в*.



Рис. 1. Расположения микродефектов ( $h_0 \ll l_0$ ) в материале (вверху): a - в узлах прямоугольной решетки;  $\delta - в$  узлах гексагональной решетки; e - хаотически, и соответствующие представительные элементы (внизу)Fig. 1. The arrangement of micro-defects ( $h_0 \ll l_0$ ) in the material (on the top) (a) in the nodes of the rectangular lattice, (b) in the nodes of the hexagonal lattice, (c) chaotic and the corresponding representative elements (below) Материал подвергается воздействию короткоимпульсного высокоэнергетического электромагнитного поля определенной интенсивности посредством приложения к наружным границам образца разности потенциалов, вызывающей на этих границах ток с вектором плотности, перпендикулярным плоскости микротрещин, как показано на рис. 1. Будем рассматривать высокоэнергетические электромагнитные поля, вызывающие в образце ток плотностью от  $10^8$  до  $10^{11}$  А/м<sup>2</sup> в течение промежутка времени  $10^{-5}$ – $10^{-4}$  с.

Решение ищется в областях интегрирования (рис. 2), содержащих от одной до четырех микротрещин или от одной до четырех частей представительных элементов. Такой выбор областей интегрирования обусловлен следующими результатами: в работе [27] было показано, что использование в расчетах областей интегрирования, содержащих большее количество представительных элементов, не дает никакого выигрыша в точности решения в окрестности микротрещины (с центром в точке x = 0, y = 0) и никак не влияет на процессы ее залечивания.



Рис. 2. Рассматриваемые области интегрирования для прямоугольных (*a–b*), гексагональных (*в–г*) и круговых (*d*) представительных элементов
Fig. 2. The considered integration regions for the rectangular (*a-b*), hexagonal (*c-d*) and circular (*e*) representative elements

При этом ставится задача исследовать влияние высокоэнергетического электромагнитного поля на процессы залечивания микротрещин и изменение поврежденности материала.

Для решения поставленной задачи используется модель воздействия электромагнитного поля на предварительно поврежденный материал с дефектами [26]. Решение получающейся системы уравнений ищется методом конечных элементов.

В процессе рассматриваемого воздействия в материале протекают следующие физические процессы: электромагнитный, механический и тепловой. Характерное время каждого из этих процессов приблизительно обратно пропорционально скорости распространения соответствующих возмущений. Следовательно, время, требуемое для установления электромагнитных и механических процессов, рассматриваемых в настоящей работе, составляет соответственно  $10^{-13}$ – $10^{-12}$  с и  $10^{-8}$ – $10^{-7}$  с, что существенно меньше времени внешнего воздействия источника тока ( $10^{-5}$ – $10^{-4}$  с). Поэтому для получения электрического потенциала в проводящем материале используется закон сохранения заряда (в предположении, что ток в образце является установившимся), выписанный в вариационной постановке [54]. При этом для проводника считается справедливым закон Ома. Поле перемещений определяется из уравнений равновесия, записанных в форме принципа виртуальной работы [54–55]. Принимается аддитивность скоростей упругих, пластических и температурных деформаций. Для скоростей упругих и пластических деформаций полагается справедливым соответственно закон Гука для изотропного тела и ассоциированный закон течения с условием пластичности Мизеса.

Поле температуры определяется из закона сохранения энергии. Поскольку время электромагнитного воздействия на материал мало  $(10^{-5}-10^{-4} \text{ c})$ , а градиенты температуры

в окрестности вершин трещин очень велики ( $10^{7}$ °C/м) [18–19], теплопроводностью пренебрегаем ( $\lambda = 0$ ) и считаем процесс адиабатическим [26].

Таким образом, полная система уравнений для вектора перемещений **u**, электрического потенциала  $\varphi$  и температуры *T* рассматриваемой электротермомеханической модели имеет вид [26]

$$\int_{V} \nabla \delta \varphi \ \sigma^{\mathrm{E}}(T) \ \nabla \varphi \ dV = \int_{S} \delta \varphi \ j \ dS, \ \mathbf{j} = \sigma^{\mathrm{E}}(T) \mathbf{E} = -\sigma^{\mathrm{E}}(T) \frac{\partial \varphi}{\partial \mathbf{x}}, \tag{1}$$

$$\int_{V} \boldsymbol{\sigma} : \delta \boldsymbol{\varepsilon} \, dV = \int_{S} \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{u} \, dS + \int_{V} \mathbf{f} \cdot \delta \mathbf{u} \, dV, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{el}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{pl}} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{th}}, \tag{2}$$

$$\dot{\boldsymbol{\sigma}} = \lambda(T) \, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{el}} : \mathbf{I} + 2\mu(T) \, \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{el}}, \quad \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{\text{pl}} = \dot{\Lambda} \frac{\partial \Phi}{\partial \boldsymbol{\sigma}} = \dot{\Lambda} \, \mathbf{s} \,, \quad \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \boldsymbol{\sigma}_{Y}(T) \,, \quad \overline{\boldsymbol{\sigma}} = \sqrt{\frac{3}{2} \, \mathbf{s} : \mathbf{s}} \,, \quad d\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{th}} = \alpha(T) \, \mathbf{I} \, dT, \tag{3}$$

$$\rho(T)c(T)\dot{T} = r^{\mathrm{E}} + r^{\mathrm{pl}} + r^{\mathrm{melt}} + r^{\mathrm{evap}}, r^{\mathrm{E}} = \eta^{\mathrm{E}}\mathbf{j}\cdot\mathbf{E} = \eta^{\mathrm{E}}\nabla\varphi\cdot\sigma^{\mathrm{E}}\cdot\nabla\varphi, r^{\mathrm{pl}} = \eta^{\mathrm{pl}}\mathbf{\sigma}\cdot\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{\mathrm{pl}}, \quad (4)$$

$$T = T_{\text{melt}}, \quad t_{\text{sol}} \le t \le t_{\text{liq}}, \quad \int_{t_{\text{sol}}}^{t_{\text{liq}}} \left( r^{\text{E}} + r^{\text{pl}} \right) dt = \rho \Lambda_{\text{melt}}, \quad (5)$$

$$T = T_{\text{evap}}, \quad t_{\text{eliq}} \le t \le t_{\text{evap}}, \quad \int_{t_{\text{eliq}}}^{t_{\text{evap}}} \left( r^{\text{E}} + r^{\text{pl}} \right) dt = \rho \Lambda_{\text{evap}}, \tag{6}$$

где V – произвольный объем, ограниченный кусочно-гладкой поверхностью S; **n** – внешняя нормаль к S; T – температура, **E** – вектор интенсивности электрического поля, определенной как отрицательный градиент электрического потенциала  $\mathbf{E} = -\partial \phi / \partial \mathbf{x}; \sigma^{\mathrm{E}}(T)$  – электропроводность;  $i = -\mathbf{j} \cdot \mathbf{n}$  – плотность тока по нормали к поверхности S,  $\delta \phi$  – вариация электрического потенциала, удовлетворяющая граничным условиям задачи; и – вектор перемещений;  $\sigma$  – тензор напряжений;  $\epsilon$  – тензор полных деформаций; f – вектор объемных сил;  $\mathbf{t}$  – вектор поверхностных сил;  $\delta \mathbf{u}$  и  $\delta \mathbf{\varepsilon}$  – вариация перемещений и соответствующих им полных деформаций;  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{el}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{pl}$ ,  $\dot{\boldsymbol{\epsilon}}^{th}$  – соответственно тензоры скоростей упругих пластических и температурных деформаций;  $\lambda(T)$ ,  $\mu(T)$  – упругие модули Ламе;  $\sigma_{\rm Y}(T)$  – предел текучести; **s** – девиатор тензора напряжений;  $\Lambda$  – некоторый неотрицательный скалярный коэффициент;  $\Phi$  – функция текучести; **I** – единичный тензор;  $\alpha(T)$  – коэффициент термического расширения;  $\rho(T)$  – плотность; c(T) – удельная теплоемкость;  $\dot{T}$  – материальная производная температуры;  $r^{k}$  – тепло, выделяемое в единице объема в текущей конфигурации тела за единицу времени (r<sup>E</sup> – тепло, выделяемое за счет протекания электрического тока; r<sup>pl</sup> – тепло, выделяемое при пластическом деформировании, r<sup>melt</sup> – тепло, поглощаемое в процессе плавления, r<sup>evap</sup> – тепло, поглощаемое в процессе испарения);  $\eta^E$  – эмпирический коэффициент, который определяется как доля мощности электрического тока в единице объема, рассеявшейся в тепло;  $\eta^{pl}$  – эмпирический коэффициент, который определяется как доля пластической мощности в единице объема, рассеявшейся в тепло;  $T_{\text{melt}}$  – температура плавления материала;  $t_{\text{sol}}$  – момент времени, при котором материал начинает плавиться; tliq – момент времени, в который материал полностью расплавится;  $\Lambda_{melt}$  – скрытая теплота плавления;  $T_{evap}$  – температура испарения материала; t<sub>eliq</sub> – момент времени, при котором материал начинает испаряться; t<sub>evap</sub> – момент времени, в который материал полностью испарился;  $\Lambda_{evap}$  – скрытая теплота испарения.

В эволюционном уравнении для температуры (4) учитывается тепло, выделяемое в единице объема в текущей конфигурации тела за единицу времени за счет протекания электрического тока в соответствии с законом Джоуля–Ленца, тепло, выделяемое при пластическом деформировании, а также скрытое тепло, поглощаемое в процессах плавления и испарения. При вычислении поля температуры уравнение (4) дополняется уравнениями (5) и (6), представляющими собой условия поглощения скрытого тепла во время перехода вещества из одного агрегатного состояния в другое, а именно при плавлении и испарении соответственно. Подробное описание предположений и уравнений модели приведено в работе [26].

Температура в рассматриваемых процессах изменяется в диапазоне от комнатной до температуры испарения металла [18–19]. Поэтому в предлагаемой модели все физикомеханические характеристики материала (плотность, удельная теплоемкость, электропроводность, коэффициент температурного расширения, упругие модули, предел текучести и т.д.), входящие в вышеприведенные уравнения, полагались изменяющимися с температурой (вплоть до достижения температуры испарения).

В точках, где выполнялось условие (5) и материал расплавился, происходило резкое изменение всех физических свойств материала: электропроводности, теплоемкости, плотности, коэффициента линейного расширения и всех прочих механических характеристик материала. Такое изменение свойств материала соответствует имеющимся экспериментальным данным, приведенным в работах [56–58], в которых приведены зависимости свойств различных металлов от температуры. При этом имело место падение одних (упругих модулей, предела текучести, коэффициента линейного расширения и т.д.) и рост других (плотности и т.д.) физических характеристик материала [26]. На рис. 3 представлены данные об изменениях некоторых из этих характеристик от температуры для цинка.

Таким образом, в рассматриваемой модели при достижении температуры плавления материал не теряет способности проводить электрический ток (рис. 3, a). Под воздействием тока происходит дальнейшее нагревание расплава. Произошедшие при этом падение упругих модулей и обращение предела текучести в ноль (рис. 3,  $\delta$ , e) позволяют описывать во все последующие моменты времени поведение расплавленного материала теми же определяющими соотношениями (3) и проводить расчет, не меняя численную схему в точках, где материал расплавился.

В точках, где выполнялось условие (6) и материал полностью испарился, во все последующие моменты времени полагалось: плотность тока  $\mathbf{j} = 0$ , тензор напряжений  $\mathbf{\sigma} = 0$ , температура постоянной  $T = T_{evap}$ . Таким образом, в рамках рассматриваемой модели при достижении температуры испарения материал терял способность проводить электрический ток, его дальнейшего нагревания не происходило. При этом он утрачивал свойства вязкой жидкости и рассматриваемся как разреженный газ.

Рассмотрим электрические (на потенциал  $\varphi$ ) и механические (на **u** и **σ**) условия на границах области интегрирования и раздела фаз, которые будут использоваться в данной задаче, а также начальные условия. Вопросы моделирования взаимодействия между дефектами, выбора областей интегрирования и граничных условий модели подробно обсуждался в работе [27]. Ограничимся случаем плоской деформации. В силу симметрии представительных элементов (см. рис. 1) используемые области интегрирования состояли из половин или четвертей представительных элементов (см. рис. 2).





Рис. 3. Зависимости электропроводности  $\sigma^{E}(a)$ , модуля Юнга  $E(\delta)$ , предела текучести  $\sigma_{Y}(e)$  от температуры T (вертикальными штриховыми линиями отмечены температура плавления  $T_{melt} = 419$  °C и испарения  $T_{evap} = 906$  °C) Fig. 3. The dependences of  $\sigma^{E}$  conductivity (a), Young's Modulus E(b),  $\sigma_{Y}$  yield value on

temperature T (vertical dashed lines indicate the temperature of melting  $T_{melt} = 419$  °C and evaporation  $T_{evap} = 906$  °C)

На участке границы  $\Gamma_1$ , которая не проходит по поверхностям трещины и осям симметрии представительных элементов (см. рис. 2), задавался невозмущенный потенциал (т.е. потенциал, как если бы дефекты в материале отсутствовали), отсутствие нормальной к границе компоненты вектора перемещений и отсутствие касательной компоненты тензора напряжений:

$$\varphi(x, y, t)\Big|_{\Gamma} = \varphi_*(y), \tag{7}$$

$$\mathbf{u}_{n}\big|_{\Gamma_{1}} = 0, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\tau}\big|_{\Gamma_{1}} = 0, \tag{8}$$

где  $\mathbf{u}_n$  – нормальная компонента вектора перемещений на границе  $\Gamma_1$ ;  $\mathbf{\sigma}_{\tau}$  – касательные компоненты тензора напряжений на границе  $\Gamma_1$ . В образце без дефектов, к наружной границе которого приложена разность потенциалов (см. рис. 1, в центре), невозмущенный потенциал  $\varphi_*$  известен и является линейной функцией от одной координаты *y*:  $\varphi_* = \varphi_*(y') = U_*(y'/L)$ , где  $U_*$  – значение разности потенциалов, приложенной к наружным границам образца; *L* – длина образца, *y*' – координата в системе координат, связанной с образцом (см. рис. 1). Потенциал  $\varphi_*$  задавался постоянным в течение всего времени действия импульса  $\tau_0$ .

На участке границы области интегрирования  $\Gamma_2$ : *y*=0, который проходил по горизонтальным осям симметрии представительных элементов (см. рис. 2), выполнялись условия

$$\varphi(x,0,t)\big|_{\Gamma_2} = \varphi_*(0), \quad \mathbf{u}_n\big|_{\Gamma_2} = 0, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\tau}\big|_{\Gamma_2} = 0.$$
(9)

На участке границы области интегрирования  $\Gamma_3$ : x = 0, который проходил по вертикальным осям симметрии представительных элементов (см. рис. 2), задавалось отсутствие нормальной к границе компоненты векторов плотности тока и перемещений, а также касательной компоненты тензора напряжений:

$$\partial \phi / \partial n \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad \mathbf{u}_n \Big|_{\Gamma_3} = 0, \quad \boldsymbol{\sigma}_{\tau} \Big|_{\Gamma_3} = 0.$$
 (10)

На участке границы области интегрирования  $\Gamma_4$ , где граница области интегрирования проходила по поверхности микротрещины, задавалось условие равенства нулю производной потенциала  $\varphi$  по нормали к поверхности трещины, а поверхность считалась свободной от напряжений:

$$\partial \varphi / \partial n \big|_{\Gamma_4} = 0, \quad \mathbf{\sigma}_n \big|_{\Gamma_4} = 0, \quad \mathbf{\sigma}_\tau \big|_{\Gamma_4} = 0.$$
 (11)

На контактной поверхности раздела фаз металл–расплав металла Г<sub>sl</sub> полагалось условие равенства тангенциальной компоненты напряженности электрического поля [17]

$$\left. \partial \varphi \right/ \left. \partial \tau \right|_{\Gamma_{\rm sl}^+} = \left. \partial \varphi \right/ \left. \partial \tau \right|_{\Gamma_{\rm sl}^-},\tag{12a}$$

где индекс «+» относится к металлу (твердой фазе), «–» – к расплаву металла. В качестве механического условия на этой поверхности следует выбрать условие прилипания

$$\mathbf{u}\big|_{\Gamma_{\sigma^+}} = \mathbf{u}\big|_{\Gamma_{\sigma^-}}.\tag{126}$$

Условие равенства нормальной компоненты теплового потока на контактной границе металл-расплав выполнялось автоматически в силу сделанных предположений об адиабатичности процесса.

На поверхности раздела расплав металла–газообразная фаза Г<sub>lg</sub> при принятых предположениях модели необходимые условия равенства нулю нормальных компонент плотности тока [17] и теплового потока, так же как условия полного прилипания, выполнялись автоматически.

Начальные поля температуры, перемещений и электрического потенциала полагались однородными ( $T_0 = 20^{\circ}$ C,  $\mathbf{u}_0 = \mathbf{0}$ ,  $\phi_0 = 0$ ).

## 2. Поврежденность и залеченность

В работах [26–27] было показано, что в процессе рассматриваемого воздействия в материале происходит процесс залечивания микротрещин, при котором, в частности, объем микродефектов уменьшается во времени. Обозначим V(t) – объем единичной микротрещины,  $V_{\rm re}$  – объем представительного элемента, в котором находится такая микротрещина (см. рис. 1).

В рамках настоящей модели представляется естественным принять классическое определение поврежденности материала [1–2]. Поэтому определим поврежденность материала f=f(t) как отношение объема микротрещины к объему представительного элемента:

$$f(t) = \frac{V(t)}{V_{\rm re}}.$$
(13)

Начальный объем микротрещины обозначим как  $V_0 = V(0)$ . Тогда начальная поврежденность материала в момент времени t = 0 рассчитывается так:

$$f_0 = f(0) = \frac{V(0)}{V_{\rm re}}.$$
(13a)

Введем параметр залеченности (залечиваемости)  $\chi = \chi(t)$ , который определим как отношение изменения объема микротрещины в процессе воздействия на материал электромагнитным полем к начальному объему микротрещины:

$$\chi(t) = \frac{V(0) - V(t)}{V(0)}.$$
(14)

Таким образом, в результате рассматриваемого воздействия электромагнитным полем поврежденность материала уменьшается, а залеченность увеличивается.

Из (13)–(14) нетрудно получить связь между поврежденностью и залеченностью:

$$\chi(t) = 1 - \frac{V(t)}{V(0)} = 1 - \frac{f(t)}{f(0)},$$
(15)

$$f(t) = f(0)(1 - \chi(t)) = f_0(1 - \chi(t)).$$
(16)

Из (16), зная зависимость залеченности от времени, легко получить зависимость поврежденности от времени.

Наша конечная цель – исследовать процессы изменения залеченности и поврежденности от времени и начальной поврежденности. При этом рассматриваются вопросы выбора количества представительных элементов, составляющих область интегрирования, изучается влияние расстояния между микротрещинами и их взаимного расположения на исследуемые процессы.

## 3. Результаты численного моделирования

Все уравнения системы (1)–(6) связаны, совместно с граничными, контактными и начальными условиями (7)–(12) решаются численно. Расчеты проводились для плоской деформации с использованием линейных четырехузловых изопараметрических и трехузловых конечных элементов. Перестройка сетки осуществлялась на основе смешанного эйлерлагранжева метода. Температура не является степенью свободы задачи. Эволюционное уравнение для температуры (4) решалось непосредственно в каждой точке интегрирования с использованием аппроксимации производной температуры обратной разностью по времени. Для вычислений использовался пакет программ АСТРА, разработанный под руководством проф. Н.Г. Бураго в лаборатории моделирования в МДТТ ИПМех РАН.

Моделирование проводилось для образцов из цинка, физико-механические свойства и их зависимости от температуры принимались в соответствии с [56–58].

Начальная длина всех микротрещин  $l_0$  принималась  $l_0 = 10$  мкм. Начальное расстояние между берегами принималось  $h_0 = 1$  мкм, а радиус кривизны в вершине микротрещины  $r_0 = 0,5$  мкм.

Размеры представительных элементов изменялись в диапазоне 15–180 мкм, что соответствовало расстояниям между вершинами трещин 5–170 мкм (см. рис. 1). При выборе этого интервала расстояний между дефектами принималось во внимание, что средние размеры зерен подавляющего большинства металлов и сплавов, включая цинк, составляют десятки микрон, поэтому рассматривать при таких размерах зерен расстояния между вершинами межзеренных трещин менее 5 мкм неоправданно. Кроме того, представляется, что при меньшем расстоянии между микротрещинами материал уже нельзя считать неразрушенным в смысле макро-, мезоразрушения. С другой стороны, рассматривать расстояния, большие 170 мкм, также не имеет смысла, поскольку, как было показано в работе [27], дальнейшее увеличение этого расстояния никак не влияет на изучаемые процессы. Таким образом, рассматриваемый интервал в принципе охватывает необходимый диапазон возможных расстояний между микродефектами, которые могли возникнуть в материале в процессах его технологической обработки или эксплуатации, предшествующих макроразрушению.

Разность потенциалов (на единицу длины), используемая в расчетах, составляла 534,3 мВ/мм, которой соответствовал ток в материале без дефектов плотностью 8,95 кА/мм<sup>2</sup>. Разность потенциалов принималась постоянной в течение всего времени действия импульса  $\tau_0 = 100$  мкс.

В работах [26–27] было показано, что при пропускании электрического тока через образец с микротрещинами в их окрестности возникают большие градиенты электрического поля, приводящие к значительному увеличению плотности тока в окрестности вершин трещин по сравнению с плотностью тока, приложенного к образцу. Это вызывает быстрый неоднородный локальный нагрев в окрестности вершины микротрещины и плавление материала, сопровождаемые его тепловым расширением (в то же время нагрев не происходит в области центра трещины на ее берегах). Неоднородное тепловое расширение приводит к большим сжимающим напряжениям (давление может составлять свыше 100°МПа) в окрестности микротрещины и как следствие одновременному смыканию берегов (уменьшению ширины), уменьшению длины трещины и выбросу расплавленного материала в трещину (рис. 4). Данный процесс происходит до тех пор, пока струя расплавленного металла не оказывается полностью зажатой берегами трещины, а берега трещины «сваренными» расплавленным металлом (рис. 5 в [26]). Далее весь описанный процесс повторяется снова уже для микротрещины новых меньших размеров, что последовательно приводит к полному залечиванию микротрещины.

Для оценки возможности моделирования рассматриваемых процессов в области, состоящей из одного представительного элемента с выбранными граничными условиями, вместо ее решения для всего образца, рассмотрим отличия получающихся решений для областей интегрирования, состоящих из нескольких прямоугольных (a = b) и шестиугольных представительных элементов (см. рис. 2,  $a-\delta$  и рис. 2, b-c).

В работе [27] было показано, что при моделировании процесса залечивания микротрещин в материале с упорядоченной структурой дефектов (см. рис. 1,  $a-\delta$ ) можно без существенной потери точности ограничиться рассмотрением в качестве области интегрирования одной четверти представительного элемента (см. рис. 2 a, b, d), задавая на соответствующей границе вышеописанные граничные условия (7)–(9). Точность соблюдения этих условий возрастает по мере увеличения расстояния между соседними трещинами, так что при расстояниях между трещинами, превышающих 5–6 их длин, процессы залечивания будут протекать одинаково, независимо от того, моделируем мы их в области, состоящей из одного или нескольких представительных элементов (см. рис. 2). Однако с уменьшением расстояния между трещинами до 1–2 их длин точность выполнения граничных условий ухудшается. Поэтому в решениях (и, следовательно, в процессах залечивания) появляются некоторые различия, если мы решаем задачи в областях интегрирования, содержащих одну и четыре микротрещины (см. рис. 2, a,  $\delta$ ), или же в областях, содержащих одну и три микротрещины (рис. 2, e, c). Эти различия уже хорошо видны при расстоянии между центрами микротрещин, равном двум их длинам (рис. 6, 7 в [27]).



Рис. 4. Залечивание микротрещин (гексагональное расположение (см. рис. 1,  $\delta$ ), штриховой линией показана первоначальная граница трещины) и изолинии температуры °C: 1 = 25; 2 = 50; 3 = 100; 4 = 200; 5 = 300; 6 = 400; темно-серым цветом показана область плавления ( $T \ge 419$  °C), черным (в вершине струи расплава на рис. 4, a – область испарения (T = 906 °C)); a – момент времени t = 71,0 мкс, расстояние между центрами трещин 20 мкм,  $\delta$  – момент времени t = 19,2 мкс, расстояние между центрами трещин 60 мкм

Fig. 4. Healing of micro-cracks (hexagonal arrangement (Fig. 1, *b*), the dashed line shows the initial crack boundary) and temperature isolines °C (l = 25; 2 = 50; 3 = 100; 4 = 200; 5 = 300; 6 = 400; dark-gray color shows the melting range ( $T \ge 419$  °C), the black colour (at the top of the melt stream in Fig. 4a) shows the evaporation region T = 906 °C) (*a*) the time instant t = 71.0 µs, the distance between the centers of the cracks is 20 µm, (*b*) the time instant t = 19.2 µs, the distance between the cracks is 60 µm



Рис. 5. Зависимости залеченности  $\chi$  от времени t (мкс) для областей интегрирования: a – содержащих 1 и 4 микротрещины в квадратных представительных элементах (см. рис. 2, a,  $\delta$ );  $\delta$  – содержащих 1 и 3 микротрещины (см. рис. 2, e, e) в шестиугольных представительных элементах Fig. 5. The dependences of  $\chi$  healing on time t ( $\mu$ s) for the regions of integration: a) containing 1 and 4 micro-cracks in the square representative elements (Fig. 2, a, b); b) containing 1 and 3 micro-cracks (Fig. 2, c, d) in the hexagonal representative elements

Между тем проведенное моделирование показало, что выбор области интегрирования, содержащей один или несколько дефектов, не оказывает влияния на величину залеченности материала  $\chi(t)$  при любом расстоянии между дефектами из исследуемого диапазона. Расчеты залеченности для областей интегрирования, содержащих 1 и 4 микротрещины (квадратных представительных элементов), приведенных на рис. 2, *a*, *б*, показали, что имеет место полное совпадение результатов, полученных при моделировании процесса залечивания микротрещины (центр которой находится в точке x = 0, y = 0): зависимости залеченности от времени совпадали между собой во всем исследуемом диапазоне размеров представительных элементов. Даже при расстоянии между центрами микротрещин 20 мкм (когда происходит сильное взаимодействие микродефектов) имеет место совпадение этих кривых (рис. 5, *a*). Максимальное отклонение одной кривой от другой составило 0,09 %.

Аналогичные расчеты, выполненные для областей интегрирования, содержащих 1 и 3 микротрещины (шестиугольных представительных элементов), приведенных на рис. 2, *в*, *г*, также показали, что имеет место полное совпадение результатов, полученных при моделировании процесса залечивания микротрещины (центр которой находится в точке x = 0, y = 0). И в этом случае зависимости залеченности микротрещины от времени совпадали между собой во всем исследуемом диапазоне размеров представительных элементов. При расстоянии между центрами микротрещин 20 мкм также имеется практически полное совпадение этих кривых (рис. 5,  $\delta$ ). Максимальное отклонение одной кривой от другой составило 0,14%.

Из (16) следует, что зависимости поврежденности (13) от времени также будут совпадать друг с другом при любом выборе количества представительных элементов (микротрещин) в области интегрирования (см. рис. 2).

Таким образом, во всем исследуемом диапазоне расстояний между дефектами (или, равносильно, при любой начальной поврежденности) залеченность  $\chi(t)$  и поврежденность f(t) при воздействии током изменяются одинаково, независимо от того, рассчитываем мы их в областях интегрирования, состоящих из одного или нескольких представительных элементов.

Исследуем, как расположение микротрещин друг относительно друга влияет на изменения залеченности  $\chi(t)$  и поврежденности f(t) материала при воздействии на него током.

Моделирование показывает, что залеченность  $\chi(t)$  изменяется во времени одинаково, независимо от того, рассчитываем мы ее в областях интегрирования, имеющих форму квадрата, шестиугольника или круга, при условии, что начальная поврежденность во всех трех случаях была одинаковой. Этот эффект наблюдается во всем исследуемом диапазоне расстояний между микротрещинами.

На рис.6 приведены зависимости залеченности  $\chi$  от времени *t* (мкс) для представительных элементов различных размеров, имеющих форму квадрата, шестиугольника и круга (соответствующие области интегрирования показаны на рис. 2, *a*, *b*, *d*). Размеры представительных элементов выбираются так, чтобы начальная поврежденность в эти трех случаях расположения дефектов была одинаковой.

Из рис. 6 видно, что во всем диапазоне расстояний между микротрещинами (начальных поврежденностей) кривые изменения залеченности  $\chi(t)$  совпадают друг с другом для одинаковой начальной поврежденности  $f_0$ . И только когда расстояние между центрами микротрещин становится менее двух длин трещин (начальная поврежденность более 2,45 %), появляются некоторые различия в кривых  $\chi(t)$  (см. рис. 6).

Этот эффект объясняется незначительностью влияния формы границы области на напряжено-деформированное состояние в непосредственной близости от поверхности микротрещины. Незначительность этого влияния проиллюстрирована рис. 7. На рис. 7, a представлены зависимости длины трещины (расстояния l между ее вершинами, рис. 1, a) от времени для различных областей интегрирования (см. рис. 2, a, b, d) при расстояниях между центрами трещин менее двух их длин. В то время как на рис. 7, b представлены

аналогичные зависимости для ширины микротрещины (максимального расстояния h между берегами трещины, которое наблюдается в ее центре, в точке x = 0, y = 0 (см. рис. 2)) от времени. Из данных графиков видно, что даже когда расстояние между центрами микротрещин составляет менее двух длин трещин и взаимодействие между микротрещинами сильное, перемещения точек на границе трещины слабо зависят от того, какую форму области интегрирования мы выбрали (при равной начальной поврежденности). Естественно, что наибольшие различия в перемещениях наблюдаются для областей интегрирования (представительных элементов), имеющих форму квадрата и круга.



Рис. 6. Зависимости залеченности  $\chi$  от времени *t* (мкс) для областей интегрирования различных размеров, представляющих одну четверть квадратного, шестиугольного и кругового представительных элементов Fig. 6. The dependences of the  $\chi$  healing on time *t* (µs) for the integration regions of various sizes which represent one quarter of the square, hexagonal and circular representative elements.



Рис. 7. Зависимости длины микротрещины *l* (мкм) от времени *t* (мкс) для областей интегрирования различных размеров, представляющих одну четверть квадратного, шестиугольного и кругового представительных элементов (*a*); аналогичные зависимости ширины трещины *h* (мкм) от времени *t* (мкс) (б)

Fig. 7. The dependences of the length of the micro-crack l (µm) on time t (µs) for the integration regions of various sizes which represent one quarter of the square, hexagonal and circular representative elements (*a*); similar dependences of the crack's width h (µm) on time t (µs) (b)

Из рис. 6 также следует, что с увеличением начальной поврежденности материала скорость изменения залеченности падает, а время, требуемое для залечивания дефекта до одного и того же объема (время залечивания), растет. Это объясняется тем, что при одинаковой приложенной к образцу разности потенциалов с увеличением количества микродефектов растет удельное сопротивление материала и, следовательно, падают средняя плотность электрического тока и диссипируемая электромагнитная энергия, что замедляет термические и механические процессы в материале, в том числе в окрестности дефектов.

Моделирование также показывает, что при одинаковой начальной поврежденности материала  $f_0$  значительные изменения формы области интегрирования (ее линейных размеров по осям *x* и *y*) практически не оказывают влияния на изменения залеченности материала  $\chi(t)$  при воздействии током.

Для этого рассматривались представительные элементы прямоугольной формы  $(a \neq b)$ , показанные на рис. 1, *a* (области интегрирования показаны на рис. 8, *б*), линейные размеры двух из них по осям *x* и *y* различались, как 1:3 и 3:1. Зависимости залеченности  $\chi(t)$  от времени *t* (мкс) для этих прямоугольных элементов сравнивались с зависимостью  $\chi(t)$  для квадратного элемента, размеры которого выбирались так, чтобы его площадь была равна площади прямоугольных. Поэтому в этих трех случаях начальная поврежденность *f*<sub>0</sub> (13*a*) была одинаковой. На рис. 8, *a* приведены зависимости залеченности  $\chi(t)$  от времени *t* (мкс) для вышеуказанных трех областей интегрирования, из которого видно, что кривые изменения залеченности для них практически совпадают друг с другом.





Рис. 8. Зависимости залеченности  $\chi(t)$  от времени t (мкс) для областей интегрирования различных размеров  $(a \neq b)$ , представляющих одну четверть прямоугольного представительного элемента (a). Начальная поврежденность  $f_0$  во всех трех случаях одинакова; области интегрирования, для которых получены эти зависимости  $\chi(t)$  ( $\delta$ ) Fig. 8. The dependences of  $\chi(t)$  healing on time t (µs) for the regions of integration with various sizes  $(a \neq b)$  which represent one quarter of the rectangular representative element. The initial damage  $f_0$  in all the three cases is the same (a); the integration regions for which these  $\chi(t)$  dependences are obtained (b)

Однако необходимо заметить, что для трех рассматриваемых областей интегрирования имеют место существенные различия в процессах залечивания. В частности, на рис. 9 показаны зависимости длины l (мкм) и ширины h (мкм) микротрещины от времени t (мкс) для этих областей интегрирования. Между тем из рис. 9 видно, что данные различия таковы, что площади дефектов в каждый конкретный момент времени отличаются друг от друга существенно меньше, нежели линейные размеры микротрещин.

Из сравнения кривых для представительных элементов различных размеров и формы (см. рис. 6 и рис. 8) можно заключить, что в предлагаемой модели определяющим с точки зрения изучаемых процессов (в части времени, требуемого для залечивания дефекта до одного и того же объема) является не расстояние между центрами микротрещин и не их взаимное расположение, а параметр начальной поврежденности материала  $f_0$ , определяемый, как отношение начального объема микротрещины к объему представительного элемента (13*a*). При равной начальной поврежденности изменения залеченности и поврежденности во времени происходят одинаково при воздействии током.



Рис. 9. Зависимости длины трещины l (мкм) от времени t (мкс) для областей интегрирования различных размеров ( $a \neq b$ ), представляющих одну четверть прямоугольного представительного

элемента (*a*); аналогичные зависимости ширины трещины *h* (мкм) от времени *t* (мкс) ( $\delta$ ) Fig. 9. The dependences of the crack's length *l* (µm) on time *t* (µs) for the integration regions of various sizes ( $a \neq b$ ) which represent one quarter of the rectangular representative element (*a*); similar dependences of the crack's width *h* (µm) on time *t* (µs) (*b*)

Таким образом, при равной начальной поврежденности материала  $f_0$  расстояние между микротрещинами и их взаимное расположение друг относительно друга не оказывают влияния на изменения введенного параметра залеченности материала  $\chi$  (14) от времени при воздействии на материал током.

Из (16) следует аналогичный вывод в отношении изменений введенного параметра поврежденности материала f(t) (13).

Рассмотрим, как изменяется поврежденность материала в результате процессов залечивания, вызванных действием тока. Для вычисления поврежденности воспользуемся формулой (16), связывающей поврежденность с залеченностью.

На рис. 10 представлены зависимости поврежденности f от времени t (мкс) для представительных элементов различных размеров, имеющих форму квадрата, шестиугольника и круга (соответствующие области интегрирования показаны на рис. 2, a, b, d). Размеры представительных элементов выбираются так, чтобы начальная поврежденность  $f_0$  в эти трех случаях взаимного расположения дефектов была одинаковой. Как и должно быть, из рис. 10 видно, что кривые изменения поврежденности совпадают друг с другом при равной начальной поврежденности.



Рис. 10. Зависимости залеченности f от времени t (мкс) для областей интегрирования различных размеров, представляющих одну четверть квадратного, шестиугольного и кругового представительных элементов Fig. 10. The dependences of f healing on time t (µs) for the regions of integration of various sizes which represent one quarter of the square, hexagonal and circular representative elements

Зависимости, приведенные на рис. 10, хорошо аппроксимируются линейными функ-

циями  $\left[ f_{0}, \qquad \qquad t < t_{0}, \right.$ 

$$f(t) = \begin{cases} f_0, & t < t_0, \\ f_0 - C(t - t_0) = f_0 \left( 1 - \frac{C}{f_0}(t - t_0) \right), & t \ge t_0. \end{cases}$$
(17)

Определенные графически коэффициент  $C = 1,228 \cdot 10^2 \text{ c}^{-1}$ , пороговое время  $t_0 = 9,63$  мкс. Из (15) и (17) получаем зависимость для залеченности

$$\chi(t) = \begin{cases} 0, & t < t_0, \\ \frac{C}{f_0}(t - t_0), & t \ge t_0. \end{cases}$$
(18)

которая хорошо аппроксимирует кривые, приведенные на рис.6.

Таким образом, модель позволяет получить простые приближенные зависимости  $\chi(t)$  и f(t) в широком диапазоне начальных поврежденностей от 0,2 до 5 %.

Из (17)–(18) видно, что до момента времени  $t_0$  все микротрещины в материале (независимо от того, какой была начальная поврежденность материала) не залечиваются и поврежденность материала не меняется под действием тока. Начиная с момента времени  $t_0$ все микротрещины начинают залечиваться. При этом под действием тока со временем

 – поврежденность материала уменьшается с постоянной скоростью, не зависящей от начальной поврежденности;

 – залеченность материала растет со скоростью, обратно пропорциональной начальной поврежденности материала.

Как говорилось выше, проведенные эксперименты [34–42] свидетельствовали о том, что в материале происходит восстановление сплошности структуры материала, сопровождаемое изменением объемного содержания микродефектов (вплоть до полного исчезновения некоторых микродефектов), при этом требуется определенная пороговая энергия [22–23], для того чтобы процессы уменьшения поврежденности и увеличения залеченности начались. Зависимости (17)–(18) качественно согласуются с результатами данных экспериментов.

# Заключение

При моделировании процесса залечивания микротрещин можно без потери точности ограничиться рассмотрением в качестве области интегрирования одной четверти представительного элемента (рис. 2, *a*, *b*, *d*), задавая на ее границах условия (7)–(10). При этом во всем исследуемом диапазоне расстояний между дефектами (или, равносильно, при любой начальной поврежденности) залеченность  $\chi(t)$  и поврежденность f(t) при воздействии током изменяются во времени одинаково, независимо от того, рассчитываем мы их в областях интегрирования, состоящих из одного или нескольких представительных элементов.

Определяющим для изменений залеченности и поврежденности материала во времени при воздействии на материал импульсом тока является не расстояние между микротрещинами или их расположение друг относительно друга, а введенный параметр поврежденности материала. Моделирование показывает, что при одинаковой начальной поврежденности материала  $f_0$  существенные изменения расположения микродефектов или расстояний между ними не влияют на зависимости  $\chi(t)$  и f(t). Влияние расстояния между микродефектами и их взаимного расположения начинает проявляться, только когда расстояние между центрами микротрещинами становится меньше двух их длин (т.е. когда начальная поврежденность становится больше 2,45 %).

Полученные при моделировании зависимости  $\chi(t)$  и f(t) с хорошей точностью аппроксимируются кусочно-линейными функциями. При этом можно заключить, что до некоторого порогового момента времени  $t_0$  все микротрещины в материале (независимо от того, какой была начальная поврежденность материала) не залечиваются и поврежденность материала не меняется под действием тока. Начиная с момента времени  $t_0$  все микротрещины начинают залечиваться. При этом под действием тока со временем поврежденность материала уменьшается с постоянной скоростью, которая не зависит от начальной поврежденности, в то время как залеченность материала растет со скоростью, которая обратно пропорциональна начальной поврежденности материала.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 15-08-08693).

# Библиографический список

1. Качанов Л.М. О времени до разрушения в условиях ползучести // Изв. АН СССР. ОТН. – 1958. – № 8. – С. 26–31.

2. Работнов Ю.И. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.

3. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.

4. Гарсон А.Л. Континуальная теория вязкого разрушения, обусловленного образованием и ростом пор // Теоретические основы инж. расчетов: тр. амер. о-ва инж.-мех. – 1977. – Т. 1, № 1. – С. 182–201.

5. Tvergaard V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain condition // Int. J. Fract. -1981. - Vol. 17. - P. 389-407.

6. Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar // Acta Metall. – Vol. 32. – P. 157–169.

7. Tvergaard V., Needleman A. Elastic-Viscoplastic Analysis of Ductile Fracture. In Finite Inelastic Deformations: Theory of Applications. Eds. D.Besdo, E.Stain. – Springer-Verlag, 1991. – P. 3–14.

8. Кукуджанов В.Н. Вычислительная механика сплошных сред. – М.: Изд-во физ.-мат. лит., 2008. – 320 с.

9. Kukudzhanov V.N. Numerical Continuum Mechanics. – De Gruyter, 2012. – 425 p.

10. Кондауров В.И., Фортов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. – М.: Изд-во МФТИ, 2002. – 336 с.

11. Коцаньда С. Усталостное растрескивание металлов / под ред. С.Я. Яремы. – М.: Металлургия, 1990. – 623 с.

12. Radaev Y.N. Thermodynamical model of anisotropic damage growth. Part I. Canonical dynamic state variables of continuum damage mechanics and thermodynamical functions three-dimensional anisotropic damage state // J. Non-Equilb. Termodyn. – 1996. – Vol. 21. – No. 2 – P. 129–152.

13. Radaev Y.N. Thermodynamical model of anisotropic damage growth. Part II. Canonical damage growth rate equations and theory damage invariants // J. Non-Equlib. Termodyn. -1996. - Vol. 21. - No. 3 - P. 197-222.

14. Шанявский А.А., Артамонов М.А. Предел усталости и выносливости как характреристики материала или элемента конструкции с позиций синергетики // Физическая мезомеханика. – 2004. – № 7. – Вып. 2. – С. 25–32.

15. Jang C. Microstructure and residual stress on fatigue crack growth stainless steel narrow gap welds // Materials and Design. -2010. -No. 34. -P. 1863–1870.

16. Grabulov A., Petrov R., Zandbergen H.W. EBSD investigation of the cracks initiation and TEM/FIB analyses of the microstuctural changes around cracks formed under rolling contact fatigue (RCF) // Int. J. Fatigue. -2010. - No. 32. - P. 576-582.

17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика. Т. VIII. Электродинамика сплошных сред. – 1-е изд. – М.: Гл. изд. физ.-мат. лит., 1959. – 532 с

18. Финкель В.М., Головин Ю.И., Слетков А.А. О возможности торможения быстрых трещин импульсами тока // Докл. АН СССР. – 1976. – Т. 227, № 4. – С. 848–851.

19. Финкель В.М., Головин Ю.И., Слетков А.А. Разрушение вершины трещины силовым электромагнитным полем // Докл. АН СССР. – 1977. – Т. 237, № 2. – С. 325–327.

20. Finkel' V.M., Ivanov V.M., Golovin Yu.I. Crack healing in metals by crossed electric and magnetic fields // Strength of Materials. – 1983. – Vol. 15. – No. 4. – P. 501–506. DOI: 10.1007/BF01522429

21. Беклемишев Н.Н., Корягин Н.И., Шапиро Г.С. Влияние локально-неоднородного электромагнитного поля на пластичность и прочность проводящих материалов // Изв. АН СССР. Мелаллы. – 1984. – № 4. – С. 184–187.

22. Пластичность и прочность металлических материалов с учетом импульсного воздействия высокоэнергетического электромагнитного поля / Н.Н. Беклемишев, В.Н. Кукуджанов, В.А. Порохов [и др.]. Препринт № 372. ИПМ АН СССР. – М., 1989. – 56 с.

23. Беклемишев Н.Н. Пластичность и прочность металлических материалов с учетом импульсного воздействия высокоэнергетического электромагнитного поля: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – М.: 1986. – 305 с.

24. Клюшников В.Д., Овчинников И.В. Плоская задача о воздействии мгновенного точечного источника тепла // Изв. АН СССР. МТТ. – 1988. – № 4. – С. 118–122.

25. Овчинников И.В. Влияние воздействия электротока на пластичность металлов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М., 1989. – 123 с.

26. Кукуджанов К.В. Моделирование воздействия высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля на микротрещины в поликристаллическом металле // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 4. – С. 138–158. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.09

27. Кукуджанов К.В., Левитин А.Л. Процессы трансформации и взаимодействия микротрещин в металле под воздействием высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 2. – С. 89–110. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.2.07

28. Овчинников И.В. Определение ресурса пластичности при воздействии тока // Проблемы прочности. – 1993. – №6. – С. 54–59.

29. Кукуджанов В.Н., Коломиец-Романенко А.В. Исследование влияния динамического воздействия электрического тока на механические свойства материалов с упорядоченной структурой дефектов // Изв. РАН. МТТ. – 2010. – № 3. – С. 188–199. DOI: 10.3103/S0025654410030167

30. Кукуджанов В.Н., Коломиец-Романенко А.В. Модель термоэлектропластичности изменения механических свойств металлов на основе реорганизации структуры дефектов под воздействием импульсного электрического тока // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – № 6. – С. 6–21. DOI: 10.3103/S0025654411060021

31. Коломиец А.В., Кукуджанов В.Н., Кукуджанов К.В. О переходе неоднородных упругопластических материалов с дефектами в макроразрушенное состояние. Препринт № 1053, ФГБУ науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. – М., 2013. – 42 с.

32. Моделирование неупругого разрушения неоднородных материалов при электродинамическом и термомеханическом воздействиях / А.В. Коломиец, В.Н. Кукуджанов, К.В. Кукуджанов, А.Л. Левитин. Препринт № 1054, ФГБУ науки Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН. – М., 2013. – 35 с.

33. Кукуджанов К.В., Левитин А.Л. Процессы деформирования упругопластического материала с дефектами при электродинамическом нагружении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 1. – С. 106–120. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.07

34. Song Hui, Wang Zhong-jin, Gao Tie-jun. Effect of high density electropulsing treatment on formability of TC4 titanium alloy sheet // Trans. Nonferrous Soc. China. – 2007. – Vol. 17. – P. 87–92.

35. Физические основы и технологии обработки современных материалов (теория, технология, структура и свойства). Т. 1 / О.А. Троицкий, Ю.В. Баранов, Ю.С. Аврамов, А.Д. Шляпин // Институт компьютерных исследований. – М.–Ижевск, 2004. – 590 с.

36. Conrad H. A study into the mechanism(s) for the electroplastic effect in metals and its application to metalworking, processing and fatigue. Final Report ARO Proposal Number 23090-MS, ARO Funding Document DAAL03-86-K-0015, U. S. Army Research Office, North Carolina State University, Raleigh, NC 27695. March 10, 1989, 52 p.

37. Ultrasonic monitoring of the accumulation of aging damage and recovery of the useful lifetime of industrial parts / L.B. Zuev, V.Ya. Tsellermaer, V.E. Gromov, V.V. Murav'ev // Tech. Phys. – 1997. – Vol. 49. – No. 2. – P. 1094–1096. DOI: 10.1134/1.1258774

38. Acoustic evaluation of the endurance of steel specimens and recovery of their serviceability / L.B. Zuev, O.V. Sosnin, D.Z. Chirakadze, V.E. Gromov, V.V. Murav'ev // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. – 1998. – Vol. 39. – No. 4. – P. 639–641.

39. Акустический контроль долговечности стальных образцов и восстановление их ресурса / Л.Б. Зуев, О.В. Соснин, Д.З. Чиракадзе [и др.] // Изв. РАН. Серия физическая. – 1997. – № 5. – С. 1019–1023.

40. Синергетика электростимулированного усталостного разрушения / В.А. Петрунин [и др.] // Изв. вузов. Черная металлургия. – 1997. – № 6. – С. 46–48.

41. Электростимулированнное восстановление ресурса выносливости сварных соединений / В.Е. Громов, Д.З. Чиракадзе, Е.В. Семакин [и др.] // Изв. РАН. Серия физическая. – 1997. – No. 5. – С. 1019–1023.

42. Electrostimulated recovery of steels hardness in fatigue test / Gromov V.E. [et al.] // Adv. Materials and Processes – 1997. – No. 12. – P. 38.

43. Салганик Р.Л. Термоупругое равновесие тела с трещинами при разогреве, вызванном пропусканием тока перпендикулярно трещинам // Изв. АН СССР. МТТ. – 1978. – № 5. – С. 141–152.

44. Салганик Р.Л. Разогрев материала с эллипсоидальной неоднородностью вследствие электрических потерь // Изв. АН СССР. МТТ. – 1980. – № 6. – С. 98–109.

45. Кудрявцев Б.А., Партон В.З., Рубинский Б.Д. Электромагнитное и температурное поле в пластине с разрезом конечной длины // Изв. АН СССР. МТТ. – 1982. – № 1. – С. 110–118.

46. Партон В.З., Кудрявцев Б.А., Рубинский Б.Д. Распространение трещины под действием сильного электрического поля // Докл. АН СССР. – 1981. – Т. 250, № 5. – С. 1096–1100.

47. Liu T.J.C. Effects of temperature-dependent material properties on stress and temperature in cracked metal plate under electric current load // International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. – 2010. – Vol. 4. – No. 5. – P. 387–392.

48. Numerical Calculation and Experimental Research on Crack Arrest by Detour Effect and Joule Heating of High Pulsed Current in Remanufacturing / J. Yu, H. Zhang, D. Deng, S. Hao, A. Iqbal // Chinese journal of mechanical engineering. – 2014. – Vol. 27. – No. 4. – P. 745–753. DOI: 10.3901/CJME.2014.0414.075

49. Min-Sung Kim, Nguyen Thai Vinh, Hyeong-Ho Yu, Sung-Tae Hong, Hyun-Woo Lee, Moon-Jo Kim, Heung Nam Han, John T. Roth. Effect of Electric Current Density on the Mechanical Property of Advanced High Strength Steels under Quasi-Static Tensile Loads // International Journal of Precision Engineering and Manufacturing. – 2014. – Vol. 15. – No. 6. – P. 1207–1213. DOI: 10.1007/s12541-014-0458-y

50. Atsushi Hosoi, Tomoya Kishi, Yang Ju. Healing of Fatigue Crack Treated with Surface-Activated Pre-Coating Method by Controlling High-Density Electric Current // 13th International Conference on Fracture June 16–21, 2013, Beijing. – China, 2013. – P. 233–245.

51. Кукуджанов К.В. Левитин А.Л. О воздействии высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля на микротрещины в упругопластическом проводящем материале // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. – № 77. – С. 217–226.

52. Кукуджанов К.В. Процессы залечивания микротрещин в металле под действием импульсов тока высокой плотности // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Т. 78, № 3. – С. 300–310.

53. Kukudzhanov K.V., Levitin A.L. Modeling the Healing of Microcracks in Metal Stimulated by a Pulsed High-Energy Electromagnetic Field. Part I // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. – 2015. – Vol. 6. – Iss. 3. – P. 233–250. DOI: 10.1615/NanomechanicsSciTechnoIIntJ.v6.i3.60

54. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite Element Method: Its Basis and Fundamentals (6ed.). – Elsevier, 2005.

55. Wriggers P. Nonlinear finite element methods. - Springer, 2008.

56. Гаврилин И.В. Плавление и кристаллизация металлов и сплавов. – Владимир: Изд-во Владим. гос. ун-та, 2000. – 260 с.

57. Пикунов М.В. Металлургия расплавов: курс лекций. – М.: Изд-во МИСиС, 2005. – 286 с.

58. Пикунов М.В. Плавка металлов. Кристаллизация сплавов. Затвердевание отливок. – М.: Изд-во МИСиС, 1997. – 374 с.

# References

1. Kachanov L.M. O vremeny razrusheniya v usloviyah polzuchesty [On the Time of Fracture in Creep]. *Izvestiia akademii nauk SSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk*, 1958, no. 8, pp.26-31.

2. Rabotnov Yu.N. Polzuchest' elementov konstruktsii [Creep of Structural Members]. *Moscow, Nauka*, 1966, 752 p.

3. Kachanov L.M. Introduction to continuum damage mechanics. Martinus Nijhoff Publishers, 1986, 287 p.

4. Gurson A.L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I. Yield criteria and flow rules for porous ductile materials. *J. Engng Mater. Technol.*, 1977, vol. 99, 2-15.

5. Tvergaard V. Influence of voids on shear band instabilities under plane strain condition. Int. J. Fract., 1981, vol. 17, pp. 389-407.

6. Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. *Acta Metall*, vol. 32, pp. 157-169.

7. Tvergaard V., Needleman A. Elastic-viscoplastic analysis of ductile fracture. In finite inelastic deformations: theory of applications. Eds. D.Besdo, E.Stain. *Springer-Verlag.*, 1991, pp. 3-14.

8. Kocanda S. Zmeczeniowe pekanie metali. Warszawa, Wydawnictwa Naukowo-Techniczne, 1985, 612 p.

9. Radaev Y.N. Thermodynamical model of anisotropic damage growth. Part I. Canonical dynamic state var-

iables of continuum damage mechanics and thermodynamical functions three-dimensional anisotropic damage state. J. Non-Equlib. Termodyn., 1996, vol. 21, no. 2, pp. 129-152.

10. Radaev Y.N. Thermodynamical model of anisotropic damage growth. Part II. Canonical damage growth rate equations and theory damage invariants. *J. Non-Equilib. Termodyn.*, 1996, vol. 21, no. 3, pp. 197-222.

11. Kukudzhanov V.N. Vichislitelnaya mehanika sploshnih sred [Computational Mechanics of Continuum Media]. *Moscow, Fizmatlit,* 2008, 320 p.

12. Kukudzhanov V.N. Numerical Continuum Mechanics. De Gruyter, 2012, 425 p.

13. Kondaurov V.I., Fortov V.E. Osnovi termomehaniki kondensirovannoy sredi [Fundamentals of thermomechanics of condensed media]. *Moscow, Publishing house of MIPT*, 2002. 336 p.

14. Shanyavsky A.A., Artamonov M.A. Predel ustalosti i vinoslivosti kak harakteristika materiala ili elementa konstruktzii s tochki zreniya sinergetiki [Limit of fatigue and endurance as the characteristics of a material or structural element from the standpoint of synergetics]. *Physical mesomechanics*, 2004, vol. 7, no. 2, pp. 25-32.

15. Jang C. Microstructure and residual stress on fatigue crack growth stainless steel narrow gap welds. *Materials and Design*, 2010, no. 34, pp. 1863-1870.

16. Grabulov A., Petrov R., Zandbergen H.W. EBSD investigation of the cracks initiation and TEM/FIB analyses of the microstuctural changes around cracks formed under rolling contact fatigue (RCF). *Int. J. Fatigue*, 2010, no. 32, pp. 576-582.

17. Landau L.D., Lifshitz E.M. Teoreticheskaja Fizika. Tom VIII. Elektrodinamika sploshnih sred [Theoretical physics. Volume VIII. The electrodynamics of continuous media]. *Moscow, Fizmatlit*, 1959, 532 p.

18. Finkel' V.M., Golovin Yu.I., Sletkov A.A. Possibility of braking rapid cracks by pulses of current. *Sov. Phys. Dokl.*, 1976, vol. 227, no. 4, pp. 848-851.

19. Finkel' V.M., Golovin Yu.I., Sletkov A.A. Fracture of crack tip by high-energy electromagnetic field. *Sov. Phys. Dokl.*, 1977, vol. 237, no. 2, pp. 325-327.

20. Finkel' V.M., Ivanov V.M., and Golovin Yu.I. Crack healing in metals by crossed electric and magnetic fields. *Strength of Materials*, 1983, vol. 15, no. 4. pp. 501-506. DOI: 10.1007/BF01522429.

21. Beklemishev N.N., Koryagin N.I., Shapiro G.C. Vliyanie lokalno-neodnorodnogo elektromagnitnogo polya na plastichnost b prochnost provodyaschih materialov [Influence of locally inhomogeneous pulsed electromagnetic field on ductility and strength of conductive materials]. *Izvestiia akademii nauk SSSR. Metally*, 1984, no. 4, pp.184-187.

22. Beklemishev N.N., Kukudzhanov V.N., Porokhov V.A. et al. Plastichnost' i prochnost' metallicheskikh materialov s uchetom impul'snogo vozdeistviia vysokoenergeticheskogo elektromagnitnogo polia [Plasticity and strength of metallic materials with the pulse action of a high-energy electromagnetic field taken into account]. *Izvestiia akademii nauk SSSR. Otdelenie tekhnicheskikh nauk*, 1958, no. 8, pp. 26-31. [in Russian]

23. Beklemishev N.N. Plastichnost i prochnost metallicheskih materialov c uchetom impulsnogo visokoenergeticheskogo elektromagnitnogo polya [Plasticity and Strength of Metals materials under action highenergy pulsed electromagnetic field]. *Moscow, PhD's Dissertation in Mathematics and Physics*, 1986, 305 p.

24. Klyushnikov V.D., Ovchinnikov I.V., Plane problem of effect of an instantaneous point heat source. *Mech. Solids*, 1988, vol. 23, no. 4, pp. 113-117.

25. Ovchinnikov I.V. Vliianie vozdeistviia elektrotoka na plastichnosť metallov [Influence of Electric Current Action on Plasticity of Metals]. *Moscow, PhD's Dissertation in Mathematics and Physics*, 1989, 123 p.

26. Kukudzhanov K.V. Modeling the treatment of high-energy pulsed electromagnetic field of the micro-cracks in a polycrystalline metal. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2015, no. 4, pp. 138-158. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.09

27. Kukudzhanov K.V., Levitin A.L. The processes of transformation and interaction of microcracks in the metal under the influence of high-energy pulsed electromagnetic field. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. no.2. pp.89-110. DOI: 10.15593/perm.mech/ 2016.2.07.

28. Ovchinnikov I.V. Determination of plasticity resource under the action of current. J. Problems of Strength, 1993, vol. 6, pp 54-59.

29. Kukudzhanov V.N., Kolomiets-Romanenko A.V. Study of the influence of electric current dynamical action on mechanical properties of materials with ordered structure of defects. *Mech. Solids.*, 2010, vol. 45 no.3, pp. 465-475. DOI: 10.3103/S0025654410030167

30. Kukudzhanov V.N., Kolomiets-Romanenko A.V. A Model of thermoelectroplasticity of variations in the mechanical properties of metals based on defect structure reorganization under the action of pulse electric current. *Mech. Solids.*, 2011, vol. 46, no. 6, pp. 814-827. DOI: 10.3103/S0025654411060021

31. Kolomiets A.V., Kukudzhanov V.N., Kukudzhanov K.V. O perekhode neodnorodnykh uprugoplasticheskikh materialov s defektami v makrorazrushennoe sostoianie [About transition of inhomogeneous elastic-plastic materials with defects into the macrofracture state]. *Moscow, IPMech RAS, Preprint*, 2013, no. 1053, 42 p.

32. Kolomiets A.V., Kukudzhanov V.N., Kukudzhanov K.V., Levitin A.L. Modelirovanie neuprugogo razrusheniia neodnorodnykh materialov pri elektrodinamicheskom i termomekhanicheskom vozdeistviiakh [Modeling of the inelastic fracture of heterogeneous materials under electrodynamic and thermomechanical loading]. *Moscow, IPMech RAS, Preprint*, 2013, no. 1054, 35 p.

33. Kukudzhanov K.V., Levitin A.L. Deformation processes of elastoplastic material with defects under electrodynamic loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 1, pp. 106–120. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.07.

34. Song Hui, Wang Zhong-jin, Gao Tie-jun. Effect of high density electropulsing treatment on formability of TC4 titanium alloy sheet. *Trans. Nonferrous Soc. China*, 2007, vol. 17, pp. 87-92.

35. Troitskii O.A., Baranov Yu.V., Avraamov Y.S., Shlyapin A.D. Fizicheskie osnoviy i tekhnologii obrabotki sovremennikh materialov (teoriya, tekhnologiya, struktura i svoistva [Physical fundamentals and technologies of processing advanced materials (theory, technology, structure, and properties)]. Moscow, Izhevsk Institute of Computer Science, 2004, vol. 1., 590 p.

36. Conrad H. A study into the mechanism(s) for the electroplastic effect in metals and its application to metalworking, processing and fatigue. Final Report ARO Proposal Number 23090-MS, ARO Funding Document DAAL03-86-K-0015, U. S. Army Research Office, North Carolina State University, Raleigh, NC 27695. March 10, 1989, 52 p.

37. Zuev L.B., Tsellermaer V.Ya., Gromov V.E., and Murav'ev V.V. Ultrasonic monitoring of the accumulation of aging damage and recovery of the useful lifetime of industrial parts. *Tech. Phys.*, 1997, vol. 49, no. 2, pp. 1094-1096. DOI: 10.1134/1.1258774

38. Zuev L.B., Sosnin O.V., Chirakadze D.Z., Gromov V.E., and Murav'ev V.V. Acoustic evaluation of the endurance of steel specimens and recovery of their serviceability. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 1998, vol. 39, no. 4, pp. 639-641.

39. Zuev L.B., Sosnin O.V., Chiracadze D.Z. Akusticheskiy control i dolgovechnosty stalnih obraztzov i vosstanovleniya ih resursa [Acoustic control of the durability of steel samples and the restoration of their life]. *Izvestiia rossiiskoi akademii nauk: Seriia fizicheskaia*, 1997, no. 5, pp. 1019-1023.

40. Petrunin V.A. et al. Sinergetika elektrostimulirovannogo ustalostnogo razrusheniya [Synergy of electrostimulated fatigue failure]. *Izvestiya vuzov: chernaya metallurgiya*, 1997, no. 6, pp. 46-48.

41. Gromov V.Ye., Chirakadze D.Z., Semakin E.V. Elektrostimulirovannoe vosstanovlenie resursa vinoslivosty svarnih soedineniy [Electrostimulated restoration of endurance resource of welded joints]. *Izvestiia rossiiskoi akademii nauk: Seriia fizicheskaia*. 1997, no. 5, pp.1019-1023.

42. Gromov V.E. Et al. Electrostimulated recovery of steels hardness in fatigue test. Adv. Materials and Processes, 1997, no. 12, pp. 38-50.

43. Salganik R.L. Thermoelastic Equilibrium of a solid with cracks under heating caused by passage of a current perpendicular to the cracks. *Mech. Solids*, 1978, vol. 13, no. 5, pp. 129-138.

44. Salganik R.L., Heating of a material with an ellipsoidal nonuniformity as a result of electrical losses. *Mech. Solids*, 1980, vol. 15, no. 6, pp. 87-98.

45. Kudrjavtzev B.A., Parton V.Z. Rubinskiy B.D., Electromagnetic and temperature field in the plate with a cut of finite length. *Mech. Solids*, 1982, vol. 1, no. 1, pp. 110-118.

46. Parton V.Z., Kudrjavtzev B.A., Rubinskiy B.D., Crack propagation under the influence of a strong electric field. *Sov. Phys. Dokl.*, 1981, vol. 250, no. 5, pp. 1096-1100

47. Liu T.J.C. Effects of temperature-dependent material properties on stress and temperature in cracked metal plate under electric current load. *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*, 2010, vol. 4, no. 5, pp. 387-392.

48. Yu J., Zhang H., Deng D., Hao S., and Iqbal A. numerical calculation and experimental research on crack arrest by detour effect and joule heating of high pulsed current in remanufacturing. *Chinese journal of mechanical engineering*, 2014, vol. 27, no. 4, pp. 745-753. DOI: 10.3901/CJME.2014.0414.075

49. Min-Sung Kim, Nguyen Thai Vinh, Hyeong-Ho Yu, Sung-Tae Hong, Hyun-Woo Lee, Moon-Jo Kim, Heung Nam Han, and John T. Roth. Effect of electric current density on the mechanical property of advanced high strength steels under quasi-static tensile loads. *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 2014, vol. 15, no. 6, pp. 1207-1213. DOI: 10.1007/s12541-014-0458-y

50. Atsushi Hosoi, Tomoya Kishi, Yang Ju. Healing of fatigue crack treated with surface-activated precoating method by controlling high-density electric current. *Beijing, 13th International Conference on Fracture June 16–21*, 2013, pp. 233-245.

51. Kukudzhanov K.V., Levitin A.L. About the treatment of high energy pulsed electromagnetic field on the micro-cracks in elastoplastic conductive material. *Problems Of Strength And Plasticity*, 2015, vol.77, no 4, pp. 217-226

52. Kukudzhanov K.V. The process of healing of micro-cracks in the metal under the high density current pulses. *Problems of strength and plasticity*, 2016, vol. 78, no. 3, pp. 300-310.

53. K.V. Kukudzhanov, A.L. Levitin. Modeling the Healing of microcracks in metal stimulated by a pulsed high-energy electromagnetic field. Part I. *Nanomechanics Science and Technology: An International Journal*. 2015. vol. 6, Iss. 3, pp. 233-250. DOI: 10.1615/NanomechanicsSciTechnoIIntJ.v6.i3.60

54. Zienkiewicz O.C., Taylor R.L., Zhu J.Z. The Finite element method: its basis and fundamentals. 6 ed. *Elsevier*, 2005, 215 p.

55. Wriggers P. Nonlinear finite element methods. Springer, 2008.

56. Gavrilin I.V. Plavlenie i kristallizatsiia metallov i splavov [Melting and crystallization of metals and alloys]. *Vladimir, Vladimir State University*, 2000. 260 p.

57. Pikunov M.V. Metallurgiia rasplavov. Kurs lektsii [Metallurgy of the melts. A course of lectures]. *Moscow, MISA*, 2005. 286 p.

58. Pikunov M.V. Plavka metallov. Kristallizatsiia splavov. Zatverdevanie otlivok. [Metal smelting. Alloy crystallization. The solidification of castings]. *Moscow: MISiS*, 1997. 374 p.