



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.1.10

УДК 629.7; 533.6.013.422

АНАЛИЗ ФЛАТТЕРНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК НА ОСНОВЕ ОБОБЩЕННЫХ ПАРАМЕТРОВ СОБСТВЕННЫХ ТОНОВ КОЛЕБАНИЙ

К.И. Барина, А.В. Долгополов, О.А. Орлова, М.А. Пронин

Центральный аэрогидродинамический институт имени профессора Н.Е. Жуковского, Жуковский, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 06 августа 2020 г.
Принята: 26 марта 2021 г.
Опубликована: 15 апреля 2021 г.

Ключевые слова:

аэроупругость, флаттер, динамически подобная модель, математическая модель, модальные испытания, обобщенная масса, обобщенная жесткость, демпфирование, собственная частота.

АННОТАЦИЯ

Проведен расчет на флаттер динамически подобной модели (ДПМ) крыла большого удлинения с использованием экспериментально полученных обобщенных параметров собственных тонов колебаний. ДПМ изготовлена из полимерных композиционных материалов и предназначена для исследований характеристик аэроупругости в аэродинамической трубе высоких скоростей. В ходе работ определены безопасные режимы (границы флаттера) проведения экспериментальных исследований ДПМ в аэродинамической трубе.

В качестве исходных данных для создания математической модели использованы результаты модальных испытаний ДПМ крыла, а именно: частоты и формы собственных колебаний, обобщенные массы, обобщенные коэффициенты демпфирования, обобщенные жесткости собственных тонов колебаний.

Наибольшие погрешности в экспериментальном определении модальных характеристик возникают при нахождении обобщенных масс, поэтому для повышения точности получаемых обобщенных характеристик в работе использованы несколько наиболее применимых на практике методов: механической догрузки, добавления квадратурной составляющей силы, метод комплексной мощности. Проанализированы погрешности и для расчета на флаттер выбраны наиболее достоверные из указанных методов.

Выполнено сравнение результатов расчета на флаттер по обобщенным параметрам с расчетом на основе конструкторской документации (КД). По КД математическая модель создавалась по отсечно-балочной схематизации. Расчеты были проведены для чисел Маха от 0,2 до 0,8 и значений относительной плотности воздуха, равных 0,5, 1; 1,5. Сравнение двух методов показало, что различие по критическим скоростным напорам флаттера составило не более 6 %, что указывает на перспективность метода анализа флаттерных характеристик на основе обобщенных параметров собственных тонов колебаний.

© ПНИПУ

© Барина Ксения Ивановна – инж., e-mail: kmalyutkina@yandex.ru, ID: [0000-0003-2739-5674](https://orcid.org/0000-0003-2739-5674).
Долгополов Антон Валерьевич – н.с., e-mail: anton.dolgoplov@tsagi.ru, ID: [0000-0001-6510-0000](https://orcid.org/0000-0001-6510-0000).
Орлова Ольга Алексеевна – н.с., e-mail: olga.orlova@tsagi.ru, ID: [0000-0001-7641-2296](https://orcid.org/0000-0001-7641-2296).
Пронин Михаил Александрович – нач. отд., e-mail: mikhail.pronin@tsagi.ru, ID: [0000-0003-0594-6500](https://orcid.org/0000-0003-0594-6500).

Kseniya I. Barinova – Engineer, e-mail: kmalyutkina@yandex.ru, ID: [0000-0003-2739-5674](https://orcid.org/0000-0003-2739-5674).
Anton V. Dolgoplov – Science Researcher, e-mail: anton.dolgoplov@tsagi.ru, ID: [0000-0001-6510-0000](https://orcid.org/0000-0001-6510-0000).
Olga A. Orlova – Science Researcher, e-mail: olga.orlova@tsagi.ru, ID: [0000-0001-7641-2296](https://orcid.org/0000-0001-7641-2296).
Mikhail A. Pronin – Head of a Department, e-mail: mikhail.pronin@tsagi.ru, ID: [0000-0003-0594-6500](https://orcid.org/0000-0003-0594-6500).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

THE ANALYSIS OF FLUTTER CHARACTERISTICS BASED ON GENERALIZED PARAMETERS OF EIGEN MODES OF VIBRATIONS

K.I. Barinova, A.V. Dolgoplov, O.A. Orlova, M.A. Pronin

The Central Aerohydrodynamic Institute named after N.E. Zhukovsky, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 06 August 2020
Accepted: 26 March 2021
Published: 15 April 2021

Keywords:

aeroelasticity, flutter, dynamically scaled model, numerical model, modal test, generalized mass, generalized stiffness, damping, eigen frequency.

ABSTRACT

Flutter numerical analysis of a dynamically scaled model (DSM) of a high aspect ratio wing was performed using experimentally obtained generalized parameters of eigen modes of vibrations. The DSM is made of polymer composite materials and is designed for aeroelastic studies in a high-speed wind tunnel. As a result of the analysis, safe operation conditions (flutter limits) of the DSM were determined.

The input data to develop the flutter mathematical model are DSM modal test results, i.e. eigen frequencies, mode shapes, modal damping coefficients, and generalized masses obtained from the experiment.

The known methods to determine generalized masses have experimental errors. In this work some of the most practical methods to get generalized masses are used: mechanical loading, quadrature component addition and the complex power method. Errors of the above methods were analyzed, and the most reliable methods were selected for flutter analysis.

Comparison was made between the flutter analysis using generalized parameters and a pure theoretical one based on developing the mathematical model from the DSM design specifications. According to the design specifications, the mathematical model utilizes the beam-like schematization of the wing. The analysis was performed for Mach numbers from 0.2 to 0.8 and relative air densities of 0.5, 1, 1.5. Comparison of the two methods showed the difference in critical flutter dynamic pressure no more than 6%, which indicates good prospects of the flutter analysis based on generalized parameters of eigen modes.

© PNRPU

1. Методы определения обобщенных масс

Определение обобщенных модальных параметров, к которым относятся обобщенные массы, жесткости и коэффициенты демпфирования, является важной частью решения задач динамики [1–5]. Можно определить их с помощью расчетных методов, например методом конечных элементов, а также получить экспериментально, при проведении модальных испытаний [6, 7].

Для экспериментального определения обобщенных характеристик были выбраны метод механической догрузки, метод введения квадратурной составляющей силы и метод комплексной мощности, как наиболее применимые в испытаниях.

1.1. Метод механической догрузки

Метод добавочных масс, называемый иначе методом механической догрузки [8], заключается в определении величин приведенных масс m_j^n (обобщенная масса численно равна приведенной в точке нормировки, т.е. отнесенной к квадрату амплитуды перемещений) за счет изменения собственной частоты тона колебаний ω_j с помощью установки на испытываемую конструкцию дополнительных сосредоточенных масс Δm в точках возбуждения. При этом предполагается, что из-за незначительности дополнительных масс форма колебаний практически не меняется.

Примем обозначения m_j^n , ω_j соответственно для обобщенной массы и собственной частоты колебаний j -го тона исходной системы, ω_j' – собственной частоты колебаний j -го тона измененной системы (после установки дополнительных масс Δm).

$$m_j^n = \omega_j'^2 \Delta m / (\omega_j^2 - \omega_j'^2).$$

Реальная система может быть в какой-то степени нелинейной, поэтому измерения во всех вариантах выполняют при поддержании одинаковых амплитуд колебаний. Для уменьшения случайных ошибок измерений строят зависимости резонансной частоты и амплитуды колебаний от величины догрузки, при этом оценивается линейность графиков.

Недостатком данного метода является необходимость установки специальных грузов, что может вызывать практические трудности, требует дополнительного времени измерений и вносит изменения в динамические свойства конструкции.

1.2. Метод добавления квадратурных составляющих сил возбуждения

Метод добавления квадратурных составляющих сил возбуждения [9] заключается во введении составляющей, сдвинутой по фазе на $\pm 90^\circ$ по отношению к действующим силам и, значит, к одному из опорных сигналов генератора (с фазовым углом 0°). Обобщенные ха-

характеристики тонов рассчитываются по изменению частоты фазового резонанса после введения квадратурной составляющей возбуждения, которая эквивалентна силам инерции некоторой дополнительной массы. Разность частот по отношению к первоначальной (синфазной) составляющей возбуждения достигается путем получения нового фазового резонанса измененной системы после введения квадратурной составляющей.

Недостатком способа является отсутствие критерия для обоснования выбора диапазона частот вынужденных колебаний в окрестности резонансной частоты, в котором реализуются режимы «фиктивного» фазового резонанса. Поскольку обобщенные характеристики рассчитываются по разности частот фазового резонанса, каждая из которых определяется с некоторой погрешностью, то при малой разности погрешность в обобщенных характеристиках может быть значительной.

1.3. Метод комплексной мощности

Метод комплексной мощности использует мощность, добавленную в конструкцию для измерения обобщенных параметров [9–11]. Мощность измеряется как комплексное значение при прохождении диапазона частоты вблизи резонанса. Построение реальной части комплексной мощности (активной мощности) как функции от частоты приводит к кривой, достигающей максимума на резонансной частоте. Мнимая часть мощности (реактивная мощность) переходит от положительных значений к отрицательным, пересекая ноль на резонансе. Обязательным требованием метода является то, что участок вблизи резонанса должен показывать линейное поведение. Из наклона реактивной мощности в окрестности резонанса можно рассчитать обобщенную жесткость, а из максимума активной мощности и обобщенной жесткости – коэффициент демпфирования. Недостатками метода является высокий разброс характеристик, чувствительность к погрешностям экспериментальных данных, неприменимость для нелинейных конструкций и конструкций с низким демпфированием.

2. Результаты модальных испытаний динамически подобной модели

Динамически подобная модель (ДПМ) крыла (рис. 1) предназначена для исследования характеристик аэроупругости в АДТ. При создании ДПМ использована балочная схематизация. Основным силовым элементом модели является лонжерон, который представляет собой балку переменного прямоугольного сечения, выполненную из высокомодульного однонаправленного углепластика. На балку-лонжерон, перпендикулярно оси жесткости, установлены нервюры. Внутренний свободный объем между силовыми элементами конструкции и обшивкой заполнен формообразующим наполнителем.

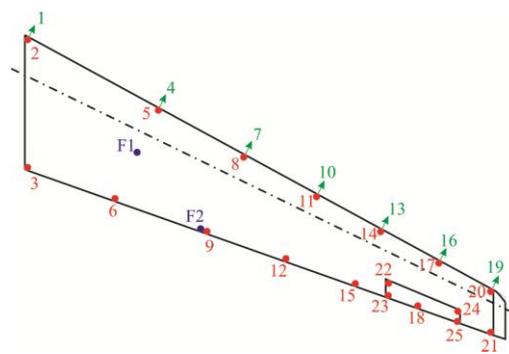


Рис. 1. Схема модели

Fig. 1. Model's scheme

Результаты модальных испытаний ДПМ приведены в табл. 1 и на рис. 2. Схемы расположения точек измерения и возбуждения колебаний приведены на рис. 1. Характеристики собственных тонов колебаний (частоты и коэффициенты демпфирования) даны в табл. 1.

Таблица 1

Результаты модальных испытаний – характеристики собственных тонов колебаний

Table 1

Modal test results – characteristics of normal modes

Тон колебаний	f , Гц	ξ , %	Приведенные массы		
			КС, кг	МД, кг	КМ, кг
ВИК I	11,38	0,33	211,2	180,9	114,5
ВИК II	36,07	0,73	18,9	17,6	16,4
ВИК III	76,59	0,85	5,4	6,2	6,3
КрК I	97,20	1,18	7,1	7	6,5

Примечание: КС – метод квадратурной составляющей силы; МД – метод механической догрузки; КМ – метод комплексной мощности.

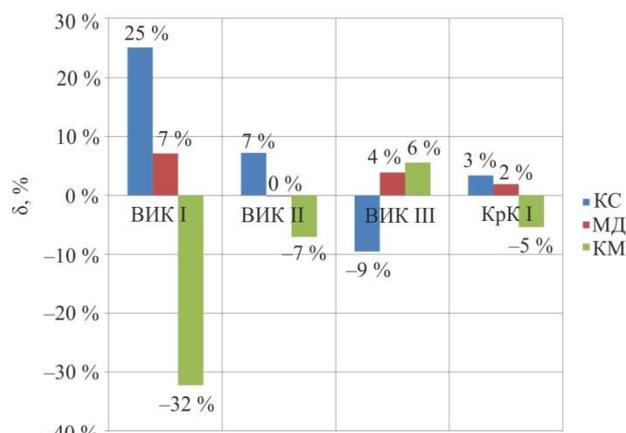


Рис. 2. Отклонение результатов от среднего значения

Fig. 2. The deviation of results from the average value

На рис. 4 и в табл. 1 представлены значения приведенных масс, определенные тремя методами, описанными в подразд. 1. Ниже использованы следующие обозначения:

- ВИК I – вертикальный изгиб крыла первого тона;
- ВИК II – вертикальный изгиб крыла второго тона;

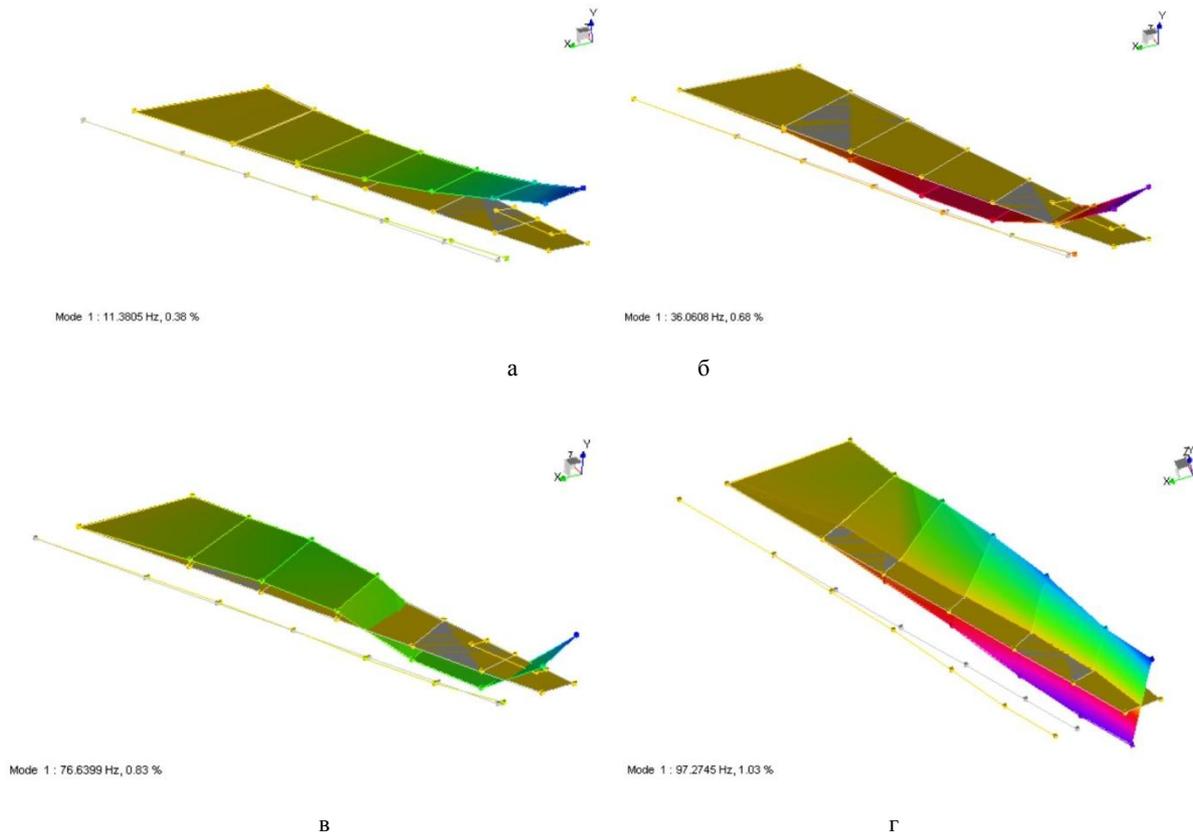


Рис. 3. Формы собственных колебаний ДПМ: *a* – вертикальный изгиб крыла I тона; *b* – вертикальный изгиб крыла II тона; *c* – вертикальный изгиб крыла III тона; *d* – кручение крыла I тона

Fig. 3. DSM mode shapes: *a* – first vertical bending mode; *b* – second vertical bending mode; *c* – third vertical bending mode, *d* – first torsion mode

- ВИК III – вертикальный изгиб крыла третьего тона;
- КрК I – кручение крыла первого тона.

Приведенные массы тонов изгиба крыла определены при возбуждении в точке F1, тона кручения – в точке F2.

При этом обобщенная жесткость и демпфирование вычислялись по формулам:

$$k_k = m_k \omega_k^2,$$

$$\bar{h}_k = 2\xi_k \sqrt{k_k m_k},$$

где m_k – обобщенная масса; ω_k – круговая частота собственного тона колебаний; ξ_k – доля от критического демпфирования колебаний, $\xi_k \approx \delta_k / 2\pi$; δ_k – логарифмический декремент колебаний, k_k ; h_k – обобщенная жесткость и демпфирование для рассматриваемого k -го тона.

Анализ погрешностей методов определения обобщенных масс (рис. 2) показал наибольший разброс значений по методам добавления квадратурной составляющей силы и методу комплексной мощности. Поэтому для дальнейших расчетов использовались обобщенные характеристики, определенные методом механической догрузки.

На рис. 3 представлены формы собственных колебаний динамически подобной модели крыла.

3. Расчет флаттера ДПМ крыла на основе обобщенных параметров

Для проведения экспериментальных исследований явлений аэроупругости в АДТ высоких скоростей необходимо было определить границы флаттера ДПМ [3, 12–22]. Поскольку в аэродинамической трубе высоких скоростей существует опасность мгновенного разрушения [23] ДПМ и повреждения ее элементами лопаток компрессора АДТ, для расчета на флаттер созданы две математические модели. Первая из них создана на основе экспериментально определенных обобщенных характеристик, собственных частот, форм и коэффициентов демпфирования колебаний. Вторая математическая модель создана по отсечно-балочной схематизации на основе конструкторской документации и верифицирована по результатам модальных испытаний крыла путем сравнения частот и форм собственных колебаний.

В задаче о флаттере целью расчета является нахождение границы устойчивости, т.е. параметров потока (ρ , M , V), при которых возможны незатухающие колебания [24–30]. Граница устойчивости в пространстве параметров потока (ρ , M , V) определяется путем последовательного изменения одного из параметров при фиксированных остальных. Значение скорости (или плот-

ности, в зависимости от варьируемого параметра), при котором один из коэффициентов демпфирования α_j обращается в ноль, считается критическим. Тем самым становится известной одна из точек границы устойчивости, а мнимая часть «теряющей устойчивость» корня есть значение круговой частоты флаттера.

Существуют различные методы решения уравнений флаттера. К одним из распространенных методов относится « p - k -метод» [31]. Основным уравнением для « p - k -метода» для нахождения границы устойчивости является следующее выражение:

$$[M]\{\ddot{u}(t)\} + [H]\{\dot{u}(t)\} + [K]\{u(t)\} = \{F_A(t)\}, \quad (2)$$

где $[M]$ – матрица инерционных коэффициентов; $[K]$ – матрица жесткости; $[H]$ – матрица демпфирования; $\{u(t)\}$ – вектор перемещений; $\{F_A(t)\}$ – аэродинамические силы, действующие на ЛА, $\{F_A(t)\} = -\rho V [D]\{\dot{u}(t)\} - \rho V^2 [B]\{u(t)\}$; D и B – матрицы аэродинамического демпфирования и жесткости, являются функциями плотности потока, числа Маха и числа Струхалея (приведенной частоты); ρ – плотность невозмущенного потока; V – скорость невозмущенного потока; $Sh = \omega b/V$ – число Струхалея, или приведенная частота, где b – характерный размер летательного аппарата; $M = V/a$ – число Маха (a – скорость звука).

Для выполнения расчета на флаттер необходимо сформировать матрицы обобщенных масс, жесткостей и демпфирования по результатам модальных испытаний. Данные матрицы в нормальных координатах являются диагональными:

$$[m]\{\ddot{q}\} + [h]\{\dot{q}\} + [k]\{q\} = \{Q_A(t)\},$$

где $[m]$, $[h]$, $[k]$ – диагональные матрицы обобщенных масс, жесткости и демпфирования соответственно; $\{Q_A(t)\}$ – вектор обобщенных аэродинамических сил; $\{q\} = \{q_0\} e^{\lambda t}$ – вектор нормальных координат; $\lambda = \alpha + i\omega$ – собственные значения системы (корни характеристического полинома); $\{q_0\}$ – собственный вектор системы; p – безразмерная переменная:

$$p = \frac{\lambda b}{V} = g + ik, \quad g = \frac{\alpha b}{V}.$$

Система считается устойчивой, если все α системы будут отрицательны.

Решение уравнения (2) находят итерациями. Обычно итерации проводят только для корней с положительной мнимой частью, для которых вычисляются аэродинамические матрицы. Вычисления повторяются до тех пор, пока на очередном шаге изменения параметров

потока хотя бы одна из вычисляемых величин g не изменит знак.

Геометрия первой математической модели сформирована согласно КД. Конструкция летательного аппарата схематизируется системой пластин, отражающих геометрию крыла. Используются формы колебаний, полученные в модальных испытаниях, деформации переносятся на аэродинамическую сетку с использованием сплайнов. В расчете учитывались первые четыре тона колебаний ДПМ: первый–третий вертикальные изгибы и кручение первого тона крыла.

В качестве диагональных элементов матрицы обобщенных масс используются значения приведенных масс с учетом нормировки.

Расчет на флаттер на основе обобщенных характеристик, полученных в результате испытаний ДПМ, выполнен при разных значениях относительной плотности. Аэродинамические свойства моделировались системой несущих плоскостей. Критическая скорость флаттера определялась через интерполяцию по числу Струхалея. Расчеты были проведены для чисел Маха от 0,2 до 0,8 и трех значений относительной плотности воздуха $\rho_{отн}$, равных 0,5; 1; 1,5.

Также расчет на флаттер для ДПМ был выполнен в программе КС-М [32], использующей полиномиальный метод Ритца для определения собственных форм и частот колебаний конструкции. Математическая модель создавалась по отсечно-балочной схеме на основе исходных данных, полученных по конструкторской документации.

В табл. 2 приведено сравнение собственных частот расчетной модели КС-М с результатами испытаний. Положения узловых линий по исследуемым тонам колебаний практически совпадали.

Таблица 2

Сравнение результатов

Table 2

Comparison of results

Тон колебаний	НЧИ f_c , Гц	КС-М f_c , Гц	Погрешность, %
ВИК I	11,38	11,44	-0,5
ВИК II	36,07	36,17	-0,3
ВИК III	76,59	77,75	-1,5
КрКр I	97,20	97,92	-0,7

Расчет на флаттер в КС-М проводится с использованием линейной нестационарной аэродинамики для чисел Маха от 0,2 до 0,8 и трех значений относительной плотности воздуха.

Получено, что в расчетах низшей формой флаттера является изгибно-крутильный флаттер крыла. На рис. 4 показано сравнение критических скоростных напоров (q) при разных значениях относительной плотности воздуха, полученных с использованием обобщенных характеристик (ОХ) и КС-М.

Сравнение результатов расчетов, выполненных на основе обобщенных характеристик и в программном комплексе КС-М, показало различие по критическим скоростным напорам от 1 до 6 % для значений чисел Маха от 0,2 до 0,8 и трех значений относительных плотностей.

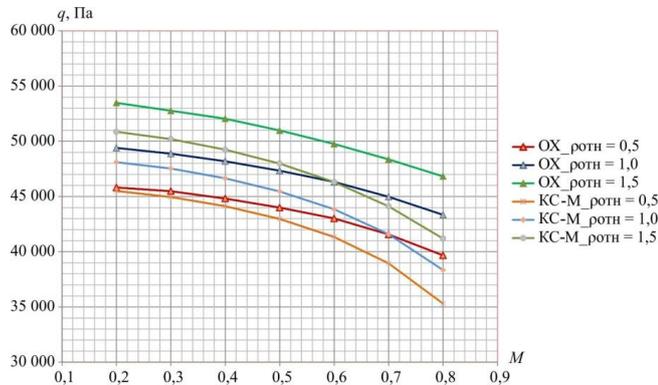


Рис. 4. Сравнение результатов расчета на флаттер

Fig. 4. Comparison between flutter analysis results

Необходимо отметить, что различия по критическим скоростным напорам связаны с вычислениями аэродинамики в программе расчета границ флаттера с использованием обобщенных характеристик, основные соотношения которой описаны в [31].

Библиографический список

1. Разработка технологии экспериментальных исследований флаттера на основе идентификации модальных параметров в базисе нормальных (обобщенных) координат / Б.Д. Брянцев, Б.В. Григорьев, В.А. Мосунов, О.А. Орлова, С.Э. Парышев, А.В. Фролов // Прочность конструкций летательных аппаратов: сб. ст. науч.-техн. конф. Серия «Труды ЦАГИ» под редакцией М.Ч. Зиченкова. – 2018. – С. 177–179.
2. Алфутов Н.А., Колесников К.С. Устойчивость движения и равновесия: учеб. для вузов / под ред. К.С. Колесникова. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2003. – 256 с.
3. Baranov N.I., Nushtaev P.D., Nushtaev Yu.P. Control surface flutter of aircraft and rockets. – М.: Rusavia, 2006. – 460 p.
4. Дж. П. Ден-Гартог Механические колебания: пер. А.Н. Обморшева. – М.: Гос. изд-во физико-математической литературы, 1960. – 580 с.
5. Аэроупругость // В кн.: Машиностроение. Энциклопедия. Т. 4-21. Самолеты и вертолеты. Аэродинамика, динамика полета и прочность / под ред. Г.С. Бюшгенса. – М.: Машиностроение, 2002. – 799 с.
6. Хейлен Вард, Стефан Ламменс, Пол Сас. Модальный анализ: теория и испытания. – М.: ООО «Новатест», 2010. – 319 с.
7. Смыслов В.И. Исследование колебаний линейной системы при многоточечном возбуждении и автоматизации измерений // Труды ЦАГИ. – 1970. – № 1217. – С. 64-86.
8. Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 564 с.
9. Clerc D. Methode de recherche des modes propres par calcul de l' excitation harmonique optimum d' apres les res les

Закключение

В работе представлены используемые на практике методы определения обобщенных характеристик, а также приведен пример оперативного анализа границ динамической устойчивости ДПМ на основе обобщенных модальных параметров. Сравнение данного метода с результатами расчета в программном комплексе КС-М показало хорошую сходимость (различие по критическим скоростным напорам флаттера составило не более 6 %), что указывает на перспективность предлагаемого метода.

Благодарность

Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации, по соглашению № RFMEFI62518X0044. Авторы выражают признательность партнеру проекта ПАО «Корпорация «Иркут».

Acknowledgments

This research was financed by Ministry of Education and Science of the Russian Federation, under agreement No.RFMEFI62518X0044. The authors wish to greatly acknowledge the project partner, Irkut Corporation.

- resultats bruts d' essais de vibrations // Note technique: ONERA. – 1967. – № 119. – 57 p.
10. Смыслов В.И., Пронин М.А. Средства наземных модальных испытаний ЛА // Авиационная промышленность. – 2018. – № 3–4. – С. 4–9.
11. Карклэ П.Г., Пронин М.А., Смыслов В.И. Стенд для исследований флаттера упругой демонстрационной модели при воспроизведении аэродинамических сил // Труды ЦАГИ. – 2012. – Вып. 2706. – С. 1–12.
12. Исследование флаттера новых российских самолетов на динамически подобных моделях / М.А. Грецов, А.В. Долгополов, В.В. Звезднов, С.В. Шалаев, А.Е. Орлов, А.В. Хало // Прочность конструкций летательных аппаратов: сб. ст. науч.-техн. конф. «Прочность конструкций летательных аппаратов». – 2017. – С. 219–222.
13. Orlova O.A., Pronin M.A., Smyslov V.I. Numerical simulation and experimental flutter research of an aircraft with asymmetric control surfaces // 17th International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, IFASD. – 2017.
14. Гришанина Т.В., Рыбкина Н.М. К расчету флаттера прямого крыла большого удлинения в несжимаемом потоке с использованием нестационарной аэродинамической теории // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2020. – Т. 26, № 1. – С. 43–57.
15. Мензульский С.Ю., Бура Р.В. Определение модальных характеристик и расчетные исследования по обеспечению безопасности летательного аппарата от флаттера // Инженерный журнал: наука и инновации. – 2018. – № 12 (84). – С. 8.
16. Благодырева О.В. Исследование флаттера композитного крыла // Труды МАИ. – 2014. – № 74. – С. 28.

17. Флаттер модели на стенде с электромеханическим воспроизведением аэродинамических сил / Г.В. Лисейкин, И.В. Маркин, М.А. Пронин, Р.В. Рябыкина, В.И. Смыслов // Прочность конструкций летательных аппаратов. Сборник статей научно-технической конференции. Серия «Труды ЦАГИ» / под ред. М.Ч. Зиченкова. – 2018. – С. 96–97.
18. Гарифуллин М.Ф. Численные методы в расчетных и экспериментальных исследованиях нестационарных явлений аэроупругости. Кн. 1: Численные методы в расчетных исследованиях. – М.: Наука, 2016. – 352 с.
19. Математические модели летательных аппаратов / под ред. С.М. Белоцерковского. – М.: Новый центр, 2003. – 631 с.
20. Флаттер. Авиация: энциклопедия / гл. ред. Г.П. Свищев. – М.: Большая Российская Энциклопедия, 1994. – 736 с.
21. Бисплингхофф Р.Л., Эшли Х., Халфмэн Р.Л. Аэроупругость / пер. с англ. Г.И. Баренблатта, А.И. Смирнова, В.П. Шидловского; под ред. Э.И. Григолюка. – М.: Иностранная литература, 1958. – 800 с.
22. Chen P.C. A Damping Perturbation Method for Flutter Solution: The g-Method // Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics, Williamsburg, VA, NASA CP-1999-209136/PT 1, Part 1. – 1999. – P. 433–441.
23. Развитие методов анализа и исследования прочности авиационных конструкций / М.Ч. Зиченков, А.С. Дзюба, С.В. Дубинский, М.В. Лимонин, С.Э. Парышев, А.В. Панков // Полет. Общероссийский научно-технический журнал. – 2018. – № 11. – С. 87–105.
24. Justin A. Haught Aeroelasticity of Composite Plate Wings using HSDT and Higher-Order FEM // West Virginia University, Follow. Published: 18 May 2020 by West Virginia University Libraries. – URL: <https://doi.org/10.33915/etd.7547> (дата обращения: 24.06.2020).
25. Stability of very flexible aircraft with coupled nonlinear aeroelasticity and flight dynamics / C. Xie, L. Yang, Y.Liu, C. Yang // Journal of Aircraft. – 2018. – Vol. 55, no. 2. – P. 862–874.
26. Andrikaitis M., Fedaravičius A. Modal and flutter analysis of the sailplane LAK-17B using numerical methods // Transport. – 2014. – Vol. 29, no. 1. – P. 84–89.
27. van Rooij A.C.L.M., Nitzsche J., Dwight R.P. Prediction of aeroelastic limit-cycle oscillations based on harmonic forced-motion oscillations // AIAA Journal. – 2017. – Vol. 55, no. 10. – P. 3517–3529.
28. Magd Abdel Wahab, Boutchicha Djillali, Samir Khatir, Lousdad Abdelkader Experimental and numerical investigation of flutter phenomenon of an aircraft wing (NACA 0012) // Mechanics. – 2017. – Vol. 23, no. 10. – P. 562–566. DOI: 10.5755/j01.mech.23.4.15175
29. Hassig H.J. An approximate damping solution of the flutter equation by determinant iteration // Journal of Aircraft – 1971. – Vol. 8, no. 11. – P. 885–889.
30. Войтышен В.С., Семенов В.Н. Использование МКЭ модели для определения характеристик аэроупругости летательного аппарата // Авиационная промышленность. – 2019. – № 3–4. – С. 15–20.
31. Аэроупругость / Г.А. Амирьянц, М.Ч. Зиченков, С.И. Калабухов, П.Г. Карклэ, О.А. Кузнецов, В.П. Кузьмин, С.И. Кузумина, В.В. Лыщинский, В.А. Мосунов, В.А. Мызин, В.В. Назаренко, В.В. Назаров, С.Э. Парышев, В.Н. Поповский, В.И. Смыслов, В.И. Соболев, Ю.А. Стучалкин; под ред. П.Г. Карклэ. – М.: Инновационное машиностроение, 2019. – 652 с.
32. Буньков В.Г., Ишмуратов Ф.З., Мосунов В.А. Решение некоторых задач аэроупругости на основе современной версии полиномиального метода Ритца // Труды ЦАГИ. – 2004. – Вып. 2664. – С. 97–116.

References

1. Briantsev B.D., Grigoriev B.V., Mosunov V.A., Orlova O.A., Paryshev S.E., Frolov A.V. Razrabotka tekhnologii eksperimentalnykh issledovaniy flattera na osnove identifikatsii modalnykh parametrov v bazise normalnykh (obobshchennykh) koordinat [Development of technology for experimental flutter analysis based on the identification of modal parameters in the basis of normal (generalized) coordinates], *Prochnost konstruktivnykh letatelnykh apparatov. Sbornik statei nauchno-tehnicheskoi konferentsii. Seriya «Trudy TsAGI» pod redaktsiei M.Ch. Zichenkova* (Strength of Aircraft Structures. Collection of articles of a scientific and technical conference. Series «TsAGI Proceedings» edited by M.Ch. Zichenkov), 2018, p.p. 177–179.
2. Alfutov N.A., Kolesnikov K.S. Ustojchivost' dvizheniya i ravnovesija: Ucheb. dlja vuzov [The stability of movement and balance: Textbook for universities], edited by K.S. Kolesnikov, *Moscow, Izd-vo MGTU im. N.Je. Bauman, 2003, 256 p.*
3. Baranov N.I., Nushtaev P.D., Nushtaev Yu.P. Control surface flutter of aircraft and rockets. *Moscow, Rusavia, 2006, 460 p.*
4. Dzh. P. Den-Gartog Mehanicheskie kolebanija [Mechanical oscillations]. Translation by A.N. Obmorsheva, *Moscow, Gosudarstvennoe izdatel'stvo fiziko-matematicheskoi literatury, 1960, 580 p.*
5. Ajerouprugost'. V kn.: Mashinostroenie. Jenciklopedija. T. 4-21. Samolety i vertolety. Ajerodinamika, dinamika poleta i prochnost', pod red. G.S. Bjuhsensa [Aeroelasticity. In the book: Mechanical Engineering. Encyclopedia. T. 4-21. Aircraft and helicopters. Aerodynamics, Flight Dynamics and Strength, ed. G.S. Buchgens], *Moscow, Mashinostroenie, 2002, 799 p.*
6. Kheilen Vard, Stefan Lammens, Pol Sas. Modalnyi analiz: teoriya i ispytaniya [Modal analysis: theory and testing], *Moscow, OOO «Novatest», 2010, 319 p.*
7. Smyslov V.I. Issledovanie kolebanii lineinoi sistemy pri mnogotochechnom vzbuzhdenii i avtomatizatsii izmerenii [Vibrations of a linear system with multipoint excitation analysis and data measurement automatization], *Trudy TsAGI, 1970, no. 1217, p.p. 64 - 86.*
8. Mikishev G.N., Rabinovich B.I. Dinamika tonkostennykh konstrukcii s otkkami, soderzhashchimi zhidkost [Dynamics of thin-walled structures with fluid-containing compartments], *Moscow, Mashinostroenie, 1971, 564 p.*
9. Clerc D. Methode de recherche des modes propres par calcul de l' excitation harmonique optimum d' apres les res les resultats bruts d' essais de vibrations. *Note technique: ONERA, 1967, no. 119, 57 p.*
10. Smyslov V.I., Pronin M.A. Sredstva nazemnykh modal'nykh ispytanij LA [Ground modal testing facilities for aircrafts], *Aviacionnaja promyshlennost', 2018, no. 3-4, p.p. 4-9.*
11. Karkle P.G., Pronin M.A., Smyslov V.I. Stend dlja issledovaniy flattera uprugoj demonstracii modeli pri vosproizvedenii ajerodinamicheskikh sil [The test bench for elastic model demonstrator flutter characteristics research by reproducing aerodynamic forces], *Trudy TsAGI, 2012, no. 2706, p.p. 1-12.*
12. Gretsov M.A., Dolgoplov A.V., Zvezdnov V.V., Kazantsev D.A., Orlova O.A., Shalaev S.V. Issledovanie aivlenii, sviazannykh s aerouprugostiu na dinamicheski podobnoi modeli samoleta s rabotaiushchimi dvigateliami [Research of phenomena

associated with aeroelasticity on a dynamically similar model of aircraft with working engines], *Prochnost konstruksii letatelnykh apparatov. Sbornik statei nauchno-tehnicheskoi konferentsii. Seriya «Trudy TsAGI» pod redaktsiei M.Ch. Zichenkova Zichenkova* (Strength of Aircraft Structures. Collection of articles of a scientific and technical conference. Series «TsAGI Proceedings» edited by M.Ch. Zichenkov), 2018, p.p. 76-78.

13. Orlova O.A., Pronin M.A., Smyslov V.I. Numerical simulation and experimental flutter research of an aircraft with asymmetric control surfaces, *17-th Internationalroelasticity and Structural Dynamics, IFASD*, 2017.

14. Grishanina T.V., Rybkina N.M. K raschetu flattera priamogo kryla bolshogo udlineniia v neszhimaemom potoke s ispolzovaniem nestatsionarnoi aerodinamicheskoi teorii [Numerical analysis of a straight high aspect-ratio wing in an incompressible flow using a nonstationary aerodynamic theory], *Mekhanika kompozitsionnykh materialov i konstrukcii*, 2020, vol. 26, no. 1, pp. 43-57.

15. Menzul'skii S.Yu., Bura R.V. Opredelenie modalnykh kharakteristik i raschenye issledovaniia po obespecheniiu peзопасnosti letatel'nogo apparata ot flattera [Determination of modal characteristics and numerical analysis for aircraft safety], *Engineering Journal: Science and Innovation*, 2018, no.12 (84), p.p.8.

16. Blagodyreva O.V. Issledovanie flattera kompozitnogo kryla [Composite wing flutter analysis], *Trudy MAI*, 2014, no. 74, pp. 28.

17. Lisejkin G.V., Markin I.V., Pronin M.A., Rjabykina R.V., Smyslov V.I. Flutter modeli na stende s jelektromehaničeskim vosproizvedeniem ajerodinamicheskikh sil [Flutter of model at the test bench with electromechanical reproduction of aerodynamic forces], *Prochnost konstruksii letatelnykh apparatov. Sbornik statei nauchno-tehnicheskoi konferentsii. Seriya «Trudy TsAGI» pod redaktsiei M.Ch. Zichenkova* (Strength of Aircraft Structures. Collection of articles of a scientific and technical conference. Series «TsAGI Proceedings» edited by M.Ch. Zichenkov), 2018, p.p. 96-97.

18. Garifullin M.F. Chislennye metody v raschetnyh i jeksperimental'nyh issledovaniyah nestacionarnykh javlenij ajerouprugosti. Kniga 1: Chislennye metody v raschetnyh issledovaniyah [Numerical methods in the computational and experimental research of unsteady aeroelasticity phenomena. Book 1: Numerical Methods in Computational Research], *Moscow, Nauka*, 2016, 352 p.

19. Matematicheskie modeli letatel'nykh apparatov, pod. red. S.M. Belocerkovskogo [Mathematical models of aircraft, under. ed. CM. Belotserkovsky], *Moscow, Novyj centr*, 2003, 631 p.

20. Flatter. Aviacija: Jenciklopedija. Glavnyj redaktor G.P. Svišhev [Flutter. Aviation: Encyclopedia. Editor-in-Chief G.P. Svišhev], *Moscow, Bol'shaja Rossijskaja Jenciklopedija*, 1994, 736 p.

21. Bisplinghoff R.L., Jeshli H., Halfmjen R.L. Ajerouprugost' [Aeroelasticity]. Translated from English by G.I. Barenblatt,

A.I. Smirnov, V.P. Shidlovsky, edited by E.I. Grigolyuk, *Moscow, Inostrannaja literatura*, 1958, 800 p.

22. Chen P.C. A Damping Perturbation Method for Flutter Solution: The g-Method. *Proceedings of International Forum on Aeroelasticity and Structural Dynamics*, Williamsburg, VA, NASA CP-1999-209136/PT 1, Part 1, 1999, p.p. 433-441.

23. Zichenkov M.Ch., Dziuba A.S., Dubinskii S.V., Limonin M.V., Paryshev S.E., Pankov A.V. Razvitie metodov analiza I issledovaniia prochnosti aviatsionnykh konstruksii [Development of aircraft structural strength research methods], *All-Russian Scientific-Technical Journal «Polyot»*, 2018, no. 11, p.p. 87-105.

24. Justin A. Haught. Aeroelasticity of Composite Plate Wings using HSDT and Higher-Order FEM [On-line document: <https://doi.org/10.33915/etd.7547>], *West Virginia University*, 2020.

25. Xie C, Yang L, Liu Y, Yang C Stability of very flexible aircraft with coupled nonlinear aeroelasticity and flight dynamics. *Journal of Aircraft*, 2018, vol. 55, no. 2, p.p. 862–874.

26. Andrikaitis M, Fedaravičius A Modal and flutter analysis of the sailplane LAK-17B using numerical methods. *Transport*, 2014, vol. 29, no. 1, p.p. 84–89.

27. van Rooij ACLM, Nitzsche J., Dwight R.P. Prediction of aeroelastic limit-cycle oscillations based on harmonic forced-motion oscillations. *AIAA Journal*, 2017, vol. 55, no. 10, pp. 3517–3529.

28. Magd Abdel Wahab, Boutchicha Djillali, Samir Khatir, Lousdad Abdelkader Experimental and numerical investigation of flutter phenomenon of an aircraft wing (NACA 0012). *Mechanics*, 2017, vol. 23, no. 10, pp. 562-566. doi: 10.5755/j01.mech.23.4.15175.

29. Hassig H.J. An approximate damping solution of the flutter equation by determinant iteration. *Journal of Aircraft*, 1971, vol. 8, no. 11, p.p. 885-889.

30. Voityshen V.S., Semenov V.N. Ispol'zovanie MKJe modeli dlja opredelenija kharakteristik ajerouprugosti letatel'nogo apparata [FEM model application for aeroelasticity characteristics of the airplane investigation], *Aviacionnaja promyshlennost'*, 2019, no. 3-4, p.p. 15-20.

31. Amiriants G.A., Zichenkov M.Ch., Kalabukhov S.I., Karkle P.G., Kuznetsov O.A., Kuzmin V.P., Kuzmina S.I., Lyshchinskii V.V., Mosunov V.A., Myzin V.A., Nazarenko V.V., Nazarov V.V., Paryshev S.E., Popovskii V.N., Smyslov V.I., Sobolev V.I., Stuchal'kin Iu.A. Aerouprugost' [Aeroelasticity] edited by Karkle P.G., *Moscow, Innovatsionnoe mashinostorenie*, 2019, 652 p.

32. Bunkov V.G., Ishmuratov F.Z., Mosunov V.A. Reshenie nekotorykh zadach Aerouprugosti na osnove sovremennoj versii polinomialnogo metoda Ritca [Some problem solution of the Aeroelasticity on the basis modern version polynomial method Ritca], *Trudy TsAGI*, 2004, no. 2664, p.p. 97-116.