

Абакаров А.Д., Зайнулабидова Х.Р. Влияние коэффициента трения-скольжения опорных элементов и параметров сейсмического воздействия на реакцию и надежность сооружений с сейсмозащитой // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 2. С. 12-23. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.2.02

Abakarov A.D., Zainulabidova H.R. The Influence of the Friction-Sliding Coefficient of Support Structures and Parameters of Seismic Actions on Reactions and Reliability of Structures with Seismic Protection. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, no. 2, pp. 12-23. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.2.02



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 2, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.2.02

УДК 69.04

## ВЛИЯНИЕ КОЭФФИЦИЕНТА ТРЕНИЯ-СКОЛЬЖЕНИЯ ОПОРНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И ПАРАМЕТРОВ СЕЙСМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ НА РЕАКЦИЮ И НАДЕЖНОСТЬ СООРУЖЕНИЙ С СЕЙСМОЗАЩИТОЙ

А.Д. Абакаров, Х.Р. Зайнулабидова

Дагестанский государственный технический университет, Махачкала, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 14 октября 2020 г.  
Принята: 1 июня 2021 г.  
Опубликована: 12 июля 2021 г.

#### Ключевые слова:

сейсмическое воздействие, многомассовые системы, коэффициенты трения, сейсмоизоляция, реакция, статистический анализ, надежность.

### АННОТАЦИЯ

Объектом исследования является сооружение, представленное в виде многомассового упругого консольного стержня с сейсмоизолирующими элементами сухого трения в опорной части, испытывающее горизонтальное случайное воздействие сейсмического типа.

Целью работы является изучение сейсмической реакции и выбор рациональных параметров системы сейсмоизоляции с учетом случайных характеристик воздействия и предельных параметров сооружения и системы сейсмоизоляции.

Исследования основаны на динамических расчетах, воздействия и колебания системы являются случайными процессами. Динамическая модель сооружения с рассматриваемой сейсмоизоляцией представлена в виде консольного стержня с сосредоточенными массами, составлена система дифференциальных уравнений, описывающая движение сооружения с сейсмоизолирующими скользящими элементами в уровне верха фундаментов, смоделировано сейсмическое воздействие в виде нестационарного случайного процесса, разработан алгоритм интегрирования системы дифференциальных уравнений движения и определения методом статистических испытаний статистических характеристик сейсмической реакции и показателей надежности сооружений с сейсмоизоляцией. Приведена методика оценки эффективности системы сейсмоизоляции и выбора ее рациональных параметров.

Расчетная динамическая модель сооружения с сейсмоизолирующими скользящими элементами, установленными в уровне верха фундаментов, и упругими и жесткими ограничителями перемещений скользящих опор разработана в виде многомассового консольного стержня, учитывающего относительные перемещения масс и упоры системы об ограничители перемещений. Движение сооружения при сейсмическом воздействии описано системой дифференциальных уравнений, учитывающей условия переходов сооружения из состояния «залипания» в состояние скольжения и наоборот. Определены статистические характеристики сейсмической реакции и показатели надежности сооружения в процессе колебаний при различных значениях максимального ускорения колебания грунтов, преобладающего периода воздействия, количества масс в расчетной модели и коэффициента трения-скольжения опорных элементов. Оценена степень влияния параметров воздействия и системы на эффективность сейсмоизоляции сооружений со скользящими элементами. Предложенный подход к выбору рациональных параметров системы сейсмоизоляции может быть применен как метод, направленный на повышение эффективности систем с разными конструктивными вариантами сейсмической изоляции сооружений.

© ПНИПУ

© Абакаров Абакар Джансулаевич – д.т.н., проф., e-mail: a.abakarov@bk.ru, [ID: 0000-0002-7641-5697](https://orcid.org/0000-0002-7641-5697),  
Зайнулабидова Ханзада Рауповна – к.т.н., доц., e-mail: hanzada1@mail.ru, [ID: 0000-0002-6073-4538](https://orcid.org/0000-0002-6073-4538).

Abakar D. Abakarov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: a.abakarov@bk.ru, [ID: 0000-0002-7641-5697](https://orcid.org/0000-0002-7641-5697).

Hanzada R. Zainulabidova – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: hanzada1@mail.ru, [ID: 0000-0002-6073-4538](https://orcid.org/0000-0002-6073-4538).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)



# THE INFLUENCE OF THE FRICTION-SLIDING COEFFICIENT OF SUPPORT STRUCTURES AND PARAMETERS OF SEISMIC ACTIONS ON REACTIONS AND RELIABILITY OF STRUCTURES WITH SEISMIC PROTECTION

A.D. Abakarov, H.R. Zainulabidova

Dagestan State Technical University, Makhachkala, Russian Federation

## ARTICLE INFO

Received: 14 October 2020  
Accepted: 1 June 2021  
Published: 12 July 2021

### Keywords:

seismic impact, multimass systems, friction coefficients, seismic isolation, reaction, statistical analysis, reliability.

## ABSTRACT

The study is focused on a structure represented by a multimass elastic cantilever rod with dry friction seismic isolation elements in the support part under a horizontal random impact of a seismic type. The paper aims at investigating the seismic reaction and selecting optimal parameters of the seismic isolation system involving random impact characteristics, limit parameters of the structure, and the seismic isolation system. The researches are based on dynamic computations; the impacts and fluctuations of the system are random processes. The dynamic model of the structure with the considered seismic isolation is presented in the form of a cantilever rod with concentrated masses; a system of differential equations describing the displacement of the structure with the seismic-isolating sliding elements at the level of the top of the foundations is compiled; and a seismic impact is modeled in the form of a nonstationary random process. An algorithm is developed to integrate the system of differential equations of motion and to determine the statistical characteristics of the seismic reaction and reliability indicators of the structures with the seismic isolation. A method aimed at evaluating effectiveness of the seismic isolation system and selecting its rational parameters is suggested. We developed the computational dynamic model of the structure with the seismic-isolating sliding elements installed at the top level of the foundations, and elastic and rigid limiters for the movement of the sliding supports. This model is made in the form of a multimass cantilever rod that takes into account the relative movements of the masses and the stops of the system on the movement limiters. The structure's movement under a seismic impact is described by a system of differential equations that takes into account the conditions of transitions of the structure from the state of *sticking* to the state of sliding and vice versa. The statistical characteristics of the seismic reaction and the reliability indicators of the structure in the process of vibrations are determined for different values of the maximum acceleration of the ground vibration, the prevailing period of impact, the number of masses in the calculated model and the coefficient of friction-sliding of the support elements. The influence of the impact parameters and the system on the efficiency of the seismic isolation of the structures with sliding elements is estimated. The proposed approach to selecting the optimal parameters of the seismic isolation system can be used as a research method aimed at improving efficiency of systems with different design options for seismic isolation of structures.

© PNRPU

## Введение

Сейсмозащита – это комплекс мероприятий, принимаемый при строительстве зданий и сооружений в сейсмоопасных районах, которые позволяют обеспечить безопасность людей и снизить ущербы от землетрясений. Пока приоритет в практике проектирования в большей степени отдается традиционной сейсмозащите, предполагающей увеличение прочности конструкций и жесткости зданий, которые как правило, приводят к увеличению веса сооружений и, как следствие, возрастанию сейсмических нагрузок. Помимо традиционной сейсмозащиты, все большее применение в последние годы находят методы сейсмоизоляции зданий [1–3]. Они направлены прежде всего на обеспечение податливости связей между надземной и подземной частями зданий. В нашей стране и за рубежом уже построено более 5000 сейсмоизолированных зданий и сооружений [5, 9, 10, 24, 26, 28, 31].

В данной статье исследуются здания жесткой конструкции на сейсмоизолирующих скользящих элементах. Исследуемый тип сейсмоизоляции конструктивно состоит из верхней и нижней опорных частей, между

которыми расположена изолирующая прослойка, выполненная из материала, имеющего сравнительно низкий коэффициент трения-скольжения [19]. Рассматриваемая система со скользящими элементами включается в работу при величине горизонтальной сдвигающей силы в системе, превышающей значение силы трения, величина которой определяется коэффициентом трения-скольжения, весом здания, а также конфигураций поверхностей скольжения [6, 7, 8, 30]. В рекомендациях [19, 17] в зданиях с жесткой конструктивной схемой допускается применение сейсмоизолирующих скользящих элементов при высоте не более 9 этажей. В данной работе рассмотрена эффективность сейсмоизоляции с применением сейсмоизолирующих элементов в зданиях высотой 3, 5 и 9 этажей при сейсмических воздействиях различной интенсивности и спектральных параметров.

## Методы решения

Исследования направлены на оценку влияния коэффициента трения-скольжения и параметров *горизонтальной* составляющей сейсмического воздействия на сейсмическую реакцию и надежность сооружений раз-

ной высоты и подбор оптимальных параметров системы с сейсмоизолирующими элементами сухого трения. В работе рассмотрены многомассовые консольные расчетные модели, позволяющие в допустимых пределах точности и менее трудоемко оценить надежность и эффективность системы сейсмоизоляции при рассматриваемых воздействиях. Для интегрирования системы дифференциальных уравнений движения сооружения, правая часть которых представлена в виде нестационарного случайного процесса, применен метод Рунге – Кутты IV порядка.

На печать в разработанной программе выдаются перемещения, относительные прогибы, ускорения, силы инерции и суммарные сдвигающие силы в расчетных уравнениях системы. Показатели надежности системы определяются методом статистических испытаний, где отказовым считается состояние, когда величина относительного прогиба стен любого из этажей хотя бы один раз, за период реализации входного воздействия, превышает установленный предельный уровень. В исследовании основными варьирующими параметрами являются ускорения и преобладающие периоды входного воздействия, количество уровней сосредоточения масс в расчетной модели и коэффициент трения-скольжения в системе сейсмоизоляции.

### Моделирование сооружения с элементами сухого трения

Известно, что применение системы сейсмозащиты с сейсмоизолирующими скользящими опорными элементами для зданий с жесткой конструктивной схемой снижает сейсмические нагрузки на несущие конструкции [4, 21, 27, 34, 35]. Система сейсмоизоляции представляет собой ряд скользящих опор, расположенных между фундаментом и надземными конструкциями здания. Особенность работы конструкции со скользящими элементами состоит в том, что при горизонтальных сейсмических силах, превышающих силу трения скольжения, здание начинает двигаться относительно фундамента. При этом для ограничения относительных смещений и предотвращения возможного отрыва здания от фундамента устанавливаются упругие ограничители горизонтальных и вертикальных перемещений [18, 22, 23]. Для сооружений с регулярным конструктивно-планировочным решением расчетные сейсмические нагрузки допускается определять с применением консольной динамической модели [19]. Поэтому расчетная модель надфундаментной части здания в работе принята в виде многомассовой консольной линейно-упругой системы, как показано на рис. 1.

В расчетной модели  $\Delta_1$  – расстояние до упругих ограничителей перемещений массы  $m_0$ , а  $\Delta_2$  – до жестких ограничителей перемещений. Для определения параметров горизонтальных сейсмических колебаний зданий со скользящими элементами необходимо ре-

шить систему дифференциальных уравнений (1), которая в состоянии скольжения здания записывается в виде [9]

$$\begin{aligned}
 m_0 \cdot \ddot{Y}_0 + \beta_0 \cdot \dot{Y}_0 + F_{\text{тр}} \cdot \text{Sign} \dot{Y}_0 - \beta_1 \cdot \dot{Y}_1 - R_1 \cdot Y_1 &= -m_0 \cdot \ddot{Y}_{\text{гр}}, \\
 m_1 \cdot \ddot{Y}_1 + \beta_1 \cdot \dot{Y}_1 + R_1 \cdot Y_1 + \beta_2 \cdot (\dot{Y}_1 - \dot{Y}_2) + & \\
 + R_2 \cdot (Y_1 - Y_2) &= -m_2 \cdot (\ddot{Y}_{\text{гр}} + \ddot{Y}_0), \\
 &\dots\dots\dots \\
 m_i \cdot \ddot{Y}_i + \beta_i \cdot (\dot{Y}_i - \dot{Y}_{i-1}) + R_i \cdot (Y_i - Y_{i-1}) + & \\
 + \beta_{i+1} \cdot (\dot{Y}_i - \dot{Y}_{i+1}) + R_{i+1} \cdot (Y_i - Y_{i+1}) &= -m_i \cdot (\ddot{Y}_{\text{гр}} + \ddot{Y}_0), \\
 i = 2 \div n - 1, &\dots\dots\dots \\
 m_n \cdot \ddot{Y}_n + \beta_n \cdot (\dot{Y}_n - \dot{Y}_{n-1}) + R_n \cdot (Y_n - Y_{n-1}) &= -m_n \cdot (\ddot{Y}_{\text{гр}} + \ddot{Y}_0).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

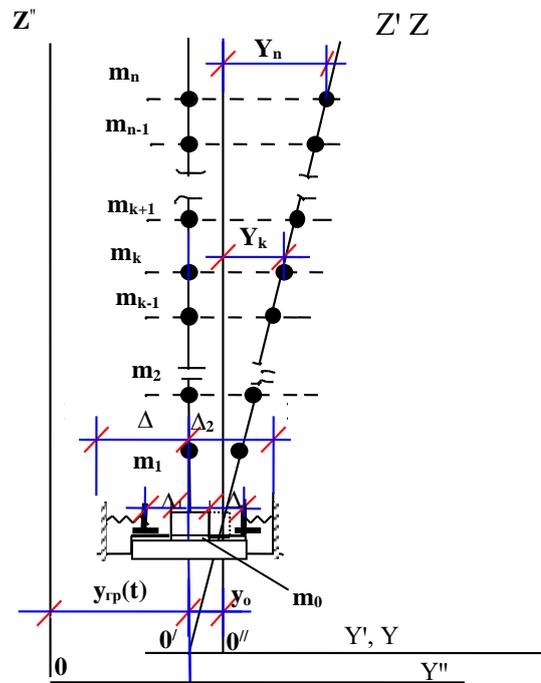


Рис. 1. Расчетная модель сооружения с сейсмоизолирующими скользящими опорными элементами для динамических расчетов с использованием акселерограмм

Fig. 1. Design model of a structure with seismic-isolating sliding support elements for dynamic calculations using accelerograms

Здесь  $Y_i$  – горизонтальные перемещения  $i$ -й массы;  $\dot{Y}_i$  – скорости  $i$ -й массы;  $\ddot{Y}_i$  – ускорения  $i$ -й массы;  $m_i$  – величины сосредоточенных масс;  $\beta_i$  – коэффициенты вязкого трения;  $R_i$  – коэффициенты жесткости  $i$ -го этажа ( $i = 1 \div n$ );  $Y_0, \dot{Y}_0, \ddot{Y}_0, \beta_0, m_0$  – то же, на уровне скользящих элементов;  $\ddot{Y}_{\text{гр}}$  – ускорения колебания грунтов, представляемые в виде нестационарного случайного процесса во времени;  $\text{Sign} \dot{Y}_0$  – единичная функция;  $F_{\text{тр}}$  – сила трения скольжения, определяемая по формуле

$$F_{\text{тр}} = \sum_{i=0}^n m_i \cdot g \cdot f_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где  $f_{\text{тр}}$  – коэффициент трения-скольжения элементов сейсмоизоляции. При условии  $|Y_0| > \Delta_1$  в первое уравнение добавляется сила от упругих ограничителей;  $r_1 (|Y_0| - \Delta_1) \cdot \text{Sign } \dot{Y}_0(t)$ , где  $r_1$  – жесткость упругих ограничителей.

При условии  $|Y_0| > \Delta_2$  в первое уравнение вместе с силой от упругих ограничителей добавляется сила от жестких ограничителей  $r_2 (|Y_0| - \Delta_2) \cdot \text{Sign } \dot{Y}_0(t)$ , где  $r_2$  – жесткость жестких ограничителей.

Исходная система дифференциальных уравнений решена на ЭВМ по методу Рунге – Кутты 4-го порядка точности, шаг дискретизации при интегрировании принят  $\Delta t = 0,01$  с.

При этом  $\ddot{Y}_{\text{тр}}$  представлен в виде

$$\ddot{Y}_{\text{тр}}(t, \omega_j) = A(t) \cdot \varphi(t, \omega_j) \cdot \sigma(\omega_j), \quad (3)$$

где  $A(t) = \varepsilon_j \cdot t \cdot e^{-\varepsilon_j \cdot t}$  – огибающая, принятая в виде импульса Берлаге [15] и нормированная так, чтобы  $|A_{\text{max}}| = 1$ ;  $\sigma(\omega_j)$  – среднеквадратическое значение ускорения колебания грунтов;  $\omega_j$  – несущая частота, приближенно равная доминантной частоте процесса;  $\varepsilon_j$  – параметр, определяющий форму огибающей генерируемого воздействия.

$\varphi(t, \omega_j)$  – нормированный (единичный) стационарный гауссовский случайный процесс, корреляционная функция которого задается косинус-экспоненциальной зависимостью:

$$K(\tau) = e^{-\alpha_j \cdot |\tau|} \cdot \cos \omega_j \cdot |\tau|, \quad (4)$$

где  $\alpha_j$  – коэффициент, учитывающий ширину спектра.

При колебаниях земной поверхности волны сжатия и растяжения распространяются от очага землетрясения, производя подвижки и разрушения земной коры, при этом характер землетрясения можно оценить интенсивностью энергии на поверхности земли, которая, в свою очередь, определяется магнитудой, глубиной расположения очага, грунтово-геологическими характеристиками. Преобладающая частота колебаний грунта  $\omega_j$ , ускорение  $a_{\text{max}}$ , ширина спектра  $\alpha$  и форма временной огибающей  $\varepsilon_j$  определяются грунтовыми условиями [3]. С увеличением мощности рыхлого грунта возрастают величины ускорений и преобладающих периодов колебаний грунтов, т.е. колебания грунта становятся более длиннопериодными, что, в свою очередь, существенно влияет на характер колебания сооружения. Таким образом, задавшись параметрами  $\omega_j$ ,  $a_{\text{max}}$ ,  $\varepsilon_j$ , мы учитываем параметры очаговых зон, грунтовые условия и спектральные характеристики ожидаемых землетрясений, определенные на основе статистического анализа записей землетрясений [15].

Генерирование искусственных акселерограмм с заданными характеристиками производилось на ЭВМ. При этом использовался следующий алгоритм получения синтезированных акселерограмм [15]:

- получение равномерно распределенных случайных чисел;
- получение нормально распределенных случайных стационарных чисел (белого шума);
- фильтрация белого шума; центрирование процесса;
- введение огибающей;
- нормировка акселерограммы.

Для получения равномерно распределенных чисел в интервале от 0 до 1 использован генератор случайных чисел RANDU, предлагаемый в [11]. Преобразование равномерно распределенных чисел в последовательность с заданным математическим ожиданием и среднеквадратическим отклонением производилось по подпрограмме GAUSS, приведенной в [12].

Случайный стационарный процесс с заданными спектральными характеристиками получен фильтрацией последовательности чисел, вычисленных в подпрограмме GAUSS. Фильтр взят такой же, как в работе [13].

Число реализаций случайного процесса для каждого варианта принято  $N = 50$ .

Для расчета приняты следующие исходные данные:  $m_0 = 3,4$  кН·с<sup>2</sup>/см;  $m_i = 3,75$  кН·с<sup>2</sup>/см;  $m_n = 4,31$  кН·с<sup>2</sup>/см;  $\beta_0 = 1,6$  кН·с/см;  $\beta_i = 80,8$  кН·с/см;  $\beta_n = 74,2$  кН·с/см;  $R_i = 1,171 \cdot 10^5$  кН/см;  $H_i = 300$  см;  $g = 980$  см/с<sup>2</sup> ( $i=1, 2, \dots, n$ ),  $\Delta_1 = 3$  см,  $\Delta_2 = 12 \dots 20$  см,  $r_1 = 60$  кН/см,  $r_2 = 60 \cdot 10^5$  кН/см.

Характеристики воздействия  $\sigma_j = 0,3 \cdot Y_{\text{тр}}^{\text{max}}$ ,  $\varepsilon_j = 0,5 \cdot \omega_j$ ,  $\alpha_j = 0,05 \cdot \omega_j$  [15].

Вес здания выше уровня расположения скользящих элементов  $G = \sum_{i=0}^n m_i \cdot g$ .

Оценка величин сейсмической реакции и надежности сооружений производилась по следующему алгоритму:

1. Среднее значение и дисперсия максимального перемещения массы  $m_0$  при  $N$ -м числе испытаний:

$$\bar{Y}_0^{\text{max}} = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N |Y_0^{\text{max}}|,$$

$$DY_0^{\text{max}} = \frac{1}{N} \cdot \left( \sum_{k=1}^N |Y_{0k}^{\text{max}}| - \bar{Y}_0^{\text{max}} \right)^2.$$

2. Относительные перекосы этажей:

$$\theta_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \left( |Y_{ik} - Y_{i-1,k}| \right)_{\text{max}} / H_i.$$

3. Сейсмическая сила:

$$S_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N \left[ R_i \cdot \left( |Y_{ik} - Y_{i-1,k}| \right) - R_{i+1} \cdot \left( |Y_{i+1,k} - Y_{ik}|_{\text{max}} \right) \right].$$

4. Поперечные перерезывающие силы  $i$ -го и нулевого уровней:

$$Q_i = \frac{1}{N} \cdot \sum_i^n S_i,$$

$$Q_0 = \sum_{i=1}^n S_i + S_0.$$

Среднее из максимальных значений сейсмических нагрузок, соответствующее массе  $m_0$ ,

$$S_0 = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=1}^N m_0 \cdot \dot{Y}_{0k}^{\max},$$

где  $\dot{Y}_{0k}^{\max}$  – максимальное ускорение массы  $m_0$  при  $k$ -й реализации.

Вероятность неперевышения заданного значения перекоса на  $i$ -м уровне оцениваем в виде

$$P_i = 1 - \frac{N_i^*}{N_i},$$

где  $N_i^*$  – число испытаний, при которых для  $i$ -й массы выполняется условие

$$\theta_i = \frac{|Y_i - Y_{i-1}|_{\max}}{H_i} > [\theta].$$

Допустимая величина перекоса этажа  $[\theta]$  принята равной  $(1/600) \cdot H_i$ .

Вероятность неперевышения массой  $m_0$  заданного предельного уровня перемещения  $[y_0]$ :

$$P_0 = 1 - \frac{N_0^*}{N},$$

где  $N_0^*$  – число испытаний, при которых  $y_0^{\max} > [y_0]$ .

Надежность системы

$$P = 1 - \frac{N^*}{N},$$

где  $N^*$  – число испытаний, при которых хотя бы в одном из  $n$  этажей сооружения перекос превысил допустимую величину.

При определении  $N^*$ , как только перекос хотя бы одного этажа превышает заданный предел, данное испытание приостанавливают и переходят к следующему испытанию.

Движение данной системы сейсмоизоляции описываем по алгоритму, приведенному в работе [10].

В момент начала воздействия землетрясения здание находится в состоянии «залипания», с опорами с начальными условиями:

$$t = 0, Y_i(0) = 0, \dot{Y}_i(0) = 0, \ddot{Y}_i(0) = 0; i = 0, 1, \dots, n.$$

Систему дифференциальных уравнений, соответствующую сейсмическим колебаниям здания в состоянии «залипания», получим из системы (1), отбросив первое уравнение и приняв  $Y_{i-1} = 0$  и  $\dot{Y}_{i-1} = 0$ .

Переход системы из состояния «залипания» в состояние скольжения записывается следующим образом:

$$\left| \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ddot{Y}_i(t) + \left( \sum_{i=1}^n m_i + m_0 \right) \cdot \ddot{Y}_{\text{тр}}(t + \Delta t) \right| - F_{\text{тр}} \geq \varepsilon, \quad (5)$$

где  $\varepsilon = 0,01$  – заданная точность счета.

Условие продолжения скольжения при  $|Y_0| < \Delta_1$  имеет вид

$$\left| m_0 \cdot \ddot{Y}_0(t) + \sum_{i=1}^n m_i [\ddot{Y}_i(t) + \ddot{Y}_0(t)] + \left( m_0 + \sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \ddot{Y}_{\text{тр}}(t + \Delta t) \right| - F_{\text{тр}} \geq \varepsilon, \quad (6)$$

Если данное условие не выполняется, то масса  $m_0$  переходит в состояние «залипания». При превышении смещением массы  $m_0$  зазора  $\Delta_1 (|Y_0| > \Delta_1)$  в первое уравнение системы дифференциальных уравнений в состоянии скольжения вводится слагаемое  $r_1 (|Y_0| - \Delta_1) \text{Sign} Y_0$

Условие продолжения скольжения системы при этом записывается так:

$$\left| m_0 \cdot \ddot{Y}_0(t) + \sum_{i=1}^n m_i [\ddot{Y}_i(t) + \ddot{Y}_0(t)] + \left( m_0 + \sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \ddot{Y}_{\text{тр}}(t + \Delta t) \right| - \left[ F_{\text{тр}} \text{Sign} \dot{Y}_0 + r_1 (|Y_0| - \Delta_1) \text{Sign} Y_0 \right] \geq \varepsilon. \quad (7)$$

В момент превышения перемещением  $|Y_0|$  зазора  $\Delta_2 (|Y_0| > \Delta_2)$  в работу включаются жесткие упоры-ограничители перемещений. При этом в первое уравнение системы дифференциальных уравнений, соответствующей состоянию скольжения, вводится слагаемое  $r_2 (|Y_0| - \Delta_2) \text{Sign} Y_0$ .

Тогда условие продолжения скольжения принимает вид

$$\left| m_0 \cdot \ddot{Y}_0(t) + \sum_{i=1}^n m_i [\ddot{Y}_i(t) + \ddot{Y}_0(t)] + \left( m_0 + \sum_{i=1}^n m_i \right) \cdot \ddot{Y}_{\text{тр}}(t + \Delta t) \right| - \left[ F_{\text{тр}} \text{Sign} \dot{Y}_0 + r_1 (|Y_0| - \Delta_1) \text{Sign} Y_0 + r_2 (|Y_0| - \Delta_2) \text{Sign} Y_0 \right] \geq \varepsilon. \quad (8)$$

Условие перехода системы в состояние скольжения, если ее остановка произошла в интервале  $\Delta_1 < |Y_0| \leq \Delta_2$ , будет зависеть от того, в какую сторону направлена сдвигающая сила  $R_1$  в уровне массы  $m_1$  в момент времени  $t_3$  – выхода системы из «залипания». Если перемещение  $Y_0$  в момент «залипания»  $t_3$  больше нуля  $[Y_0(t_3) > 0]$  и сила

$$R_1 = - \left[ \sum_{i=1}^n m_i \cdot \ddot{Y}_i(t) + \left( \sum_{i=1}^n m_i + m_0 \right) \cdot \ddot{Y}_{\text{тр}}(t + \Delta t) \right] > 0, \quad (9)$$

то условие перехода имеет вид

$$|R_1| - \left[ F_{\text{тр}} + r_1 (|Y_0| - \Delta_1) \right] \geq \varepsilon. \quad (10)$$

При  $R_1 < 0$  условие перехода можно записать так:

$$|R_1| - [F_{тр} - r_1 (|Y_0| - \Delta_1)] \geq \epsilon. \quad (11)$$

Ниже приведены результаты динамического расчета рассматриваемых сооружений с вышеприведенными исходными данными.

На рис. 2 показаны графики смещений нулевого уровня 5-массовой консольной системы на сейсмоизолирующих скользящих элементах при горизонтальных воздействиях в зависимости от величины коэффициента трения-скольжения.

Из рис. 2 следует, что при меньших значениях  $f_{тр}$  происходит односторонний снос системы на скользящих опорах, т.е. система совершает не центрированные колебания. При коэффициенте  $f_{тр} = 0,1$  перемещение нулевого уровня увеличивается в среднем в два раза, но при этом в среднем в 1,5 раза уменьшаются и перерезывающие силы, действующие на уровни системы. Важной характеристикой выходных параметров системы является вероятность непревышения заданных значений перемещений в уровне массы  $m_0$ . В табл. 1 приведены результаты таких расчетов для систем с разным количеством уровней по высоте и при зазоре  $\Delta_1 = 3$  см.

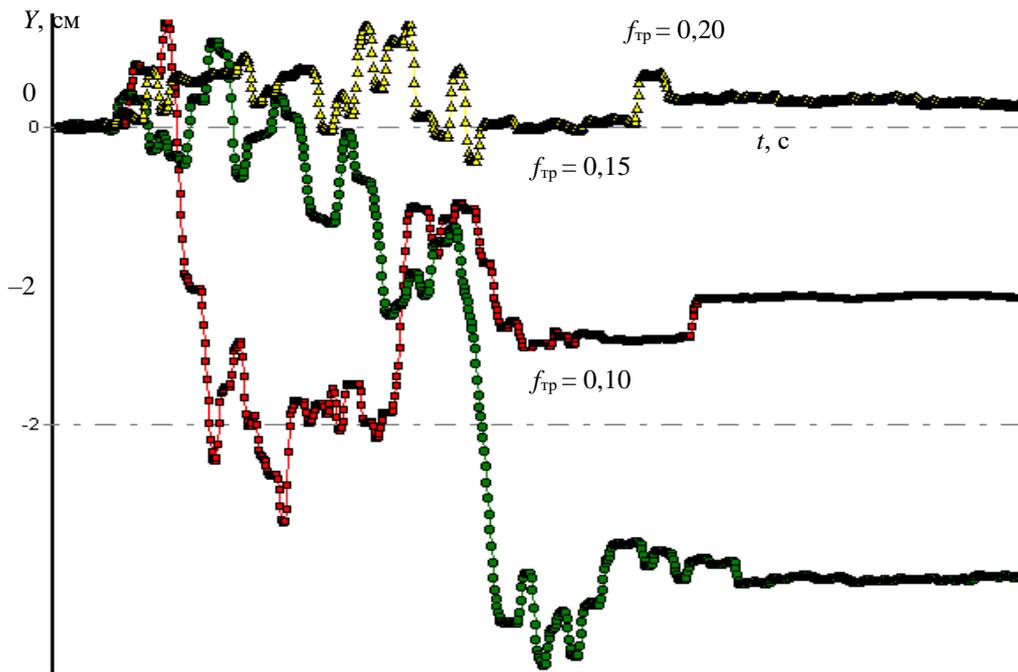


Рис. 2. Графики перемещений нулевого уровня  $Y_0$  5-массовой системы со скользящими элементами при сейсмическом воздействии с параметрами  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  см/с<sup>2</sup>,  $T_j = 0,2$  с и с разными коэффициентами трения-скольжения  $f_{тр}$

Fig. 2. Graphs of the displacements of the zero level  $Y_0$  of a 5-mass system with sliding elements under the seismic action with parameters  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  cm/s<sup>2</sup>,  $T_j = 0.2$  sec and with different coefficients of friction-sliding  $f_{тр}$

Таблица 1

Вероятности непревышения массой  $m_0$  предельно допустимого перемещения в зависимости от параметров сейсмического воздействия, количества уровней системы и коэффициента трения пластин

Table 1

Probabilities that mass  $m_0$  does not exceed the maximum permissible displacement depending on the seismic impact parameters, the number of the system levels and the friction coefficient of the plates

Максимальное ускорение $\ddot{Y}_{тр}$ , см/с <sup>2</sup>	Коэффициент $f_{тр}$	Допустимое перемещение, [Y <sub>0</sub> ], см [Y <sub>0</sub> ] = Δ <sub>2</sub>	Количество уровней (этажей)	Вероятности непревышения $P_0$ предельного уровня перемещения при различных значениях преобладающего периода колебаний грунта $T_j$ , с					
				0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
300	0,10	12	3	1	1	1	0,95	0,76	0,6
			5	1	1	1	0,94	0,75	0,6
			9	1	1	1	0,93	0,72	0,56
300	0,10	20	3	1	1	1	1	0,96	0,90
			5	1	1	1	1	0,92	0,82
			9	1	1	1	0,96	0,90	0,80

Максимальное ускорение $\ddot{Y}_{тр}$ , см/с <sup>2</sup>	Коэффициент $f_{тр}$	Допустимое перемещение, [Y <sub>0</sub> ], см [Y <sub>0</sub> ] = Δ <sub>2</sub>	Количество уровней (этажей)	Вероятности непревышения $P_0$ предельного уровня перемещения при различных значениях преобладающего периода колебаний грунта $T_j$ , с						
				0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	
400	0,15	12	3	1	1	1	1	1	0,96	
			5	1	1	1	1	0,89	0,88	
			9	1	1	1	1	0,84	0,76	
	0,15	20	3	1	1	1	1	1	1	
			5	1	1	1	1	1	1	
			9	1	1	1	1	0,98	0,99	
	400	0,10	12	3	1	1	0,97	0,86	0,7	0,55
				5	1	1	0,80	0,68	0,25	0,24
				9	1	1	0,72	0,30	0,14	0,07
0,20		12	3	1	1	1	1	0,98	0,90	
			5	1	1	1	0,92	0,88	0,8	
			9	1	1	0,96	0,88	0,68	0,64	
0,20		20	3	1	1	1	1	1	0,96	
			5	1	1	1	1	1	0,94	
			9	1	1	1	0,98	0,96	0,85	
500	0,10	12	3	1	1	0,91	0,63	0,36	0,21	
			5	1	1	0,69	0,33	0,09	0,05	
			9	1	0,96	0,68	0,16	0,07	0,04	
	0,20	20	3	1	1	1	1	0,95	0,81	
			5	1	1	1	0,84	0,8	0,76	
			9	1	1	1	0,67	0,52	0,5	

По полученным результатам этих испытаний можно сделать следующие выводы. При горизонтальных сейсмических воздействиях с параметрами  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  см/с<sup>2</sup> и  $T_j = 0,1 \dots 0,4$  с коэффициент трения-скольжения  $f_{тр}$  может быть принят приблизительно равным 0,1, так как вероятность непревышения допустимого значения перемещения в этом случае близка к единице. При увеличении ускорений воздействия эффективность системы сейсмоизоляции снижается; например, при  $\ddot{Y}_{тр} = 500$  см/с<sup>2</sup> переход системы в состояние с ударами об жесткие ограничители перемещений маловероятен только при  $T_j = 0,1 \dots 0,2$  с.

На рис. 3 приведены графики вероятностей непревышения системой в уровне массы  $m_0$  предельной величины перемещения [Y<sub>0</sub>] = 12 см. Из этих графиков видно, что при  $f_{тр} = 0,2$  и  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  см/с<sup>2</sup>  $P_0$  практически равно 1 для значений  $T_j = 0,1 \dots 0,6$  с. С уменьшением коэффициента  $f_{тр}$  пластин значения величины  $P_0$  уменьшаются; например, при  $T_j = 0,6$  с и  $f_{тр} = 0,1$  вероятность непревышения [Y<sub>0</sub>] равна 0,5. Поскольку перекосы уровней незначительны и составляют примерно 0,001 см, вероятности  $P_i$  и  $P$  при  $f_{тр} = 0,10; 0,15$  и  $0,20$  примерно одинаковы и в среднем равны 95 %.

Далее проведены исследования влияния преобладающего периода колебаний грунта и коэффициента трения  $f_{тр}$  на выходные параметры системы (поперечные сдвигающие силы, упругие реакции). В табл. 2 приведены среднестатистические величины сдвигающих сил, приходящиеся на нулевые и верхние уровни 3-, 5- и 9-массовых систем. При этом параметры скользящих

элементов были приняты с учетом результатов, представленных в табл. 2, и последующих выводов по этим данным. На рис. 4 приведены графики величин  $R_0$  для 3-, 5- и 9-массовых систем при воздействиях с максимальными ускорениями, равными 300 см/с<sup>2</sup>, и различных значениях преобладающего периода  $T_j$  колебаний.

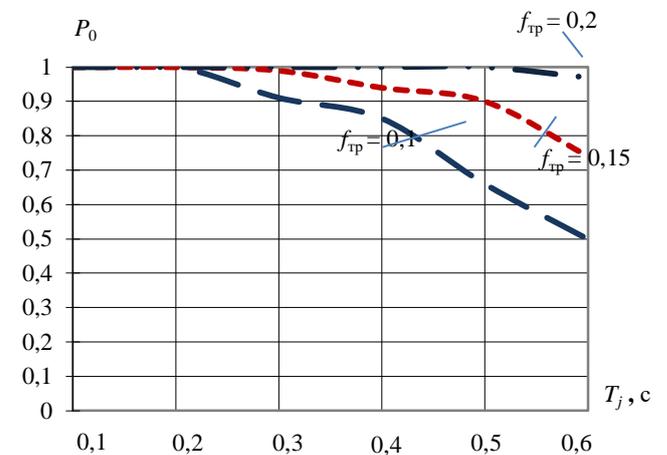


Рис. 3. Графики вероятностей  $P_0$  непревышения заданного уровня перемещения [y<sub>0</sub>] = 12 см массой  $m_0$  в 5-уровневой системе со скользящими элементами при горизонтальном воздействии с параметром  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  см/с<sup>2</sup> и с различными значениями коэффициента трения-скольжения

Fig. 3 Graphs of probabilities of  $P_0$  not exceeding the set level of displacement [y<sub>0</sub>] = 12 cm with mass  $m_0$ , in a 5-level system with sliding elements under the horizontal action with the parameter  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  cm/s<sup>2</sup> and with various values of the coefficient of friction-sliding

Таблица 2

Горизонтальные сдвигающие силы, в нижнем и верхнем уровнях систем при  $f_{тр} = 0,12$  и различных параметрах сейсмического воздействия

Table 2

Horizontal shear forces in the lower and upper levels of systems at  $f_{fric} = 0.12$  and various parameters of seismic impacts

№ п/п	$\ddot{Y}_{тр}$ см/с <sup>2</sup>	$T_j$ , с	Горизонтальные сдвигающие силы, кН, действующие на $m_0$ в зависимости от количества уровней $n$			Горизонтальные сдвигающие силы, кН, в уровне верха систем с нижеприведенным количеством масс		
			3	5	9	3	5	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	300	0,1	1527,8	2794,5	4331,3	831,2	1579,4	299,4
2		0,2	-1763,7	-2537,7	4168,0	-860,9	-977,7	852,7
3		0,3	-1733,9	2887,1	5112,8	-598,9	249,5	925,9
4		0,4	-2266,7	3708,7	-4817,5	-507,5	1062,1	-737,8
5		0,5	1340,60	-3215,8	6153,2	653,3	-608,7	1182,3
6		0,6	2123,1	4327,1	6146,9	616,0	764,2	1267,0
7	400	0,1	-435,4	2680,0	4564,2	-299,9	888,8	1976,9
8		0,2	764,1	2640,2	5115,0	856,2	279,7	1381,7
9		0,3	2318,5	2817,2	3937,9	548,7	430,0	873,7
10		0,4	-1670,2	3123,2	6400,1	-460,3	753,9	1849,2
11	400	0,5	2785,8	-4447,0	-7139,1	916,4	-1044,7	-1191,5
12		0,6	3288,2	-4419,9	-7647,7	934,5	-1070,2	-1588,0
13	500	0,1	1981,2	-2051,0	3327,6	1124,3	-1003,0	429,8
14		0,2	2065,5	-2403,8	4794,0	858,8	-770,7	781,5
15		0,3	2898,4	-3138,9	8301,9	917,7	-1440,8	2487,5
16		0,4	-2655,0	-4119,9	8617,5	-1033,4	-1624,1	2060,5
17		0,5	-3214,4	5130,5	8142,2	-808,2	1072,4	1317,0
18		0,6	3494,6	5270,5	-8255,5	557,3	1143,0	-1898,8

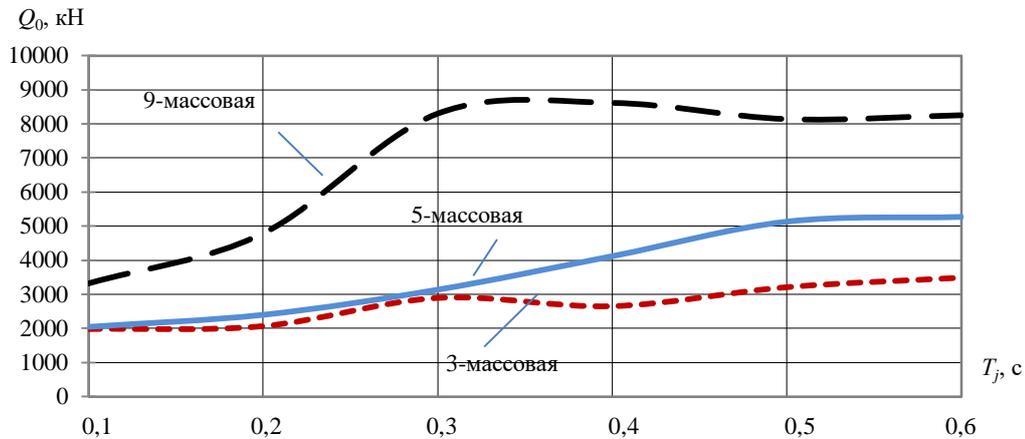


Рис. 4. Горизонтальные сдвигающие силы  $Q_0$  в системах со скользящими элементами с коэффициентом трения-скольжения  $f_{тр} = 0,2$  при сейсмическом воздействии с максимальным ускорением  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  см/с<sup>2</sup> и преобладающих периодах  $T_j = 0,1 \dots 0,6$  с

Fig. 4. Horizontal shear forces  $Q_0$  in systems with sliding elements with a coefficient of friction-slip  $f_{fric} = 0.2$  under seismic action with a maximum acceleration  $\ddot{Y}_{тр} = 300$  cm/s<sup>2</sup> and prevailing periods  $T_j = 0.1 \div 0.6$  sec

Данные табл. 2 и рис. 4, показывают, что значения сейсмических нагрузок в рассматриваемых системах сейсмозащиты зависят от количества сосредоточенных масс (уровней сооружения). С увеличением количества масс в системе от 3 до 5 и от 5 до 9 нагрузки возрастают: на периодах  $T_j = 0,1 \dots 0,2$  с – в среднем на 50 %, а на периодах  $T_j = 0,3 \dots 0,6$  с – до 60 %.

Для определения эффективности применения в системах с жесткой конструктивной схемой сейсмоизолирующих элементов проведено сравнение сейсмических

нагрузок, возникающих в системах без сейсмозащиты и с рассматриваемой сейсмозащитой.

Результаты расчетов показаны на рис. 5.

Расчеты показали, что, независимо от количества уровней системы и входных ускорений, в интервале преобладающих периодов колебаний 0,1–0,6 с сейсмические нагрузки, возникающие на различных уровнях систем со скользящими элементами, в среднем в 3–4 раз меньше, чем в аналогичных системах без сейсмозащиты.

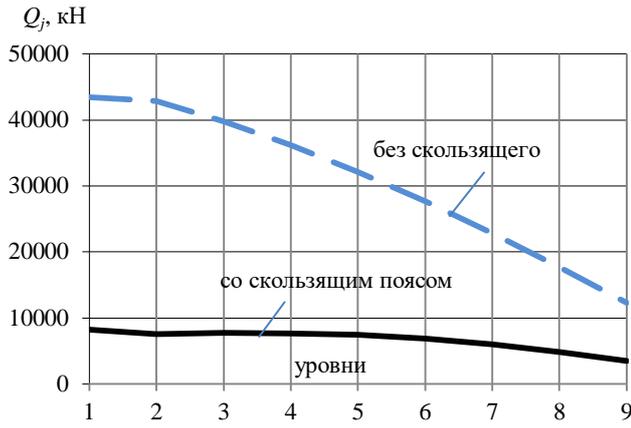


Рис. 5. Горизонтальные сдвигающие силы  $Q_i$  на разных уровнях 9-массовой системы с сейсмозащитой и без сейсмозащиты при сейсмическом воздействии с максимальным ускорением  $\ddot{Y}_{тр}=500 \text{ см/с}^2$  и преобладающим периодом колебаний  $T_j=0,6 \text{ с}$

Fig. 5. Horizontal shear forces  $Q_i$  at different levels of a 9-mass system with and without seismic protection under the seismic action with a maximum acceleration  $\ddot{Y}_{тр}=500 \text{ см/с}^2$  and a predominant oscillation period  $T_j=0.6 \text{ sec}$

Эффективность систем сейсмоизоляции с сухим трением можно оценить коэффициентами динамичности  $\beta_k$ , сейсмозащиты  $C_k$  и снижения упругой реакции  $\gamma_k$ .

Коэффициент динамичности  $\beta_k$  определялся как отношение абсолютной величины максимального ускорения массы к абсолютной величине максимального ускорения основания –  $\beta_k = |\ddot{Y}_k| / |\ddot{Y}_{тр}|$ .

Коэффициент сейсмозащиты  $C_k$  определялся как отношение абсолютной величины максимального ускорения массы в здании без сейсмозащиты к абсолютной величине максимального ускорения той же массы в здании с сейсмозащитой

$$C_k = \left| \frac{\ddot{Y}_{k_{\max}}^{\text{бп}}}{\ddot{Y}_{k_{\max}}^{\text{сп}}} \right|.$$

Коэффициент снижения упругой реакции  $\gamma_k$  массы можно определить отношением абсолютных величин упругих максимальных реакций системы с сейсмозащитой и без нее –  $\gamma_k = \left| \frac{R_{k_{\max}}^{\text{бп}}}{R_{k_{\max}}^{\text{сп}}} \right|$ .

Результаты выполненных исследований показаны на рис. 6, 7.

Коэффициенты  $\beta_k$  в системе с элементами сухого трения изменяются в пределах 0,12–0,9, а в системе без сейсмозащиты – в пределах 2,4–4,3. Это означает, что сейсмические нагрузки на различных уровнях в системе без сейсмозащиты в среднем в 12 раз больше, чем в системе с сейсмозащитой. На графиках рис. 7 показано влияние коэффициента трения-скольжения на величины коэффициентов  $C_k$  и  $\gamma_k$ .

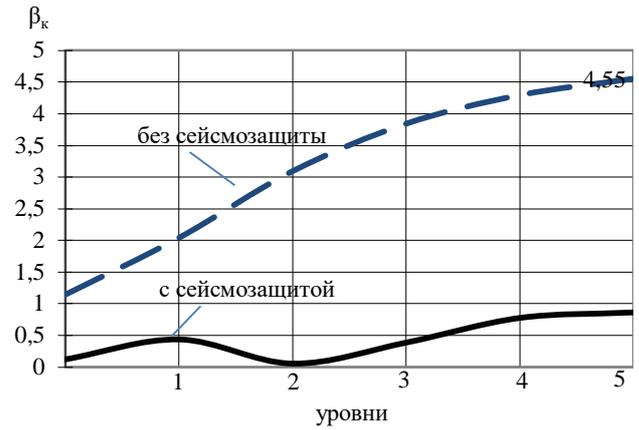


Рис. 6. Кривые коэффициента  $\beta_k$  5-уровневой системы при сейсмическом воздействии с максимальным ускорением  $\ddot{Y}_{тр}=300 \text{ см/с}^2$  и преобладающим периодом колебания грунта  $T_j=0,2 \text{ с}$

Fig. 6. Curves of coefficient  $\beta_k$  of a 5-level system under seismic action with a maximum acceleration  $\ddot{Y}_{тр}=300 \text{ см/с}^2$  and a predominant period of the ground vibration  $T_j=0.2 \text{ sec}$

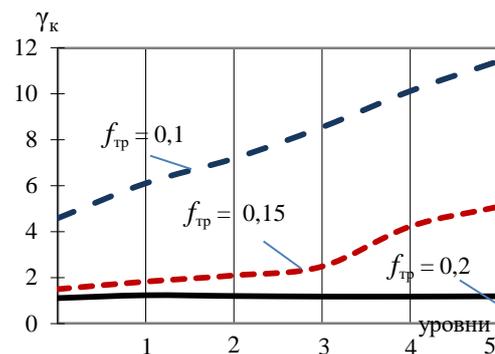
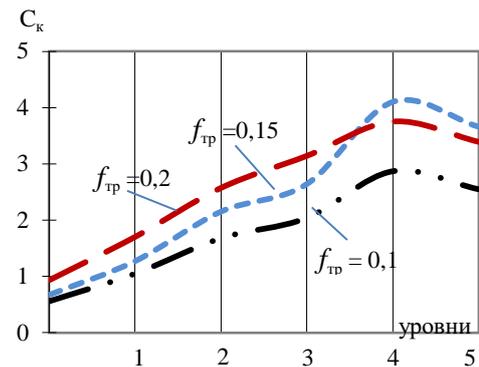


Рис. 7. Коэффициенты  $C_k$  и  $\gamma_k$  по результатам расчета пятиэтажного здания с сухим трением с различными значениями коэффициента трения  $f_{тр}$  при сейсмическом воздействии с максимальным ускорением  $\ddot{Y}_{тр}=300 \text{ см/с}^2$  и преобладающим периодом колебания грунта  $T_j=0,6 \text{ с}$

Fig. 7. Coefficients  $C_k$  and  $\gamma_k$  based on the computation results of a five-story building with dry friction with various values of the coefficient of friction  $f_{тр}$  under the seismic action with a maximum acceleration  $\ddot{Y}_{тр}=300 \text{ см/с}^2$  and a prevailing period of the ground vibration  $T_j=0.6 \text{ sec}$

Из рис. 7 следует, что увеличение коэффициента трения-скольжения с 0,1 до 0,2 приводит к повышению коэффициента сейсмозащиты  $C_k$ , но в то же время почти в 4 раза уменьшается коэффициент  $\gamma_k$ . Поэтому выбор коэффициента трения-скольжения должен быть произведен с учетом этажности проектируемого здания, т.е. с увеличением этажности коэффициент трения-скольжения также должен возрастать. Подводя итоги проведенных исследований, следует отметить, что предложенный вид сейсмозащиты зданий и сооружений приводит к значительному уменьшению сейсмических нагрузок.

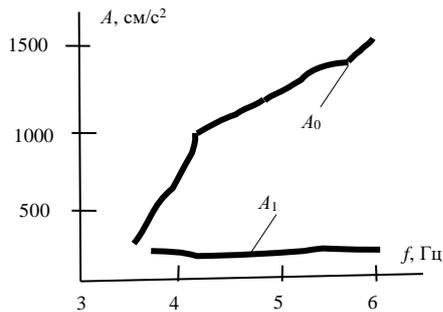


Рис. 8. Результаты испытаний 5-массовой модели – снижение амплитуд ускорений.  $A_0$  – амплитуда ускорений сейсмоплатформы,  $A_1$  – амплитуды колебаний опоры [10]

Fig. 8. Test results of the five-mass model of reduction of acceleration amplitudes.  $A_0$  is the acceleration amplitude of the seismic platform, and  $A_1$  is the oscillation amplitude of the support [10]

Например, сравнение систем с сейсмоизоляцией и без сейсмоизоляции (см. рис. 6) показывает, что поперечные нагрузки на 4-м и 5-м уровнях 5-массовой системы без сейсмоизоляции в среднем в 3,5 раза больше.

Полученные результаты соответствуют данным экспериментальных исследований [5, 10, 32, 33] и под-

тверждают эффективность применения сейсмоизоляции с сухим трением.

На рис. 8 показан экспериментальный график, полученный в ЦНИИСК им. Кучеренко при испытании 5-массовой модели на сейсмоплатформе с частотами колебаний 4–6 Гц [10].

## Заключение

Исследованы сейсмическая реакция и надежность сооружений со скользящими опорными элементами при воздействиях с разными спектральными параметрами, оценена эффективность применения скользящих элементов с тем или иным коэффициентом трения-скольжения в сооружениях разной этажности и разработана методика выбора рациональных параметров системы сейсмоизоляции включающая:

- построение расчетной модели уравнений движения динамической системы с сейсмоизолирующими скользящими элементами и упругими ограничителями перемещений в опорной части;
- представление сейсмического воздействия в виде нестационарного случайного процесса;
- построение алгоритма расчета статистических характеристик выходных параметров системы с сейсмоизоляцией;
- анализ влияния параметров сейсмического воздействия (максимальных ускорений колебаний грунтов, преобладающих периодов) на выходные параметры системы, в том числе в уровне сейсмоизоляции;
- выбор рациональных параметров системы сейсмоизоляции по критерию минимума сейсмических нагрузок и максимума надежности системы.

На примерах расчета показана практическая реализуемость предложенной методики.

## Библиографический список

1. Chamindalal Sujewa Lewangamage, Masato Abe, Yozo Fujino, Junji Yoshida. Design Criteria for Seismic Isolation Rubber Bearings [Электронный ресурс]. – 2004. – URL: [http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13\\_183](http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_183) (дата обращения: 23.07.2018).
2. Chopra A.K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. – New Jersey: Prentice-Hall: 2006. – 794 p.
3. Chopra A.K. Dynamics of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. – University of California at Berkeley Fourth Edition: 2012. – 980 p.
4. Chris Gannon, Dr. Bill Robinson. How do base isolators work? [<https://www.sciencelearn.org.nz/resources/1022-how-do-base-isolators-work> LORE (дата обращения: 23.07.2018).
5. Datta T.K. Seismic Analysis of Structures. – John Wiley and Sons(Asia). Pte Ltd, 2010. – 454 p.
6. European standard. Draft pren. 15129 – Anti – Seismic Devices. JCS. 91. 120. 25. April, 2007. – 152 p.
7. Gupta V.P. Absorber system for earthquake excitations // Chandrasekaran Proc.4 WCEE, Chile. –1969. – Vol .2, № 3. – P. 139–148.
8. Gordon P., Warnand Keri, Ryan L. A Review of Seismic Isolation for Buildings // Historical Development and Research Needs. Buildings. – 2012. – № 2. – P. 300–325.
9. Килимник Л.Ш., Солдатова Л.Л., Ляхина Л.И. Анализ работы зданий со скользящим поясом с использованием многомассовой расчетной модели // Строительная механика и расчет сооружений. – 1986. – № 6. – С. 69–73.
10. Поляков В.С., Килимник Н.Ш., Черкашин А.В. Современные методы сейсмозащиты зданий. – М.: Стройиздат, 1989. – 320 с.
11. Дональд Кнут. Искусство программирования. – Т. 2. – М.: Вильямс, 2007. – С. 129–130.
12. Волков Е.А. Численные методы. – М.: Физматлит, 2004. – 248 с.
13. Быков В.В. Цифровое моделирование в статистической радиотехнике. – М.: Сов. Радио, 1971. – 328 с.

14 Сборник научных программ на Фортране: руководство для программиста / пер. с англ. С.Я. Виленкина. – М.: Статистика, 1974. – 316 с

15. Айзенберг Я.М. Сооружения с выключающимися связями для сейсмических районов. – М.: Стройиздат, 1976. – 232 с.

16. СП 14.13330.2014. Строительство в сейсмических районах СНиП II-7-81\* (актуализированного СНиП II-7-81\* «Строительство в сейсмических районах» (СП 14.13330.2011)) (с Изменением № 1).

17. Островская Н.В. Метод расчета и оптимизации параметров пластических демпферов в системах сейсмоизоляции: дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2015. – 127 с.

18. Рутман Ю.Л., Ковалева Н.В., Давыдова Г.В. Определение оптимальных параметров демпфирования в системах сейсмоизоляции // Инженерно-строительный журнал. – 2013. – № 5 (40). – С. 107–115.

19. СП. Здания сейсмостойкие и сейсмоизолированные. Правила проектирования. Центр исследований сейсмостойкости сооружений ЦНИИСК им. В.А. Кучеренко, Институт ОАО НИЦ Строительство. – М.: Мин. Регион России, 2013. – 45 с.

20. Сидоров В.Н. Об учете результатов экспериментальных исследований сооружения при формировании его расчетной модели // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 5. – С. 38–41.

21. Смирнов В.И., Никитина Е.А. Демпфирование как элемент сейсмозащиты сооружений // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2007. – № 4. – С. 44–47.

22. Seismic Rubber Bearings products. – URL: [http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd\\_seismic.htm](http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd_seismic.htm).

23. The Technical Regulators for the Design, Assessment and Seismic Retrofit of Buildings, Chapter 10 «Isolated Buildings» (Norme Techniche per – Progetto, LaValutazionee L'Adeguamento Sismico Degli Edifice, Ordinanza 3274 DEL РСМ, 20.03.2003.

24. Айзенберг Я.М. Сейсмоизоляция. Теория и реальное поведение при // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2006. – № 4. – С. 28–33.

25. Айзенберг Я.М., Смирнов В.И., Акбиев Р.Т. Методические рекомендации по проектированию сейсмоизоляции с применением резинометаллических опор. – М.: РАСС, 2008. – 46 с.

26. Альберт И.У. Методы количественной оценки надежности системы «Основание – Фундамент – Сооружение» с устройствами сейсмоизоляции и сейсмозащиты: дис. ... д-ра техн. наук. – СПб., 2011. – 195 с.

27. Белостоцкий А.М., Пеньковой С.Б., Шербина С.В. Разработка и верификация методики численного моделирования НДС, прочности и устойчивости многоэтажных панельных зданий // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 6. – С. 24–30.

28. Бубис А.А., Петряшев С.О. Методика расчета здания с системой сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2012. – № 2. – С. 31–35.

29. Готовский Д.С. Дискретные математические модели в процессах динамического взаимодействия Сложных технических сооружений с упругопластическими сейсмоизоляторами: дис. ... канд. техн. наук. – Иркутск, 2011. – 141 с.

30. Перспективы развития систем сейсмоизоляции современных зданий и сооружений / Г.А. Джинчвелашвили [и др.] // Сейсмостойкое строительство. Безопасность сооружений. – 2009. – № 6. – С. 27–31.

31. Мкртычев О.В., Бунов А.А. Надежность железобетонных зданий с системой сейсмоизоляции в виде резинометаллических опор при землетрясении. – М.: Изд-во АСВ, 2016. – 121 с.

32. Саргсян, А.Е., Джинчвелашвили, Г.А. Оценка сейсмостойкости и сейсмоустойчивости сооружений с сейсмоизолирующими Опорами // Транспортное строительство. – 1998. – № 11. – С. 19–23.

33. Разработка и верификация методики численного моделирования НДС, прочности и устойчивости многоэтажных панельных зданий / А.М. Белостоцкий, С.Б. Пеньковой, С.В. Шербина, Т.Б. Кайтуков, П.А. Акимов // Строительная механика и расчет сооружений. – 2014. – № 6. – С. 24–30.

34. Журавлев В.Ф. Плоская динамика однородного параллелепипеда с сухим трением / Изв. РАН. МТТ. – 2021. – № 1. – С. 3–5.

35. Эшматов Б.Х. Нелинейные колебания вязко-упругой анизотропной армированной пластины // Изв. РАН. МТТ. – 2018. – № 5. – С. 106–111.

## References

1. Chamindalal Sujeewa Lewangamage, Masato Abe, Yozo Fujino, Junji Yoshida. Design Criteria for Seismic Isolation Rubber Bearings, 2004. [Electronic resource]. [http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13\\_183](http://www.iitk.ac.in/nicee/wcee/article/13_183). Проверено 23.07.2018.

2. Chopra A.K. Dynamic of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. *New Jersey. Prentice – Hall:* 2006, 794 p.

3. Chopra A.K. Dynamics of structures. Theory and Applications to Earthquake Engineering. *University of California at Berkeley Fourth Edition:* 2012, 980 p

4. Chris Gannon, Dr. Bill Robinson. How do base isolators work? [Electronic resource]. <https://www.sciencelearn.org.nz/resources/1022-how-do-base-isolators-work> LORE

5. Datta T.K. Seismic Analysis of Structures. John Wiley and Sons(Asia). Pte Ltd, 2010, 454 p.

6. European standard. Draft pren. 15129 – Anti – Seismic Devices. JCS. 91. 120. 25. April, 2007, 152 p.

7. Gupta V.P. Absorber system for earthquake excitations. Chandrasekaran Proc.4 WCEE, chile, 1969, vol. 2, no. 3, pp. 139-148.

8. Gordon P. A Review of Seismic Isolation for Buildings. *Historical Development and Research Needs.* ISSN 2075–5309. Buildings, 2012, 2, pp. 300 – 325.

9. Kilimnik L.SH., Soldatova L.L., Lyakhina L.I. Analiz raboty zdanii so skol'ziashchim poiasom s ispol'zovaniem mnogomassovoi raschetnoi modeli [Analysis of buildings with a sliding belt using a multi-mass calculation model]. *Construction mechanics and calculation of structures*, 1986, no. 6, pp. 69-73.

10. Polyakov V. S., kilimnik N. SH., Cherkashin A.V. Sovremennye metody seismozashchity zdanii [Modern methods of seismic protection of buildings]. *Moscow, Stroyizdat*, 1989, 320 p.

11. Donald Knuth. Iskusstvo programmirovaniia, T. 2 [Art of programming, Vol. 2]. *Moscow, "Williams"*, 2007, pp. 129-130.

12. Volkov E. A. Chislennye metody [Numerical methods]. *Moscow, Fizmatlit*, 2004, 248 p.

13. Bykov V. V. Tsifrovoye modelirovanie v statisticheskoi radiotekhnike [Digital modeling in statistical radio engineering]. *Moscow, Sov. Radio*, 1971, 328 p

14. Sbornik nauchnykh programm na Fortrane : rukovodstvo dlia programmista [Collection of scientific programs on Fortran: a

guide for a programmer] / TRANS. from English: S. ya. Vilenkin. - M.: Statistics. -1974. - 316 p.

15. Eisenberg Ya. M. Sooruzheniia s vykliuchaiushchimisia sviaziami dlia seismicheskikh raionov [Structures with switching-off connections for seismic areas]. *Moscow, Stroizdat*, 1976, 232 p.

16. SP 14.13330.2014 Stroitel'stvo v seismicheskikh raionakh SNiP II-7-81\* [Construction in seismic areas SNiP II-7-81\*] (updated SNiP II-7-81\* "Construction in seismic areas "(SP 14.13330.2011)) (with Change N 1).

17. Ostrovskaya N. V. Method for calculating and optimizing parameters of plastic dampers in seismic isolation systems. *Sciences [Metod rascheta i optimizatsii parametrov plasticheskikh dempferov v sistemakh seismoizolatsii]*. *Saint Petersburg*, 2015, 127 p.

18. Rutman Yu. L., Kovaleva N. V., Davydova G. V. Determination of optimal damping parameters in seismic isolation systems [Opredelenie optimal'nykh parametrov dempfirovaniia v sistemakh seismoizolatsii]. *Engineering and construction magazine, SPbGPU*, 2013, no. 5 (40), pp. 107-115.

19. Joint venture Buildings are earthquake-resistant and earthquake-insulated. The rules of design. Center for research of seismic stability of structures of the V. A. Kucherenko Central research Institute of construction, Institute of JSC SIC Construction. *Moscow, Min. region of Russia*, 2013, 45 p.

20. Sidorov V.N. Ob uchete rezul'tatov eksperimental'nykh issledovaniia sooruzheniia pri formirovaniia ego raschetnoi modeli [on taking into account the results of experimental studies of the structure in the formation of its computational model]. *Construction mechanics and calculation of structures*, 2014, no. 5, pp. 38-41

21. Smirnov V. I., Nikitina E. A. Dempfirovanie kak element seismozashchity sooruzhenii [damping as an element of seismic protection of structures]. *Earthquake engineering. Safety of structures*, 2007, no. 4, pp. 44-47.

22. Seismic Rubber Bearings products. [Electronic resource]. [http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd\\_seismic.htm](http://www.3lgm.gov.my/rpec/prd_seismic.htm).

23. The Technical Regulators for the Design, Assessment and Seismic Retrofit of Buildings, Chapter 10 «Isolated Buildings» (Norme Techniche per – Progetto, LaValutazionee L'Adeguamento Sismico Degli Edifice, Ordinanza 3274 DEL PCM, 20.03.2003.

24. Eisenberg Ya. M. Seismoizolatsiia. Teoriia i real'noe povedenie pri zemletriasenii [Seismic Isolation. Theory and real behavior at earthquakes]. *Earthquake engineering. Safety of structures*, 2006, no. 4, pp. 28-33

25. Aizenberg Ya.M., Smirnov V.I., Akbiev R.T. Metodicheskie rekomendatsii po proektirovaniu seismoizolatsii s primeneniem rezinometallicheskih opor [Methodological recommendations for the design of seismic isolation using rubber-metal supports]. *Moscow, RUSS*, 2008, 46 p.

26. Albert I. U. Metody kolichestvennoi otsenki nadezhnosti sistemy «Osnovanie – Fundament – Sooruzhenie» s ustroistvami seismoizolatsii i seismozashchity [Methods of quantitative as-

essment of the reliability of the "Foundation-Foundation-Structure" system with seismic isolation and seismic protection devices. *Sciences* ]. *Saint Petersburg*, 2011, 195 s.

27. Belostotsky a.m., Penkovoy S. B., Sherbina S. V. zrabotka i verifikatsiia metodiki chislenogo modelirovaniia NDS, prochnosti i ustoichivosti mnogoetazhnykh panel'nykh zdaniia [Development and verification of methods for numerical modeling of VAT, strength and stability of multi-storey panel buildings]. *Construction mechanics and calculation of structures*, 2014, no. 6, pp. 24-30.

28. Bubis A.A., Petryashev S.O. Metodika rascheta zdaniia s sistemoi seismoizolatsii v vide rezinometallicheskih opor [Method of calculating a building with a seismic isolation system in the form of rubber-metal supports]. *Earthquake engineering. Safety of structures*, 201, no. 2, pp. 31-35.

29. Gotovsky, D.S. Diskretnye matematicheskie modeli v protsessakh dinamicheskogo vzaimodeistviia Slozhnykh tekhnicheskikh sooruzhenii s uprugoplasticheskimi seismoizolatorami [Discrete mathematical models in the processes of dynamic interaction of Complex technical structures with elastic-plastic seismic isolators. *Sciences*]. *Irkutsk*, 2011. - 141 p.

30. Jinchvelashvili G. A. Perspektivy razvitiia sistem seismoizolatsii sovremennykh zdaniia i sooruzhenii [Prospects for the development of seismic isolation systems for modern buildings and structures]. *Earthquake-Resistant construction. Safety of structures*, 2009, no. 6, pp. 27-31.

31. Mkrtychev O.V., bunov, A.A. Nadezhnost' zhelezobetonnykh zdaniia s sistemoi seismoizolatsii v vide rezinometallicheskih opor pri zemletriasenii [Reliability of reinforced concrete buildings with a system of seismic isolation in the form of rubber-metal supports during an earthquake] *Moscow, publishing house ASV*, 2016, 121 p.

32. Sargsian, A.E., Jinchvelashvili, G.A. Otsenka seismostoikosti i seismoustoichivosti sooruzhenii s seismoizoliruiushchimi Oporami [Assessment of seismic stability and seismic stability of structures with seismic isolation Supports]. *Transport construction*, 1998, no. 11, pp. 19-23.

33. A.M. Belostotskii, S.B.Pen'kovoi, S.V.Sherbina, T.B. Kaitukov, P.A. Akimov Razrabotka i verifikatsiia metodiki chislenogo modelirovaniia NDS, prochnosti i ustoichivosti mnogoetazhnykh panel'nykh zdaniia [Development and verification of methods for numerical modeling of stress-strain state, strength and stability of multi-storey panel buildings]. *Stroi. mekhanika i raschet sooruzhenii*, 2014, no. 6, pp. 24-30.

34. Zhuravlev V.F. Ploskaia dinamika odnorodnogo parallelepiped s sukhim treniem [Plane dynamics of a homogeneous parallelepiped with dry friction]. *Izv. RAN. MTT*, 2021, no. 1, pp. 3-5.

35. Eshmatov B.Kh. Nelineinye kolebaniia viazko-uprugoi anizotropnoi armirovannoi plastiny [Nonlinear vibrations of a viscoelastic anisotropic reinforced plate] . *Izv. RAN. MTT.*, 2018, no. 5, pp. 106-111.