



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 2, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.2.11

УДК 62-253.51-62-294.4

## РАСЧЕТНЫЙ МЕТОД ОЦЕНКИ ИЗМЕНЕНИЯ УРОВНЯ ВИБРОНАПРЯЖЕНИЙ В КОМПРЕССОРНЫХ ЛОПАТКАХ ГАЗОТУРБИНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

**М.В. Пивоварова, В.А. Бессчетнов**

АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 1 февраля 2021 г.

Принята: 7 июня 2021 г.

Опубликована: 12 июля 2021 г.

#### Ключевые слова:

вибронпряжения, лопатки, газотурбинные двигатели, схема тензометрирования, коэффициент чувствительности форм колебаний, собственные колебания, изменение геометрии, энергетический метод.

### АННОТАЦИЯ

В настоящее время процесс проектирования газотурбинных двигателей (ГТД) неразрывно связан с большим объемом работ по численному моделированию. С помощью численного моделирования возможно спрогнозировать поведение детали при работе двигателя до проведения экспериментальных исследований. Например, расчетный анализ динамического поведения и прогноз уровня динамических напряжений в лопатках компрессора при колебаниях по собственным формам является весьма актуальной задачей. Высокий уровень динамических напряжений в лопатках компрессора на резонансных режимах может привести к поломке лопатки и остановке двигателя. В данной работе предложен простой метод оценки изменения уровня вибронпряжений в лопатках компрессора, основанный на 3D-расчете собственных частот и форм колебаний. Метод основан на сравнительном анализе и на масштабировании напряжений по значению суммарной потенциальной или кинетической энергии. Такой метод сравнения справедлив при локальном изменении геометрии лопатки, которое не приводит к существенному изменению частот и форм собственных колебаний лопаток. В предположении, что изменение геометрии не изменяет уровень аэродинамического возбуждения лопатки и демпфирования. На этапе разработки или изменения лопатки требуется анализ большого количества вариантов геометрии лопатки, направленных на снижение динамических напряжений. Предложенный метод оценки изменения уровня вибронпряжений показал свою эффективность при разработке и изменении геометрии лопатки компрессора.

Отработка расчетного метода оценки изменения уровня вибронпряжений проведена на рабочей лопатке компрессора высокого давления. В результате экспериментального исследования на рабочей лопатке по некоторым собственным формам колебаний выявлен высокий уровень вибронпряжений, превышающий допустимый. Для снижения вибронпряжений предложены мероприятия по изменению геометрии лопатки. Для лопатки измененной геометрии выполнена расчетная оценка изменения уровня вибронпряжений с прогнозом значений вибронпряжений по проявившимся формам колебаний. С целью подтверждения расчетного прогноза изменения вибронпряжений было проведено экспериментальное исследование измененной лопатки. Выполнена верификация расчетного метода оценки уровня вибронпряжений.

© ПНИПУ

© Пивоварова Мария Владимировна – инж.-кон.-расч., e-mail: papyleva@avid.ru, ID: 0000-0002-2779-6155.

Бессчетнов Вадим Андреевич – нач. бригады, e-mail: besschetnov-va@avid.ru, ID: 0000-0001-5532-4641.

Maria V. Pivovarova – Engineer-Designer-Estimator, e-mail: papyleva@avid.ru, ID: 0000-0002-2779-6155.

Vadim A. Besschetnov – Head of Team, e-mail: besschetnov-va@avid.ru, ID: 0000-0001-5532-4641.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## THE COMPUTATIONAL METHOD OF ESTIMATING VIBRATION STRESS LEVELS FOR GTE COMPRESSOR BLADES

M.V. Pivovarova, V.A. Besschetnov

UEC-Aviadvigatel, Perm, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 1 February 2021

Accepted: 7 June 2021

Published: 12 July 2021

#### Keywords:

dynamic stresses, blades, gas turbine engine, design strain gauge, strain gauge, mode shape sensitivity factor, natural vibrations, design geometry, strain energy method.

### ABSTRACT

At present, the process of designing a GTE involves a large amount of computational modeling. With the help of computational modeling, it is possible to predict a behavior of an engine part during engine operations before conducting experimental studies. For example, the numerical dynamic behavior analysis of compressor blades and prediction of dynamic stress levels during fluctuations in free modes are urgent problems. A high level of dynamic stress in the compressor blades in resonant modes can break a blade and stop an engine. In this paper, we propose a simple vibration stress estimation method for the compressor blades based on the calculation of natural frequencies and vibration forms. The method is based on a comparative analysis and scaling of stresses by the value of the total potential or kinetic energy. This estimation method is valid for local changes in the blade geometry, which do not lead to changes in the natural frequencies and vibration forms of the blades, assuming that the geometry change does not change the level of the aerodynamic excitation of the blade or its damping. At the stage of development or revision of the blade, a large number of variants of the blade geometry needs to be analyzed in order to reduce dynamic stresses. The proposed vibration stress estimation method has shown its high efficiency in developing and refining the geometry of the compressor blade.

The vibration stress estimation method was tested using the rotor blade of a high-pressure compressor. As a result of the experimental study of the rotor blade, a high level of vibration stresses exceeding the permissible level was found for natural frequencies and vibration forms. To reduce the vibration stresses, measures were proposed to modify the geometry of the blade. For the modified blade geometry, the vibration stress estimation was performed with a prediction of the vibration stress values based on the manifested vibration forms. In order to verify the estimated vibration stress change, an experimental study of the modified blade was conducted. The vibration stress estimation method for the compressor blades was successfully verified.

© PNRPU

### Введение

Неотъемлемой частью проектирования ГТД (на рис. 1 приведен газотурбинный двигатель четвертого поколения [1]) является обширный объем работ по численному моделированию деталей в двигателе [2–5].

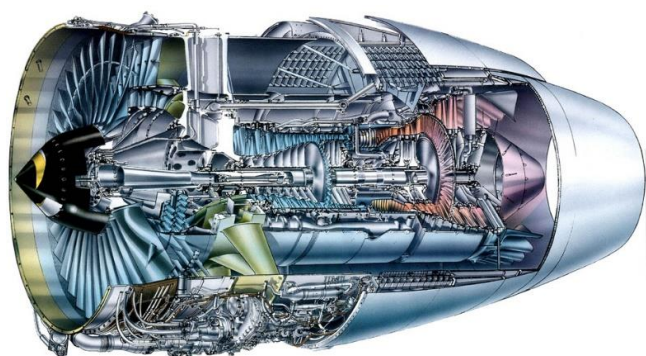


Рис. 1. Газотурбинный двигатель четвертого поколения

Fig. 1. GTE of the fourth generation

При выполнении расчетных работ не всегда явно видно, какой математической моделью пользоваться, какие граничные условия будут максимально точно описывать работу детали и как проводить оценку уровня вибронпряжений в конструкции детали. Экспериментальное исследование позволяет определить уро-

вень вибронпряжений в деталях ГТД, но для проведения такого исследования требуется активизация больших ресурсов (трудозатраты человека, время на изготовление деталей, подготовка испытательного стенда и, конечно же, денежные затраты).

При проектировании деталей ГТД численное моделирование позволяет проанализировать большое количество вариантов конструкции деталей, что особенно актуально при их доводке (например, по вибронпряжениям). Используя программные пакеты оптимизации, возможно автоматизировать процесс доводки деталей. Таким образом, задача создания расчетных методик оценки вибронпряжений в деталях ГТД является наиболее актуальной. При условии, что разработанные методики оценки вибронпряжений будут реализованы без проведения дополнительных экспериментальных исследований.

Одним из основных узлов ГТД является компрессор высокого давления (КВД), в свою очередь лопатки являются неотъемлемым компонентом КВД.

### Метод оценки уровня вибронпряжений

В современных ГТД ступени компрессора высокого давления становятся более нагруженными. В связи с этим усложняются геометрические формы профиля пера лопатки и, следовательно, появляются сложные фор-

мы колебаний. При испытании таких лопаток сложно зафиксировать максимальный уровень вибронпряжений. С другой стороны, основными причинами поломок лопаток КВД являются усталостные трещины [6–9], вызванные повышенным уровнем вибронпряжений.

В настоящий момент существующие расчетные методики оценки вибронпряжений недостаточно развиты. Существующие методики можно разделить два основных типа:

1. *Гармонический анализ.* Колебания лопатки раскладываются по собственным формам, и определяется отклик лопатки на возбуждение от неравномерного газового потока. Проводится анализ вибронпряжения по конкретной собственной форме с заранее известным коэффициентом демпфирования и с известной амплитудой возбуждающей силы от неравномерного газового потока. В таком методе зачастую необходим расчет всего рабочего колеса для определения возбуждающих нагрузок на лопатку от неравномерного газового потока, что требует больших вычислительных ресурсов. Недостатком гармонического анализа является неопределенность как значения силы, так и демпфирования.

2. *Решение нестационарной задачи обтекания неравномерным газовым потоком лопатки или решение задачи аэроупругости.* Вибронпряжения в лопатках определяются путем моделирования упругих колебаний в неравномерном газовом потоке. Сложности в осуществлении этой задачи кроются в ее ресурсоемкости и в определении исходных данных.

Использование таких методов оценки вибронпряжений целесообразно применять в качестве окончательной проверки. В случае же, когда надо перебрать множество вариантов на этапе доводки [10–25], необходим более простой и действенный метод. Предложен простой метод оценки изменения уровня вибронпряжений в лопатках компрессора, основанный на 3D-расчете собственных частот и форм колебаний. На основании данного подхода был сформулирован расчетный метод оценки уровня вибронпряжений в лопатках ГТД с измененной геометрией по отношению к исходной геометрии. В предположении, что при изменении геометрии лопатки работа возбуждающих колебания сил существенно не изменится.

Одним из способов снижения уровня динамических напряжений является изменение аэродинамического профиля лопатки [26–28]. Такие изменения могут быть направлены на снижение концентрации динамических напряжений в лопатке. Оценка изменения динамических напряжений [29] будет проводиться для измененной геометрии по отношению к исходной, путем масштабирования напряжения по значению кинетической энергии. Таким образом, изменяя геометрию лопатки и проводя сравнительные расчеты, можно подобрать вариант, который позволяет снизить динамические напряжения в лопатках.

Применять расчетную методику оценки изменения вибронпряжений можно как в случае уже выявленного

по результатам эксперимента высокого уровня вибронпряжений, не удовлетворяющего допустимым значениям, так и в случае сравнительной оценки двух геометрий одного объекта до экспериментального исследования [29–35]. В первом случае можно сразу спрогнозировать, какой уровень вибронпряжений будет в новой геометрии, а во втором можно быстро и без дополнительных затрат узнать, как будет влиять изменение геометрии на уровень вибронпряжений.

#### *Этапы*

Оценка вибронпряжений с использованием расчетного метода состоит в следующем:

1. Выполняется первоначальный 3D-расчет вибрационных характеристик лопатки исходной геометрии. Разрабатывается схема препарирования оптимального размещения тензорезисторов на основе расчета вибрационных характеристик [36]. По результатам экспериментальных исследований выполняется обработка результатов тензометрирования лопатки исходной геометрии ГТД. Для лопатки определяются запасы по сопротивлению усталости, устанавливаются допустимые значения вибронпряжений по каждой форме колебаний. По результатам анализа результатов испытаний и расчета вибрационных характеристик исходной геометрии лопатки определяются зоны максимальных динамических напряжений по формам колебаний и резонансные режимы. Таким образом, получаем исходные данные для дальнейшего изменения лопатки.

2. Разрабатываются мероприятия по измененной геометрии лопатки с целью отстройки от резонансов и/или снижения динамических напряжений (при отсутствии возможности отстройки). На основе сравнительных расчетов лопатки исходной и измененной геометрии проводится оценка изменения уровня вибронпряжений в лопатке измененной геометрии. Распределение динамических напряжений в лопатке исходной геометрии выбирается за основу, с которой и будет проходить сравнение. Динамические напряжения в лопатке измененной геометрии масштабируются по суммарной потенциальной или кинетической энергии к исходной лопатке по каждой форме колебаний. Прогнозируется процентное изменение динамических напряжений для лопаток измененной геометрии по каждой форме колебаний. На основе полученных данных расчета лопатки измененной геометрии и экспериментального исследования разрабатывается схема тензометрирования с использованием метода оптимального размещения тензорезисторов для новой геометрии лопатки.

3. Выполняется анализ результатов тензометрирования лопатки измененной геометрии. По результатам испытаний измененной геометрии выполнена верификация метода оценки уровня вибронпряжений и подтверждение прогнозируемого снижения вибронпряжений.

#### *Методика*

Оценка изменения динамических напряжений начинается с определения коэффициента масштабирования по значению суммарной кинетической энергии:

$$K_{en} = \frac{E_{1kin}}{E_{2kin}}, \quad (1)$$

где  $E_{1kin}$  – кинетическая энергия лопатки исходной геометрии;  $E_{2kin}$  – кинетическая энергия лопатки измененной геометрии.

Далее определяется коэффициент масштабирования по напряжениям  $k_{\sigma}$ :

$$k_{\sigma} = \sqrt{K_{en}}. \quad (2)$$

Тогда значение максимальных динамических напряжений в новой лопатке определяется как

$$\sigma_m = \sigma_{2max} \times k_{\sigma}, \quad (3)$$

где  $\sigma_{2max}$  – значение максимального эквивалентного напряжения для оптимизированной лопатки.

По результатам сравнения определяется коэффициент изменения максимальных динамических напряжений в лопатке измененной геометрии по отношению к напряжениям в лопатке исходной геометрии:

$$K_{\sigma} = \frac{\sigma_m}{\sigma_{1max}}, \quad (4)$$

где  $\sigma_{1max}$  – значение максимального эквивалентного напряжения в исходной лопатке.

Такой метод сравнения справедлив при локальном изменении геометрии лопатки, которое не приводит к изменению частот и форм собственных колебаний лопаток. В предположении, что изменение геометрии не изменяет уровень аэродинамического возбуждения лопатки и демпфирования.

## 1. Применение расчетного метода оценки уровня вибронпряжений на лопатке компрессора высокого давления

### 1.1. Результат экспериментального исследования лопатки компрессора высокого давления исходной конструкции

Метод тензометрирования широко применяется при экспериментальном исследовании для определения уровня динамических напряжений в деталях ГТД, в том числе в лопатках КВД. Для точного определения уровня динамических напряжений очень важно разместить тензорезисторы в места максимальных деформаций. Схема препарирования рабочей лопатки КВД разрабатывалась с использованием метода определения оптимального размещения тензорезисторов на базе результатов расчета собственных частот и форм колебаний лопатки [36]. На рис. 2 показана схема тензометрирования пера рабочей лопатки КВД исходной конструкции.

Схема препарирования рабочей лопатки КВД разрабатывалась исходя из задачи «покрытия» всех расчетных

форм колебаний, поэтому значения коэффициентов чувствительности некоторых проявившихся собственных форм ниже приемлемого уровня ( $K_{чув} < 0,35$ ) [36].



Рис. 2. Схемы препарирования пера рабочей лопатки КВД исходной конструкции

Fig. 2. Schemes of preparation of the blade of the HPC rotor blade of the original design

Тензорезисторы, показанные пунктирной линией, располагаются на противоположной стороне лопатки (спинка/корыто).

В табл. 1 приведены коэффициенты чувствительности форм колебаний тензорезисторов для лопатки КВД.

Таблица 1

Коэффициент чувствительности форм колебаний тензорезисторов для лопатки КВД

Table 1

Sensitivity coefficient of vibration modes of strain gauges for the HPC blade

Номер формы	$K_{T1}$	$K_{T2}$	$K_{T3}$	$K_{T4}$	Кол-во т/р $c \geq 0,350$
1	<b>0,563</b>	0,008	0,149	0,105	1
2	<b>0,704</b>	0,105	0,068	0,114	1
3	0,19	<b>0,75</b>	0,317	<b>0,408</b>	2
4	0,036	0,172	0,019	<b>0,683</b>	1
5	<b>0,391</b>	0,119	0,23	0,029	1
6	0,099	<b>0,906</b>	0,178	0,163	1
7	0,349	0,156	<b>0,455</b>	0,134	1
8	0,095	0,145	0,035	<b>0,973</b>	1
9	<b>0,413</b>	0,016	0,013	<b>0,353</b>	2
10	0,082	0,048	<b>0,661</b>	0,014	1
11	0,024	<b>0,721</b>	0,007	0,139	1
12	0,018	<b>0,364</b>	0,167	0,003	1
13	0,031	0,081	0,116	0,075	0
14	0,008	0,128	0,075	<b>0,55</b>	1
15	0,079	0,072	<b>0,688</b>	0,052	1

Поскольку зачастую не всегда возможно расположить тензорезистор в зону максимальных напряжений в лопатке, намеренные динамические напряжения по тензорезистору не будут показывать максимальное значение. Для того чтобы определить максимальный уровень динамических напряжений, проводят пересчет

с учетом коэффициента чувствительности форм колебаний<sup>1</sup>. Тогда далее будет корректно проводить сравнение пересчитанных динамических напряжений с допустимыми. Таким образом, для лопаток КВД, в которых напряжения превышают допустимые напряжения с требуемым запасом по сопротивлению усталости, необходимо разработать мероприятия по доводке геометрии с целью снижения уровня вибронпряжений.

По результатам экспериментального исследования рассматриваемой РЛ КВД выявлены резонансы по первой крутильной форме как в области проходных режимов, так и в области длительных режимов. Измеренные динамические напряжения на резонансе в области длительных режимов превышают допустимое значение. Также выявлен резонанс по высокочастотной форме колебаний, лежащий в области длительных режимов работы двигателя имеет повышенный уровень напряжений. Значения максимальных измерений ( $\sigma_{\text{визм}}$ ) и пересчитанных с учетом коэффициента чувствительности форм колебаний ( $\sigma_{\text{впер}}$ ) вибронпряжений по проявившимся резонансам представлены в табл. 2, где в колонках приведены значения окружной скорости ( $n$ ) и собственной частоты ( $f$ ) в относительных величинах к минимальному значению.

Таблица 2

Максимальные вибронпряжения лопатки РК КВД

Table 2

Maximum vibration stresses of the RK HPC blade

$\sigma_{\text{визм}}$	$\sigma_{\text{впер}}$	Номер расчетной формы	$n$ , у.е.	$f$ , у.е.
7,9	12,3	2	1,0	1,0
7,9	8,5	2	1,1	1,0
10,6	11,1	2	1,2	1,0
7,2	4,1	6	1,1	3,9
16,5	16,1	8	1,2	4,3

## 1.2. Изменение геометрии лопатки компрессора высокого давления с целью снижения уровня вибронпряжений

По результатам испытаний лопатки исходной геометрии КВД была разработана лопатка измененной геометрии. Изменение лопатки заключается в частичном перепрофилировании пера лопатки с выпрямлением входной и выходной кромок, локальными утолщениями со стороны корыта на 15 %, перераспределением площадей сечений и утолщением радиуса выходной кромки в корневом сечении на 25 %. Схематическое изображение мероприятий приведено на рис. 3, где

отображены изменения распределения толщины кромок по сечениям, изменение распределения площадей и изменение геометрии лопатки, где красным цветом приведено для измененной геометрии, а синим – для исходной.

Мероприятия по перепрофилированию лопатки КВД были проведены с условием сохранения газодинамических характеристик.

Для лопаток измененной геометрии выполнен расчет вибрационных характеристик.

Расчет проведен на рабочем режиме, при воздействии соответствующих тепловых и центробежных нагрузок. Большое влияние на расчетное определение собственных частот и форм колебаний оказывают условия заделки, задание совместных перемещений. Выбор расчетной схемы определяется с учетом реальных условий работы объекта.

Также при определении максимальных динамических напряжений важно учитывать качество разбиения конечно-элементной сетки. Величина динамических напряжений будет отличаться для элементов различных типов, а также зависеть от размеров этих элементов.

Результаты сравнения собственных частот колебаний и динамических напряжений лопаток исходной и измененной геометрий приведены в табл. 3. Значение собственных частот приведены по отношению к первой форме колебаний исходной геометрии. По всем формам колебаний измененной геометрии наблюдается увеличение значений собственных частот.

На рис. 4 представлена резонансная диаграмма лопаток исходной и измененной геометрий. На диаграмме приведены первые 11 расчетных форм колебания по исходной и первые 10 форм колебаний по измененной геометрии. Для оценки снижения уровня вибронпряжений особое внимание уделяется опасным формам колебаний, проявившимся на испытании, а именно первой крутильной (вторая форма, см. табл. 3) и высокочастотной (восьмая форма, см. табл. 3). На диаграмме розовым и фиолетовым цветами выделен рабочий диапазон.

Распределение эквивалентных напряжений и распределение плотности кинетической энергии на лопатке по опасным формам колебаний для исходной и измененной геометрий показаны на рис. 5, 6. Значения напряжений приведены в единой шкале к максимальному значению напряжений по каждой форме в лопатке исходной геометрии.

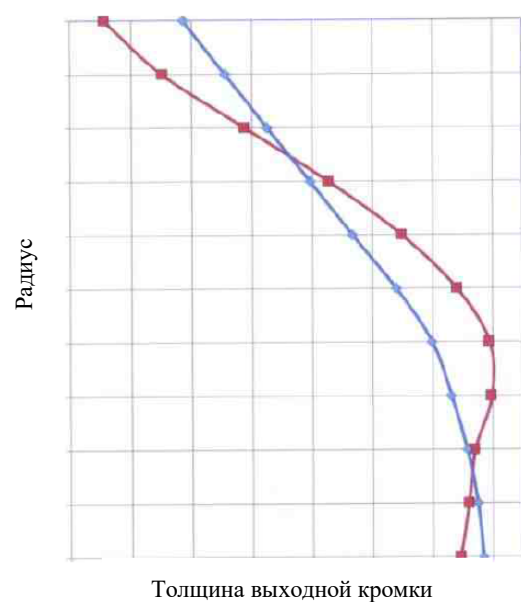
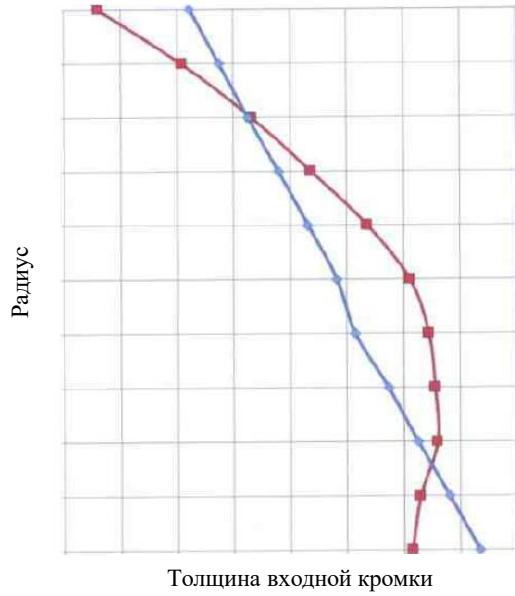
Разработанное мероприятие приводит к локальному перераспределению напряжений и перестановке местами некоторых высокочастотных форм колебаний. В целом по всем расчетным формам колебаний наблюдается снижение вибронпряжений. Так, по первой изгибной форме колебаний снижение вибронпряжений прогнозируется на 31 %, по первой крутильной форме колебаний – почти на 47 %, по высокочастотной снижению не столь существенное и прогнозирует-

<sup>1</sup>Отношение величины измеренного напряжения по тензорезистору к максимальному уровню динамических напряжений в детали называется коэффициентом чувствительности форм колебаний тензорезистора.

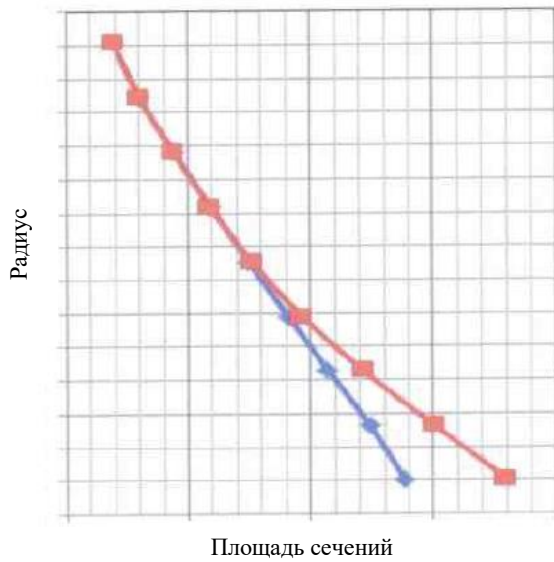
ся примерно на 17,5 %. По рассматриваемым формам колебаний разработанное мероприятие приводит к отстройке от резонансов. По опасной высокочастотной форме колебаний мероприятие не способствовало

снижению напряжений до допустимого уровня, но увеличение частоты колебаний привело к выведению проявившегося резонанса далеко за пределы длительного режима работы двигателя.

Изменение толщины кромок по сечениям



Распределение площадей сечений



Локальные утолщения со стороны корыта

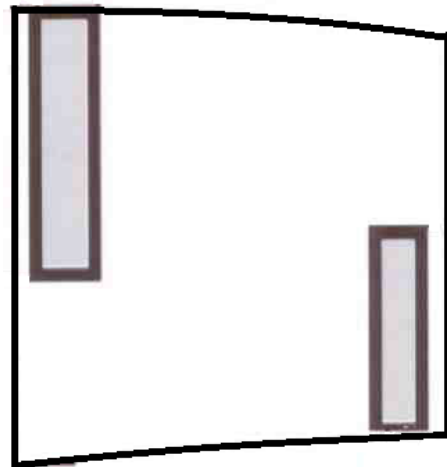
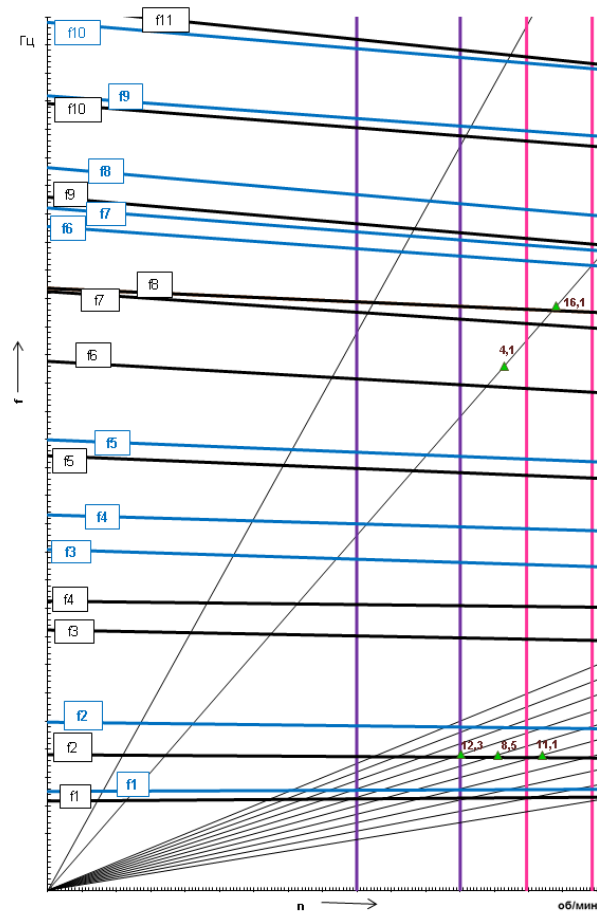


Рис. 3. Схема лопатки изменённой геометрии КВД

Fig. 3. Scheme of a blade with a modified HPC geometry



- точки резонансов по результатам испытаний
- собственные формы по результатам расчета исходной геометрии
- собственные формы по результатам расчета измененной геометрии

Рис. 4. Резонансная диаграмма колебаний лопатки КВД по результатам испытаний и расчета лопаток исходной и измененной геометрии

Fig. 4. The resonance diagram of the oscillations of the HPC blade according to the results of testing and calculation of the original and modified geometry blades

Таблица 3

Результаты оценки вибронпряжений лопатки КВД

Table 3

The results of estimating the vibration stresses of the HPC blade

Исходная геометрия		Измененная геометрия		Максимальные напряжения по результатам испытаний в исходной конструкции лопатки	Прогнозируемые напряжения после изменения лопатки (прогнозируемое изменение напряжения)
номер формы	собственная частота лопатки по результатам расчета, у. е.	номер формы	собственная частота лопатки по результатам расчета, у. е.		
1	1,00	1	1,08	–	<31,2 %
2	1,42	2	1,73	<b>12,3</b>	6,5 (<46,8 %)
3	2,68	3	3,46	–	<19,8 %
4	3,04	4	3,85	–	<16,3 %
5	4,41	5	4,59	–	<12,5 %
6	5,33	6	6,69	4	1,9 (<52,3 %)
7	6,02	7	6,85	–	–
–	–	8	7,22	–	–
8	6,19	9	8,08	<b>16,1</b>	<b>13,1</b> (<17,4 %)
9	6,91	–	–	–	–
10	7,96	10	8,80	–	<9,1 %
11	8,85	11	10,88	–	<42,1 %

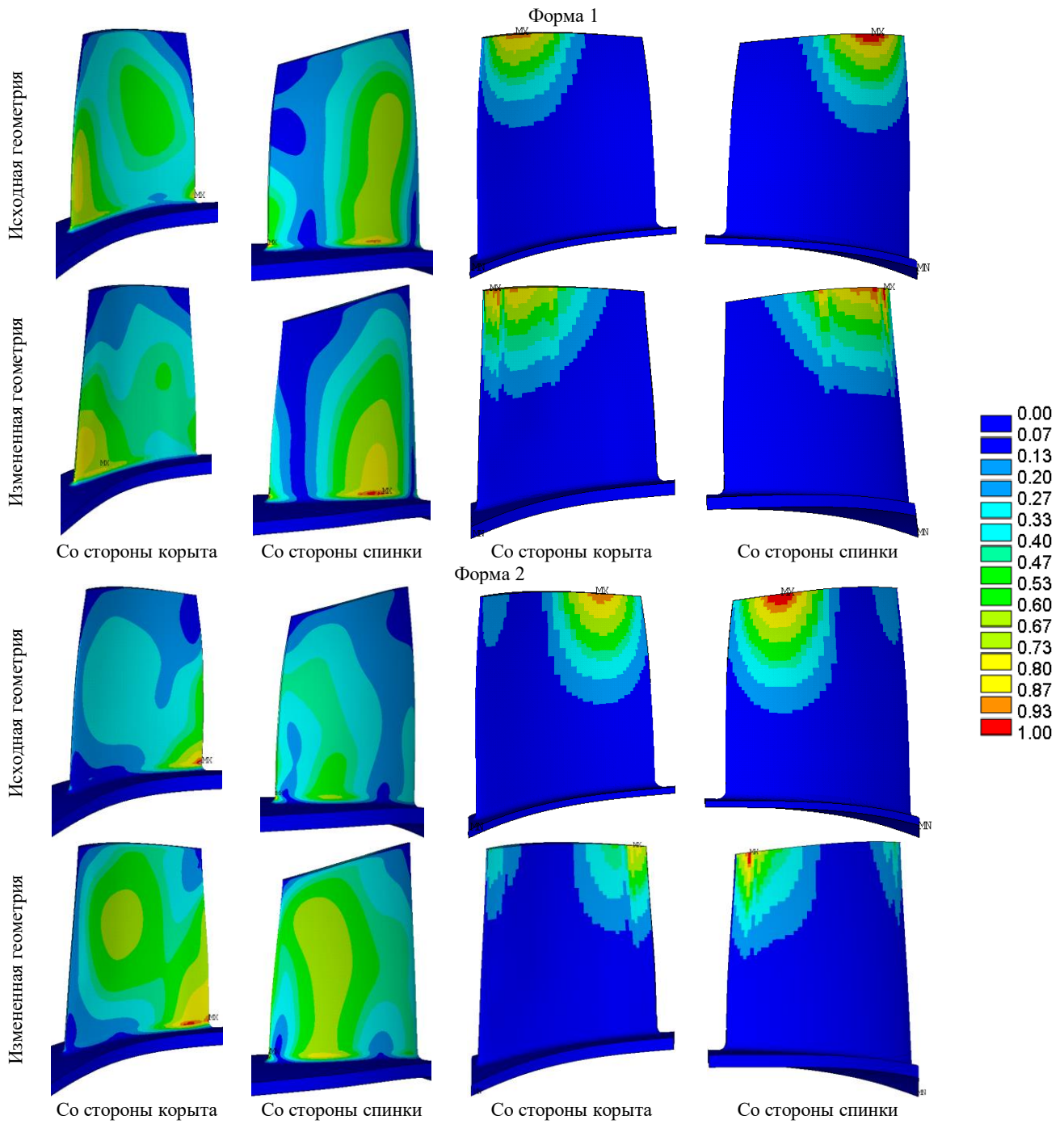


Рис. 5. Распределение эквивалентных напряжений и плотность кинетической энергии

Fig. 5. Distribution of equivalent stresses and kinetic energy density



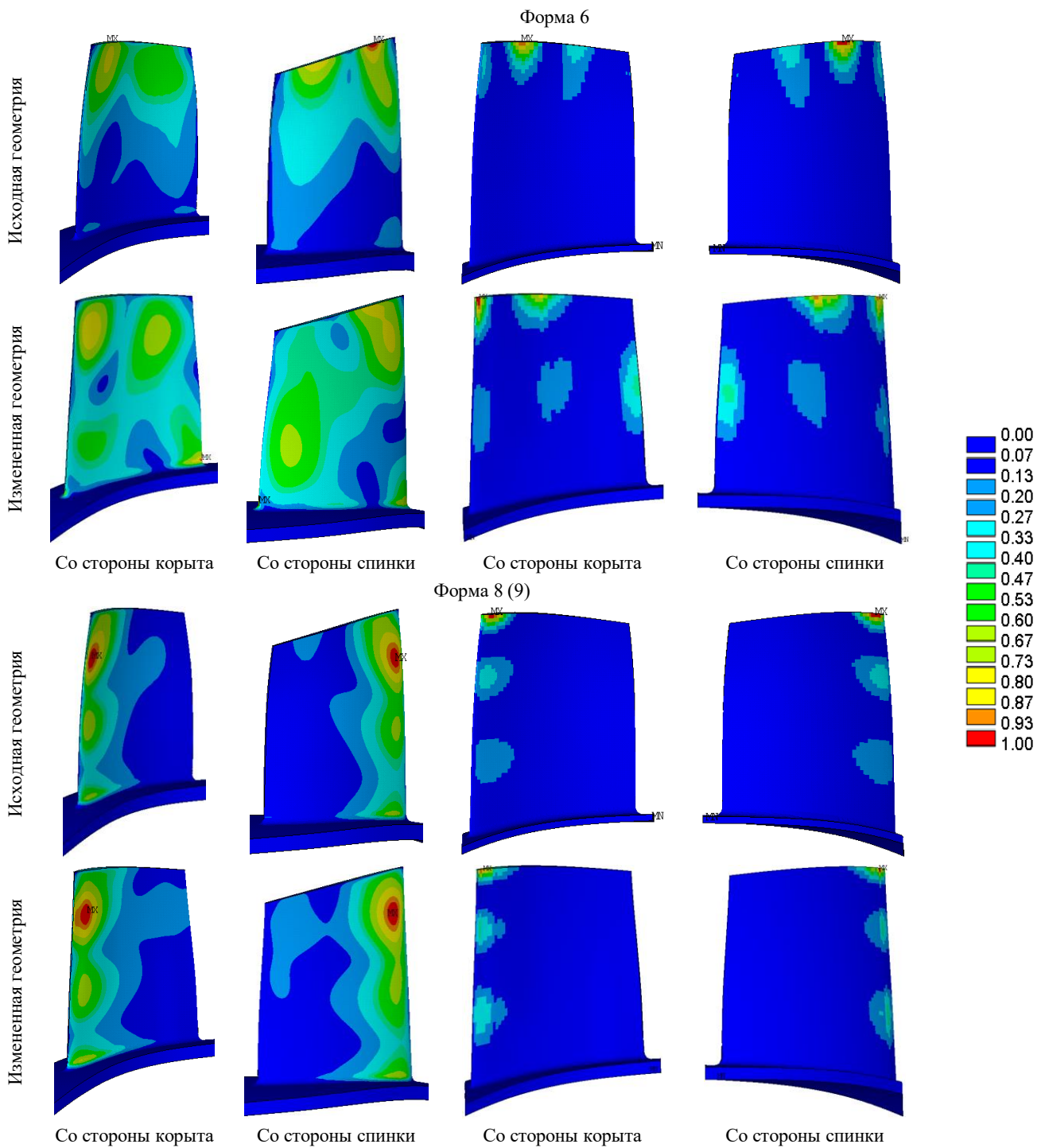


Рис. 6. Распределение эквивалентных напряжений и плотность кинетической энергии

Fig. 6. Distribution of equivalent stresses and kinetic energy density

### 1.3. Результаты экспериментального исследования лопатки компрессора высокого давления измененной конструкции

Для подтверждения эффективности примененных мероприятий по изменению геометрии на рабочей лопатке КВД были проведены экспериментальные исследования ротора КВД с рабочей лопаткой измененной геометрии. Для измененной лопатки была разработана схема препарирования с применением методики оптимального размещения тензорезисторов [36].

Схема препарирования рабочей лопатки КВД разрабатывалась исходя из задачи «покрытия» расчетных форм колебаний, по которым проявился резонанс на испытании с лопаткой исходной геометрии. Поэтому будем использовать диапазоном приемлемых значений коэффициентов чувствительности форм колебаний  $K_{чув} \geq 0,500$ .

Выполнено тензометрирование лопатки измененной геометрии КВД. На рис. 7 показана схема препарирования тензорезисторами рабочей лопатки КВД измененной конструкции, в табл. 4 приведены коэффициенты чувствительности для разработанной схемы препарирования. Все тензорезисторы расположены с одной стороны лопатки. Среди используемых тензорезисторов только датчик Т3 для лопатки имеет направление вдоль хорды лопатки, остальные же расположены в радиальном направлении.

Таблица 4

Коэффициент чувствительности форм колебаний тензорезисторов для лопатки КВД

Table 4

Sensitivity coefficient of vibration modes of strain gauges for the HPC blade

Номер формы	$K_{T1}$	$K_{T2}$	$K_{T3}$	Кол-во т/р с $\geq 0,500$
1	<b>0,783</b>	<b>0,450*</b>	<b>0,04</b>	2
2	<b>0,13</b>	<b>0,831</b>	<b>0,049</b>	1
3	<b>0,311</b>	<b>0,244</b>	<b>0,313</b>	0
4	<b>0,584</b>	<b>0,093</b>	<b>0,113</b>	1
5	<b>0,065</b>	<b>0,385</b>	<b>0,075</b>	0
6	<b>0,05</b>	<b>0,578</b>	<b>0,202</b>	1
7	<b>0,08</b>	<b>0,236</b>	<b>0,53</b>	1
8	<b>0,382</b>	<b>0,291</b>	<b>0,05</b>	0
9	<b>0,407</b>	<b>0,032</b>	<b>0,139</b>	0
10	<b>0,05</b>	<b>0,255</b>	<b>0,233</b>	0
11	<b>0,013</b>	<b>0,02</b>	<b>0,444</b>	0
12	<b>0,03</b>	<b>0,021</b>	<b>0,476*</b>	1
13	<b>0,153</b>	<b>0,197</b>	<b>0,08</b>	0
14	<b>0,219</b>	<b>0,029</b>	<b>0,107</b>	0
15	<b>0,002</b>	<b>0,147</b>	<b>0,257</b>	0

\* – использованы для пересчета.

Результаты экспериментального исследования лопатки измененной геометрии КВД представлены в табл. 5, где в колонках приведены значения окружной скорости ( $n$ ) и собственной частоты ( $f$ ) в относительных величинах к минимальному значению.



Рис. 7. Схемы препарирования лопатки КВД измененной конструкции

Fig. 7. Schemes for the preparation of the HPC blade of the modified design

Таблица 5

Максимальные измеренные вибронапряжения лопатки КВД

Table 5

Maximum measured vibration stresses of the HPC blade

$\sigma_{визм}$	$\sigma_{впер}$	Номер расчетной формы	$n$ , у. е.	$f$ , у. е.
5,6; 4,8; 5,2	7,2; 6,1; 6,6	1	1,1	1,0
6; 5,4; 5,5	6; 5,4; 5,5	–	1,3	4,8
7,5; 6,8; 7,5	9,6; 8,7; 9,6	1	1,5	1,0
4	4,8	2	1,0	1,7
5; 4,8	6; 5,8	2	1,1	1,7
5,5; 5,7	6,6; 6,9	2	1,1	1,7
6,6; 4,4	6,6; 4,4	–	1,3	4,8
6,1; 5,3	6,1; 5,3	1	1,5	1,0
4,1	4,1	13	1,4	11,2

## 2. Верификация расчетного метода оценки уровня вибронапряжений

По результатам испытаний лопатки измененной геометрии выполнена верификация метода оценки уровня вибронапряжений и подтверждение прогнозируемого снижения вибронапряжений.

По результатам экспериментальных исследований и расчета вибрационных характеристик рабочих лопаток компрессора исходной и измененной геометрий определены:

- резонансные режимы и соответствующие им собственные частоты (в относительных величинах по отношению к первой собственной частоте колебаний лопаток исходной геометрий), представленные в табл. 6;
- уровень вибронапряжений на определенных резонансных режимах в относительных величинах, приведенных в табл. 7.

По результатам расчета и эксперимента сравниваются собственные частоты лопатки компрессора.

В табл. 6 представлено сравнение собственных частот, полученных расчетным путем, с результатами

эксперимента. Отклонение по собственным частотам, полученным по результатам эксперимента, от расчетных незначительно. С увеличением формы и собственной частоты отклонение растет, максимальное отклонение по второй крутильной форме 5,1 %.

Таблица 6

Сравнительный анализ собственных частот колебаний лопаток по результатам расчета и экспериментального исследования

Table 6

A comparative Analysis of natural frequencies of vibration of blades based on the results of the computations and experimental studies

Но- мер фор- мы	Собственная частота, у.е.				Отклонение экс- периментальных от расчетных частот, %	
	по результатам эксперимента		по результатам расчета			
	исход- ная	изменен- ная	исход- ная	изменен- ная	исход- ная	изменен- ная
1	–	1,09	<b>1,0</b>	1,08	–	<b>0,3–0,4</b>
2	1,44– 1,46	1,81–1,82	1,42	1,73	1,9–2,7	4,8–5,1
6	5,62	–	5,33	6,69	5,4	–
8	6,26	–	6,19	7,22	1,2	–
13	–	12,15	10,17	12,10	–	<b>0,4</b>

Для сравнения распределения вибронпряжений рассматривается отклонение расчетных и экспериментальных эпюр вибронпряжений. Построение эпюр распределения напряжений по результатам эксперимента проводится в следующем порядке:

- определяется тензорезистор с максимальным значением напряжения;
- в каждом тензорезисторе рассматривается соотношения значения напряжения к максимальному значению напряжения:  $K_T^{экспер} = \sigma / \sigma_{max}$ ; в тензорезисторе с максимальным значением напряжения данное соотношение равно 1,0;
- строятся эпюры вибронпряжений в лопатке для групп тензорезисторов, например, в зависимости от расстояния от подошвы замка.

Расчет коэффициентов чувствительности форм колебаний в тензорезисторе рассматривается по отношению к максимальному напряжению в лопатке. В зоне максимальных напряжений, как правило, разместить тензорезистор невозможно. Поэтому для сравнения расчетных и экспериментальных эпюр распределения напряжений масштабируем расчетные значения коэффициента чувствительности форм колебаний для каждого тензорезистора по максимальному абсолютному значению коэффициента:

$$\sigma_{v \text{ изм ср}(1,2)} = \frac{\sum_{i=1}^k \sigma_{v \text{ изм } i}}{k}, \quad (5)$$

где  $k$  – количество лопаток;  $\sigma_{v \text{ изм ср}1}$  – средние измеренные напряжения по результатам испытаний до мероприятий;  $\sigma_{v \text{ изм ср}2}$  – средние измеренные напряжения по результатам испытаний с мероприятиями.

В каждом из испытаний было испытано по 9 лопаток. Величина  $\sigma_{v \text{ изм ср}(1,2)}$  по каждой форме колебаний вычисляется как среднее значение для 9 лопаток.

Для сравнения экспериментальных значений вибронпряжений лопаток исходной и измененной геометрий рассмотрено отношение

$$\sigma_{\text{изм.экс}} = \left| 1 - \frac{\sigma_{v \text{ изм ср}2}}{\sigma_{v \text{ изм ср}1}} \right| \cdot 100 \%. \quad (6)$$

Также оценивается отклонение экспериментального снижения вибронпряжений от прогнозируемых по расчету:

$$\Delta = \frac{|\sigma_{\text{расч}} - \sigma_{\text{изм.экс}}|}{|\sigma_{\text{изм.экс}}|} \cdot 100 \%. \quad (7)$$

В табл. 7 приведены значения отклонения экспериментального снижения вибронпряжений от прогнозируемых по расчету для исходной и измененной геометрий.

Таблица 7

Оценка изменения уровня вибронпряжений

Table 7

Estimation of changes in the level of vibration stresses

Но- мер фор- мы	$\sigma_{v \text{ изм ср}1}$	$\sigma_{v \text{ изм ср}2}$	Изменение $\sigma$ по экспери- менту $\sigma_{\text{экс}}$ , %	Изменение $\sigma$ по рас- чету $\sigma_{\text{расч}}$ , %	Отклонение расчета от экспери- мента $\Delta$ , %
1	–	6,1	–	31,2	–
2	8,8	5	43,2	46,8	8,4
6	7,2	–	–	52,3	–
8	16,5	–	–	17,4	–
13	–	4,1	–	–*	–

\* – изменение формы колебаний.

Для лопатки КВД расхождение по крутильной форме колебаний составило 8,4 %. Формы колебаний, проявившиеся на испытании исходной геометрии, не проявились при испытании изменой геометрии, а наоборот, появились новые формы колебаний.

Сравнительный анализ собственных частот лопатки показал максимальное отклонение расчетной частоты от экспериментальной по крутильной форме колебаний 5 %. По первой изгибной и высокочастотным формам колебаний отклонение не превысило 1 %.

Для лопатки КВД отклонение прогнозируемого уровня вибронпряжений по результатам расчетной оценки от экспериментально намеренных напряжений составляет 8,4 % по крутильной форме колебаний.

Указанные значения отклонений считаются приемлемыми.

Таким образом, расчетный метод оценки уровня вибронпряжений можно применять при проектировании компрессорных лопаток газотурбинных двигателей.

## Заключение

Разработан простой метод оценки уровня вибронпряжений в лопатках ГТД на основе расчета собственных частот и сравнительном анализе результатов расчета. Разработанный метод позволяет расчетом оценить уровень вибронпряжений в новой конструкции лопатки по сравнению с лопаткой-прототипом.

Такая расчетная оценка вибронпряжений может применяться как для доработки лопатки, так и при проектировании новых лопаток.

## Библиографический список

1. Иноземцев А.А., Нихамкин М.А., Сандрацкий В.Л. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок: учебник. – М.: Машиностроение, 2008. – Т. 2. – 201 с.
2. Иванов В.П. Колебания рабочих колес турбомашин. – М.: Машиностроение, 1983. – 224 с.
3. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. – М.: Наука, 1975. – 576 с.
4. Собственные частоты и формы колебаний полой лопатки вентилятора ГТД / А.А. Иноземцев, М.Ш. Нихамкин, Л.В. Воронов, Б.П. Болотов, И.Л. Гладкий, А.Ю. Головкин // Авиационная промышленность. – 2010. – № 3. – С. 8–11.
5. Братухин А.Г., Решетников Ю.Е., Иноземцев А.А. Основы технологии создания газотурбинных двигателей для магистральных самолетов. – М.: Авиатехинформ, 1999. – 554 с.
6. Залужский В.С., Плотников П.Н. Повышение надежности лопаток последних ступеней паровых турбин // Тр. 1-й науч.-техн. конф. молодых ученых Урал. энерг. ин-та: сб. докл. 2016. – С. 107–110.
7. Уланов А.М. Вибрация и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – Самара, 2011. – 58 с.
8. Контроль вибрационного состояния лопаток турбин в эксплуатационных условиях как способ повышения надежности их работы / К.Н. Боришанский, Б.Е. Григорьев, С.Ю. Григорьев, А.В. Наумов // Энергетик. – 2010. – № 8. – С. 26–29.
9. Методика непрерывного контроля вибрационного состояния рабочих лопаток турбомашин / К.Н. Боришанский, Б.Е. Григорьев, С.Ю. Григорьев // Теплоэнергетика. – 2000. – № 5. – 46 с.
10. Численный анализ вибрационного состояния рабочей лопатки последней ступени энергетической газовой турбины при воздействии нестационарного газового потока / А.И. Боровков [и др.] // Авиационно-космическая техника и технология. – 2011. – № 8. – С. 35–41.
11. Вибрации и статическая прочность лопаток турбокомпрессора / Ю.С. Воробьев, Е.В. Тишковец, В.А. Потанин, В.А. Касьянов // Авіаційно-космічна техніка і технологія. – 2003. – № 40/5. – С. 76–78.
12. Зеленый Ю.А., Петрова О.А. Дальнейшая оптимизация системы охлаждения профиля пера лопаток соплового аппарата ТСД // Вестник двигателестроения. – 2008. – № 3. – С. 45–48.
13. Шкловец А.О., Сеньчев М.Н., Джибилов П.Т. Снижение переменных резонансных напряжений в лопатках рабо-

На примере рабочей лопатки компрессора выполнены все этапы по доработке лопатки для снижения динамических напряжений:

- расчет и анализ результатов экспериментальных исследований исходной лопатки компрессора;
  - разработка мероприятий для снижения вибронпряжений и разработка новой конструкции лопатки, расчетная оценка изменения уровня вибронпряжений в новой лопатке по отношению к исходной;
  - экспериментальные исследования новой лопатки и верификация расчетного метода оценки уровня вибронпряжений.
- Разработанный расчетный метод оценки значительно сокращает время проектирования и экономит материальные ресурсы.

чих колес в последней ступени КСД // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2012. – № 3 (34). – С. 50–56.

14. Конструктивные приемы снижения концентрации напряжений в сталеразливочных стэндах / МНЛЗ Л.В. Буланов, И.Ф. Вологов, В.С. Горлицын, Т.Г. Химич, М.В. Масаев // Неделя металлов в Москве: сб. тр. конф. и сем., 13–17 ноября 2006 г. – М.: ВНИИметмаш: Металлургиздат, 2007. – С. 228–234.

15. Способ снижения вибраций в рабочих лопатках турбомашин: свидетельство № 2598985 / А.Л. Михайлов, В.И. Черных. – М., 2016.

16. Способ отстройки рабочего колеса турбомшины от автоколебаний: свидетельство № 2317419 / А.Л. Михайлов, В.В. Посадов. – М., 2008.

17. Способ снижения уровней вибраций лопаточного колеса газотурбинного двигателя: свидетельство № 2447293 / Дюпэ Жером, Ломбар Жан-Пьер, Мита Сами, Шарма Виранда // SNEKMA. – 2012.

18. Шуваев Н.В. Численная оценка интенсивности возбуждения колебаний лопаток газотурбинного двигателя на резонансных режимах // Климовские чтения 2016: сб. докл. науч.-техн. конф. – СПб.: Скифия принт, 2016. – С. 138–149.

19. Backman D., Greene R.J. Gas Turbine Blade Stress Analysis and Mode Shape Determination // Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications. – 2008-08-11, Switzerland. – P. 281–287.

20. Kellner J., Zeman V. Blade dynamic stress analysis of rotating bladed disks // Applied and Computational Mechanics. – 2007. – № 1. – P. 77–86.

21. Sandip G. Ghugal, Rajendra K. Pohane, Sandeep M. Pimpalgaonkar. Determination of stress concentration factor in steam turbine blade by finite element method // International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research. – July 2013. – Vol. 2, no. 3. – P. 55–60.

22. The Modeling and Stress Analysis of Wind Turbine Blade / Hao Wang, Bing Ma, Jiaojiao Ding, Shuaibin Li // TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering. – June 2014. – Vol. 12, no. 6. – P. 4178–4183.

23. Колотников М.Е., Макаров П.В. Один из подходов к оценке динамической напряженности лопаток вентилятора при тензометрировании // Вестник двигателестроения. – 2009. – № 3. – С. 176–180.

24. Бабенко О.Н., Прибора Т.И. Методы регулирования частот собственных колебаний рабочих лопаток компрессора ГТД // Вестник двигателестроения. – 2016. – № 1. – С. 101–106.

25. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 256 с.

26. Васильев Б.Е., Магеррамова Л.А. Анализ влияния конфигурации бандажных полок лопаток турбин перспективных двигателей на прочностные характеристики // Вестник Уфимского государственного авиационного технического университета. – 2015. – № 3 (69). – С. 28–32.

27. Способ снижения вибрационного воздействия силовой установки летательного аппарата: свидетельство № 2574498 / Б.П. Скорик; ПАО «ТАНТК им. Г.М. Бериева». – 2016.

28. Umamaheswara Rao L., Mallikarjuna Rao K. Design and analysis of a gas turbine blade by using FEM // International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology (IJLTET). – November 2014. – P. 19–24.

29. Посадов В.В. Разработка методов вибрационной диагностики и аэроупругих колебаний компрессора ГТД при стендовых испытаниях: дис. ... канд. техн. наук. – Рыбинск, 2017. – 177 с.

30. Разработка метода прогнозирования уровня вибронпряжений в лопатках ГТД / Р.В. Журавлев, Р.А. Диденко, Н.С. Лугинина, Д.В. Габов // Электронный журнал «Труды МАИ». – 2010. – № 65. – 19 с.

## References

1. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.A., Sandratskii B.JI. Osnovy konstruirovaniia aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok: ucheb [Fundamentals of designing aircraft engines and power plants: textbook.]. Moscow, Mashinostroenie, 2008, vol. 2, 201 p.

2. Ivanov V.P. Kolebaniia rabochikh koles turbomashin [Oscillations of impellers of turbomachines]. Moscow, Mashinostroenie, 1983, 224 p.

3. Timoshenko S.P., Gud'er Dzh. Teoriia uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow, Nauka, 1975, 576 p.

4. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.Sh., Voronov L.V., Bolotov B.P., Gladkii I.L., Golovkin A.Iu. Sobstvennye chastoty i formy kolebaniia poloi lopatki ventilatora GTD [Natural frequencies and vibration modes of a hollow blade of a gas turbine engine fan. Aviation industry]. Aviatsonnaia promyshlennost'. 2010, no. 3, pp. 8-11.

5. Bratukhin A.G., Reshetnikov Iu.E., Inozemtsev A.A. Osnovnye tekhnologii sozdaniia gazoturbinnnykh dvigatelei dlia magistral'nykh samoletov [Basic technologies for creating gas turbine engines for mainline aircraft]. Moscow, Aviatekhninform, 1999. 554 p.

6. Zaluzhskii V.S., Plotnikov P.N. Zaluzhskii V.S. Povyshenie nadezhnosti lopatok poslednikh stupeni parovykh turbin [Improving the reliability of the blades of the last stages of steam turbines]. Trudy pervoi nauchno-tekhnicheskoi konferentsii molodykh uchenykh Ural'skogo energeticheskogo instituta: sb. dokl. 2016, pp. 107-110.

7. Ulanov A.M. Vibratsiia i prochnost' aviatsionnykh dvigatelei i neergeticheskikh ustanovok [Vibration and durability of aircraft engines and non-energy installations], Samara, 2011, 58 p.

8. Borishanskii K.N., Grigor'ev B.E., Grigor'ev S.Iu., Naumov A.V. Kontrol' vibratsionnogo sostoiianiia lopatok turbin v ekspluatatsionnykh usloviiax kak sposob povysheniia nadezhnosti ikh raboty [Control of the vibration state of turbine blades in operating conditions as a way to improve the reliability of their work]. Energetik, 2010, no. 8, pp. 26-29.

31. Методика экспериментального модального анализа лопаток и рабочих колес газотурбинных двигателей / А.А. Иноземцев, М.Ш. Нихамкин, Л.В. Воронов, А.Б. Сенкевич, А.Ю. Головкин, Б.П. Болотов // Тяжелое машиностроение. – 2010. – № 11. – С. 2–6.

32. Григорьев В.А., Гишваров А.С. Испытания авиационных двигателей. – М.: Машиностроение, 2009. – 504 с.

33. Гуськов М.А., Коробов А.В., Сайгина Ю.Н. Исследование вибрации и оценка эффективности методов защиты от вибрации. – М., 2012. – 34 с.

34. Михайлов А.Л., Крюков С.В. Вибродиагностика поврежденных деталей машин на основе исследования их собственных форм колебаний // Проблемы прочности. – 2008. – № 5. – С. 121–128.

35. Способ экспериментального определения динамических характеристик преобразователей напряжение-частота: свидетельство № 748868 / В.Г. Кнорринг, Л.Н. Кнорринг, Я.Р. Ясик. – Л., 1980.

36. Пивоварова М.В., Бессчетнов В.А. Разработка расчетного метода определения оптимального размещения тензорезисторов и определение коэффициентов чувствительности форм колебаний // Вестник пермского национального исследовательского политехнического университета. Аэрокосмическая техника. – 2017. – № 50. – С. 5–14.

9. Borishanskii K.N., Grigor'ev B.E., Grigor'ev S.Iu. Metodika nepreryvnogo kontroliia vibratsionnogo sostoiianiia rabochikh lopatok turbomashin [Methodology for continuous monitoring of the vibration state of the rotor blades of turbomachines]. Teploenergetika, 2000, no. 5, 46 p.

10. Borovkov A.I i dr. Chislennyi analiz vibratsionnogo sostoiianiia rabochei lopatki poslednei stupeni energeticheskoi gazovoi turbiny pri vozdeistvii nestatsionarnogo gazovogo potoka [Numerical analysis of the vibration state of the working blade of the last stage of an energy gas turbine under the influence of an unsteady gas flow]. Aviatsonno-kosmicheskaiia tekhnika i tekhnologiia, 2011, no. 8, pp. 35-41.

11. Vorob'ev Iu.S., Tishkovets E.V., Potanin V.A., Kas'ianov V.A. Vibratsii i staticheskaiia prochnost' lopatok turbokompressora [Vibrations and static strength of turbocompressor blades]. Aviatsonno-kosmichna tekhnika i tekhnologiia, 2003, No. 40/5, pp. 76-78.

12. Zelenyi Iu.A., Petrova O.A. Dal'neishaia optimizatsiia sistemy okhlazhdeniia profil'ia pera lopatok soploвого аппарата TSD [Further optimization of the cooling system of the airfoil of the blades of the TSD nozzle apparatus]. Vestnik dvigatelestroeniia, 2008, no. 3, pp. 45-48.

13. Shklovets A.O., Sen'chev M.N., Dzhibilov P.T. Snizhenie peremennykh rezonansnykh napriazhenii v lopatkakh rabochikh koles v poslednei stupeni KSD [Reduction of alternating resonant stresses in the impeller blades in the last stage of the KSD]. Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta, 2012, no. 3 (34), pp. 50-56.

14. Bulatov L.V., Volegov I.F., Gorlitsyn V.S., Khimich T.G., Masaev M.V. Konstruktivnye priemy snizheniia kontsentratsii napriazhenii v stal'erazlivochnykh standakh MNLZ [Constructive methods of reducing stress concentration in steel-pouring stands of continuous casting machine]. Moscow, VNIImetmash, Metallurgizdat, Nedelia metallov v Moskve. 13-17 noiabria 2006 g.: sb. trudov konferentsii i seminarov pod red. redkol. N. V. Pasechnik, 2007, pp. 228-234.

15. Mikhailov A.L., Chernykh V.I. Sposob snizheniia vibratsii v rabochikh lopatkakh turbomashin [Method of reducing vibrations in the rotor blades of turbomachines]. *Moscow, Svidetel'stvo*, 2016, no 2598985
16. Mikhailov A.L., Posadov V.V. Sposob otstroiki rabocheho kola turbomashiny ot avtokolebaniy [Method of detuning the turbomachine impeller from self-oscillations]. *Moscow, Svidetel'stvo*, 2008, № 2317419.
17. Sposob snizheniia urovnei vibratsii lopatochnogo kola gazoturbinnogo dvigatelya / Diupe Zherom, Lombard Zhan-P'er, Mita Sami, Sharma Viranda [Method of reducing vibration levels of a turbine engine blade wheel]. *Svidetel'stvo SNEKMA*, 2012, № 2447293.
18. Shuvaev N.V. Chislennaya otsenka intensivnosti vzbuzhdeniia kolebaniy lopatok gazoturbinnogo dvigatelya na rezonansnykh rezhimakh [Numerical assessment of the intensity of excitation of oscillations of the blades of a gas turbine engine in resonance modes]. *Saint Petersburg, Skifit'a print, Klimovskie chteniia 2016 : sb. dokladov nauchno-tekhnicheskoi konferentsii*, 2016, pp. 138-149.
19. D. Backman and R.J. Greene. Gas Turbine Blade Stress Analysis and Mode Shape Determination. *Switzerland, Applied Mechanics and Materials, Trans Tech Publications*, 2008, pp. 281-287.
20. J. Kellner, V. Zeman. Blade dynamic stress analysis of rotating bladed disks. *Applied and Computational Mechanics*, 2007, no. 1, pp. 77-86.
21. Sandip G Ghugal, Rajendra K Pohane and Sandeep M Pimpalgaonkar. Determination of stress concentration factor in steam turbine blade by finite element method. *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*, 2013, vol. 2, no. 3, pp. 55-60.
22. Hao Wang, Bing Ma, Jiaojiao Ding, Shuaibin Li. The Modeling and Stress Analysis of Wind Turbine Blade. *TELKOMNIKA Indonesian Journal of Electrical Engineering*, 2014, vol.12, no.6, pp. 4178-4183.
23. Kolotnikov M.E., Makarov P.V. Odin iz podkhodov k otsenke dinamicheskoi napriazhennosti lopatok ventilatora pri tenzometrirovanii [One of the approaches to assessing the dynamic tension of fan blades during strain gauging]. *Vestnik dvigatelestroeniia*, 2009, no. 3, pp. 176- 180.
24. Babenko O.N., Pribora T.I. Metody regulirovaniia chastot sobstvennykh kolebaniy rabochikh lopatok kompressora GTD [Methods for regulating the frequencies of natural oscillations of the rotor blades of a GTE compressor]. *Vestnik dvigatelestroeniia*, 2016, no. 1., pp. 101-106.
25. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike [The finite element method in technology]. *Moscow, Mir*, 1975, 256 p.
26. Vasil'ev B.E., Magerramova L.A. Analiz vliianiia konfiguratsii bandazhnykh polok lopatok turbin perspektivnykh dvigatelei na prochnostnye kharakteristiki [Analysis of the Influence of the Configuration of Shroud Shelves of Turbine Blades of Prospective Engines on Strength Characteristics. Vasiliev, L.A. Maharramova]. *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatcionnogo tekhnicheskogo universiteta*, 2015, no. 3 (69), pp. 28-32.
27. Skorik B.P. Sposob snizheniia vibratsionnogo vozdeistviia silovoi ustanovki letatel'nogo apparata [Method of reducing the vibration effect of the power plant of the aircraft]. *PAO «TANTK im. G.M. Berieva», Svidetel'stvo*, № 2574498, 2016.
28. L. Umamaheswara Rao, K. Mallikarjuna Rao. Design and analysis of a gas turbine blade by using FEM. *International Journal of Latest Trends in Engineering and Technology (IJLTET)*, 2014, pp. 19-24.
29. Posadov V.V. Razrabotka metodov vibratsionnoi diagnostiki i aeroprugikh kolebaniy kompressora GTD pri stendovykh ispytaniakh: dissertatsiia na soiskanie uchenoi stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk [Development of methods for vibration diagnostics and aeroelastic oscillations of a gas turbine engine compressor during bench tests: dissertation for the degree of candidate of technical sciences]. *Rybinsk*, 2017, 177 p.
30. Zhuravlev R.V., Didenko R.A., Luginina N.S., Gabov D.V. Razrabotka metoda prognozirovaniia urovnia vibronapriazhenii v lopatkakh GTD [Development of a method for predicting the level of vibration stresses in GTE blades]. *Elektronnyi zhurnal «Trudy MAI»*, 2010, no. 65, 19 p.
31. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M. Sh., Voronov L.V., Senkevich A.B., Golovkin A.Iu., Bolotov B.P. Metodika eksperimental'nogo modal'nogo analiza lopatok i rabochikh koles gazoturbinnyykh dvigatelei [Technique for experimental modal analysis of blades and impellers of gas turbine engines]. *Tiazheloe mashinostroenie* 2010, no. 11, pp. 2-6.
32. Grigor'ev V.A., Gishvarov A.S. Ispytaniia aviatcionnykh dvigatelei [Testing of aircraft engines]. *Moscow, Mashinostroenie*, 2009, 504 p.
33. Gus'kov M.A., Korobov A.V., Saigina Iu.N. Issledovanie vibratsii i otsenka effektivnosti metodov zashchity ot vibratsii [Vibration Research and Estimation of the Effectiveness of Vibration Protection Methods], *Moscow*, 2012, 34 p.
34. Mikhailov A.L., Kriukov S.V. Vibrodiagnostika povrezhdenii detalei mashin na osnove issledovaniia ikh sobstvennykh form kolebaniy [Vibration diagnostics of damage to machine parts based on the study of their own vibration modes]. *Problemy prochnosti*, 2008, no. 5, pp. 121-128.
35. Knorring V.G., Knorring L.N., Iasik Ya.R. Sposob eksperimental'nogo opredeleniia dinamicheskikh kharakteristik preobrazovatelya napriazhenie-chastota [Method of experimental determination of dynamic characteristics of voltage-frequency converters]. *Svidetel'stvo № 748868 Leningrad*, 1980.
36. Pivovarova M.V., Besschetnov V.A. Razrabotka raschetnogo metoda opredeleniia optimal'nogo razmeshcheniia tenzorezistorov i opredelenie koeffitsientov chuvstvitel'nosti form kolebaniy [Development of a computational method for determining the optimal placement of strain gauges and determining the sensitivity coefficients of vibration modes]. *Vestnik permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika*, 2017, no. 50, pp. 5-14.