

Радченко В.П., Бербасова Т.И., Цветков В.В., Саушкин М.Н. Математическое моделирование релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного упрочнения при ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 3. С. 117–128. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.11

Radchenko V.P., Berbasova T.I., Tsvetkov V.V., Saushkin M.N. Mathematical Modeling of Relaxation of Residual Stresses in Thin-Walled Pipelines in the Delivery State and after Bilateral Surface Hardening at Creep. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, no. 3, pp. 117-128. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.11



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.11

УДК 539.376:621.787

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЛАКСАЦИИ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ТОНКОСТЕННЫХ ТРУБОПРОВОДАХ В СОСТОЯНИИ ПОСТАВКИ И ПОСЛЕ ДВУХСТОРОННЕГО ПОВЕРХНОСТНОГО УПРОЧНЕНИЯ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ

В.П. Радченко, Т.И. Бербасова, В.В. Цветков, М.Н. Саушкин

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 31 июля 2021 г.
Принята: 22 сентября 2021 г.
Опубликована: 22 октября 2021 г.

Ключевые слова:

тонкостенные цилиндрические трубки, состояние поставки, двухстороннее поверхностное упрочнение, остаточные напряжения, ползучесть, релаксация.

АННОТАЦИЯ

Разработана математическая модель реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций в тонкостенных цилиндрических трубках в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного пластического упрочнения, включающая методику идентификации параметров модели на примере тонкостенных трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм из стали X18H10T на основе экспериментальных данных для осевой и окружной компонент тензора остаточных напряжений для образцов в состоянии поставки и после двухстороннего механического ультразвукового упрочнения. Выполнена проверка адекватности математической модели реконструкции остаточных напряжений в тонкостенных трубках из стали X18H10T экспериментальным данным в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного пластического упрочнения с учетом анизотропии распределения пластической деформации после упрочнения в осевом и окружном направлениях. Разработана методика расчета двухсторонней релаксации остаточных напряжений на внешней и внутренней поверхностях тонкостенных трубок в условиях ползучести на основе обобщения соответствующей методики при одностороннем упрочнении. Исследован процесс релаксации в тонкостенных трубках из стали 08X18H9 (ранний аналог стали X18H10T) в условиях термоэкспозиции, осевого растяжения, внутреннего давления и совместного действия осевого растяжения и внутреннего давления при температуре 600 °С на основе построенной феноменологической теории ползучести для этой стали. Выполнен детальный анализ кинетики полей остаточных напряжений при ползучести в тонкостенных образцах в состоянии поставки и после двухстороннего упрочнения в различные моменты времени. Показано, что в этих условиях происходит практически полная релаксация остаточных технологических напряжений как в образцах в состоянии поставки, так и после двухстороннего поверхностного пластического деформирования в течение 50 часов.

© ПНИПУ

© Радченко Владимир Павлович – д.ф.-м.н., проф., e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, [ID: 0000-0003-4168-9660](https://orcid.org/0000-0003-4168-9660).

Бербасова Татьяна Игоревна – асп., e-mail: t.i.ber@yandex.ru, [ID: 0000-0002-8070-4846](https://orcid.org/0000-0002-8070-4846).

Цветков Виталий Владимирович – к.ф.-м.н, доц., e-mail: vi.v.tsvetkoff@mail.ru, [ID: 0000-0001-9285-7607](https://orcid.org/0000-0001-9285-7607).

Саушкин Михаил Николаевич – к.ф.-м.н, доц, e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru, [ID: 0000-0002-8260-2069](https://orcid.org/0000-0002-8260-2069).

Vladimir P. Radchenko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, [ID: 0000-0003-4168-9660](https://orcid.org/0000-0003-4168-9660).

Tatiana I. Berbasova – PhD Student, e-mail: t.i.ber@yandex.ru, [ID: 0000-0002-8070-4846](https://orcid.org/0000-0002-8070-4846).

Vitaly V. Tsvetkov – CSc of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: vi.v.tsvetkoff@mail.ru, [ID: 0000-0001-9285-7607](https://orcid.org/0000-0001-9285-7607).

Mikhail N. Saushkin – CSc of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: saushkin.mn@samgtu.ru, [ID: 0000-0002-8260-2069](https://orcid.org/0000-0002-8260-2069).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

MATHEMATICAL MODELING OF RELAXATION OF RESIDUAL STRESSES IN THIN-WALLED PIPELINES IN THE DELIVERY STATE AND AFTER BILATERAL SURFACE HARDENING AT CREEP

V.P. Radchenko, T.I. Berbasova, V.V. Tsvetkov, M.N. Saushkin

Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 31 July 2021
Accepted: 22 September 2021
Published: 22 October 2021

Keywords:

thin-walled cylindrical tubes, delivery state, bilateral surface hardening, residual stresses, creep, relaxation.

ABSTRACT

A mathematical model of reconstruction of the fields of residual stresses and plastic deformations in thin-walled cylindrical tubes in the delivery state and after bilateral surface plastic hardening was developed. It included a method for identification of the model parameters using the example of thin-walled $\varnothing 12 \times 1$ mm tubes made of X18N10T steel based on experimental data for the axial and circumferential components of the residual stress tensor for samples in the delivery state and after bilateral mechanical ultrasonic hardening. The adequacy of the mathematical model for the reconstruction of residual stresses in the thin-walled tubes made of X18N10T steel was verified by the experimental data in the state of delivery and after bilateral surface plastic hardening, taking into account the anisotropy of the distribution of plastic deformation after hardening in the axial and circumferential directions. A method for calculating the two-way relaxation of residual stresses on the outer and inner surfaces of thin-walled tubes under creep conditions was developed based on the generalization of the corresponding method for unilateral hardening. The relaxation process in the thin-walled tubes made of 08X18N9 steel (an early analogue of X18N10T steel) under conditions of thermal exposure, axial tension, internal pressure and the combined action of axial tension and internal pressure was investigated on the basis of the constructed phenomenological creep theory for this steel. A detailed analysis of the kinetics of the fields of residual stresses during creep in the thin-walled samples in the delivery state and after bilateral hardening at different times was performed. It is shown that under these conditions, almost a complete relaxation of residual technological stresses occurs both in the samples in the delivery state and after bilateral surface plastic deformation within 50 hours.

© PNRPU

Введение

Тонкостенные цилиндрические оболочки – распространенный технический элемент, используемый в машиностроении, нефтехимии, авиадвигателестроении, энергетическом машиностроении и других промышленных комплексах. Во многих областях промышленности для повышения ресурса цилиндрических изделий используют поверхностное пластическое деформирование (ППД). Это обусловлено следующими причинами. При любой отделочной технологии (шлифование, полирование, притирка и т.д.) на поверхности изделия всегда остаются дефекты, а в приповерхностном слое возникают технологические остаточные напряжения преимущественно положительного знака, которые играют отрицательную роль – снижают ресурс изделия в состоянии поставки. Применение же методов ППД, наоборот, создает в приповерхностном слое изделия «благоприятные» сжимающие остаточные напряжения, за счет которых существенно повышаются характеристики мало- и многоциклового усталости, микротвердости и другие показатели надежности упрочненных изделий по сравнению с неупрочненными [1–9]. Особую важность упрочняющие технологии играют в авиадвигателестроении, поскольку наряду с требованиями высокой прочности и надежности деталей здесь ключевым является требование снижения их веса и материалоемкости.

В частности, опыт эксплуатации тонкостенных трубопроводов авиационных пневмогидросистем свидетельствует, что усталостные трещины образуются как на внешней, так и на внутренней поверхностях [10, 11]. Этот факт служит обоснованием применения методов ППД к таким деталям, поскольку приповерхностные области со сжимающими остаточными напряжениями препятствуют возникновению и развитию микротрещин. Для тонкостенных полых и сплошных цилиндров разработаны методики реконструкции остаточных напряжений после упрочнения и расчета их релаксации в процессе высокотемпературной ползучести, но лишь при одностороннем упрочнении поверхности цилиндров [12–17]. В настоящее время упрочняющим технологиям и моделированию напряженно-деформированного состояния изделий после упрочнения с использованием специализированного программного обеспечения посвящено необозримое число публикаций, например [18–28]. Но среди них можно найти лишь единичные (в основном экспериментальные) работы, в которых содержатся сведения о двухстороннем упрочнении ППД тонкостенных трубопроводов малого диаметра. При этом теоретические методы реконструкции остаточных напряжений для этого типа изделий просто отсутствуют, не говоря уже о методах оценки релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести. Отметим, что первой работой, в которой на основе феноменологического

метода выполнена реконструкция остаточных напряжений в тонкостенных прямолинейных цилиндрических трубках как в состоянии поставки, так и после двухстороннего упрочнения, является работа авторов данной статьи [29], в которой также выполнена и экспериментальная проверка разработанного метода для трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм (внутренний радиус 5 мм, внешний радиус 6 мм) из стали X18H10T.

В связи с этим здесь рассматривается задача расчета релаксации остаточных напряжений с начальным двухсторонним напряженно-деформированным состоянием в тонкостенных трубках (образцах), возникающим после технологических отделочных операций (состояние поставки) или после процедуры ППД, в условиях высокотемпературной ползучести при сложных режимах внешней нагрузки – осевого растяжения, внутреннего давления и их комбинаций.

Используется цилиндрическая система координат (r, θ, z) , в которой компоненты тензоров остаточных напряжений обозначены через σ_i , а остаточных пластических деформаций – через q_i , $i = r, \theta, z$. Недиагональные компоненты тензоров не учитываются, поскольку в [15] экспериментально и теоретически показано, что их значения (по модулю) в 6 и более раз меньше значений для нормальных компонент.

Методика решения поставленной задачи состоит из следующих этапов: 1) реконструкция полей остаточных напряжений и пластических деформаций в образцах после процедуры упрочнения или в состоянии поставки; 2) учет мгновенной температурно-силовой нагрузки; 3) расчет релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести при температуре «эксплуатации»; 4) температурно-силовая разгрузка.

1. Математическая модель реконструкции остаточного напряженно-деформированного состояния в цилиндрических образцах в состоянии поставки и после двухстороннего упрочнения

Феноменологический метод реконструкции остаточных напряжений (первый этап рассматриваемой задачи) в тонкостенных трубках для случая двухстороннего упрочнения подробно изложен в работе [29] и апробирован на экспериментальных данных для трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм из стали X18H10T в состоянии поставки и после виброударного ультразвукового упрочнения внешней и внутренней поверхностей. Поскольку эта задача является составной частью общего метода оценки релаксации остаточных напряжений, приведем основные моменты метода [29]. Для реализации этого этапа необходимо знать зависимость окружной компоненты $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$, которая определяется (аппроксимируется) по всей области интегрирования ($R_1 \leq r \leq R_2$; R_1 – внутренний радиус, R_2 – внешний радиус) на ос-

новании экспериментальных данных. Остальные компоненты тензора остаточных напряжений и необратимых деформаций рассчитываются по известным формулам [29] через $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$:

$$\begin{aligned} \sigma_r(r) &= \frac{1}{r} \int_{R_1}^r \sigma_\theta(\xi) d\xi, & R_1 \leq r \leq R_2; \\ q_\theta(r) &= \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E_0(1+\alpha\nu)^2} \times \\ &\times r^{\frac{2+\alpha}{1+\alpha\nu}} \int_{R_1}^r \xi^{\frac{1+\alpha-\alpha\nu}{1+\alpha\nu}} [\sigma_r(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta(\xi)] d\xi + \\ &+ \frac{1+\nu}{E_0(1+\alpha\nu)} [\nu\sigma_r(r) - (1-\nu)\sigma_\theta(r)], & (1.1) \\ q_z(r) &= \alpha q_\theta(r), & q_r(r) = -(1+\alpha)q_\theta(r), \\ \varepsilon_z^0 &= \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \int_{R_1}^{R_2} \xi \left[q_z(\xi) - \frac{\nu}{E_0} (\sigma_r(\xi) + \sigma_\theta(\xi)) \right] d\xi, \\ \sigma_z(r) &= E_0 [\varepsilon_z^0 - q_z(r)] + \nu [\sigma_r(r) + \sigma_\theta(r)], \end{aligned}$$

где E_0 – модуль Юнга при температуре упрочнения T_0 ; ν – коэффициент Пуассона; α – параметр анизотропии распределения пластических деформаций, введенный в работах [13–16], методика идентификации которого также приведена в [29].

Исходя из характера экспериментальных диаграмм (маркеры на рис. 1 и 2) в [29] получены зависимости $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ следующего вида:

– для образцов в состоянии поставки:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(r) &= -25,3 + 456,2 \exp \left[- \left(\frac{R_2 - r - 0,055}{0,051} \right)^2 \right] - \\ &- 312,2 \exp \left[- \left(\frac{r - R_1 - 0,005}{0,042} \right)^2 \right]; & (1.2) \end{aligned}$$

– для образцов после двухстороннего упрочнения:

$$\begin{aligned} \sigma_\theta(r) &= 88,4 - 981,6 \exp \left[- \left(\frac{R_2 - r + 0,04}{0,105} \right)^2 \right] - \\ &- 283,2 \exp \left[- \left(\frac{r - R_1 - 0,05}{0,087} \right)^2 \right]. & (1.3) \end{aligned}$$

Из формул (1.1) следует, что все компоненты тензора остаточных напряжений и пластических деформаций выражаются через $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ и параметр α . Как отмечалось в [13–16], в случае изотропного упрочнения эпюры $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ и $\sigma_z = \sigma_z(r)$ практически совпадают и $\alpha = 1$, т.е. задача фактически решена. Но экспериментальные данные на рис. 1 и 2 свидетельствуют о существенном отличии этих зависимостей, и $\alpha \neq 1$. Конкретное значение α может быть получено лишь в результате апостериорного анализа задачи с привлечением экспериментальных значений компоненты $\sigma_z = \sigma_z(r)$

в приповерхностном слое. В этом случае при заданных зависимостях (1.2) и (1.3) значение параметра α варьируется и при каждом его значении реализуется полная схема вычислений по формулам (1.1). На основании результатов вычислений минимизируется величина среднеквадратического отклонения между полученными и экспериментальными значениями для $\sigma_z = \sigma_z(r)$. В результате получено, что для образцов в состоянии поставки $\alpha = 0,1$, а для образцов после двухстороннего ППД $\alpha = 4,2$.

Полученные расчетные зависимости компонент тензора напряжений в областях, прилегающих к внутренней и внешней поверхности трубок, приведены на рис. 1 и 2: для $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ – сплошные линии, для $\sigma_z = \sigma_z(r)$ – штриховые линии. В расчетах принимались значения $E_0 = 1,98 \cdot 10^5$ МПа и $\nu = 0,285$.

Таким образом, после первого этапа мы имеем распределение полей остаточных напряжений и пластических деформаций.

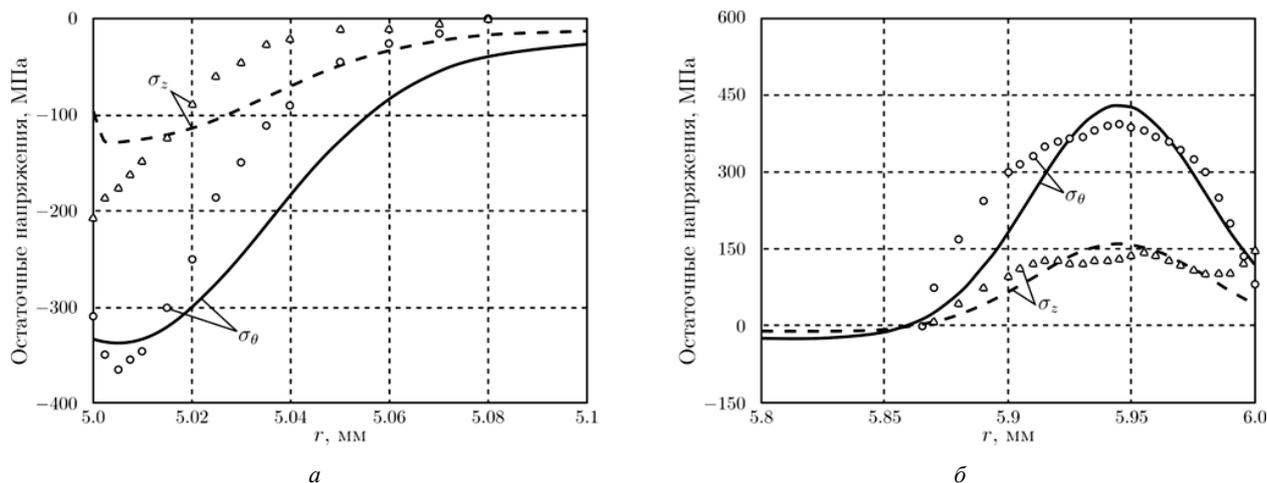


Рис. 1. Экспериментальные (маркеры) и расчетные зависимости $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ (сплошные линии) и $\sigma_z = \sigma_z(r)$ (штриховые линии) в областях, прилегающих к внутренней (а) и внешней (б) поверхности трубок в состоянии поставки

Fig. 1. Experimental (markers) and calculated dependences $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ (solid lines) and $\sigma_z = \sigma_z(r)$ (dashed lines) in the areas adjacent to the inner (a) and outer (b) surfaces of the tubes in the delivery state

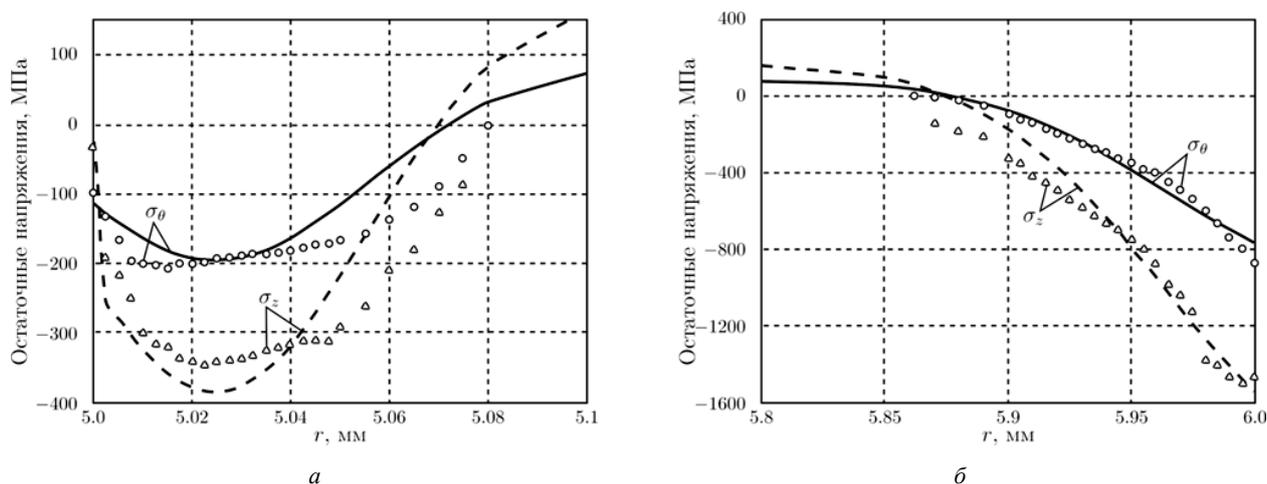


Рис. 2. Экспериментальные (маркеры) и расчетные зависимости $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ (сплошные линии) и $\sigma_z = \sigma_z(r)$ (штриховые линии) в областях, прилегающих к внутренней (а) и внешней (б) поверхности трубок после двухстороннего упрочнения

Fig. 2. Experimental (markers) and calculated dependences $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$ (solid lines) and $\sigma_z = \sigma_z(r)$ (dashed lines) in the areas adjacent to the inner (a) and outer (b) surfaces of the tubes after bilateral hardening

2. Метод расчета релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубках в состоянии поставки и после двухстороннего упрочнения в условиях ползучести

Прямолинейные тонкостенные трубки являются частью трубопроводов пневмогидросистем авиационных газотурбинных двигателей, условия эксплуатации которых связаны с высокотемпературной ползучестью. Вследствие этого происходит релаксация остаточных напряжений. Поэтому возникает необходимость в разработке методов расчета релаксации остаточных напряжений в условиях ползучести. В настоящее время соответствующая методика разработана для односторонне упрочненных полых цилиндрических образцов [16] для общего случая анизотропного упрочнения внешней поверхности полого цилиндра, нагруженного внутренним давлением q , крутящим моментом M и осевой растягивающей нагрузкой F . Здесь эта методика обобщается на случай двухстороннего упрочнения.

Перед тем как перейти к рассмотрению задачи релаксации напряжений, проанализируем влияние мгновенной температурно-силовой нагрузки на изменение полей остаточных напряжений (второй этап).

Рассмотрим сначала режим температурной нагрузки с температуры T_0 до температуры T_1 . Полагая, что при температурной нагрузке дополнительные пластические деформации не возникают, к моменту полного прогрева цилиндрического образца (условно считаем, что он произошел мгновенно) второе соотношение (1.1) при температуре T_1 можно записать в виде

$$q_0(r) = \frac{(1+\nu)(1-2\nu)}{E_1(1+\alpha\nu)^2} r^{-\gamma} \int_{R_1}^r \xi^{\gamma-1} \frac{E_1}{E_0} [\sigma_r(\xi) + (1+\alpha)\sigma_\theta(\xi)] d\xi - \frac{1+\nu}{E_1(1+\alpha\nu)} \frac{E_1}{E_0} [(1-\nu)\sigma_\theta(r) - \nu\sigma_r(r)], \quad \gamma = \frac{2+\alpha}{1+\alpha\nu},$$

поскольку величина $q_0 = q_0(r)$ не зависит от температуры. Здесь E_0 , E_1 – соответствующие модули Юнга материала при температурах T_0 и T_1 . Формально второе соотношение (1.1) выполняется при модуле Юнга E_1 , если все эпюры остаточных напряжений после процедуры упрочнения умножить на коэффициент E_1/E_0 . Другими словами, учет температурной нагрузки в момент времени $t=0-0$ приводит к «умножению» всех эпюр остаточных напряжений (полученных на первом этапе) на коэффициент E_1/E_0 . При этом температурные деформации не учитываются, поскольку считается, что прогрев образца произошел мгновенно, а однородное температурное поле приводит лишь к объемному изменению геометрии образца, не влияя на напряженное состояние.

Действие внешних нагрузок (осевой силы F и внутреннего давления q) в момент времени $t=0+0$ приво-

дит к возникновению в образце «рабочих» напряжений, соответствующих упругому решению краевой задачи:

$$\sigma_r^0(r, 0+0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_r(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_2^2}{r^2}\right),$$

$$\sigma_\theta^0(r, 0+0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_\theta(r) + \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_2^2}{r^2}\right),$$

$$\sigma_z^0(r, 0+0) = \frac{E_1}{E_0} \sigma_z(r) + \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)}.$$

При этом выражения для диагональных компонент тензора полных деформаций будут иметь следующий вид:

$$\varepsilon_r(r, 0+0) = \frac{1}{E_1} [\sigma_r^0(r, 0+0) - \nu(\sigma_\theta^0(r, 0+0) + \sigma_z^0(r, 0+0))] + q_r(r),$$

$$\varepsilon_\theta(r, 0+0) = \frac{1}{E_1} [\sigma_\theta^0(r, 0+0) - \nu(\sigma_z^0(r, 0+0) + \sigma_r^0(r, 0+0))] + q_\theta(r),$$

$$\varepsilon_z(r, 0+0) = \frac{1}{E_1} [\sigma_z^0(r, 0+0) - \nu(\sigma_\theta^0(r, 0+0) + \sigma_r^0(r, 0+0))] + q_z(r).$$

Приведенные соотношения задают исходное напряженно-деформированное состояние образца после второго этапа и используются для получения начальных данных для краевой задачи релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести (третий этап).

Сформулируем постановку задачи для расчета релаксации остаточных напряжений (третий этап). Она включает в себя следующие разрешающие соотношения:

– уравнения равновесия

$$r \frac{d\sigma_r^0(r, t)}{dr} + \sigma_r^0(r, t) = \sigma_\theta^0(r, t); \quad (2.1)$$

$$2\pi \int_{R_1}^{R_2} \sigma_z^0(r, t) r dr = F, \quad (2.2)$$

где σ_r^0 , σ_θ^0 , σ_z^0 – радиальная, окружная и осевая компоненты тензора напряжений соответственно для данных видов нагружения;

– уравнения совместности деформаций

$$r \frac{d\varepsilon_\theta(r, t)}{dr} + \varepsilon_\theta(r, t) = \varepsilon_r(r, t), \quad (2.3)$$

где ε_θ , ε_r – окружная и осевая компоненты тензора полных деформаций соответственно;

– соответствующие реологические соотношения (выбор соотношений для теории ползучести сделан ниже).

В любой момент времени t должна выполняться гипотеза плоских сечений

$$\varepsilon_z(r, t) = \varepsilon_z(t), \quad (2.4)$$

где ε_z – осевая компонента тензора полных деформаций, и краевые условия

$$\sigma_r^0(R_1, t) = -q, \quad \sigma_r^0(R_2, t) = 0. \quad (2.5)$$

Опишем теперь процесс релаксации остаточных напряжений вследствие ползучести при температуре T_1 (третий этап). На третьем этапе компоненты тензора полных деформаций в любой момент времени t представляем в виде

$$\varepsilon_i(r, t) = e_i(r, t) + q_i(r) + p_i(r, t), \quad i = r, \theta, z, \quad (2.6)$$

где e_i – упругие деформации; p_i – компоненты тензора деформации ползучести. Компоненты реологических деформаций в начальный момент времени во всех точках образца ($R_1 \leq r \leq R_2$) равны нулю.

Для получения соотношений, описывающих релаксацию остаточных напряжений, необходимо записать закон Гука для упругой деформации и разрешить (2.6) относительно напряжений $\sigma_i(r, t)$, $i = r, \theta, z$ с использованием соотношений (2.1), (2.3), (2.4). В итоге получаем дифференциальное уравнение для компоненты σ_r^0 (здесь t входит в уравнение как параметр)

$$r^2 \frac{d^2 \sigma_r^0(r, t)}{dr^2} + 3r \frac{d \sigma_r^0(r, t)}{dr} = g(r, t),$$

решение которого имеет вид

$$\sigma_r^0(r, t) = \frac{qR_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_2^2}{r^2} \right) + \frac{1}{2} \int_{R_1}^r \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi + \frac{1}{2r^2} \left[\frac{r^2 - R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(\int_{R_1}^{R_2} g(\xi, t) \xi d\xi - R_2^2 \int_{R_1}^{R_2} \frac{g(\xi, t)}{\xi} d\xi \right) - \int_{R_1}^r g(\xi, t) \xi d\xi \right], \quad (2.7)$$

где

$$g(r, t) = \frac{E_1}{1 - \nu^2} \left[\frac{2 + \alpha}{1 + \alpha} q_r(r) + p_r(r, t) - p_\theta(r, t) - r \left(\frac{dp_\theta(r, t)}{dr} + \nu \frac{dp_z(r, t)}{dr} \right) + \frac{r}{1 + \alpha} (1 + \alpha \nu) \frac{dq_r(r)}{dr} \right].$$

С учетом (2.7) получены выражения и для остальных компонент тензора напряжений

$$\sigma_\theta^0(r, t) = \frac{d}{dr} [r \sigma_r^0(r, t)], \quad (2.8)$$

$$\sigma_z^0(r, t) = E_1 [\varepsilon_z(t) - q_z(r) - p_z(r, t)] + \nu [\sigma_\theta^0(r, t) + \sigma_r^0(r, t)], \quad (2.9)$$

где

$$\varepsilon_z(t) = \frac{F}{\pi(R_2^2 - R_1^2)E_1} + \frac{2}{R_2^2 - R_1^2} \times \int_{R_1}^{R_2} r \left\{ q_z(r) + p_z(r, t) - \frac{\nu}{E_1} [\sigma_r^0(r, t) + \sigma_\theta^0(r, t)] \right\} dr.$$

Для реализации расчетной методики по формулам (2.7)–(2.9) необходимо знать компоненты тензора деформации p_i , $i = r, \theta, z$, вычисление которых производится на основании использования соответствующей реологической теории для заданного материала образца до некоторого момента времени $t = t^*$.

На четвертом этапе в момент времени $t = t^* + 0$ после ползучести производится температурная разгрузка образца с температуры T_1 до T_0 . При этом полагается, что за время температурной разгрузки пластические деформации и накопленные компоненты деформации ползучести не изменяются. Для того чтобы получить остаточные напряжения в момент времени $t = t^* + 0$, достаточно полученные к моменту времени $t = t^* - 0$ компоненты тензора напряжений умножить на коэффициент E_0 / E_1 (обратный к коэффициенту при температурной нагрузке), а при последующей полной силовой разгрузке ($F = 0$, $q = 0$) из полученных компонент тензоров напряжений вычесть соответствующие упругие составляющие.

В итоге мы получим остаточное напряженное состояние после полной температурно-силовой разгрузки упрочненного образца.

3. Результаты расчетов релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубках и их анализ

Рассматриваемые тонкостенные трубки из стали X18H10T являются составным конструктивным элементом пневмогидросистем авиационных газотурбинных двигателей. Для этой стали рекомендованные температуры эксплуатации для нейтральной среды не должны превышать 600 °С.

Как отмечалось выше, для реализации методики третьего этапа необходимо иметь теорию ползучести для стали X18H10T. Авторам настоящей работы не удалось найти экспериментальные данные для этой стали в диапазоне температур, не превосходящих 600 °С. Имеются лишь данные по кратковременной ползучести при температуре 850 °С, полученные для малых значений напряжений: {40; 50; 60; 80} МПа [30]. Поэтому в данной работе для модельных расчетов используются экспериментальные данные для раннего аналога стали X18H10T, а именно для стали 08X18H9 из работы [31], где представлены экспериментальные данные при температуре 600 °С и шести уровнях напряжений, которые приведены маркерами на рис. 3. Исходя из характера этих зависимостей строилась реологическая модель для этого материала на основе теории ползучести энергетического типа [32]. В предположении, что деформация ползучести является необратимой, основные реологические соотношения в одноосном случае имеют вид

$$\begin{cases}
 p = v + w; \\
 v = \sum_{k=1}^s v_k; \\
 \dot{v}_k = \begin{cases} \lambda_k [b_k \sigma^n - v_k], & b_k \sigma^n > v_k; \\ 0, & b_k \sigma^n \leq v_k; \end{cases} \\
 \dot{w} = c \sigma^m; \quad \sigma = \sigma_0 (1 + \omega); \\
 \dot{\omega} = \gamma \sigma \dot{p}.
 \end{cases} \quad (3.1)$$

Здесь p – деформация ползучести; v, w – вязкопластическая и вязкая составляющие деформации ползучести соответственно; ω – параметр поврежденности; σ_0, σ – номинальное и истинное напряжения соответственно; γ – параметр модели, который позволяет описать процесс разупрочнения материала на деформации ползучести и задается степенной аппроксимацией вида

$$\gamma = \gamma_1 (\sigma_0)^{m_\alpha}, \quad (3.2)$$

где $s, \lambda_k, b_k, c, m, \gamma_1, m_\alpha$ – константы модели, при помощи которых описываются первая, вторая и третья стадии ползучести.

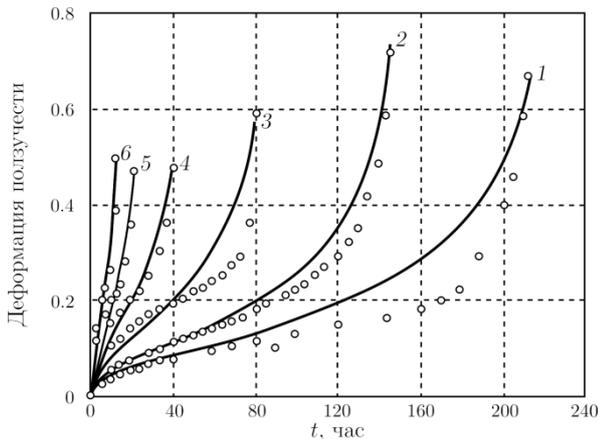


Рис. 3. Экспериментальные (маркеры) и расчетные (сплошные линии) кривые ползучести стали 08X18N9 при температуре 600 °С: 1 – $\sigma_0 = 190$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 200$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 220$ МПа; 4 – $\sigma_0 = 240$ МПа; 5 – $\sigma_0 = 260$ МПа; 6 – $\sigma_0 = 280$ МПа

Fig. 3. Experimental (markers) and calculated (solid lines) creep curves of 08X18N9 steel at $T = 600$ °С: 1 – $\sigma_0 = 190$ МПа; 2 – $\sigma_0 = 200$ МПа; 3 – $\sigma_0 = 220$ МПа; 4 – $\sigma_0 = 240$ МПа; 5 – $\sigma_0 = 260$ МПа; 6 – $\sigma_0 = 280$ МПа

Из последнего соотношения (3.1) следует, что накопление поврежденности связывается только с компонентой вязкого течения (при постоянном напряжении – со стадией установившейся ползучести). Тогда на начальной стадии деформирования можно считать, что поврежденность является незначительной и для компоненты $v(t)$, описывающей первую стадию ползучести, истинные и номинальные напряжения практически рав-

ны, т.е. $\sigma_0 \approx \sigma$. С учетом этого при постоянном напряжении $\sigma_0 = \text{const}$ интегрирование уравнений (3.1) дает следующую зависимость для деформации ползучести:

$$p(t) = \sum_{k=1}^s b_k (1 - e^{-\lambda_k t}) (\sigma_0)^n - \frac{1}{m \sigma_0 \gamma} \ln \left| 1 - \gamma m c (\sigma_0)^{m+1} t \right|, \quad (3.3)$$

$$\gamma = \gamma_1 (\sigma_0)^{m_\alpha}.$$

Зависимость (3.3) использовалась для идентификации параметров модели (3.1), (3.2) согласно методике, изложенной в [32].

В результате были получены следующие значения параметров: $m = 7,2$; $c = 3,33 \cdot 10^{-20} (\text{МПа})^{-m}$; $s = 1$; $n = 3,087$; $\lambda_1 = \lambda = 0,17 (\text{ч}^{-1})$; $b_1 = b = 4,27 \cdot 10^{-9} (\text{МПа})^{-n}$; $m_\alpha = -1,443$; $\gamma_1 = 7,49 (\text{МПа})^{-(m_\alpha+1)}$. Расчетные кривые ползучести по (3.1), (3.2) (а фактически по (3.3)) с найденными значениями параметров приведены на рис. 3 сплошными линиями.

При сложном напряженном состоянии модель (3.1), (3.2) при $s = 1$ для цилиндрической системы координат в главных осях r, θ, z обобщается следующим образом:

$$p_i(t) = v_i(t) + w_i(t);$$

$$\begin{cases}
 v_i(t) = (1 + \mu'') \beta_i(t) - \mu'' \beta_0; \\
 \dot{\beta}_i = \begin{cases} \lambda B_i(t), & B_i(t) \sigma_i(t) > 0, \\ 0, & B_i(t) \sigma_i(t) \leq 0; \end{cases} \\
 B_i(t) = b [S(t)]^{n-1} \sigma_i(t) - \beta_i(t); \\
 \dot{w}_i = c [S(t)]^{m-1} \left[\sigma_i(t) - \frac{1}{3} \sigma_0(t) \right];
 \end{cases} \quad (3.4)$$

$$\sigma_i = \sigma_i^0 (1 + \omega), \quad i = r, \theta, z; \quad \dot{\omega} = \gamma_1 [S_0(t)]^{m_\alpha} \sigma_k \dot{p}_k.$$

Здесь σ_i, σ_i^0 – компоненты истинных и номинальных нормальных напряжений; $\beta_0 = \beta_r + \beta_\theta + \beta_z$, $\sigma_0 = \sigma_r + \sigma_\theta + \sigma_z$; $S(t), S_0(t)$ – интенсивности истинных и номинальных напряжений соответственно; p_i, v_i, w_i – диагональные компоненты тензоров полной деформации ползучести, вязкопластической и вязкой компонент деформации ползучести; μ'' – аналог коэффициента Пуассона для вязкопластической компоненты деформации ползучести (по рекомендации [33] можно использовать $\mu'' = 0,42$); параметры $\lambda, n, b, c, m, \gamma_1, m_\alpha$ для стали 08X18N9 имеют такие же значения, как и для одноосной модели (3.1), (3.2). При построении модели (3.4) использована гипотеза несжимаемости материала в процессе ползучести, а в последнем соотношении (3.4) используется суммирование по индексу k .

Начальные условия для системы дифференциальных уравнений (3.4) имеют вид

$$p_i(0) = v_i(0) = w_i(0) = \beta_i(0) = \omega(0) = 0, \quad i = r, \theta, z. \quad (3.5)$$

После построения реологической модели выполнены модельные расчеты для оценки релаксации остаточных напряжений для трубок $\varnothing 12 \times 1$ мм по изложенной в п. 2 методике в предположении, что начальные поля остаточных напряжений и деформаций для образцов в состоянии поставки и после двухстороннего упрочнения соответствуют тонкостенным цилиндрам из стали X18H10T при начальной аппроксимации для компоненты $\sigma_\theta(r)$ по формулам (1.2) и (1.3) соответственно. Для расчета ползучести образцов использовалась построенная реологическая модель (3.4), (3.5) для раннего аналога стали X18H10T – стали 08X18H9.

Опишем подробно процесс релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубках из стали 08X18H9, считая, что начальное напряженно-деформированное состояние после упрочнения соответствует образцам из стали X18H10T в состоянии поставки, т.е. задается соотношениями (1.1) при аппроксимации компоненты $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r)$, задаваемой формулой (1.2). Рассматривались следующие режимы нагружения: чистая термоэкспозиция (температурная нагрузка без механических воздействий); осевое растяжение; внутреннее давление; растяжение + внутреннее давление. Температура 600°C . Чтобы не перегружать графики, иллюстрирующие результаты расчетов, полагалось, что модуль Юнга не зависит от температуры и использовалось его значение $E_0 = E_1 = E = 1,98 \cdot 10^5$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,285$, параметр анизотропии $\alpha = 0,1$. Другими словами, не учитывалась температурная нагрузка при переходе от температуры упрочнения 20°C до температуры «эксплуатации» 600°C . Поэтому к нижеприведенным результатам расчета следует относиться как к качественным, но и они отражают основные тенденции релаксации остаточных напряжений в тонкостен-

ных образцах из стали 08X18H9 (и, по всей видимости, и из стали X18H10T).

Результаты расчетов кинетики остаточных напряжений в трубках в состоянии поставки приведены на рис. 4–8. Так, на рис. 4 представлены зависимости для $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ в различные моменты времени в условиях термоэкспозиции; на рис. 5 – аналогичные зависимости для $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ при действии осевого растяжения внешним напряжением $\sigma_z^* = 100$ МПа; на рис. 6 – зависимость для $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ под действием внутреннего давления $q = 20$ МПа; на рис. 7 – для $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ при совместном действии осевого напряжения $\sigma_z^* = 100$ МПа и внутреннего давления $q = 20$ МПа, а на рис. 8 – аналогичные зависимости для $\sigma_r = \sigma_r(r, t)$ при этом же режиме нагружения.

Для всех рассмотренных вариантов нагружения наблюдается достаточно быстрая релаксация остаточных напряжений, уже к моменту времени $t = 0,1$ ч все компоненты тензора напряжений становятся по модулю в 3–4 раза меньше по сравнению с начальными значениями в состоянии поставки, а к моменту времени $t = 50$ ч происходит практически полная релаксация остаточных напряжений. И если со стороны внешней поверхности в состоянии поставки мы имели растягивающие значения остаточных технологических напряжений σ_θ и σ_z , которые являются «неблагоприятными», например, для многоциклового усталости, то факт их быстрой релаксации – это позитивный момент. В то же время со стороны внутренней поверхности сжимающие остаточные напряжения, являющиеся «благоприятными» с точки зрения многих показателей надежности, также существенно уменьшились по модулю, столь быстрая их релаксация – это негативный эффект.

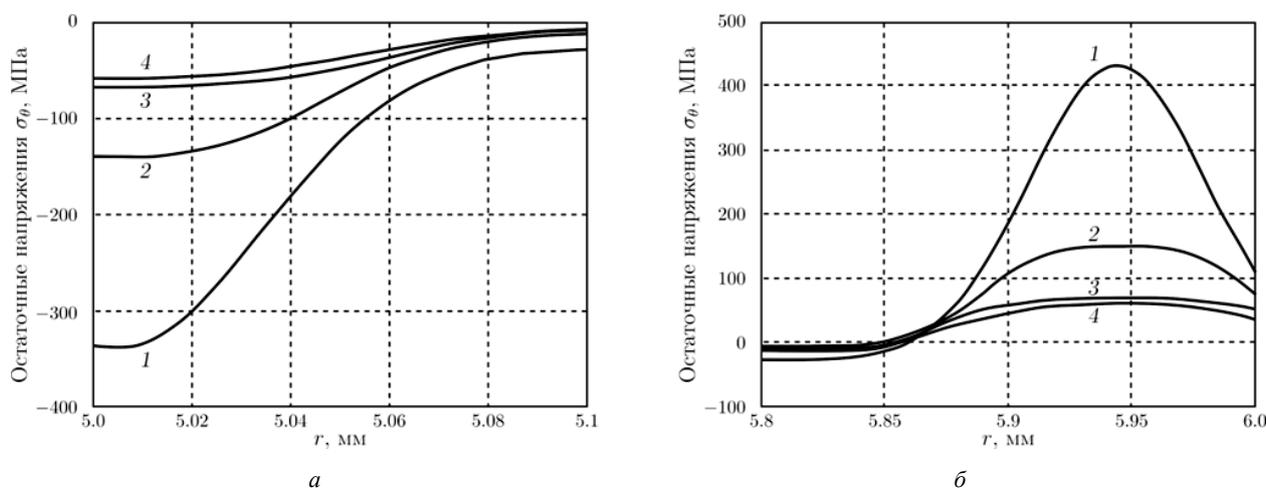


Рис. 4. Зависимость $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ в условиях термоэкспозиции в различные моменты времени при ползучести: а – со стороны внутренней поверхности; б – со стороны внешней поверхности; 1 – в состоянии поставки; 2 – $t = 0,1$ ч; 3 – $t = 1$ ч; 4 – $t = 50$ ч

Fig. 4. Dependence $\sigma_\theta = \sigma_\theta(r, t)$ in the conditions of thermal exposure at different time points at creep: a is from the inner surface; b is from the outer surface; 1 – is in the state of delivery; 2 – $t = 0.1$ h; 3 – $t = 1$ h; 4 – $t = 50$ h

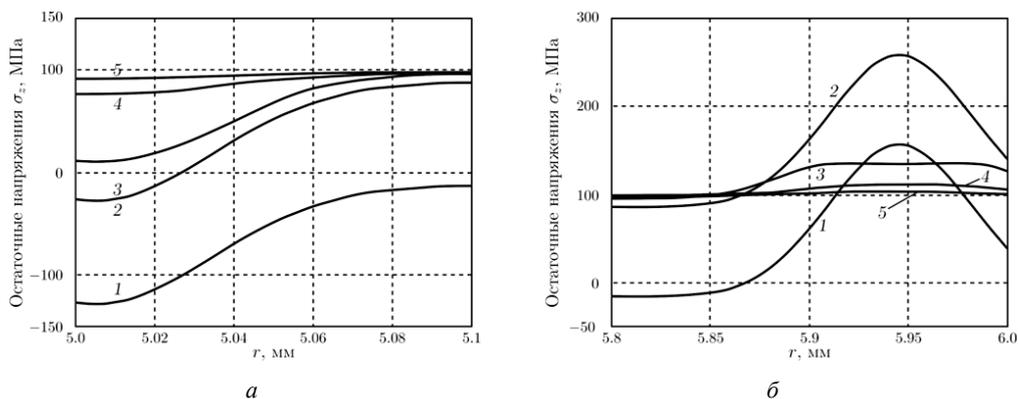


Рис. 5. Зависимость $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ при осевом растяжении напряжением $\sigma_z^* = 100$ МПа в различные моменты времени при ползучести: *a* – со стороны внутренней поверхности; *б* – со стороны внешней поверхности; 1 – в состоянии поставки; 2 – силовая нагрузка; 3 – $t = 0,1$ ч; 4 – $t = 1$ ч; 5 – $t = 50$ ч

Fig. 5. The dependence $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ of axial tension with a stress of $\sigma_z^* = 100$ MPa at different time points at creep: *a* – is from the inner surface; *b* – is from the outer surface; 1 – is in the state of delivery; 2 – is stress-loading; 3 – $t = 0.1$ h; 4 – $t = 1$ h; 5 – $t = 50$ h

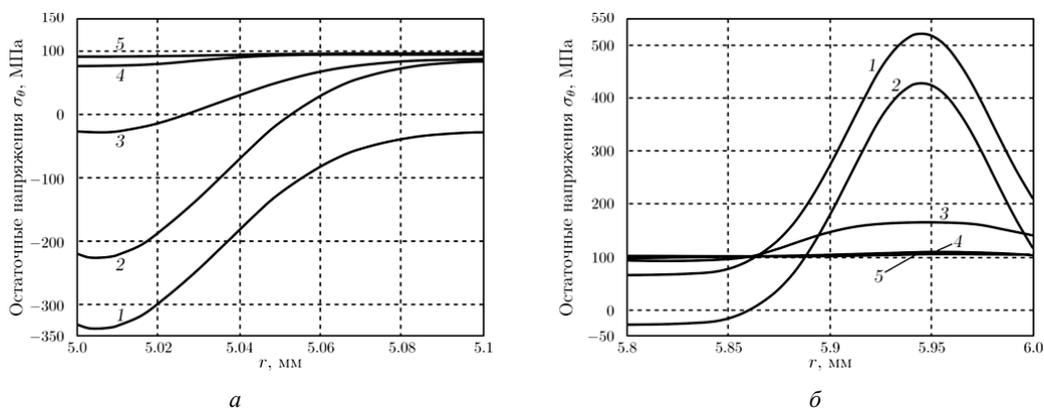


Рис. 6. Зависимость $\sigma_0 = \sigma_0(r, t)$ при действии внутреннего давления $q = 20$ МПа в различные моменты времени при ползучести: *a* – со стороны внутренней поверхности; *б* – со стороны внешней поверхности; 1 – в состоянии поставки; 2 – силовая нагрузка; 3 – $t = 0,1$ ч; 4 – $t = 1$ ч; 5 – $t = 50$ ч

Fig. 6. Dependence $\sigma_0 = \sigma_0(r, t)$ under the action of the internal pressure of $q = 20$ MPa at different time points at creep: *a* – is from the inner surface; *b* – is from the outer surface; 1 – is in the state of delivery; 2 – stress-loading; 3 – $t = 0.1$ h; 4 – $t = 1$ h; 5 – $t = 50$ h

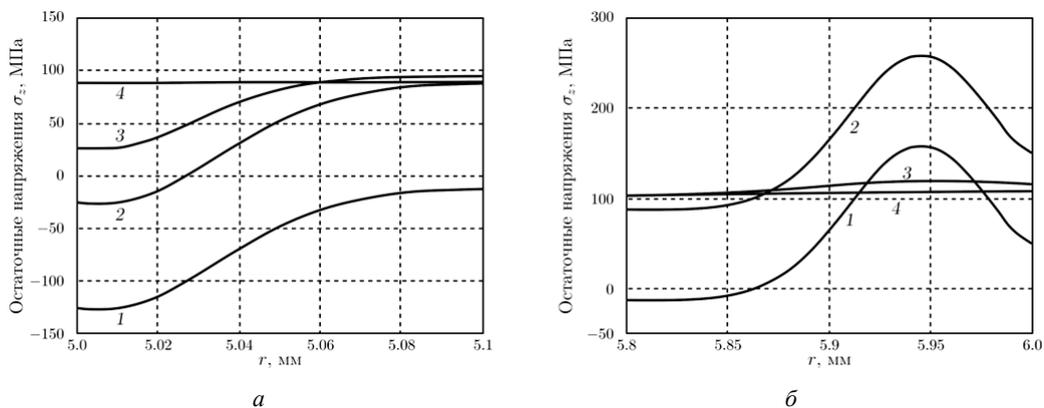


Рис. 7. Зависимость $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ при действии осевого растяжения при напряжении $\sigma_z^* = 100$ МПа и внутреннего давления $q = 20$ МПа в различные моменты времени при ползучести: *a* – со стороны внутренней поверхности; *б* – со стороны внешней поверхности; 1 – в состоянии поставки; 2 – силовая нагрузка; 3 – $t = 0,1$ ч; 4 – $t = 50$ ч

Fig. 7. Dependence $\sigma_z = \sigma_z(r, t)$ on the action of axial tension under stress $\sigma_z^* = 100$ MPa and internal pressure $q = 20$ MPa at different time points at creep: *a* – is from the inner surface; *b* – is from the outer surface; 1 – is in the state of delivery; 2 – is stress-loading; 3 – $t = 0.1$ h; 4 – $t = 50$ h

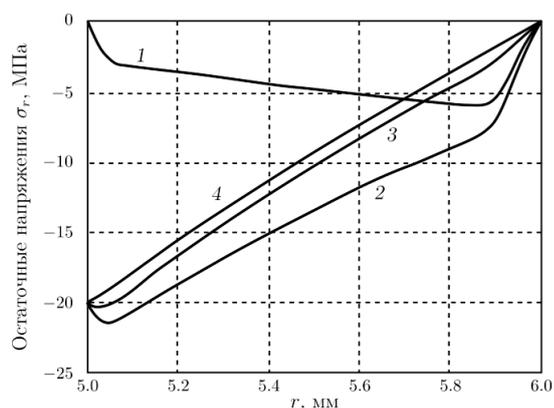


Рис. 8. Зависимость $\sigma_r = \sigma_r(r, t)$ при действии осевого растяжения при напряжении $\sigma_z^* = 100$ МПа и внутреннего давления $q = 20$ МПа в различные моменты времени при ползучести; 1 – в состоянии поставки; 2 – силовая нагрузка; 3 – $t = 0,1$ ч; 4 – $t = 50$ ч

Fig. 8. Dependence $\sigma_r = \sigma_r(r, t)$ on the action of axial tension under stress $\sigma_z^* = 100$ MPa and internal pressure of $q = 20$ MPa at different times during creep; 1 – is in the state of delivery; 2 – is stress-loading; 3 – $t = 0.1$ h; 4 – $t = 50$ h

Аналогичные расчеты выполнены и для трубок после ультразвукового двухстороннего упрочнения при тех же режимах нагружения. Но поскольку величины начальных остаточных напряжений (по модулю) со стороны внешней поверхности в 3–4 раза больше, чем в состоянии поставки (см. рис. 1 и 2), то уже к моменту времени $t = 0,1$ ч в этой области остаточные напряжения практически полностью релаксировали. С внутренней же стороны трубок картина кинетики остаточных напряжений аналогична соответствующим приведенным зависимостям (см. рис. 4–8) для состояния поставки. К моменту времени $t = 50$ ч происходит полная релаксация всех компонент тензора остаточных напряжений. Поскольку все графики для напряжений в этом случае качественно (а на внутренней поверхности – и количественно) ведут себя аналогично рассмотренным в случае образцов в со-

Библиографический список

1. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машиностроение, 1963.
2. Сулима А.М., Шулов В.А., Ягодкин Ю.Д. Поверхностный слой и эксплуатационные свойства деталей машин. – М.: Машиностроение, 1988.
3. Кудрявцев И.В. Поверхностный наклеп для повышения прочности и долговечности деталей машин поверхностным пластическим деформированием. – М.: Машиностроение, 1969.
4. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. Part 1 – effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. – 2013. – Vol. 29, no. 6. – P. 637–651. DOI: 10.1179/1743284713Y.0000000222
5. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel:

стоянии поставки, а также в силу ограниченности объема статьи, они здесь не приводятся.

Выводы

1. Разработана математическая модель реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций в тонкостенных цилиндрических трубках в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного пластического упрочнения.

2. Выполнена проверка адекватности математической модели реконструкции остаточных напряжений экспериментальным данным для случая тонкостенных трубок из стали X18H10T в состоянии поставки и после двухстороннего поверхностного пластического упрочнения.

3. Методика расчета релаксации остаточных напряжений в тонкостенных трубках в условиях ползучести для случая одностороннего упрочнения обобщена для случая двустороннего упрочнения. Исследован процесс релаксации в тонкостенных трубках из стали 08X18H9 (ранний аналог стали X18H10T) в условиях термоэкспозиции, осевого растяжения, внутреннего давления и совместного действия осевого растяжения и внутреннего давления при температуре 600 °С. Показано, что в этих условиях в течение 50 ч происходит практически полная релаксация остаточных технологических напряжений как в образцах в состоянии поставки, так и в образцах после двухстороннего поверхностного пластического деформирования.

Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (РНФ 19–19–00062, Самарский государственный технический университет).

Acknowledgements

This study was supported by the Russian Science Foundation (RSF 19–19–00062, Samara State Technical University).

Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. – 2012. – Vol. 35. – P. 741–748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055

6. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Вакулюк В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям / Самар. науч. центр РАН. – Самара, 2012.

7. Павлов В.Ф., Букатый А.С., Семенова О.Ю. Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей с концентраторами напряжений // Вестник машиностроения. – 2019. – № 1. – С. 3–7.

8. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemat J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Materials Science and Engineering A. – 2009. – Vol. 516, no. 1–2. – P. 235–247. DOI: 10.1016/j.msea.2009.03.020

9. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2007. – Vol. 30, no. 3. – P. 173–205. DOI:10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x

10. Старцев Н.И. Трубопроводы газотурбинных двигателей. – М.: Машиностроение, 1976.

11. Сапожников В.М. Монтаж и испытания гидравлических и пневматических систем на летательных аппаратах. – М.: Машиностроение, 1972.

12. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Ползучесть и релаксация остаточных напряжений в упрочненных конструкциях. – М.: Машиностроение-1, 2005.

13. Радченко В.П., Саушкин М.Н. Прямой метод решения краевой задачи релаксации остаточных напряжений в упрочненном изделии цилиндрической формы при ползучести // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 6. – С. 90–99.

14. Экспериментальное и теоретическое исследование влияния растягивающей нагрузки на релаксацию остаточных напряжений в упрочненном цилиндрическом образце в условиях ползучести / В.П. Радченко, Е.П. Кочеров, М.Н. Саушкин, В.А. Смыслов // ПМТФ. – 2015. – Т. 56, № 1. – С. 169–177.

15. Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Математическое моделирование напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненных втулках с учетом остаточных касательных напряжений // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2019. – № 1. – С. 138–150. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.1

16. Радченко В.П., Цветков В.В., Саушкин М.Н. Релаксация остаточных напряжений в упрочненном цилиндре в условиях ползучести при нагружении осевой силой, крутящим моментом и внутренним давлением // ПМТФ. – 2020. – Т. 61, № 4. – С. 96–107.

17. Radchenko V.P., Tsvetkov V.V., Derevyanka E.E. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder under creep conditions and rigid restrictions on linear and angular deformations // *Mechanics of Solids*. – 2020. – Vol. 55, no. 6. – P. 898–906. DOI: 10.3103/S0025654420660024

18. Analytical modeling for residual stresses produced by shot peening / A.S. Franchim, V.S. de Campos, D.N. Travessa, C. de Moura Neto // *Materials and Design*. – 2009. – Vol. 30, no. 5. – P. 1556–1560. DOI: 10.1016/j.matdes.2008.07.040

19. Experimental measurement and analytical determination of shot peening residual stresses considering friction and real unloading behavior / K. Sherafatnia, G.H. Farrahi, A.H. Mahmoudi, A. Ghasemi // *Materials Science and Engineering: A*. – 2016. – Vol. 657. – P. 309–321. DOI: 10.1016/j.msea.2016.01.070

20. Davis J., Ramulu M. A study of the residual stress induced by shot peening for an isotropic material based on Prager's yield criterion for combined stresses // *Meccanica*. – 2015. – Vol. 50, no. 6. – P. 1593–1604. DOI: 10.1007/s11012-015-0109-0

21. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment / L. Xie, Ch. Wang, L. Wang [et al.] // *Mech. Mat.* – 2016. – Vol. 99. – P. 2–8. DOI: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005

22. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure / D. Gallitelli, V. Boyer, M. Gelineau [et al.] // *Comptes Rendus Mechanique*. – 2016. – Vol. 344, no. 4–5. – P. 355–374. DOI: 10.1016/j.crme.2016.02.006

23. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation // *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*. – 2010. – Vol. 3, no. 4. – P. 289–310. DOI: 10.1504/ijcmsse.2010.036218

24. Лебедев В.А., Чумак И.В. Кинетическая модель упрочнения поверхностного слоя деталей виброударными методами ППД // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2008. – № 7. – С. 3–8.

25. Матлин М.М., Мосейко В.О., Мосейко В.В. Механика силового контактного взаимодействия дробы с поверхностью упрочняемой детали // Упрочняющие технологии и покрытия. – 2006. – № 10. – С. 45–52.

26. Juk T.S., Venter A.M., Korsunsky A.M. Inverse eigenstrain analysis of the effect of non-uniform sample shape on the residual stresses due to shot peening // *Experimental Mechanics*. – 2011. – Vol. 51. – P. 165–174. DOI: 10.1007/s11340-010-9346-2

27. Korsunsky A.M. A teaching essay on residual stresses and eigenstrains. – Butterworth-Heinemann, 2017.

28. Korsunsky A.M. The modelling of residual stresses due to surface peening using eigenstrain distributions // *J. Strain Analysis*. – 2005. – Vol. 40, no. 8. – P. 817–824. DOI: 10.1243/030932405x30984

29. Метод реконструкции остаточных напряжений и пластических деформаций в тонкостенных трубопроводах в состоянии поставки и после двухстороннего виброударного поверхностного упрочнения дробью / В.П. Радченко, В.Ф. Павлов, Т.И. Бербасова, М.Н. Саушкин // Вестник ПНИПУ. Механика. 2020. № 2. С. 123–133. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.10

30. Локощенко А.М. Ползучесть и длительная прочность металлов. – М.: Физматлит, 2016.

31. Можаровская Т.Н., Можаровский В.Н., Штефан Н.И. О зависимости времени до разрушения и установившейся скорости деформаций ползучести конструкционных материалов // Вісник НТУУ «КПІ». Сер. Машинобудування. – 2010. – № 59. – С. 37–40.

32. Радченко В.П., Еремин Ю.А. Реологическое деформирование и разрушение материалов и элементов конструкций. – М.: Машиностроение-1, 2004.

33. Самарин Ю.П. Уравнения состояния материалов со сложными реологическими свойствами / Куйбышевский госуниверситет. – Куйбышев, 1979.

References

1. Birger I.A. Ostatechnye naprjazhenija [Residual Stresses]. Moscow, Mashgiz, 1963 (In Russian).

2. Sulima A.M., Shulov V.A., Yagodkin Yu.D. Poverkhnostny sloi i ekspluatatsionnye svoistva detalei mashin [Surface Layer and Operational Properties of Machine Parts]. Moscow, Mashinostroenie, 1988 (In Russian).

3. Kudryavtsev I.V. Poverkhnostnyi naklep dlja povysheniia prochnosti i dolgovechnosti detalei mashin poverkhnostnym plasticheskim deformirovaniem [Surface Riveting to Increase the

Strength and Durability of Machine Parts by Surface Plastic Deformation]. Moscow, Mashinostroenie, 1969 (In Russian).

4. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: Mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening: Part 1 – Effect of shot peening on fatigue resistance. *Mater. Sci. Technol.*, 2013, vol. 29, no. 6, pp. 637–651. DOI: 10.1179/1743284713Y.0000000222

5. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel:

Experimental analysis and predictive approach. *Mater. Design*, 2012, vol. 35, pp. 741–748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055

6. Pavlov V.F. Prognozirovaniye soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detalei po ostatochnym napriazheniyam [Prediction of Fatigue Resistance of Surface-Hardened Parts by Residual Stresses] / V.F. Pavlov, V.A. Kirpichev, V.S. Vakulyuk. *Samara, Samara scientific Center of the Russian Academy of Sciences*, 2012 (In Russian).

7. Pavlov V.F., Bukaty A.S., Semenova O.Yu. Prediction of the endurance limit of surface-hardened parts with stress concentrators. *Bulletin of Mechanical Engineering*, 2019. no. 1. pp. 3–7 (In Russian).

8. Majzooobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Materials Science and Engineering A*, 2009, vol. 516, no. 1–2, pp. 235–247. DOI: 10.1016/j.msea.2009.03.020

9. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance of residual stresses during fatigue. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2007, vol. 30, no. 3, pp. 173–205. DOI:10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x

10. Starcev N.I. Truboprovody gazoturbinnyyh dvigateley [Pipelines of Gas Turbine Engines]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1976 (In Russian).

11. Sapozhnikov V.M. Montazh i ispytaniya gidravlicheskiy i pnevmaticheskikh sistem na letatel'nykh apparatakh [Installation and Testing of Hydraulic and Pneumatic Systems on Aircraft]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1972 (In Russian).

12. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Polzuchest' i relaksatsiya ostatochnyyh napriazheniy v uprochnennykh konstruktsiyah [Creep and Relaxation of Residual Stresses in Hardened Structures]. *Moscow, Mashinostroenie-1*, 2005 (In Russian).

13. Radchenko V.P., Saushkin M.N. Direct method of solving the boundary-value problem of relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical specimen under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2009, vol. 50, no. 6, pp. 989–997. DOI: 10.1007/s10808-009-0133-8

14. Radchenko V.P., Kocherov E.P., Saushkin M.N., Smyslov V.A. Experimental and theoretical study of the effect of tensile load on the relaxation of residual stresses in a hardened cylindrical sample under creep conditions. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2015, vol. 56, no. 1, pp. 169–177. DOI:10.1134/S0021894415020170

15. Radchenko V.P., Pavlov V.Ph., Saushkin M.N. Mathematical modeling of the stress-strain state in surface hardened thin-walled tubes with regard to the residual shear stresses. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, no. 1, pp. 138–150. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.1

16. Radchenko V.P., Tsvetkov V.V., Saushkin M.N. Relaxation of residual stresses in a hardened cylinder under creep conditions under loading by axial force, torque and internal pressure. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2020, vol. 61, no. 4. pp. 96–107. DOI: 10.15372/PMTF20200412

17. Radchenko V.P., Tsvetkov V.V., Derevyanka E.E. Relaxation of residual stresses in a surface-hardened cylinder under creep conditions and rigid restrictions on linear and angular deformations. *Mechanics of Solids*, 2020, vol. 55, no. 6. pp. 898–906. DOI: 10.3103/S0025654420660024

18. Franchim A.S., de Campos V.S., Travessa D.N., de Moura Neto C. Analytical modeling for residual stresses produced by shot peening. *Materials and Design*, 2009, vol. 30, no. 5, pp. 1556–1560. DOI: 10.1016/j.matdes.2008.07.040

19. Sherafatnia K., Farrahi G.H., Mahmoudi A.H., Ghasemi A. Experimental measurement and analytical determination of shot peening residual stresses considering friction and real unloading behavior. *Materials Science and Engineering: A*, 2016, vol. 657, no. 7, pp. 309–321. DOI: 10.1016/j.msea.2016.01.070

20. Davis J., Ramulu M. A study of the residual stress induced by shot peening for an isotropic material based on Prager's yield criterion for combined stresses. *Meccanica*, 2015, vol. 50, no. 6, pp. 1593–1604. DOI: 10.1007/s11012-015-0109-0

21. Xie L., Wang Ch., Wang L., etc. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment. *Mech. Mat.*, 2016, vol. 99, pp. 2–8. DOI: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005

22. Gallitelli D., Boyer V., Gelineau M., Colaitis Y., Rouhaud E., Retraint D., Kubler R., Desvignes M., Barrallier L. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 2016, vol. 344, no. 4–5, pp. 355–374. DOI: 10.1016/j.crme.2016.02.006

23. Zimmermann M., Klemenz M., Schulze V. Literature review on shot peening simulation. *International Journal of Computational Materials Science and Surface Engineering*, 2010, vol. 3, no. 4, pp. 289–310. DOI: 10.1504/ijcmsse.2010.036218

24. Lebedev V.A., Chumak I.V. Kinetic model of hardening of the surface layer of parts by vibro-impact PPD methods. *Uprochniayushchie tekhnologii i pokrytiya*, 2008, no. 7, pp. 3–8 (In Russian).

25. Matlin M.M., Mosejko V.O., Mosejko V.V. The mechanics of the force contact interaction of a fraction with the surface of a hardened part. *Uprochniayushchie tekhnologii i pokrytiya*, 2006, no. 10, pp. 45–52 (In Russian).

26. Juk T.S., Venter A.M., Korsunsky A.M. Inverse eigen-strain analysis of the effect of non-uniform sample shape on the residual stresses due to shot-peening. *Experimental Mechanics*, 2011, vol. 51, pp. 165–174. DOI: 10.1007/s11340-010-9346-2

27. Korsunsky A.M. A Teaching Essay on Residual Stresses and Eigenstrains. *Butterworth-Heinemann*, 2017.

28. Korsunsky A.M. The modelling of residual stresses due to surface peening using eigenstrain distributions. *J. Strain Analysis*, 2005, vol. 40, no. 8, pp. 817–824. DOI: 10.1243/030932405x30984

29. Radchenko V.P., Pavlov V.Ph., Berbasova T.I., Saushkin M.N. The method of reconstruction of residual stresses and plastic deformations in thin-walled pipelines in the delivery state and after bilateral vibro-shock surface hardening with a shot. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 2, pp. 123–133. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.10 (In Russian).

30. Lokoshchenko A.M. Polzuchest' i dlitel'naya prochnost' metallov [Creep and Long-term Strength of Metals]. *Moscow, Fizmatlit*, 2016 (In Russian).

31. Mozharovskaya T.N., Mozharovsky V.N., Stefan N.I. On the dependence of the time to destruction and the steady rate of creep deformations of structural materials. *Visnik NTUU «KPI». Ser. Mashinobuduvannya*, 2010, no. 59. pp. 37–40 (In Russian).

32. Radchenko V.P., Eremin Yu.A. Reologicheskoe deformirovaniye i razrusheniye materialov i elementov konstruksii [Rheological Deformation and Fracture of Materials and Structural Elements]. *Moscow, Mashinostroenie-1*, 2004 (In Russian).

33. Samarin Yu.P. Uravneniya sostoianiya materialov so slozhnymi reologicheskimi svoystvami [Equations of State of Materials with Complex Rheological Properties]. *Kuibyshev, Kuibyshev State Univ.*, 1979 (In Russian).