



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.12

УДК 534.12, 534.13, 534.14

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ГИРОСКОПИЧЕСКИХ СИЛ В КОЛЕБАТЕЛЬНОЙ СИСТЕМЕ РАСХОДОМЕРА КОРИОЛИСА

В.А. Романов, В.П. Бескачко

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 2 ноября 2020 г.
Принята: 7 июня 2021 г.
Опубликована: 22 октября 2021 г.

Ключевые слова:

расходомер Кориолиса,
поток флюида, стационарные
колебания, гироскопические силы,
FSI-расчет.

АННОТАЦИЯ

Разность фаз колебаний симметричных половин трубки расходомера Кориолиса является основным регистрируемым параметром при количественной оценке расхода протекающей по трубке жидкости. При этом предполагается, во-первых, что режим колебаний стационарный и, во-вторых, что количественно известна связь между измеряемой разностью фаз и оцениваемой величиной расхода. При обмере однородных, однофазных потоков эти условия выполняются с достаточной точностью и нарушаются в той или иной степени, если поток многофазный, неоднородный. В последнем случае необходима коррекция результатов измерений, которая в настоящее время осуществляется эмпирическим путем. Совершенствование метода кориолисовой расходомерии требует более детальной информации о механизмах взаимодействия поток-трубка, которую трудно и дорого добывать в натуральных экспериментах, но возможно быстрее, эффективнее и более подробно извлечь из численных экспериментов над виртуальным прототипом расходомера.

Одной из принципиальных задач виртуального прототипирования расходомера Кориолиса является разделение вклада в наблюдаемую на опыте величину – фазовый сдвиг, и вкладов от гироскопических и диссипативных сил. Решение этой задачи усугубляется существенно неравномерным распределением гироскопических сил по длине трубки и неопределенностью модели присутствующих в колебательной системе диссипативных сил.

В настоящей работе гироскопические силы выделены с помощью конечно-элементного 3D-моделирования установившегося режима колебаний трубки, несущей идеальную, невязкую жидкость. Показано, что величина регистрируемого расходомером фазового сдвига зависит как от особенностей распределения гироскопических сил, так и от обусловленной течением жидкости упругой связанности собственных колебаний упругой трубки.

Исследовано влияние формы трубки на наблюдаемый на опыте фазовый сдвиг. Для рассмотренных в работе форм трубок отличие фазового сдвига для перемещений сечений установки регистрирующих катушек достигает почти 5 раз. От формы трубки зависят параметры как гироскопической, так и упругой связи, причем изменение формы трубки может увеличивать гироскопическую связь и уменьшать упругую, и наоборот.

Обсуждается создание упрощенной дискретной модели расходомера, основанное на результатах 3D конечно-элементных расчетов. Выполнены количественные оценки интегральных параметров колебательной системы расходомера, позволяющие сравнивать как величину возникающих при течении жидкости гироскопических сил, так и степень соответствия формы трубки специфическим требованиям к колебательной системе расходомера Кориолиса.

© ПНИПУ

© Романов Вячеслав Александрович – к.т.н., доц., e-mail: romanovva@susu.ru, ID: [0000-0002-5952-5886](https://orcid.org/0000-0002-5952-5886).
Бескачко Валерий Петрович – д.ф.-м.н., доц., e-mail: beskachkovp@susu.ru, ID: [0000-0002-3990-5064](https://orcid.org/0000-0002-3990-5064).

Vyacheslav A. Romanov – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: romanovva@susu.ru, ID: [0000-0002-5952-5886](https://orcid.org/0000-0002-5952-5886).

Valery P. Beskachko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: beskachkovp@susu.ru, ID: [0000-0002-3990-5064](https://orcid.org/0000-0002-3990-5064).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

IDENTIFICATION OF GYROSCOPIC FORCES IN THE OSCILLATORY SYSTEM OF A CORIOLIS FLOWMETER

V.A. Romanov, V.P. Beskachko

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 2 November 2020

Accepted: 7 June 2021

Published: 22 October 2021

Keywords:

Coriolis flowmeter, fluid flow,
steady-state vibrations,
gyroscopic forces, FSI calculation.

ABSTRACT

The phase difference between the oscillations of the Coriolis flowmeter (CFM) arms is the main experimentally observed parameter during measurements of liquid flow rates in pipelines. Usually, steady-state oscillations and known dependences between the flow rate and the measured phase shift are assumed. However, these conditions are met with a sufficient accuracy only for homogeneous and single-phase flows. For inhomogeneous and multiphase flows, the correction of measurements is necessary. This correction in most cases is empirical. However, to improve the methodology of Coriolis flowmeter measurements, more detailed information about flow-tube interactions is needed. The experimental obtaining of such data is expensive and laborious.

On the other hand, this data can be acquired during numerical experiments on the CFM virtual prototype. However, to effectively simulate liquid flows, it is necessary to separate the contribution of gyroscopic and dissipative forces to the experimentally observed signal (phase shift). This problem is complicated by the fact that gyroscopic forces are not uniformly distributed along the length of the tube, and the model for dissipative forces is not sufficiently developed yet.

In this work, gyroscopic forces were separated by the 3D finite element modeling of steady-state oscillations of a tube with the ideal (inviscid) liquid. We discussed the usage of the simulation results in a simplified discrete model. It is shown that the magnitude of the phase shift recorded by the flowmeter depends both on the features of the distribution of gyroscopic forces and on the elastic coupling of the natural vibrations of the elastic tube caused by the fluid flow.

The influence of the tube shape on the experimentally observed phase shift was investigated. For the tube shapes considered in the work, the difference in the phase shift for the displacements of the sections of the installation of the recording coils reaches nearly 5 times. The parameters of both gyroscopic and elastic coupling depend on the shape of the tube, and a change in the shape of the tube can increase the gyroscopic coupling and decrease the elastic one, and vice versa.

The creation of a simplified discrete model of the flowmeter based on the results of the 3D finite element calculations is discussed. The quantitative estimates of the integral parameters of the oscillatory system of the CFM are carried out, allowing one to compare both the magnitude of the gyroscopic forces arising during the flow of the liquid and the degree of conformity of the tube shape to the special requirements for the oscillatory system of the CFM.

© PNRPU

Введение

Кориолисовы расходомеры (КР) в настоящее время активно расширяют присутствие на рынке благодаря двум своим достоинствам: способности с высокой точностью определять массовый расход текучей среды (флюида) и производить измерения «неинвазивным» образом – наблюдая только за движением несущей поток измерительной трубки (см. обзоры [1–9]). Актуальность первого достоинства с течением времени увеличивается вследствие ужесточения фискальных требований, особенно в областях производства, оперирующих большими объемами флюидов. В первую очередь это относится к нефти, стоимость добычи которой составляет около \$3 триллионов в год [6], а также к некоторым видам производств в химической и пищевой промышленности. Высокая точность измерений важна и в некоторых недавно появившихся областях применения КР, оперирующих малыми и очень малыми расходами «дорогих» флюидов, – в фармацевтике, медицине, тонкой химической технологии и др. Неинвазивность измерений обеспечивает такие эксплуатационные качества

расходомера, как универсальность – способность работать с флюидами любой химической природы, надежность – вероятность выхода из строя чувствительного элемента не больше вероятности выхода из строя участка трубопровода той же длины, удобство в обслуживании – очистка трубки от осевших на ней примесей, принесенных потоком.

Высокая или даже рекордная точность измерения массового расхода с помощью КР (~0,1%), во всяком случае среди устройств, работающих непрерывно в режиме реального времени, достигается только при обмере потоков, являющихся однородными (например, однофазными) и квазистационарными (в которых характерное время изменения расхода намного превышает период колебаний измерительной трубки). В случае неоднородных потоков, несущих, например, смесь «жидкость–газ», точность измерений существенно снижается при увеличении степени неоднородности потока (объемной доли газа) вплоть до временной потери прибором работоспособности. Такие потоки имеют место при добыче и транспортировке нефти из скважин, а также участвуют в ряде технологических процессов

в других отраслях промышленности из числа упомянутых выше. Несмотря на принимаемые меры, погрешность в измерении расхода нефтегазового потока современными измерительными системами достигает 20 % и более, а связанные с этим финансовые риски оцениваются в десятки миллиардов долларов в год [7]. Сейчас не видно технической возможности резко уменьшить эту погрешность, виден только непрерывный процесс ее постепенного уменьшения [7]. Для его ускорения необходимы лучшее понимание физических причин, ведущих к неопределенности результатов измерений, и, следовательно, разработка экспериментальных и теоретических методов, позволяющих интерпретировать эти результаты адекватным образом.

К настоящему времени известно множество теоретических моделей и схем, описывающих связь наблюдаемых в эксперименте величин с параметрами однородного потока и свойствами колебательной системы КР. Часть из них проработана количественно до способности оценивать рабочие характеристики КР данной конструкции или проектировать приборы с заданными характеристиками [10]. Наиболее распространены 1D-модели, где измерительные трубки КР описываются как балки Эйлера–Бернулли [11–15] или балки Тимошенко [16–19], а жидкость моделируется однородной нерастяжимой массивной нитью, протягиваемой вдоль оси трубы с постоянной скоростью [20]. В рамках таких моделей удается воспроизвести ряд закономерностей, наблюдаемых на опыте, и использовать их при проектировании КР. Кроме того, 1D-модели позволяют выявить подробности в механизме формирования наблюдаемого сигнала, как это сделано, например, в работе [20]. Здесь показано, что при колебаниях трубки с потоком жидкости в условиях резонанса имеет место перекрестное влияние потока на возбуждаемые собственные формы: первая мода влияет через поток на вторую моду (но не влияет на себя), а вторая мода влияет на первую и не влияет на себя. Такое поведение колебательной системы можно было бы ошибочно ассоциировать с тем, что свойство ортогональности собственных форм, справедливое для консервативных колебательных систем, перестает быть таковым в присутствии непотенциальных (гироскопических и диссипативных) сил взаимодействия «упругая трубка – поток». Однако, как будет показано в этой работе, гироскопические силы не нарушают общего для колебательных систем фундаментального свойства ортогональности форм, соответствующих координатам, нормальным для рассматриваемой системы уравнений [21]. Кажущееся противоречие разрешается, если обратить внимание на то, что авторы [20] под словосочетанием «собственные формы» подразумевают собственные формы трубки для условий, когда жидкость только заполняет трубку, но не течет вдоль нее.

Простому перенесению успешной практики использования расходомеров Кориолиса для однородных од-

нофазных потоков на случай неоднородных многофазных потоков препятствуют два отличия принципиального характера. Во-первых, об измерении разницы фаз $\Delta\varphi$ для амплитуд колебаний симметричных плеч трубки расходомера (основной измеряемой величины) имеет смысл говорить только на режиме стационарных резонансных колебаний. В процессе движения неоднородного потока частота резонансных колебаний не остается постоянной и чередой следующих друг за другом переходных процессов чревата потерей контроля за фазовыми характеристиками, поскольку именно фаза колебаний является параметром, наиболее чувствительным к отклонению от резонанса [22]. Вторым важным обстоятельством оказывается то, что даже на стационарном режиме резонансных колебаний фазовый сдвиг зависит не только от массового расхода жидкости, но и от демпфирования в колебательной системе. Это было подчеркнуто в работе [23] и наблюдалось в экспериментах [24]. В работе [25] на примере одной из обсуждаемых в настоящей статье конструкций КР экспериментально показано, что появление в потоке флюида газовой фазы при сохранении того же массового расхода может приводить к увеличению демпфирования в десятки раз, что неизбежно отразится на взаимном соотношении регистрируемого фазового сдвига и массового расхода флюида. Таким образом, использование расходомера Кориолиса для обмера неоднородных многофазных потоков существенно повышает актуальность адекватного описания процессов в его колебательной системе и правильной интерпретации результатов КР-измерений. Неотъемлемой составной частью этой задачи является выделение составляющих фазового сдвига, создаваемых гироскопическими и диссипативными силами по отдельности.

Рассмотрение этой проблемы в рамках 1D-модели вряд ли возможно ввиду распределённости гироскопических и диссипативных сил по времени и объему жидкости. Поэтому следующий шаг в развитии методики КР-измерений может быть сделан с помощью 3D-моделей. Первая попытка моделирования движений трубки, несущей поток, была сделана в работе [26]. В ней был рассмотрен простейший вариант геометрии трубки КР – прямая трубка. С помощью численных экспериментов было предсказано снижение чувствительности КР при малых числах Рейнольдса. Позднее тем же способом это было подтверждено в работах [27–31], авторы которых, однако, разошлись в интерпретации этого явления. По-видимому, причиной аномалии является снижение относительного вклада гироскопических сил в наблюдаемую величину $\Delta\varphi$. Предсказания, сделанные в [27–31], были подтверждены экспериментами [32] и использованы их авторами для коррекции расхода флюида в области малых чисел Рейнольдса.

На сегодняшний день методы численного моделирования совместного движения жидкости и граничащих с ней твердых тел, основанные на использовании техно-

логий FSI (Fluid-Structure Interaction), позволяют с довольно высокой степенью достоверности моделировать поведение колебательной системы расходомера Кориолиса с потоком невязкой однофазной жидкости в режиме установившихся резонансных колебаний [33], хотя и требуют при этом значительных вычислительных ресурсов. Вычислительные затраты на выполнение FSI-расчетов пока настолько высоки, что не могут быть интегрированы в конструкцию промышленного КР для выполнения в режиме реального времени. Однако, будучи выполненными, базирующиеся на FSI-расчетах исследования дают возможность детального анализа процессов взаимодействия потока с измерительной трубкой КР при различных режимах течения и геометрии трубки.

В настоящей работе делается попытка описать распределение в пространстве и времени сил, действующих на трубку КР со стороны движущейся жидкости, в полноразмерной конечно-элементной 3D-модели, выяснить, как это распределение изменяется с изменением геометрии трубки. Количественное сопоставление особенностей конструкции расходомера Кориолиса предложено выполнять представлением колебательной системы в форме взаимодействующих подсистемы возбуждения и информационной подсистемы.

1. Колебательная система расходомера Кориолиса. Подсистема возбуждения и информационная подсистема

Поддержание установившихся вынужденных колебаний является обязательным условием работы расходомера Кориолиса. Произвольный прогиб $y(z, t)$ упругой трубки расходомера Кориолиса может быть представлен в виде разложения в ряд, базисными функциями которого могут выступать независимые, непрерывные, дифференцируемые функции, образующие полную систему (y – поперечное смещение трубы; z – координата вдоль оси трубы, t – время). Если принять в качестве базисных функций собственные формы $u_k(z)$ рассматриваемой колебательной системы с нулевой скоростью течения среды

$$y(z, t) = \sum_k u_k(z) \cdot q_k(t), \quad (1)$$

то малые колебания колебательной системы расходомера Кориолиса могут быть описаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка

$$A\{\ddot{q}\} + (B+G)\{\dot{q}\} + C\{q\} = \{Q(t)\}, \quad (2)$$

где A – матрица инерции; B – диссипативная матрица; G – матрица гироскопических коэффициентов; C – квазиупругая матрица; $\{q\}$ – вектор-столбец обобщенных координат; $\{Q(t)\}$ – вектор-столбец обобщенных

сил. В работе [34] показано, что коэффициенты $(c_{i,j}^{(1)})$ квазиупругой матрицы $C = (c_{i,j}^{(1)} + c_{i,j}^{(2)})$ являются отражением упругих свойств упругой трубки, а коэффициенты $(c_{i,j}^{(2)})$ являются следствием центробежных сил инерции, возникающих при движении по трубке жидкости.

Наличие ненулевых недиагональных элементов для квазиупругой матрицы C свидетельствует об упругой связанности дифференциальных уравнений (2) в обобщенных координатах, являющихся главными для механической системы «наполненная жидкостью трубка» без течения жидкости. Это обстоятельство означает, что собственные формы системы без течения жидкости не являются «собственными формами» по отношению к случаю, когда течение жидкости возникает, а координаты $\{q(t)\}$ не являются нормальными для случая с текущей жидкостью.

Чтобы перейти от системы связанных дифференциальных уравнений (2) к системе

$$[M^*]\{\ddot{\mathfrak{Q}}\} + [\Gamma^*]\{\dot{\mathfrak{Q}}\} + [2\Pi^*]\{\mathfrak{Q}\} = \{Q^*(t)\}, \quad (3)$$

в которой исчезает упругая связанность, ограничим число учитываемых в разложении (1) членов ряда двумя, соответствующими наиболее значимым слагаемым в перемещениях точек системы: первое слагаемое – резонирующая форма колебаний при отсутствии течения среды (форма возбуждения), второе слагаемое – форма колебаний, инициируемая силами инерции Кориолиса (информационная форма). Теперь для устранения упругой связанности дифференциальных уравнений достаточно выполнения линейного преобразования обобщенных координат

$$\{q\} = U^* \{\mathfrak{Q}\}. \quad (4)$$

Для определения матрицы U^* линейного преобразования (4) заметим, что возникающее при течении жидкости по трубке взаимодействие между колебаниями на форме возбуждения и информационной форме сводится к известной задаче упругой связи двух линейных осцилляторов [35]. Особенностью рассматриваемого случая является зависимость коэффициентов квазиупругой матрицы от расхода жидкости. Это обстоятельство предопределяет зависимость от расхода жидкости как частот, так и форм свободных колебаний системы с текущей жидкостью.

Количественно оценить жесткость обусловленной течением жидкости связи можно по собственным частотам исходных (связываемых) подсистем и низшей собственной частоте получившейся составной системы. Пусть объединение систем с собственными частотами $p_1 = \sqrt{C_1/M_1}$ и $p_2 = \sqrt{C_2/M_2}$ через упругий элемент C_3 (рис. 1) привело к тому, что низшая частота получившейся системы с двумя степенями свободы оказалась равна p_1^* .

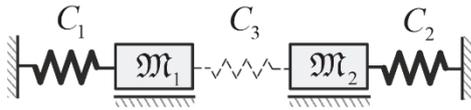


Рис. 1 Связанная система с двумя степенями свободы

Fig. 1. Coupled system with two degrees of freedom

Величина жесткости упругого элемента C_3 связана с собственными частотами p_1 , p_2 и p_1^* соотношением

$$C_3 = -M \frac{[p_1^2 - (p_1^*)^2][p_2^2 - (p_1^*)^2]}{[p_1^2 - (p_1^*)^2] + [p_2^2 - (p_1^*)^2]}, \quad (5)$$

где $M_1 = M_2 = M$ – обобщенные массы, вычисляемые для формы возбуждения и информационной формы системы без учета течения жидкости (оговорка о принятом соотношении обобщенных масс не ограничивает общности рассуждений, а накладывает лишь условие на способ нормирования собственных форм, поскольку величина обобщенной массы формируется в результате выбора неопределенного множителя, назначаемого при нормировании собственных форм). Матрицей линейного преобразования (4) выступает матрица

$$U^* = \begin{pmatrix} 1 & \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 + \sigma^2}} \\ \frac{1 - \sqrt{1 + \sigma^2}}{\sigma} & 1 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

В выражении (6) использовано обозначение коэффициента связанности

$$\sigma = \gamma \frac{2\bar{p}_1\bar{p}_2}{|\bar{p}_1^2 - \bar{p}_2^2|}, \quad (7)$$

в котором

$$\gamma^2 = \frac{C_3^2}{(C_1 + C_3)(C_2 + C_3)} \text{ и } \bar{p}_k^2 = \frac{C_k + C_3}{M_k}, \quad k = 1, 2.$$

Для форм свободных колебаний $\{u^*(z)\}$ связанной системы распределение поперечных перемещений сечений трубки по длине её оси формируется из собственных форм $\{u(z)\}$, вклад каждой из которых зависит от степени связанности. В соответствии с преобразованием обобщенных координат (4) для новых нормальных обобщенных координат справедливо

$$\begin{cases} u_1^*(z) = u_1(z) + \frac{1 - \sqrt{1 + \sigma^2}}{\sigma} u_2(z); \\ u_2^*(z) = \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 + \sigma^2}} u_1(z) + u_2(z). \end{cases} \quad (8)$$

Выражение (8) показывает, что соответствующая нормальной координате $\mathfrak{q}_1(t)$ «собственная форма»

$u_1^*(z)$ не совпадает с собственной формой $u_1(z)$, названной ранее «формой возбуждения»: при наличии движения по трубке жидкости с постоянной скоростью V форма свободных колебаний, соответствующая частоте низшего резонанса, характеризуется деформированием, включающим и «форму возбуждения», и «информационную» собственные формы колебаний трубки без движения жидкости. Для низшей резонансной частоты трубки при наличии движения по трубке жидкости определяющим оказывается вклад «формы возбуждения», а для другой (более высокой) резонансной частоты трубки при наличии движения по ней жидкости определяющим будет вклад «информационной формы». Нетрудно показать, что при условии ортогональности форм $\{u(z)\}$ формы $\{u^*(z)\}$ также оказываются ортогональными, что является основанием для использования $\{u^*(z)\}$ в качестве базисных для разложения по ним произвольного прогиба механической системы.

При использовании координат $\{\mathfrak{q}\}$ диагональный вид приобретают и матрица инерции $[M^*]$

$$[M^*] = \begin{pmatrix} M_1^* & 0 \\ 0 & M_2^* \end{pmatrix}, \quad M_1^* = M \left[1 + \frac{(\sqrt{1 + \sigma^2} - 1)^2}{\sigma^2} \right]; \quad (9)$$

$$M_2^* = M \left[1 + \frac{\sigma^2}{(\sqrt{1 + \sigma^2} + 1)^2} \right],$$

и квазиупругая матрица $[2\Pi^*]$

$$[2\Pi^*] = [U^*]^{-T} [C] [U^*] = \begin{pmatrix} 2\Pi_1^* & 0 \\ 0 & 2\Pi_2^* \end{pmatrix}, \quad (10)$$

но матрица $[\Gamma^*]$ гироскопических коэффициентов остается кососимметричной.

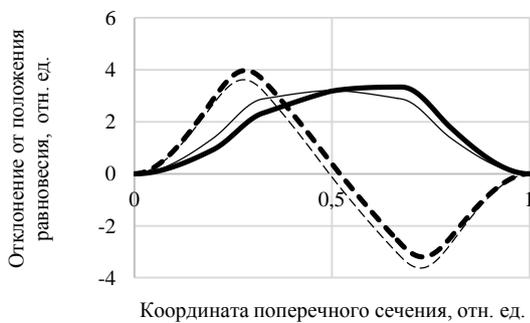
Нетрудно видеть, что в случае отсутствия течения жидкости (т.е. при $\sigma = 0$) обобщенные массы, соответствующие нормальным координатам $\{\mathfrak{q}\}$ системы с текущей жидкостью, оказываются такими же, как обобщенные массы для обобщенных координат $\{q\}$, не учитывающих течения жидкости:

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} M_1^* = \lim_{\sigma \rightarrow 0} 2M_1 \left(1 + \frac{(\sqrt{1 + \sigma^2} - 1)^2}{\sigma^2} \right) = M_1; \quad (11)$$

$$\lim_{\sigma \rightarrow 0} M_2^* = \lim_{\sigma \rightarrow 0} 2M_2 \left(1 + \frac{\sigma^2}{(\sqrt{1 + \sigma^2} + 1)^2} \right) = M_2.$$

Возникновение упругой связанности, обусловленной течением по трубке жидкости, сопровождается появлением в информационной форме перемещений в сечении, равноудаленном от мест крепления трубки, то есть в том сечении, где прикладывается обеспечивающая режим установившихся вынужденных колебаний внешняя сосредоточенная вынуждающая сила (рис. 2). Соответствующая информационной форме обобщенная вынуждающая сила Q_2 для исходных обобщенных координат $\{q\}$ равна нулю, а для нормальных по отношению к случаю течения жидкости координат $\{\vartheta\}$ оказываются ненулевыми обе обобщенные силы $\{\tilde{Q}(t)\}$:

$$\{\tilde{Q}(t)\} = (U^*)^T \{Q\} = Q \left\{ \begin{array}{c} 1 \\ \sqrt{\frac{M_1}{M_2}} \frac{\sigma}{1 + \sqrt{1 + \sigma^2}} \end{array} \right\}.$$



- собственная форма колебаний трубки, соответствующая форме возбуждения;
- форма свободных колебаний при потоке жидкости, соответствующая форме возбуждения;
- информационная форма собственных колебаний трубки без течения жидкости;
- · - · - информационная форма свободных колебаний трубки при потоке жидкости

Рис. 2. Сопоставление собственных форм колебаний трубки датчика Flomac S015 (Delta) и форм свободных колебаний при наличии упругой связанности $\sigma = 2 \cdot 10^{-3}$

Fig. 2 Comparison of the natural vibration modes of the tube of the Flomac S015 (Delta) sensor with the forms of free vibrations in the case of elastic connectedness $\sigma = 2 \cdot 10^{-3}$

Недиагональные элементы $(c_{i,j}^{(2)})$ квазиупругой матрицы равны нулю, и упругая связанность дифференциальных уравнений (2) не возникает в случае ортогональности между соответствующими формами перемещений $u_i(z)$ и $u_j''(z)$ (второй производной перемещений по координате z). Это условие выполняется, например, если геометрия оси трубки постоянного поперечного сечения имеет две плоскости симметрии, а для потока жидкости одна из этих плоскостей должна быть плоскостью косо́й симметрии и фазовый состав

потока жидкости по мере прохождения по расходомеру не должен меняться.

2. Гироскопическая связанность подсистемы возбуждения и информационной подсистемы. Критерий эффективности колебательной системы расходомера Кориолиса

Воспользуемся линейностью рассматриваемой механической системы в предположении малости отклонений от положения устойчивого равновесия и представим систему дифференциальных уравнений (3) в комплексной форме:

$$\begin{cases} \ddot{\tilde{\vartheta}}_1 - \beta \dot{\tilde{\vartheta}}_2 + (p_1^*)^2 \tilde{\vartheta}_1 = \frac{\tilde{Q}(t)}{M_1^*}; \\ \ddot{\tilde{\vartheta}}_2 + \beta \dot{\tilde{\vartheta}}_1 + (p_2^*)^2 \tilde{\vartheta}_2 = \frac{\tilde{Q}(t)}{M_2^*}. \end{cases} \quad (12)$$

При гироскопической связанности дифференциальных уравнений (12) для наиболее интересного частного случая установившихся колебаний на частоте низшего резонанса ($\omega = p_1^*$) координаты $\tilde{\vartheta}_1(t)$ и $\tilde{\vartheta}_2(t)$ достигают максимальных значений в моменты времени, отличающиеся на величину, равную четверти периода колебаний. Решение системы (12) на частоте низшего резонанса может быть представлено в виде соотношения мнимой амплитуды первой (резонирующей) нормальной координаты и сопровождающей ее вещественной составляющей амплитуды второй нормальной координаты:

$$\begin{aligned} \frac{\tilde{\vartheta}_1}{\tilde{\vartheta}_2} &= i \left[\frac{(p_2^*)^2 - (p_1^*)^2}{\beta^2} - \frac{Q_2^* M_1^*}{Q_1^* M_2^*} \right] = \\ &= i \left[\frac{(p_2^*)^2 - (p_1^*)^2}{\beta^2} - \frac{\sqrt{\sigma^2 + 1} - 1}{\sigma} \right] = i \frac{1}{\zeta}. \end{aligned} \quad (13)$$

Поскольку отклонения $y(t, z)$ произвольного поперечного сечения дискретной модели трубки формируются на основании законов движения, соответствующих нормальным для системы с текущей жидкостью координатам $\tilde{\vartheta}_1(t)$ и $\tilde{\vartheta}_2(t)$:

$$\tilde{y}(t, z) = \tilde{\vartheta}_1(t) \cdot u_1^*(z) + \tilde{\vartheta}_2(t) \cdot u_2^*(z), \quad (14)$$

согласно (13) на рассматриваемом резонансе мнимая составляющая амплитуды колебаний сечения с координатой z обусловлена деформированием по «форме возбуждения» $u_1^*(z)$, а вещественная составляющая – по «информационной форме» $u_2^*(z)$. Вещественный характер амплитуды координаты $\tilde{\vartheta}_2$ отражает квазистатическое деформирование трубки гироскопическими силами. Но динамический коэффициент для этой координаты оказывается больше единицы и зависит, как видно из

выражения (13), от близости частот p_1^* и p_2^* парциальных подсистем возбуждения и информационной. Соотношение между мнимой и вещественной составляющими комплексных амплитуд отклонения разных сечений трубки изменяется в зависимости от координаты сечения трубки, но для заданных динамических характеристик трубки определяется двумя параметрами: β и σ . Выражение (13) может быть положено в основу подхода к идентификации гироскопического коэффициента β дискретной модели (12) расходомера Кориолиса. Составной частью этого подхода выступает конечно-элементный FSI-расчет, позволяющий учесть особенности распределения по длине трубки расходомера сил взаимодействия с текущей жидкостью и дающий возможность выполнить расчетную (количественную) оценку разницы в фазах амплитуд колебаний разных сечений трубки расходомера (например, двух сечений с наибольшей разностью фаз колебаний). Наименее затратной оказывается вычислительная реализация алгоритма определения коэффициента β для колебательных режимов без упругой связанности ($\sigma = 0$) из условия совпадения фазовых сдвигов для дискретной модели (12) с соответствующим значением, полученным FSI-расчетом.

3. Способ определения колебательного режима вариантов исполнения датчика

Для исследования были выбраны четыре варианта формы упругой трубки, встречающиеся в коммерческих образцах КР. Базовым выступает вариант, используемый в КР Flomac S015 компании «ЭлМетро». Далее в обсуждении для этого варианта используется обозначение Delta в соответствии с формой его измерительной трубки. В трех других вариантах, условно названных по тем же соображениям, Omega, Pi и T, использовалась трубка из того же материала, тех же размеров поперечного сечения, с близкими значениями нижней собственной частоты колебаний (рис. 3). Иллюстрирующие наличие связанности между подсистемой возбуждения и информационной подсистемой частоты колебаний рассмотренных вариантов исполнения упругой трубки приведены в табл. 1 (в таблице меньшее значение в приведенных парах частот отвечает подсистеме возбуждения, большее соответствует информационной подсистеме; в случае текущей жидкости частоты найдены для массового расхода 0,4 кг/с, номинального для КР Flomac S015).

Как отмечалось во Введении, одной из ключевых проблем, требующих разрешения при совершенствовании технологии измерений с помощью расходомеров Кориолиса, является разделение вкладов в показания прибора от гироскопических и диссипативных сил. Решение этой задачи усложнено необходимостью учета существенной неравномерности распределения сил

взаимодействия между упругой трубкой и протекающей по ней жидкостью как по длине трубки, так и по контуру ее поперечного сечения. Реализованный в пакете ANSYS метод решения задач гидроупругости (в англоязычной литературе называемых задачами Fluid-Structure Interaction – FSI), известный как Two-Way FSI FEA, позволяет выполнить расчет движений колебательной системы расходомера Кориолиса в полноразмерной 3D-постановке с учетом основных особенностей движения потока для идеализированной модели жидкости, лишенной диссипативных свойств. Это дает возможность выделить только инерционную составляющую взаимодействия трубки с потоком жидкости. Теоретические основы расчетов по этому методу описаны, например, в работах [26–28].

Таблица 1

Частоты колебаний рассмотренных вариантов исполнения упругой трубки

Table 1

Vibration frequencies of the considered versions of the elastic tube

Рассматриваемый вариант колебательной системы	Частота, Гц			
	Delta	Pi	Omega	T
Трубка	100,01 169,38	100,98 219,97	99,53 235,03	99,57 149,45
Трубка, заполненная водой	90,46 153,17	91,48 198,63	90,03 231,03	90,03 123,13
Трубка с текущим флюидом	90,45 153,16	91,47 198,61	90,02 231,01	90,02 123,10

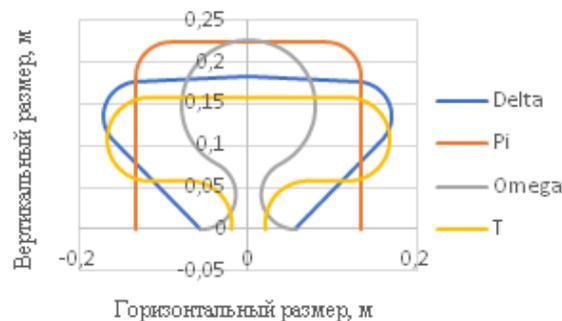


Рис. 3. Форма оси сравниваемых вариантов исполнения упругой трубки расходомера

Fig. 3. The shape of the axis of the compared versions of the elastic tube of the flowmeter

Все этапы работы по построению конечно-элементной модели, её нагружению и использованию выполнялись в интерфейсной среде ANSYS Workbench, обеспечивавшей взаимодействие модулей Geometry (Space Claim, Design Modeler), Mesh, Transient Structural, Fluent, System Coupling, Results (CFD-Post), Static Structural. В качестве материала трубки использована сталь 12X18H10T. В качестве текучей среды была взята однофазная жидкость с физическими характеристиками воды. Модель течения – Inviscid. При таком тривиаль-

ном варианте течения настройки решателя для пространственной дискретизации градиентов скоростей, давления, количества движения практически не отражались на полях распределения скоростей и давлений в потоке жидкости. Для сохранения возможности сопоставления результатов расчетов во всех четырех вариантах исполнения колебательной системы массовый расход жидкости был одинаковым (0,4 кг/с), одинаковы были и амплитуды установившихся свободных колебаний точки с максимальными перемещениями (0,1 мм). Сценарий выполнения расчетного эксперимента, обеспечивающего выход колебательной системы расходомера Кориолиса с протекающей по ней жидкостью на режим установившихся незатухающих колебаний, описан в работе [33].

Принципиальным отличием в поведении 3D-модели текущей жидкости от 1D-модели является возможность учета неравномерности распределения скоростей и давлений по поперечному сечению потока на криволинейных участках трубки: в использованной модели течения движению по криволинейному участку траектории меньшего радиуса соответствовали большие скорости и меньшие давления, чем на прямолинейных участках, а траекториям большего радиуса соответствовали меньшие скорости и большие давления, чем на прямолинейных участках. Для приведения усилий, действующих со стороны текущей жидкости на трубку к оси трубки, регистрировались распределения по длине образующих, проходящих через 6 равноотстоящих друг от друга точек сечения.

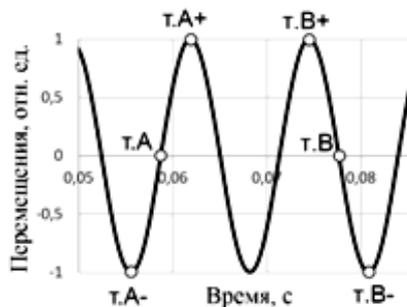


Рис. 4. Моменты времени, использованные при анализе сил взаимодействия между жидкостью и трубкой

Fig. 4. Moments in time used in the analysis of the forces of interaction between the liquid and the tube

Для анализа зависимости от времени взаимно перпендикулярных компонент интенсивности распределенной нагрузки в плоскости поперечного сечения трубки ($q_x(z)$ и $q_y(z)$) выполнены их численные оценки для моментов времени, соответствующих прохождению колебательной системой положений равновесия (с двумя разными направлениями движения) и положений максимальных отклонений (рис. 4).

4. Результаты выделения гироскопических сил расходомера Кориолиса на установившемся режиме свободных незатухающих колебаний

Поскольку идентификация сил, действующих со стороны текущей жидкости на трубку, ориентирована на анализ фазовых сдвигов амплитуд колебаний из плоскости оси трубки, интерес в первую очередь представляют силы взаимодействия, направленные перпендикулярно этой плоскости. Об изменении за полупериод колебаний боковой компоненты $q_x(z)$ интенсивности распределенной нагрузки, действующей на трубку со стороны жидкости, можно судить по распределениям по длине трубки, показанным на рис. 5 (направление боковой компоненты $q_x(z)$ интенсивности нагрузки перпендикулярно плоскости недеформированного состояния оси трубки). Максимальную боковую нагрузку со стороны жидкости испытывает трубка в моменты максимального отклонения от положения равновесия (т. $A-$, $A+$, $B-$, $B+$ на рис. 4). В эти моменты максимальными оказываются силы инерции жидкости, зависящие от соответствующих нормальным координатам обобщенных ускорений. Распределение нагрузки по оси трубки в эти моменты с точностью до знака одинаково для противоположных фаз колебаний. В моменты времени максимальных отклонений угловая скорость поворота поперечных сечений трубки, обусловленная поперечными перемещениями деформирования по резонирующей собственной форме, равна нулю и, как следствие, силы инерции Кориолиса себя не проявляют. Угловая скорость поворота поперечных сечений трубки достигает максимальной величины в моменты времени прохождения трубкой положений равновесия (т. A , B), т.е. когда максимальны обобщенные скорости, а обобщенные ускорения отсутствуют. Таким образом, можно говорить о двух составляющих сил взаимодействия трубки с текущей жидкостью (обе составляющие носят колебательный характер, но сдвинуты по времени на четверть периода), гироскопический эффект при этом проявляется только для той составляющей, которая пропорциональна обобщенной скорости.

FSI-расчет пропорциональной обобщенной скорости составляющей сил взаимодействия трубки с потоком жидкости при наличии упругой связанности демонстрирует не только неодинаковые максимальные значения интенсивности распределенной нагрузки $q_x(z)$ на входном и выходном участках трубки, но и возможность для определенных форм геометрии трубки достаточно заметного отличия сил взаимодействия жидкости с трубкой при проходе через положение равновесия в разных направлениях (рис. 6, $q_x(z)$ для т. A и B).

На рис. 6 приведены результаты расчета трубки датчика Flomac S015 (вариант Delta). Причиной отсутствия кривой симметрии распределения гироскопических сил является несимметричный характер форм колебаний, соответствующих нормальным координатам для колебательной системы с текущей жидкостью (рис. 7).

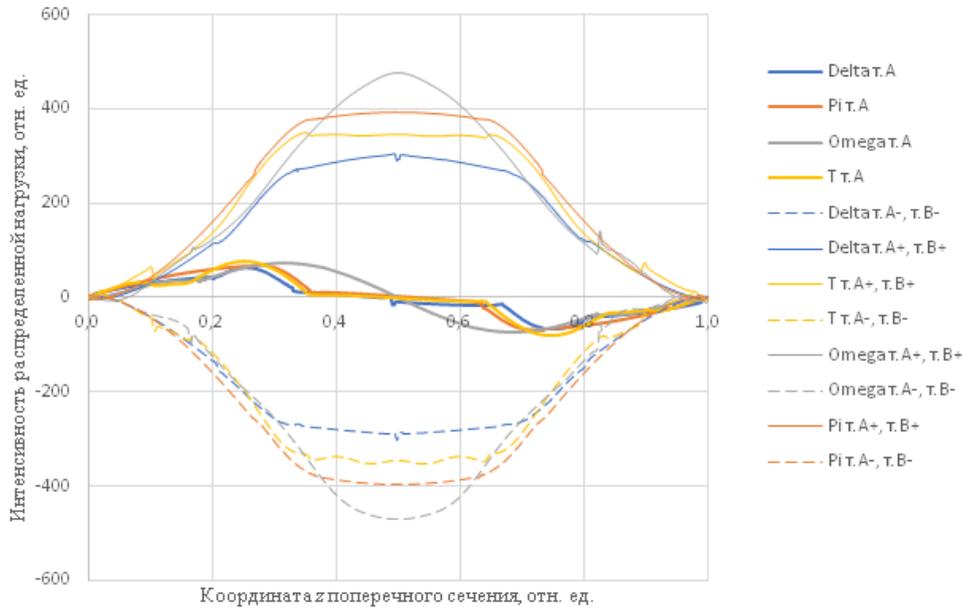


Рис. 5. Распределение по оси трубки поперечной компоненты $q_x(z)$ интенсивности нагрузки на трубку со стороны потока жидкости в моменты времени, отмеченные на рис. 3. Жирными линиями отмечены распределения, отвечающие моменту прохождения положения равновесия (т. А), тонкими – максимальному смещению из этого положения (т. А–, А+, В–, В+)

Fig. 5. Distribution of the intensity of the forces of interaction with the flowing liquid along the length of the tube axis for component perpendicular to the plane of the tube (mass flow rate of an inviscid liquid 0,4 kg/s)

Искажение формы свободных колебаний при наличии течения жидкости по отношению к собственным формам тем выше, чем в большей степени проявляется обусловленная силами инерции текущей жидкости (и зависящая от массового расхода жидкости) связанность парциальных подсистем, соответствующих форме возбуждения и информационной форме.

лученные FSI-расчетом для номинального значения массового расхода жидкости серийного датчика Flomac S015 (Delta), для четырех вариантов исполнения трубки расходомера приведены в табл. 2. Распределения фазового сдвига перемещений сечений по длине трубки расходомера для четырех вариантов геометрии оси трубки показано на рис. 8.

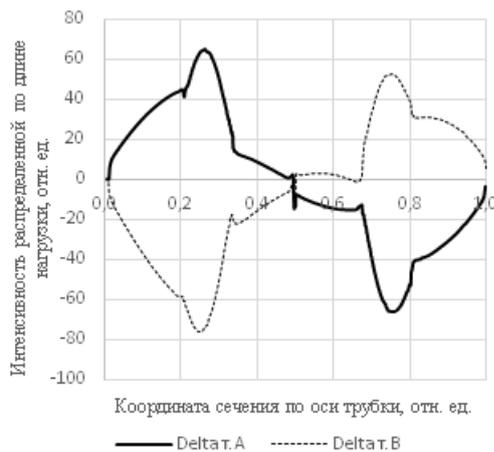
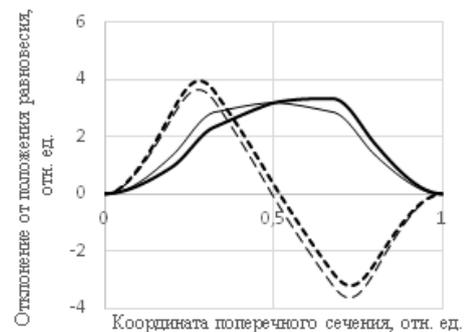


Рис. 6. Иллюстрация несамоуравновешенного характера гироскопических сил для трубки Delta

Fig. 6. Illustration of the non-self-balanced character of gyroscopic forces for the Delta tube

5. Результаты сопоставления колебательных режимов рассмотренных вариантов трубок

Достижимые величины фазового сдвига между амплитудами колебаний сечений установки датчиков, по-



— собственная форма колебаний трубки, соответствующая форме возбуждения;
 — форма свободных колебаний при потоке жидкости, соответствующая форме возбуждения;
 - - - информационная форма собственных колебаний трубки без течения жидкости;
 - - - информационная форма свободных колебаний трубки при потоке жидкости

Рис. 7. Сопоставление собственных форм колебаний трубки датчика Flomac S015 (Delta) с формами свободных колебаний при наличии течения по трубе жидкости (массовый расход 0,4 кг/с)

Fig. 7. Comparison of the natural vibration modes of the tube of the Flomac S015 (Delta) sensor with the forms of free vibrations in the presence of a liquid flow through the tube (mass flow rate 0.4 kg/s)

Таблица 2

Таблица 3

Фазовый сдвиг, регистрируемый расходомером Кориолиса при массовом расходе жидкости 0,4 кг/с

Количественные оценки взаимодействия подсистемы возбуждения и информационной подсистемы

Table 2

Table 3

Phase shift recorded by a Coriolis flowmeter at a mass flow rate of 0.4 kg/s

Quantitative estimates of the interaction between the excitation subsystem and the information subsystem

Параметр	Delta	Pi	Omega	T
Фазовый сдвиг перемещений сечений установки датчиков, град	3,361	1,098	1,34	4,99

Характеристики связанных колебаний	Delta	Pi	Omega	T
Коэффициент связи парциальных подсистем возбуждения и информационной $\gamma \cdot 10^3$	1,084	0,613	0,631	1,203
Коэффициент связанности парциальных подсистем возбуждения и информационной $\sigma \cdot 10^3$	1,968	0,641	0,610	3,743
Гироскопический коэффициент в системе уравнений (12) $\beta \cdot 10^2, 1/c$	1,80	0,55	0,59	1,72
Отношение амплитуды колебаний информационной подсистемы к амплитуде колебаний подсистемы возбуждения $\zeta \cdot 10^5$	1,51	0,215	0,186	3,50

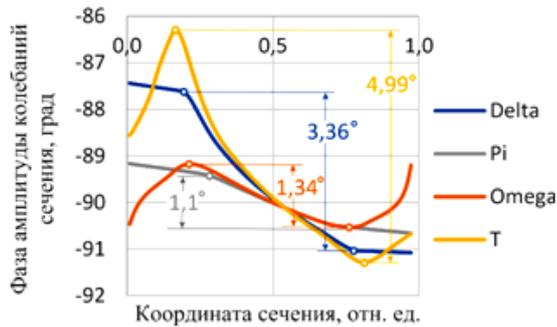


Рис. 8. Распределение фазового сдвига перемещений сечений по длине трубки расходомера для четырех вариантов геометрии оси трубки

Fig. 8. Distribution of the phase shift of the cross-sectional displacements along the length of the flowmeter tube for four variants of the tube axis geometry

Основными причинами наблюдаемых заметных различий фазовых сдвигов выступают особенности распределений гироскопической составляющей сил взаимодействия трубки с жидкостью (той составляющей сил инерции текущей жидкости, которая пропорциональна обобщенной виброскорости) и неодинаковая связанность подсистемы возбуждения и информационной подсистемы, обусловленная отличиями как в коэффициенте связи γ , так и в коэффициенте связанности σ (последний позволяет оценить не только жесткость упругой связи, но и близость частот парциальных подсистем). Количественные характеристики связанных колебаний парциальных подсистем возбуждения и информационной для четырех вариантов исполнения трубки расходомера приведены в табл. 3.

Интересно, что наибольший из рассмотренных вариантов фазовый сдвиг соответствует форме трубки, для которой гироскопический коэффициент β в системе уравнений (12) оказывается не самым большим из рассмотренных.

Ресурс увеличения связанности парциальных подсистем достаточно высок, и поэтому уместно предположить, что еще большее, чем для варианта T, сближение частот парциальных подсистем способно привести к еще большему увеличению $\Delta\phi$, даже при условии, что это сближение будет сопровождаться некоторым снижением гироскопического коэффициента.

Заключение

Для анализа особенностей сил взаимодействия трубки расходомера Кориолиса с текущей по ней жидкостью колебательная система расходомера представлена двумя взаимодействующими между собой подсистемами – подсистемой возбуждения и информационной подсистемой. Связанное движение подсистем на режиме установившихся резонансных колебаний реализуется за счет их упругого и гироскопического взаимодействий. При идентификации параметров этих взаимодействий использовались результаты 3D-моделирования установившихся колебаний трубки расходомера, несущей поток, с помощью технологии FSI для идеальной жидкости. Показано, что величина регистрируемого расходомером фазового сдвига зависит как от особенностей распределения гироскопических сил, так и от связанности колебательных подсистем возбуждения и информационной. Отражено влияние формы трубки на наблюдаемый при появлении течения жидкости фазовый сдвиг и параметры взаимодействия подсистем. Показано, что при одинаковом массовом расходе жидкости для рассмотренных в работе форм трубок отличие фазового сдвига для перемещений сечений установки регистрирующих катушек достигает почти 5 раз. От формы трубки зависят параметры гироскопической и упругой связи, причем изменение формы трубки может увеличивать гироскопическую связь и уменьшать упругую, и наоборот. Таким образом, оптимизация формы трубки по критерию, например, максимальной фазового сдвига даже в случае однофазного потока идеальной жидкости есть задача поиска компромисса между двумя механизмами связи между колебательными подсистемами возбуждения и информационной.

Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования (грант No 9.9676.2017/8.9).

Библиографический список

- Dudley B. BP Statistical Review of World Energy Statistical Review of World, 2019. <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2019-full-report.pdf>.
- Multiphase flow metrology in oil and gas production / S. Knotek [et al.] // EURAMET Project ENG58. Final Publishable JPR Report, 2017.
- Falcone G. Multiphase flow modelling based on experimental testing: A comprehensive overview of research facilities worldwide and the need for future developments // SPE Annual Technical Conference and Exhibition. – Anaheim, 2007. – P. 1–10.
- Falcone G., Harrison B. Forecast expects continued multiphase flowmeter growth // Oil and Gas Journal. – 2011. – Vol. 109, no. 10. – P. 68–73.
- Baker R.C. Coriolis flowmeters: industrial practice and published information // Flow Measurement and Instrumentation. – 1994. – Vol. 5, no. 4. – P. 229–246.
- Wang T., Baker R. Coriolis flowmeters: a review of developments over the past 20 years, and an assessment of the state of the art and likely future directions // Flow Measurement and Instrumentation. – 2014. – Vol. 40. – P. 99–123.
- Binulal B. R., Kochupillai J. Coriolis Flow meter: A Review from 1989 to 2014 // International Journal of Scientific & Engineering Research. – 2014. – Vol. 5, no. 7. – P. 718–723.
- Anklin M., Drahm W., Rieder A. Coriolis mass flowmeters: Overview of the current state of the art and latest research // Flow Measurement and Instrumentation. – 2006. – Vol. 17, no. 6. – P. 317–323.
- Kolhe V.A., Edlabadkar R.L. An overview of Coriolis mass flowmeter as a direct mass flow measurement device // Int. J. on Emerging Trends in Technology. – 2016. – Vol. 3, iss. 2. – P. 2112–2119.
- Modeling a Coriolis mass flow meter for shape optimization / W. Hakvoort [et al.] // Proceedings of the 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics. – Lappeenranta, 2010. – P. 1–10.
- Kutin J., Bajsić I. An analytical estimation of the Coriolis meter's characteristics based on modal superposition // Flow Measurement and Instrumentation. – 2002. – Vol. 12, iss. 5. – P. 345–351.
- Sultan G., Hemp J. Modelling of the Coriolis mass flowmeter // Journal of Sound and Vibration. – 1989. – Vol. 132, iss. 3. – P. 473–489.
- Effect of detector masses on calibration of Coriolis flowmeters / U. Lange [et al.] // Flow Measurement and Instrumentation. – 1994. – Vol. 5, iss. 4. – P. 255–262.
- Raszillier H., Alleborn N., Durst F. Effect of a concentrated mass on Coriolis flow metering // Archive of Applied Mechanics. – 1994. – Vol. 64, iss. 6. – P. 373–382.
- Жермоленко В.Н., Лопаницын Е.А. Анализ влияния центробежных и кориолисовых сил на поперечные колебания трубопровода // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2011. – № 4(5). – С. 2157–2159.
- Wang T., Baker R.C. An advanced numerical model for single straight tube Coriolis flowmeters // Journal of Fluids Engineering. – 2006. – Vol. 128, iss. 6. – P. 1346–1350.
- Ruoff J., Hodapp M., Kück H. Finite element modelling of Coriolis mass flowmeters with arbitrary pipe geometry and unsteady flow conditions // Flow Measurement and Instrumentation. – 2014. – Vol. 37. – P. 119–126.

Acknowledgements

The work is supported by the Ministry of Science and Higher Education (Project No. 9.9676.2017/8.9).

- Belhadj A., Cheesewright R., Clark C. The simulation of Coriolis meter response to pulsating flow using a general purpose f.e. code // Journal of Fluids and Structures. – 2000. – Vol. 14, iss. 5. – P. 613–634.
- Stack C., Garnett G., Pawlas G. A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam, 34th Structures // Structural Dynamics and Materials Conference. – La Jolla, 1993. – P. 2120–2129.
- Миронов М.А., Пятаков П.А., Андреев А.А. Вынужденные изгибные колебания трубы с потоком жидкости // Акустический журнал. – 2010. – Т. 56, № 5. – С. 684–692.
- Смыслов В.И. О некоторых понятиях теории колебаний неконсервативных систем с несимметричными связями // Изв. вузов «ПНД». – 2005. – Т. 13, № 5-6. – С. 143–150.
- Микишев Г.Н., Рабинович Б.И. Динамика тонкостенных конструкций с отсеками, содержащими жидкость. – М.: Машиностроение, 1971. – 564 с.
- Basse N. Coriolis flowmeter damping for two-phase flow due to decoupling // Flow Measurement and Instrumentation. – 2016. – Vol. 52. – P. 40–52.
- Two-phase damping for internal flow: physical mechanism and effect of excitation parameters / C. Charreton [et al.] // Journal of Fluids and Structures. – 2015. – No. 56. – P. 56–74.
- Романов В.А., Тараненко П.А. Оценка диссипативных свойств колебательной системы серийного образца расходомера Кориолиса // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2020. – № 2. – С. 134–144. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.11
- Coupled finite-volume/finite-element modelling of the straight-tube Coriolis flowmeter / G. Bobovnik [et al.] // Journal of Fluids and Structures. – 2005. – Vol. 20, iss. 6. – P. 785–800.
- An improved three-dimensional coupled fluid-structure model for Coriolis flowmeters / N. Mole [et al.] // Journal of Fluids and Structures. – 2008. – Vol. 24, iss. 4. – P. 559–575.
- Kumar V., Anklin M., Schwenter B. Fluid-structure interaction (FSI) simulations on the sensitivity of Coriolis flow meter under low Reynolds number flows // 15th Flow Measurement Conference (FLOMEKO 2010). – Taipei, 2010. – P. 1–10.
- Kumar V., Anklin M. Numerical simulations of Coriolis flow meters for low Reynolds number flows // Mapan – Journal of Metrology Society of India. – 2011. – Vol. 26, no. 3. – P. 225–235.
- Luo R., Wu J., Wan S. Numerical study on the effect of low Reynolds number flows in straight tube Coriolis flowmeters // XX IMEKO World Congress Metrology for Green Growth. – Busan, 2012. – P. 1–4.
- Luo R., Wu J. Fluid-structure coupling analysis and simulation of viscosity effect on Coriolis mass flowmeter // 5th Asia Pacific Congress on Computational Mechanics & 4th International Symposium On Computational Mechanics. – Singapore, 2013. – P. 1–8.
- Huber C., Nuber M., Anklin M. Effect of Reynolds number in Coriolis flow measurement // European Flow Measurement Workshop. – Lisbon, 2014. – P. 1–9.
- Romanov V.A., Beskachko V.P. Virtual prototyping experience of the Coriolis flow meter // Lecture Notes in Mechanical Engineering. – 2019. – P. 411–420.
- Romanov V.A., Beskachko V.P. The simulation of Coriolis flow meter tube movements excited by fluid flow and exterior harmonic force // Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI. – Glasgow, 2017. – P. 294–306.
- Стрелков С.П. Введение в теорию колебаний. – СПб.: Лань, 2005. – 440 с.

References

1. Dudley B. BP Statistical Review of World Energy Statistical Review of World, 2019, available at: <https://www.bp.com/content/dam/bp/business-sites/en/global/corporate/pdfs/energy-economics/statistical-review/bp-stats-review-2019-full-report.pdf>.
2. Knotek S. et al. Multiphase flow metrology in oil and gas production, *EURAMET Project ENG58. Final publishable JPR report*, 2017.
3. Falcone G. Multiphase flow modelling based on experimental testing: A comprehensive overview of research facilities worldwide and the need for future developments, *SPE Annual Technical Conference and Exhibition*, Anaheim, 2007, pp. 1-10.
4. Falcone G., Harrison B. Forecast expects continued multiphase flowmeter growth, *Oil and Gas Journal*, 2011, vol. 109, no. 10, pp. 68-73.
5. Baker R. C. Coriolis flowmeters: industrial practice and published information, *Flow Measurement and Instrumentation*, 1994, vol. 5, no. 4, pp. 229-246.
6. Wang T., Baker R. Coriolis flowmeters: a review of developments over the past 20 years, and an assessment of the state of the art and likely future directions, *Flow Measurement and Instrumentation*, 2014, vol. 40, pp. 99-123.
7. Binulal B. R., Kochupillai J. Coriolis Flow meter: A Review from 1989 to 2014, *International Journal of Scientific & Engineering Research*, 2014, vol. 5, no.7, pp. 718-723.
8. Anklin M., Drahm W., Rieder A. Coriolis mass flowmeters: Overview of the current state of the art and latest research, *Flow Measurement and Instrumentation*, 2006, vol. 17, no.6, pp. 317-323.
9. Kolhe V. A., Edlabadkar R. L. An overview of Coriolis Mass Flowmeter as a Direct Mass Flow Measurement Device, *Int. J. on Emerging Trends in Technology*, 2016, vol. 3, iss. 2, pp. 2112-2119.
10. Hakvoort W. et al. Modeling a Coriolis Mass Flow Meter for Shape Optimization, *Proceedings of the 1st Joint International Conference on Multibody System Dynamics, Lappeenranta*, 2010, pp. 1-10.
11. Kutin J., Bajsić I. An analytical estimation of the Coriolis meter's characteristics based on modal superposition, *Flow Measurement and Instrumentation*, 2002, vol. 12, iss. 5, pp. 345-351.
12. Sultan G., Hemp J. Modelling of the Coriolis mass flowmeter, *Journal of Sound and Vibration*, 1989, vol. 132, iss. 3, pp. 473-489.
13. Lange U. et al. Effect of detector masses on calibration of Coriolis flowmeters, *Flow Measurement and Instrumentation*, 1994, vol. 5, iss. 4, pp. 255-262.
14. Raszillier H., Alleborn N., Durst F. Effect of a concentrated mass on Coriolis flow metering, *Archive of Applied Mechanics*, 1994, vol. 64, iss. 6, pp. 373-382.
15. Zhermolenko V.N., Lopanicyn E.A. Analiz vlijanija centrobeznyh i koriolisovyh sil na poperechnye kolebanija truboprovoda [Analysis of the influence of centrifugal and Coriolis forces on the lateral vibrations of the pipeline]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I.Lobachevskogo*, 2011, no.4(5), pp. 2157-2159.
16. Wang T., Baker R.C. An Advanced Numerical Model for Single Straight Tube Coriolis Flowmeters, *Journal of Fluids Engineering*, 2006, vol. 128, iss. 6, pp. 1346-1350.
17. Ruoff J., Hodapp M., Kück H. Finite element modelling of Coriolis mass flowmeters with arbitrary pipe geometry and unsteady flow conditions, *Flow Measurement and Instrumentation*, 2014, vol. 37, pp. 119-126.
18. Belhadj A., Cheesewright R., Clark C. The simulation of Coriolis meter response to pulsating flow using a general purpose f.e. code, *Journal of Fluids and Structures*, 2000, vol. 14, iss. 5, pp. 613-634.
19. Stack C., Garnett G., Pawlas G. A finite element for the vibration analysis of a fluid-conveying Timoshenko beam, *34th Structures, Structural Dynamics and Materials Conference*, La Jolla, 1993, pp. 2120-2129.
20. Mironov M.A., Pjatakov P.A., Andreev A.A. Vynuzhennyye izgibnye kolebanija trub s potokom zhidkosti [Forced bending vibrations of a pipe with a fluid flow]. *Akusticheskij zhurnal*. 2010, vol. 56, no. 5, pp. 684-692.
21. Smyslov V.I. O nekotoryh ponjatijah teorii kolebanij nekonservativnyh sistem s nesimmetrichnymi svyazjami [On some concepts of the theory of oscillations of non-conservative systems with asymmetric constraints]. *Izvestija vuzov "PND"*, 2005, vol. 13, no. 5-6, pp. 143-150.
22. Mikishev G.N., Rabinovich B.I. Dinamika tonkostennyh konstrukcij s otkerkami, sodержashhimi zhidkost' [Dynamics of thin-walled structures with compartments containing fluid]. *Moscow, Mashinostroenie* 1971, 564 p.
23. Basse N. Coriolis flowmeter damping for two-phase flow due to decoupling. *Flow Measurement and Instrumentation*, 2016, vol. 52, pp. 40-52.
24. Charreton C. et al. Two-phase damping for internal flow: physical mechanism and effect of excitation parameters. *Journal of Fluids and Structures*, 2015, no.56, pp. 56-74.
25. Romanov V.A., Taranenko P.A. The dissipative properties assessment of the oscillatory system of a serial sample of the Coriolis flowmeter. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 2, pp. 134-144. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.11
26. Bobovnik G. et al. Coupled finite-volume/finite-element modelling of the straight-tube Coriolis flowmeter, *Journal of Fluids and Structures*, 2005, vol. 20, iss. 6, pp. 785-800.
27. Mole N. et al. An improved three-dimensional coupled fluid-structure model for Coriolis flowmeters, *Journal of Fluids and Structures*, 2008, vol. 24, iss. 4, pp. 559-575.
28. Kumar V, Anklin M, Schwenter B. Fluid-structure interaction (FSI) simulations on the sensitivity of Coriolis flow meter under low Reynolds number flows, *15th Flow Measurement Conference (FLOMEKO 2010)*, Taipei, 2010, pp. 1-10.
29. Kumar V., Anklin M. Numerical simulations of Coriolis flow meters for low Reynolds number flows. *Mapan - Journal of Metrology Society of India*. 2011, vol. 26, no.3, pp. 225-235.
30. Luo R., Wu J., Wan S. Numerical study on the effect of low Reynolds number flows in straight tube Coriolis flowmeters, *XX IMEKO World Congress Metrology for Green Growth, Busan*, 2012, pp. 1-4.
31. Luo R., Wu J. Fluid-structure coupling analysis and simulation of viscosity effect on Coriolis mass flowmeter, *5th Asia Pacific Congress On Computational Mechanics & 4th International Symposium On Computational Mechanics, Singapore*, 2013, pp.1-8.
32. Huber C., Nuber M., Anklin M. Effect of Reynolds number in Coriolis flow measurement, *European Flow Measurement Workshop, Lisbon*, 2014, pp.1-9.
33. Romanov V.A., Beskachko V.P. Virtual prototyping experience of the Coriolis flow meter. *Lecture Notes in Mechanical Engineering*, 2019, pp.411-420.
34. Romanov V.A., Beskachko V.P. The simulation of Coriolis flow meter tube movements excited by fluid flow and exterior harmonic force, *Advanced Mathematical and Computational Tools in Metrology and Testing XI*, Glasgow, 2017, pp. 294-306.
35. Strelkov S.P. Vvedenie v teoriju kolebanij [Introduction to vibration theory]. *Lan'*, Sankt-Peterburg, 2005, 440 p.