



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.3.13

УДК 539.3

О ПЛОЩАДКЕ ТЕКУЧЕСТИ ПРИ ЗНАКОПЕРЕМЕННОМ НАГРУЖЕНИИ

Б.А. Рычков¹, И.В. Гончарова¹, П.М.Резин²

¹Кыргызско-Российский славянский университет им. Б.Н. Ельцина, Бишкек, Кыргызстан

²Кыргызский государственный технический университет им. И. Раззакова, Бишкек, Кыргызстан

О СТАТЬЕ

Получена: 29 мая 2021 г.
Принята: 12 августа 2021 г.
Опубликована: 22 октября 2021 г.

Ключевые слова:

площадка текучести,
знакопеременное нагружение,
деформационное упрочнение,
принцип Мазинга,
эффект Баушингера,
локализация пластической
деформации.

АННОТАЦИЯ

При растяжении образцов малоуглеродистых сталей и некоторых других пластичных материалов на диаграмме деформации фиксируются зуб и площадка текучести. При этом на поверхности образца в локальном сечении возникают полосы Чернова–Людерса, которые затем распространяются вдоль оси растяжения. Физическая природа зуба текучести установлена: падение нагрузки после достижения (верхнего) предела текучести возникает в результате вырывания дислокаций из облака внедренных атомов и вакансий (облака Коттрелла).

В момент возникновения зуба текучести пластическая деформация ограничивается малой областью; с ростом деформации образца зона пластичности (на диаграмме в это время отмечается площадка текучести) расширяется, а напряженно-деформированное состояние в этой зоне становится почти однородным, если не рассматривать ее границу с упругой областью. При завершении площадки текучести весь образец испытывает однородную пластическую деформацию, исключая его концы (галтели). С этого момента диаграмма деформаций показывает наличие упрочнения материала; предположительно это упрочнение происходило с самого начала, но было скрыто под площадкой текучести. Об этом свидетельствует возникающая деформационная анизотропия. После разгрузки образца, когда фронт пластической деформации (в виде полос Чернова–Людерса) ещё не прошел через весь образец, при последующей перемене знака напряжения наблюдается эффект Баушингера.

Тот факт, что после появления зуба текучести пластическая деформация не локализуется в некотором объеме подобно тому, что имеет место при образовании шейки, а распространяется по образцу, служит доказательством упрочнения материала от пластической деформации сразу после падения нагрузки. Следовательно, если бы в пластически деформируемой части образца не возникло упрочнения материала за счет роста пластической деформации, то она не смогла бы распространиться на упругую часть образца.

В настоящей работе представлены экспериментальные данные знакопеременного кручения тонкостенных трубчатых образцов стали 45 в отожженном состоянии. Получена диаграмма деформации при возникновении и развитии площадки текучести в отдельных сечениях по длине испытываемого образца. Скрытая под площадкой текучести диаграмма упрочнения материала восстановлена на основе применения известного принципа Мазинга.

© ПНИПУ

© Рычков Борис Александрович – д.ф.-м.н., проф., e-mail: rychkovba@mail.ru, ID: [0000-0001-7408-1657](https://orcid.org/0000-0001-7408-1657).

Гончарова Ирина Витальевна – к.ф.-м.н., доц., e-mail: goncharovaiv@mail.ru, ID: [0000-0002-0901-3903](https://orcid.org/0000-0002-0901-3903).

Резин Петр Михайлович – асп., e-mail: rezinpm@gmail.com, ID: [0000-0002-1791-6774](https://orcid.org/0000-0002-1791-6774).

Boris A. Rychkov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: rychkovba@mail.ru, ID: [0000-0001-7408-1657](https://orcid.org/0000-0001-7408-1657).

Irina V. Goncharova – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: goncharovaiv@mail.ru, ID: [0000-0002-0901-3903](https://orcid.org/0000-0002-0901-3903).

Petr M. Rezin – PhD Student, e-mail: rezinpm@gmail.com, ID: [0000-0002-1791-6774](https://orcid.org/0000-0002-1791-6774).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ABOUT THE YIELD PLATEAU UNDER SIGN-VARIABLE LOADING

B.A. Rychkov¹, I.V. Goncharova¹, P.M. Rezin²

¹Kyrgyz-Russian Slavic University named after B.N. Yeltsin, Bishkek, Kyrgyzstan

²Kyrgyz State Technical University named after I.Razzakov, Bishkek, Kyrgyzstan

ARTICLE INFO

Received: 29 May 2020
Accepted: 12 August 2021
Published: 22 October 2021

Keywords:

the yield plateau, sign-variable loading, hardening diagram, Masing's principle, Bauschinger's effect, localization of plastic deformation.

ABSTRACT

During tension of samples of low-carbon steels and some other plastic materials, the sharp yield point and the yield plateau are fixed on the deformation diagram. In this case, Chernov-Luders bands appear on the surface of the sample in the local section, which then propagate along the tension axis. The physical nature of the sharp yield point is established: the drop in the load after reaching the (upper) yield limit occurs as a result of dislocations being an extraction out of the cloud of the embedded atoms and vacancies (Cottrell's cloud).

At the occurrence of the sharp yield point, the plastic strain is limited to a small area. When the sample deformation increases, the plasticity zone (the yield plateau is marked on the diagram at this time) expands, and the stress-strain state in this zone becomes almost homogeneous, if we do not consider its boundary with the elastic region. At the end of the yield plateau, the entire sample experiences a uniform plastic deformation, excluding its ends (galtels). From this point on, the strain diagram shows the of material hardening; presumably, this hardening occurred from the very beginning, but was hidden under the yield plateau. This is evidenced by the resulting strain-induced anisotropy. After unloading the sample, when the plastic strain front (in the form of Chernov-Luders bands) has not yet passed through the entire sample, and the Bauschinger's effect is observed with the subsequent change in the stress sign.

The fact that after the occurrence of the sharp yield point, the plastic strain is not localized in a certain volume, similar to what occurs during the neck formation, but spreads along the sample, serves as proof of the material hardening due to plastic deformation immediately after the load falls. Therefore, if the plastically deformable part of the sample did not have a hardening of the material due to the plastic strain growth, it would not be able to spread to the elastic part of the sample.

This paper presents the experimental data of the sign-variable torsion of the thin-walled tubular samples of steel 45 in the annealed state. The deformation at diagram of the occurrence and development of the yield plateau in distinct sections along the length of the test sample is obtained. The material hardening diagram hidden under the yield plateau is reconstructed using the well-known Masing's principle.

© PNRPU

Введение

Общие замечания. При стандартных испытаниях на растяжение или кручение трубки для некоторых пластичных материалов наблюдается следующее: за пределом упругости действующее на образец усилие весьма быстро падает (образуется зуб текучести), затем некоторое время сохраняет почти постоянное значение (площадка текучести). После кратковременного падения усилия в конце площадки текучести на диаграмме нагружения отмечается почти постоянный подъем (упрочнение). За этими показаниями испытательной машины кроется очень сложный механизм структурных преобразований материала, проявляющийся в виде процесса своеобразной потери устойчивости однородной деформации испытываемого образца [1, 2].

Некоторые предшествующие исследования. Обобщенная схема деформационного упрочнения материала (в том числе «скрытого» под площадкой текучести) представлена в обзоре [3] (диаграмма на рис. 10 [3]), полученная в работе [4] на основе установленных различных типов дислокационных структур). На этой диаграмме выделен, в частности, предел упругости, который определяется при наличии начальной линейной

стадии упрочнения (наблюдаемой за площадкой текучести) путем ее экстраполяции на нулевую деформацию.

Картины локализации и стадии кривых макроскопической пластической деформации моно- и поликристаллов рассмотрены в работах [5, 6], в которых представлены особенности возникновения и развития полос Чернова-Людерса.

Развитие представлений о площадке текучести отражено в работах Н.Н. Давиденкова [7, 8]. Наиболее приемлемой считается теория хрупкого скелета Кестера, развитая Давиденковым [9]. По существу, согласно этой теории, схема деформационного упрочнения (скрытая под площадкой текучести) аналогична схеме, представленной в работе [3].

В статье [10] получена экспериментальная диаграмма растяжения углеродистых сталей в области площадки текучести, на которой отмечены срывы деформирующего напряжения, качественно совпадающие с диаграммами акустической эмиссии. Подобные результаты при испытании на растяжение плоских образцов с использованием метода акустической эмиссии представлены в [11].

В работе [12] представлены результаты экспериментального исследования закономерностей пластиче-

ского деформирования углеродистой стали на стадии запаздывания текучести и формирования площадки текучести при испытаниях на одноосное растяжение.

Обзор экспериментальных исследований площадки текучести содержится, например, в ранние годы в [13], а в более позднее время в [14, 15]. Основное внимание в этих обзорах уделено результатам, полученным при растяжении стержней.

Пример образования и развития площадки текучести при смене растяжения и разгрузки на напряженное состояние чистого кручения представлено в [16] на основе экспериментальных данных [17]. При повторном нагружении (кручением) вначале возникал эффект Баушингера, а затем следовало продолжение первоначальной площадки текучести, но при напряжении (в обобщенных координатах) меньшем, чем при предварительном растяжении. Отмеченное обстоятельство является следствием того, что для испытанного (в этом эксперименте) материала не выполняется постулат изотропии А.А.Ильюшина [18, 19]. Для соответствующего класса материалов постулат изотропии был использован [20] при формулировке определяющих соотношений варианта теории пластичности, основанной на концепции скольжения. Возможные обобщения постулата изотропии рассмотрены в работах [21, 22].

Считается [23, 24], что измеряемая в опытах величина нижнего предела текучести зависит от схемы испытания и не может рассматриваться как физическая характеристика материала. Этот вывод согласуется с современными исследованиями: показано [25], что пластическое течение в полосе Чернова–Людерса приводит к повышению уровня микротвердости и появлению новых текстурных компонентов материала. Данный результат свидетельствует о наличии упрочнения материала на всех этапах диаграммы деформации с площадкой текучести. Аппроксимация таких экспериментально полученных диаграмм осуществляется, например, эмпирическими зависимостями, различными на разных этапах нагружения [26]. Кинематика полос Чернова–Людерса объясняется на основе разнообразных физических представлений о структуре материала и ее изменении в процессе деформирования [27–30].

В [27] рассмотрена, в частности, схема развития площадки текучести при знакопеременном нагружении циклически стабильного материала. В случае когда при нагружении из исходного состояния площадка текучести не завершена и производится разгрузка, после реверса нагрузки продолжается развитие площадки текучести при том же самом уровне напряжения (по модулю), что и в первоначальном направлении. В этом случае учитывается проявление эффекта Баушингера, но не отражается природа его возникновения, иначе говоря, не рассматривается предшествующее упрочнение материала, «скрытое» под площадкой текучести при нагружении из исходного состояния.

Одно из немногих испытаний на чистый сдвиг осуществил И. Клепачко [31] на образцах из технически

чистого железа. Он получил серию диаграмм кручения тонкостенных трубок при разных скоростях деформации сдвига \dot{j} . Из них за «статическую» можно принять

ту, которая соответствует скорости $\dot{j} = 1,31 \cdot 10^{-4} \text{ с}^{-1}$ [2].

На этой диаграмме выделен участок упрочнения за площадкой текучести до сдвига, равного 5%; считалось, что зависимость между напряжением и деформацией линейна до указанного предела. В результате экстраполяции указанного участка получено начальное сопротивление сдвигу для отмеченной скорости, которое и будет пределом упругости на сдвиг.

Рассмотрим экспериментальные данные знакопеременного кручения трубчатых образцов стали 45.

1. Методика эксперимента

Испытаны тонкостенные трубчатые образцы стали 45¹. Толщина стенки 1 мм, наружный диаметр 22 мм, длина рабочей части 120 мм. Испытания произведены на установке 04-1 (на которой первые свои опыты провел В.С. Ленский [33]). Термическая обработка – отжиг при температуре 780–790 °С. Усилия и деформации измерялись тензорезисторами типа ФКПА и ФКПВ с сопротивлением 100–200 Ом и базой 10–20 мм. Эти датчики наклеивались по стандартной методике на соответствующие динамометрические устройства и непосредственно на рабочей поверхности образцов в (надлежащем) удалении от галтелей с расстоянием между двумя датчиками, достаточным для монтажа выводных проводников для измерения.

Некоторые основные результаты этих испытаний представлены в [34]. В настоящей работе подробно рассмотрены полученные экспериментальные данные при знакопеременном кручении указанных образцов [32]. Прямоугольные розетки тензорезисторов наклеивались в двух сечениях по длине образца, условно называемых «верхним» и «нижним» сечениями по их расположению относительно верхней и нижней галтели образца при его установке в захваты машины. Соответственно диаграммы деформации в этих двух сечениях фиксировались на двух различных графопостроителях. После тарировки осей координат по напряжению и деформации вводились необходимые корректировки, которые отражали одно и то же значение модуля сдвига при обработке диаграмм деформации для всех испытываемых образцов. Кроме того, подобно тому, как это было принято, например, Б. Будянским [35], за номинальную диаграмму деформации на первом полуцикле знакопеременного кручения была принята диаграмма конкретного образца (в нашем случае диаграмма образца №22), к которой приводились диаграммы деформации других образцов для совмещения уровня напряжения при фиксированной пластической деформации.

¹ Первичные экспериментальные данные представлены в работе [32].

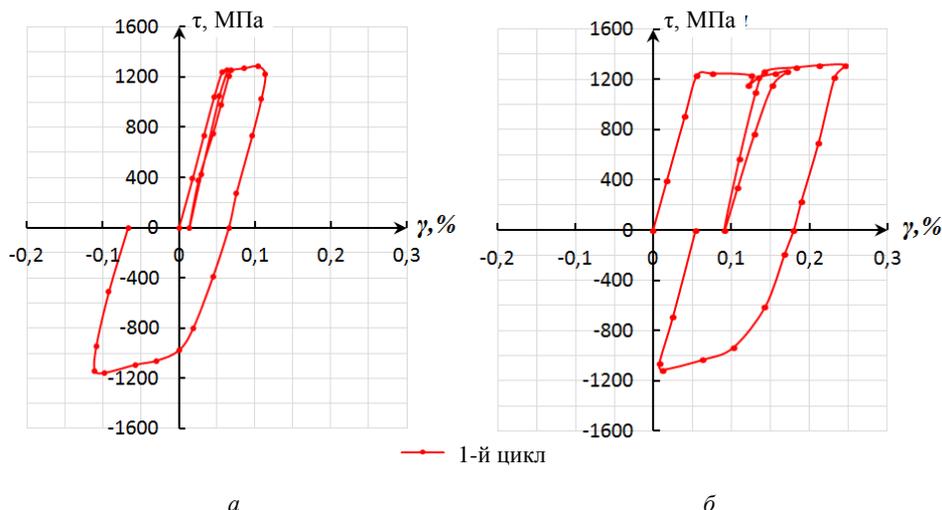


Рис. 1. Диаграммы знакопеременного кручения для нижнего сечения (а) и верхнего сечения (б) при первом цикле нагружения

Fig. 1. Diagrams of the sign-variable torsion for the lower section (a) and the upper section (b) during the first loading cycle

Таблица 1

Напряжения и деформации на начальном этапе первого цикла знакопеременного кручения

Table 1

Stresses and deformations at the initial stage of the first cycle of the sign-variable torsion

Нижнее сечение		Верхнее сечение	
γ, %	τ, МПа	γ, %	τ, МПа
0	0	0	0
0,0181	391,2	0,0174	387,8
0,0328	733,5	0,0407	904,8
0,0466	1043,2	0,0562	1228,0
0,057	1238,8	0,0756	1244,1
0,0639	1255,1	0,1259	1228,0
		0,1221	1147,2
		0,1356	1211,8
		0,1569	1244,1
		0,1724	1260,3

2. Экспериментальные данные для образца № 22. Восстановление «скрытой» под площадкой текучести диаграммы упрочнения

Из сравнения диаграмм сдвиговой деформации на рис 1, а и б, видно, что первая промежуточная разгрузка в нижнем сечении происходила при практически упругой деформации от достигнутого уровня напряжений. В то же время в верхнем сечении до начала разгрузки произошло возникновение и развитие площадки текучести. Для более детального рассмотрения этого этапа нагружения (до момента начала разгрузки) в табл. 1 представлены также значения деформации и напряжения в отсчетных точках на диаграммах деформаций для этих сечений.

При реализованной точности отсчета первые три точки (с ростом уровня напряжения) в области упругой деформации отображаются согласованно в обоих сечениях. Далее при увеличении напряжения (по сравнению

с третьей точкой отсчета) на 1,3 % в нижнем сечении наряду с упругой деформацией произошло незначительное приращение пластической деформации. Такое же увеличение напряжения зафиксировано и на диаграмме деформации верхнего сечения при сравнении точек отсчета в момент возникновения площадки текучести и в момент ее завершения². Это обстоятельство является очевидным следствием одного и того же приложенного крутящего момента по всей длине испытываемого образца. Это, в свою очередь, означает, что развитие площадки текучести в одном сечении происходит не при строго постоянном напряжении, а согласуется с упругим состоянием остальной части образца.

² Как установлено в [36], разница в величине напряжения между началом распространения полосы Людерса и завершением ее распространения (в пределах площадки текучести) составляет заметную величину. Градиент площадки текучести выявлен в работе [37]: касательный модуль к диаграмме деформации на площадке текучести составляет 3 % от начального модуля упругости.

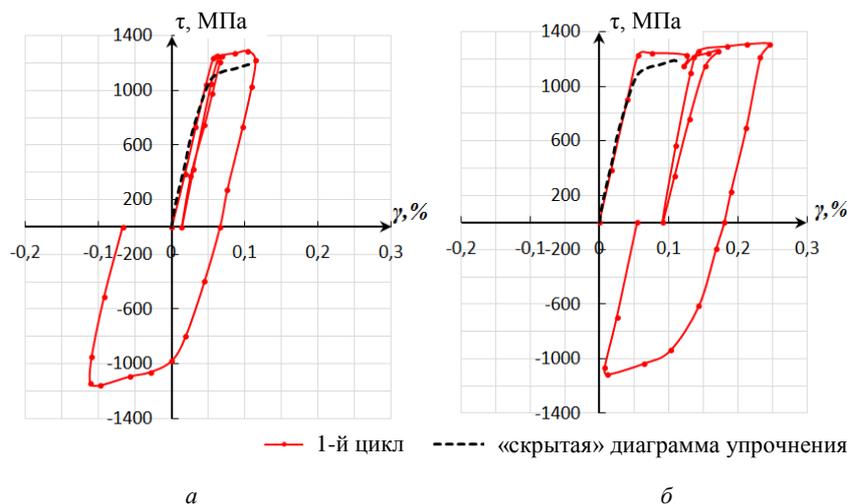


Рис. 2. «Скрытая» под площадкой текучести диаграмма упрочнения: *a* – нижнее сечение; *б* – верхнее сечение

Fig. 2. The hardening diagram that is "hidden" under the yield plateau: *a* – the lower section; *b* – the upper section

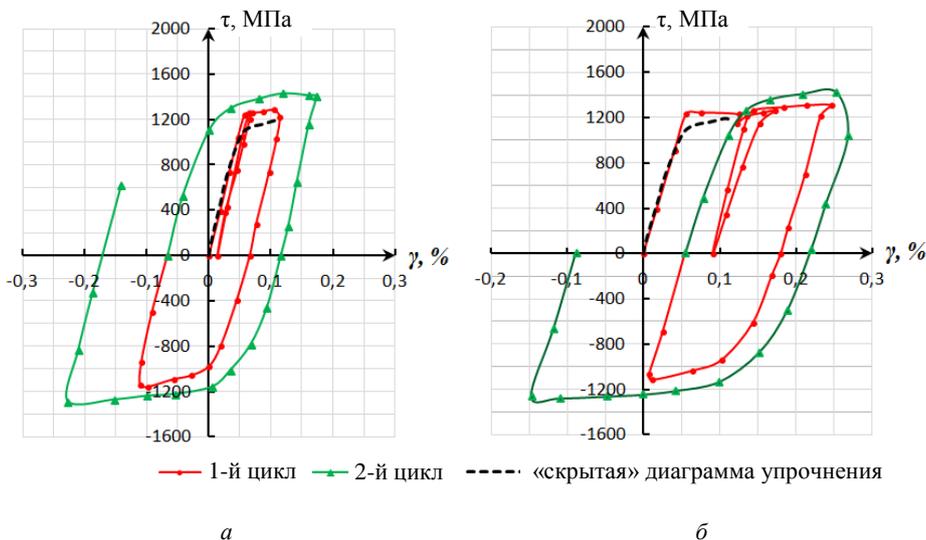


Рис. 3. Второй цикл знакопеременного кручения и восстановленная на первом цикле «скрытая» диаграмма упрочнения: *a* – нижнее сечение; *б* – верхнее сечение

Fig. 3. The second cycle of the sign-variable torsion and the «hidden» hardening diagram reconstructed in the first cycle: *a* – the lower section; *b* – the upper section

При дальнейшем увеличении уровня напряжений при повторном нагружении в первоначальном направлении после промежуточной разгрузки в верхнем сечении происходило упрочнение на диаграмме деформации, а в нижнем сечении возникла площадка текучести, длина которой примерно такая же, как в верхнем сечении.

Развитие площадки текучести в нижнем сечении также происходило не при постоянном напряжении, а в соответствии с уровнем упрочнения в сечениях образца, в которых уже реализовалась пластическая деформация. Соответствующее напряжение в области упрочнения увеличилось примерно на 3 %.

После завершения площадки текучести в нижнем сечении произведена разгрузка и кручение в обратном

направлении. Это нагружение производилось до того момента, при котором в обратном направлении деформация в нижнем сечении (при отсчете от нуля координат) по модулю достигала такой же величины, какая была зафиксирована в момент начала разгрузки после кручения в прямом направлении. При этом напряжение в данный момент по модулю достигло такой же величины, как в момент указанной разгрузки. Такое соответствие координат точки разгрузки и точки окончания нагружения в обратном направлении отвечает принципу Мазинга [16]. Это, в свою очередь, дает основание использовать принцип Мазинга для восстановления диаграммы упрочнения при нагружении в прямом направлении по известной из эксперимента диаграмме круче-

ния, начиная от точки разгрузки и до точки окончания кручения в обратном направлении. Указанная восстановленная диаграмма должна (согласно принципу Мазинга) соответствовать диаграмме деформации при нагружении в обратном направлении в удвоенном масштабе, если ее начало координат перенести в указанную точку разгрузки, а сами оси координат направить в обратную сторону по отношению к первоначальным. Следовательно, именно таким образом можно применить «обратный» принцип Мазинга.

Итак, по экспериментальной диаграмме деформации нижнего сечения от первого цикла кручения в «прямую» и «обратную» стороны в соответствии с обратным принципом Мазинга восстановлена диаграмма упрочнения, «скрытая» под площадкой текучести, что продемонстрировано на рис. 2, а (пунктирная линия). Эта диаграмма перенесена на диаграмму деформации для верхнего сечения (рис. 2, б).

Как видно из рис. 2, б, после исчерпания длины площадки текучести в верхнем сечении произведены (промежуточная) упругая разгрузка и повторное нагружение в первоначальном направлении. При этом диаграмма деформации в этом сечении практически продолжает восстановленную диаграмму упрочнения под площадкой текучести³.

После завершения первого цикла нагружения, при втором цикле нагружения полуцикл в обратном направлении заканчивался в эксперименте при деформации в верхнем сечении, близкой к нулю (рис. 3, б). При дальнейшем кручении в первоначальном направлении диаграмма деформации на втором полуцикле отражает несколько большее упрочнение по сравнению с упрочнением на первом полуцикле, т.е. материал становится циклически упрочняющимся. Сказанное подтверждается диаграммой деформации для нижнего сечения (рис. 3, а).

Для проверки применимости прямого принципа Мазинга использованы представленные данные для верхнего сечения, а именно: восстановленная диаграмма упрочнения под площадкой текучести и ее продолжение в виде экспериментальной диаграммы при увеличении напряжения. Начало координат перенесено в точку начала разгрузки на первом полуцикле, а оси координат направлены в стороны, противоположные исходным. В этой системе координат определены напряжения и деформации в удвоенном по модулю масштабе по их значениям восстановленной диаграммы упрочнения и ее экспериментального продолжения. Эти значения в указанной системе координат отражают расчетную диаграмму деформации при разгрузке на первом полуцикле и кручении в обратном направлении.

Как видно из рис. 4, расчетная диаграмма деформации в обратном направлении достаточно хорошо соответствует экспериментальной диаграмме, что еще раз

подтверждает применимость прямого и обратного принципа Мазинга для восстановления скрытой под площадкой текучести диаграммы упрочнения.

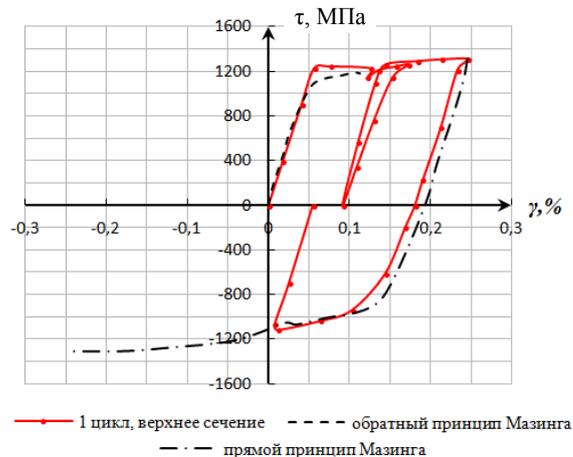


Рис. 4. Применение принципа Мазинга

Fig. 4. Application of the Masing's principle

Примечание 1. В эксперименте (см. рис. 2, б) после исчерпания площадки текучести наблюдается небольшой обратный зуб текучести, а далее происходит упрочнение материала.

3. Экспериментальные данные для образца № 25 и их анализ

Образец № 25 испытан при 5 циклах знакопеременного кручения. Для большей наглядности диаграммы деформации показаны, начиная с первых двух циклов (рис. 5) с последующим добавлением очередных циклов (рис. 6–8).

При первоначальном нагружении из исходного состояния площадка текучести возникла сначала в нижнем сечении, тогда как верхнее сечение оставалось практически в упругом состоянии. Первый полуцикл кручения был остановлен при не полностью завершенной площадке текучести. После разгрузки из этого состояния при кручении в обратном направлении в нижнем сечении наблюдался эффект Баушингера. Кручение в обратном направлении было остановлено таким образом, что после разгрузки на данном втором полуцикле нагружения деформация в этом сечении оказалась близкой к нулю (рис. 5, а). При втором цикле кручения в первоначальном («прямом») направлении продолжалось развитие площадки текучести в данном сечении при одном и том же (фиксируемом) уровне напряжения, а в верхнем сечении только наметилось незначительное приращение пластической деформации. При «обратном» полуцикле второго цикла нагружения (рис. 5, б) в верхнем сечении начала развиваться площадка текучести, но незначительная по величине (такого же порядка, как в нижнем сечении при первоначальном кручении из исходного состояния).

³ Это обстоятельство соответствует теории Костера, развитой Давиденковым [9].

Однако уровень напряжения, при котором возникает и развивается площадка текучести при кручении в обратном направлении, несколько превышает уровень напряжения при кручении в прямом направлении. Это обстоятельство является признаком одностороннего циклического упрочнения.

На третьем цикле знакопеременного нагружения в нижнем сечении площадка текучести продолжает развиваться в прямом направлении, а в обратном направлении кручения усиливается эффект Баушингера (рис. 6, а).

В то же время в верхнем сечении на данном третьем цикле нагружения площадка текучести развивается как в прямом, так и в обратном направлении (рис. 6, б).

На четвертом цикле знакопеременного кручения в нижнем сечении длина площадки текучести в прямом

направлении оказалась завершенной, а в обратном направлении по-прежнему проявлялся только эффект Баушингера (рис. 7, а).

В верхнем сечении площадка текучести в обратном направлении кручения примерно такая же по модулю, как и в нижнем сечении, тогда как в прямом направлении в верхнем сечении длина площадки текучести по модулю несколько меньше, чем в обратном направлении (рис. 7, б).

На заключительном этапе эксперимента установилось следующее напряженно-деформированное состояние данного образца: в прямом направлении на пятом цикле знакопеременного нагружения в нижнем сечении после завершения площадки текучести наметилась тенденция к упрочнению материала (рис. 8, а), а в обратном направлении площадка текучести не реализовалась.

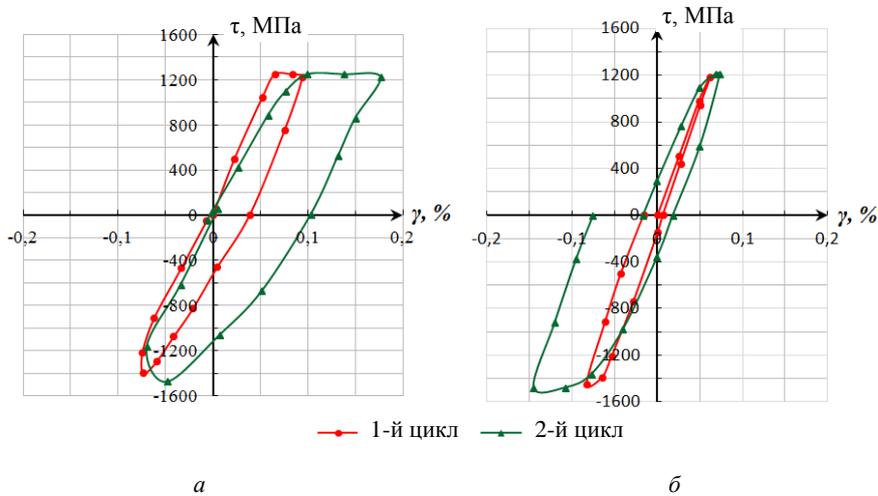


Рис. 5. Первый и второй цикл знакопеременного кручения, образец № 25: а – нижнее сечение; б – верхнее сечение

Fig. 5. The first and second cycles of the sign-variable torsion, samples № 25: а – the lower section; б – the upper section

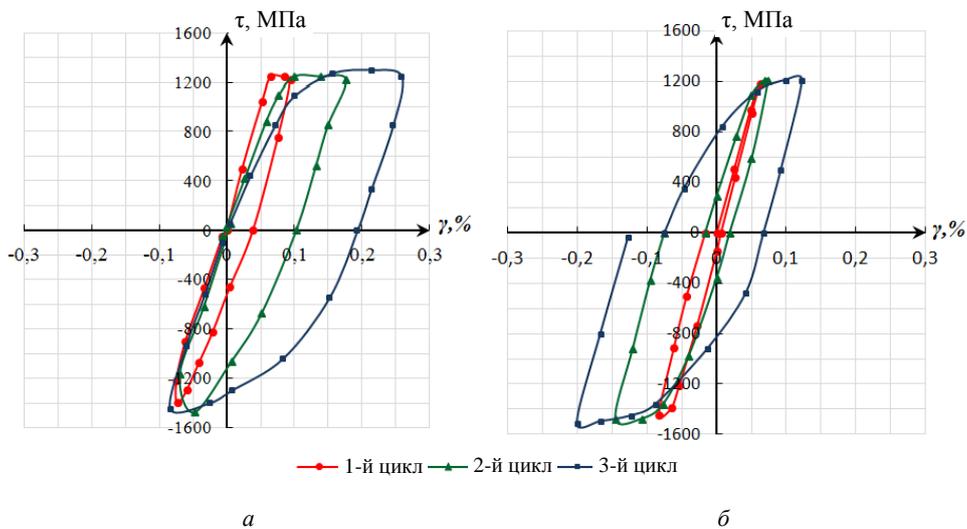


Рис. 6. Диаграммы при трех циклах, образец № 25: а – нижнее сечение; б – верхнее сечение

Fig. 6. Diagrams for three cycles, samples № 25: а – the lower section; б – the upper section

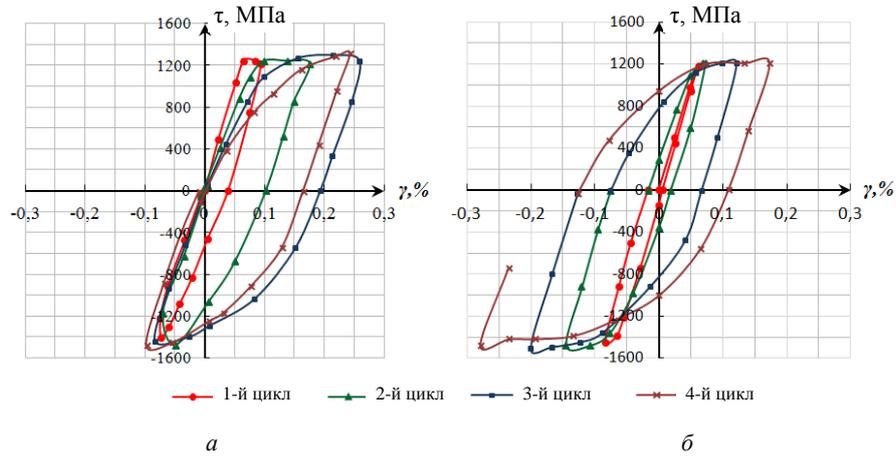


Рис. 7. Диаграммы при четырех циклах, образец № 25: а – нижнее сечение; б – верхнее сечение

Fig. 7. Diagrams for four cycles, samples № 25: a – the lower section; b – the upper section

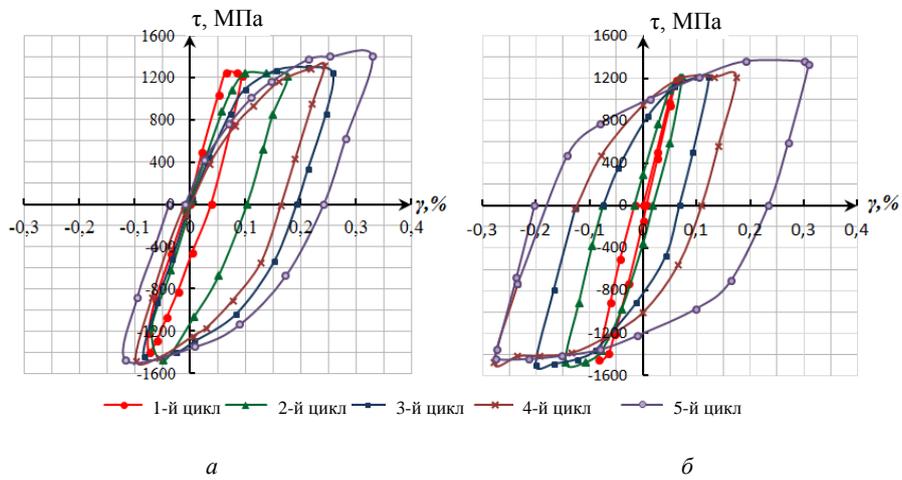


Рис. 8. Итоговые диаграммы знакопеременного кручения при пяти циклах, образец № 25:

а – нижнее сечение; б – верхнее сечение

Fig. 8. Final diagrams of the sign-variable torsion for five cycles, samples № 25:

а – the lower section; б – the upper section

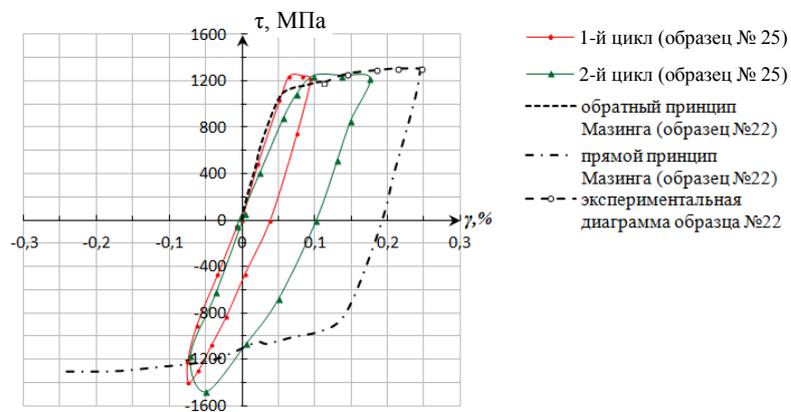


Рис. 9. Применение принципа Мазинга для образца № 25 (нижнее сечение)

Fig. 9. Application of the Masing's principle of samples No. 25 (the lower section)

При этом в верхнем сечении образование площадки текучести завершилось как в прямом, так и в обратном направлении (рис. 8, б). В этом состоянии на диаграммах деформации в прямом и обратном направлении (как в верхнем, так и в нижнем сечении) уровень напряжения примерно соответствует определению материала как циклически стабильного, но не соответствует такому определению, если судить по амплитуде деформации для нижнего сечения. Иначе говоря, многократное циклическое знакопеременное нагружение не ликвидирует полностью начальную анизотропию материала⁴.

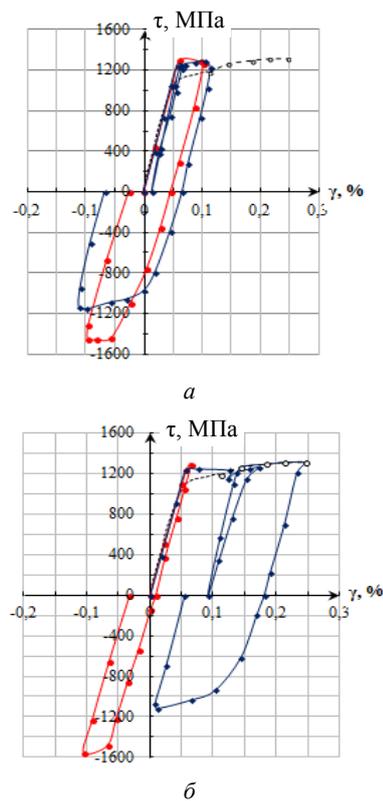
Тем не менее есть достаточное основание использовать обратный обобщенный [16] принцип Мазинга и для данного образца применительно к отображению «невидимой» диаграммы упрочнения на примере развития площадки текучести в нижнем сечении.

На рис. 9 представлены результаты применения к образцу №25 обратного и прямого принципа Мазинга, произведенные для образца №22. На полуциклах в прямом направлении при первых двух циклах знакопеременного кручения образца №25 картина диаграммы упрочнения подобна наблюдаемой для образца №22. При кручении в обратном направлении свойства материала для образца №25 несколько отличаются от свойств образца №22 в силу указанного выше циклического упрочнения в обратном направлении кручения.

4. Экспериментальные данные для образца № 11 и их анализ

На рис. 10 представлены диаграммы 1-го цикла знакопеременного кручения образца №11 в сопоставлении с подобными диаграммами для образца №22. Кроме того, в нижнем и верхнем сечениях показана диаграмма «скрытого» (под площадкой текучести) упрочнения, восстановленная по экспериментальным данным для образца №22 с использованием обратного принципа Мазинга. При этом площадка текучести при нагружении из исходного состояния у образца №11 произошла (в отличие от образца №22) в нижнем сечении, а в верхнем сечении этого образца только намечилось незначительное приращение пластической деформации. После разгрузки, при последующем кручении в противоположном направлении в обоих сечениях образца №11 приращение пластической деформации произошло при напряжении по модулю выше уровня напряжения в первоначальном (прямом) направлении. Это означает циклическое упрочнение материала данного образца в указанном направлении, и в этом состоит еще одно отличие его поведения от поведения образца №22 (как циклически стабильного при первом цикле нагружения).

⁴ Это объясняется наличием изотропной составляющей упрочнения [38]. На основе численных экспериментов по многократному (циклическому) деформированию показано, что с увеличением количества циклов практически исчезает площадка текучести [39].



—●— образец №11 (1 цикл) - - - - "скрытая" диаграмма упрочнения
—●— образец №22 (1 цикл) - · - · - экспериментальная диаграмма образца №22

Рис. 10. Сопоставление диаграмм деформации образцов №11 и №22 и скрытая диаграмма упрочнения: а – нижнее сечение; б – верхнее сечение

Fig. 10. A comparison of the deformation diagrams of samples No 11 and No 22 and the hidden hardening diagram: а – the lower section; б – the upper section

На рис. 11 представлены диаграммы деформации образца №11 при втором цикле знакопеременного кручения. На диаграмме для нижнего сечения в прямом направлении упрочнение достигло значения напряжения скрытой диаграммы упрочнения и ее экспериментального продолжения (по-прежнему отвечающего образцу № 22). В противоположном направлении возникла площадка текучести при указанном выше увеличенном по модулю напряжении по сравнению с напряжением в прямом направлении. Подобная описанной картина развития площадки текучести и упрочнения образца № 11 продолжилась и при третьем цикле знакопеременного кручения (рис. 12).

Примечание 2. На втором и третьем циклах кручения в прямом направлении наблюдался веер диаграмм упрочнения с понижением упрочнения при переходе от второго к третьему циклу. В конце третьего цикла в указанном направлении напряжение примерно совпадает с его значением при образовании обратного зуба текучести, зафиксированного при испытании образца №22 в момент завершения площадки текучести. После этого наблюдается одно и то же упрочнение материала образца. Этим, на наш взгляд, объясняется возникновение обратного зуба текучести.

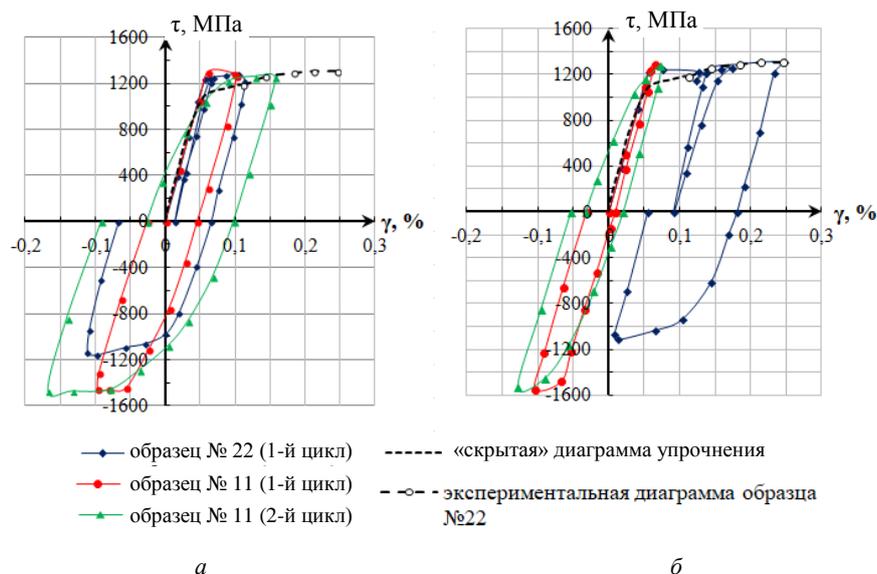


Рис. 11. Диаграммы деформации образца №11 при втором цикле нагружения в сопоставлении с диаграммами, представленными на рис. 10: *a* – нижнее сечение; *b* – верхнее сечение

Fig. 11. Diagrams of the deformation of sample No 11 during the second loading cycle in comparison with the diagrams shown in Fig. 10: *a* – the lower section; *b* – the upper section

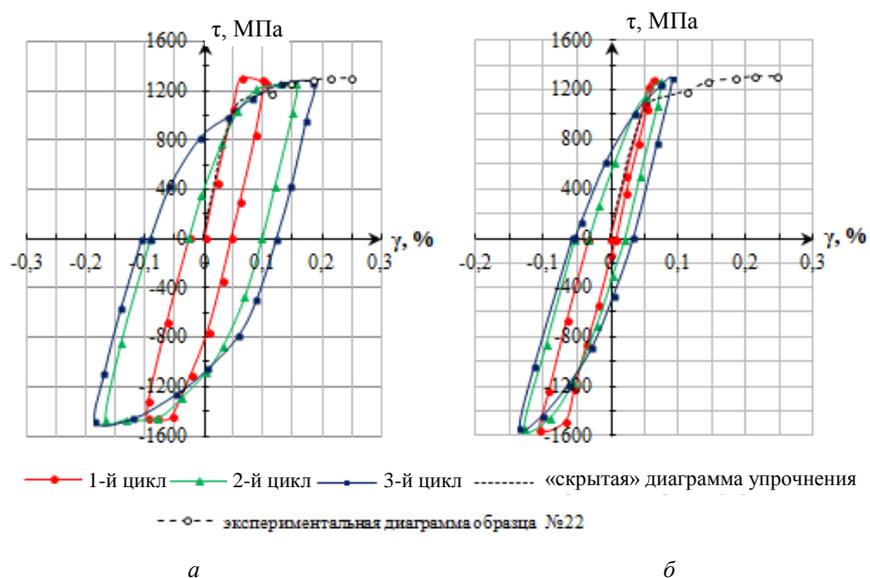


Рис. 12. Заключительные диаграммы знакопеременного кручения и расчетная диаграмма упрочнения, которая «скрыта» под площадкой текучести, образец № 11: *a* – нижнее сечение; *b* – верхнее сечение

Fig. 12. Final diagrams of the sign variable torsion and the calculated hardening diagram, which is "hidden" under the yield plateau; samples No. 11: *a* – the lower section; *b* – the upper section

Заключение

Представленные экспериментальные диаграммы знакопеременного кручения тонкостенной трубки и соответствующее применение принципа Мазинга позволили «восстановить» диаграмму упрочнения материала, которая скрыта под площадкой текучести, регистрируемой на диаграмме деформации при взаимодействии системы «образец – испытательная машина».

Полученный результат согласуется с ранее [2] сформулированным представлением, а именно: образование

зуба и площадки текучести, по существу, является результатом потери устойчивости однородной формы деформации напряженного до предела текучести стержня, материал которого разупрочняется только в момент перехода из упругого состояния в пластическое, а затем упрочняется с ростом пластических деформаций. В области, где практически мгновенно уменьшаются напряжения за счет появления пластических деформаций, возникает упругая разгрузка, которая со скоростью звука распространяется по упругой части стержня. Это создает высокие скорости деформации пластически деформи-

руемого слоя, примыкающего к упруго разгружающимся частям. При повышенной скорости деформаций указанной прослойки неупруго деформируемого материала в ней быстро достигается предел текучести. Затем возникают пластические деформации в соседних прослойках

материала, которые посылают на захваты машины импульсы разгрузки в виде упругих волн. Такие импульсы могут иметь слишком высокую частоту, чтобы вызвать заметные колебания захватов, которые в итоге практически не влияют на диаграмму деформации.

Библиографический список

1. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука; Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 744 с.
2. Леонов М.Я. Прочность и устойчивость механических систем. Актуальные задачи нелинейной механики (Гл. 8. Основы механики пластических материалов, в соавторстве с Б.А. Рычковым). – Фрунзе: Илим, 1987. – 280 с.
3. Иванова В.С., Встовский Г.В. Механические свойства металлов и сплавов с позиции синергетики // Итоги науки и техники. – М., 1990. – Т. 24. – С. 43–98.
4. Общая схема деформационного упрочнения поликристаллических ОЦК-металлов / В.И. Трефилов, В.Ф. Моисеев, Э.П. Печковский [и др.] // Докл. АН СССР. – 1985. – Т. 285, № 1. – С. 109–119.
5. Зуев Л.Б., Данилов В.И., Баранникова С.А. Физика макролокализации пластического течения. – Новосибирск: Наука, 2008. – 328 с.
6. Зуев Л.Б. Деформации Чернова–Людерса и Портевена–Ле Шателье в активных деформируемых средах различной природы // Прикладная механика и техническая физика. – 2017. – Т. 58, № 2. – С. 164–171.
7. Давиденков Н.Н. Избранные труды. Т. 2. Механические свойства материалов и методы измерения деформаций. – Киев: Наукова думка, 1981. 1) К вопросу о природе площадки текучести металлов (совм. с Э.И.Брайниным) [Физика твердого тела, 1953, т. 1]. – С. 129–132.
8. Давиденков Н.Н. Избранные труды. Т. 2. Механические свойства материалов и методы измерения деформаций. – Киев: Наукова думка, 1981. 2) К вопросу о механизме образования линий Людерса и о геометрии пластической деформации стальных образцов на площадке текучести (совместно с Э.И. Брайниным и Д.М. Васильевым) [Физика металлов и металлосведение, 1961, т. 11, вып. 3]. – С. 133–141.
9. Давиденков Н.Н. Некоторые проблемы механики материалов. – Л.: Ленингр. газ.-журн. и кн. изд-во, 1943. – 152 с.
10. Вакуленко И.А., Лисняк А.Г., Пирогов В.А. О срывах напряжения в области площадки текучести при растяжении углеродистой стали // Проблемы прочности. – Киев: Наукова думка, 1992. – № 1 (1271). – С. 10–13.
11. Особенности деформации на площадке текучести и зубчатого течения на стадии деформационного упрочнения трип-стали с использованием метода акустической эмиссии / В.Ф. Терентьев, В.В. Рошупкин, А.Г. Пенкин, А.К. Слизов // Деформация и разрушение материалов и наноматериалов: сб. материалов VII междунар. конф. Москва. 7-10 ноября 2017 г. – М.: ИМЕТ РАН, 2017. – С.100–103.
12. Вильдеман В.Э., Ломакин Е.В., Третьякова Т.В. Запаздывание текучести и пространственно-временная неоднородность пластического деформирования углеродистой стали // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2015. – № 4. – С. 56–67.
13. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954. – 648 с.
14. Криштал М.М. Неустойчивость и мезоскопическая неоднородность пластической деформации (аналитический обзор). Часть I. Феноменология зуба текучести и прерывистой текучести // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7, вып. 5. – С. 5–29.
15. Криштал М.М. Неустойчивость и мезоскопическая неоднородность пластической деформации (аналитический обзор). Часть II. Теоретические представления о механизмах неустойчивости пластической деформации // Физическая мезомеханика. – 2004. – Т. 7, вып. 5. – С. 31–45.
16. Москвитин В.В. Пластичность при переменных нагружениях. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1965. – 263 с.
17. Ленский В.С. Экспериментальная проверка основных постулатов общей теории упруго-пластических деформаций // Вопросы теории пластичности. – М.: Изд-во АН СССР, 1961. – С. 58–82.
18. Новожилов В.В. Об одном направлении в теории пластичности (замечание по поводу полемики Д.Д. Ивлева и В.С.Ленского) // Изв. АН СССР. ОТН. Механика и машиностр. – 1961. – № 3. – С. 175–181.
19. Новожилов В.В. И еще о постулате изотропии // Изв. АН СССР. – ОТН. Механика и машиностроение. – 1962. – № 1. – С. 205–208.
20. Швайко Н.Ю., Клышевич Ю.В., Рычков Б.А. Линейная анизотропно упрочняющаяся среда // Пластичность и хрупкость. – Фрунзе: Илим, 1967. – С. 3–55.
21. Zyczkowski M., Kurtyka T. Generalized Ilyshin's Spaces for a more Adequate Description of Plastic Hardening // Acta Mech. – 1984. – Vol. 52, no. 1-2. – P. 1–13.
22. Рычков Б.А. Постулат «инвариантности упрочнения» // Изв. АН Республики Кыргызстан. – 1991. – № 2. – С. 42–53.
23. Работнов Ю.Н., Суворова Ю.В. О законе деформирования металлов при одноосном нагружении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1972. – № 4. – С. 41–54.
24. Ломакин Е.В., Мельшанов А.Ф. Поведение малоуглеродистых сталей при растяжении // Изв. АН СССР. МТТ. – 1971. – № 4. – С. 150–158.
25. A study of plastic strain before and on the yield plateau of steel 08G2B by correlation of digital images. Part II. Functioning of flow channels and zones in them / V.M. Farber, O.N. Polukhina, D.I. Vichuzhanin, V.A. Khotinov, S.V. Smirnov // Metal Science and Heat Treatment. – 2019. – Vol. 61, no. 7-8. – P. 405–410.
26. Зубчанинов В.Г., Гультияев В.И., Зубчанинов Д.В. Экспериментальные исследования процессов сложного пластического деформирования материалов по траекториям типа веера // Проблемы прочности и пластичности. – 2005. – Вып. 67. – С. 14–19.
27. Лабибов Р.Р., Черняков Ю.А. Феноменологическая теория пластического течения на площадке текучести // Вестник Днепропетровского университета. Серия: Механика. – 2016. – Т. 24, № 5(20). – С. 99–107.
28. Балахонов Р.Р., Романова В.А. Численное моделирование термомеханического поведения сталей с учетом распространения полос Людерса // Прикладная механика и техническая физика. – 2007. – Т. 48, № 5. – С. 146–155.

29. Природа локализации пластической деформации твердых тел / В.Е. Панин, В.Е. Егорушкин, А.В. Панин, Д.Д. Моисеенко // Журнал технической физики. – 2007. – Т. 77, № 8. – С. 62–69.

30. Горбатенко В.В., Данилов В.И., Зуев Л.Б. Неустойчивость пластического течения: полосы Чернова–Людера и эффект Портевена–Ле Шателье // Журнал технической физики. – 2017. – Т. 87, № 3. – С. 372–377.

31. Klepaczko J. The strain rate behavior of iron in pure shear // Internat. J. Solids Structure. – 1969. – Vol. 5. – P. 533–548.

32. Юрченко Н.Н. Механические характеристики материала, обладающего площадкой текучести на диаграмме деформирования: дис. ... магистра техн. наук; Кыргызский технический университет им. И. Раззакова. – Бишкек, 2003.

33. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. – М.: Гос. изд. физ.-мат. лит., 1959. – 373 с.

34. Рычков Б.А., Ковригин В.А., Юрченко Н.Н. Деформационная анизотропия стали 45 // Прочность и разрушение материалов и конструкций: материалы 4-й междунар. науч. конф., 15-17 февраля 2005 г. – М., 2005. – С. 101–106.

References

1. Raboutnov Ju.N. Mehanika deformiruemogo tverdogo tela [Mechanics of a deformable solid]. Moscow, Nauka, Glavnaja redakcija fiziko-matematicheskoy literatury, 1979, 744 p.

2. Leonov M.Ja. Prochnost' i ustojchivost' mehanicheskikh sistem. Aktual'nye zadachi nelinejnoj mehaniki, (glava 8. Osnovy mehaniki plasticheskikh materialov, v soavtorstve s B.A. Rychkovym) [Strength and stability of mechanical systems. Actual problems of nonlinear mechanics, (Chapter 8. Fundamentals of mechanics of plastic materials, co-authored with B. A. Rychkov).]. Frunze, Izd-vo «Ilim», 1987, 280 p.

3. Ivanova V.S., Vstovskij G.V. Mehanicheskie svojstva metallov i splavov s pozicii sinergetiki [Mechanical properties of metals and alloys from the perspective of synergetics]. Moscow, Itogi nauki i tehniki., 1990, vol. 24, pp. 43-98.

4. Trefilov V.I., Moiseev V.F., Pechkovskij Je.P. i dr. Obshhaja shema deformacionnogo uprochnenija polikristallicheskikh OCK-metallov [General scheme of strain hardening of polycrystalline VCC-metals]. Dokl. AN SSSR, 1985, 285, no. 1, pp. 109-119.

5. Zuev L.B., Danilov V.I., Barannikova S.A. Fizika makrolokalizacii plasticheskogo techenija [Plastic flow macrolocalization physics]. Novosibirsk: Nauka, 2008, 328 p.

6. Zuev, L.B. Chernov-Luders and Portevin-Le Chatelier deformations in active deformable media of different nature. J Appl Mech Tech Phy, 2017, no. 58, pp. 328–334.

7. Davidenkov N.N. Izbrannye trudy. – T.2. Mehanicheskie svojstva materialov i metody izmerenija deformacij [Selected works. – Vol. 2. Mechanical properties of materials and methods for measuring deformation.]. Kiev, Naukova dumka, 1981. 1) K voprosu o prirode ploshhadki tekuchesti metallov [On the nature of the metal fluidity plateau]. I.(sovm.s Je.I.Brajninyim[Fizika tverdogo tela, t.1, 1953]. pp.129-132.

8. Davidenkov N.N. Izbrannye trudy. – T.2. Mehanicheskie svojstva materialov i metody izmerenija deformacij [Selected works. – Vol. 2. Mechanical properties of materials and methods for measuring deformation.]. – Kiev: Naukova dumka, 1981. 2) K voprosu o mehanizme obrazovanija linij Ljudersa i o geometrii plasticheskoy deformacii stal'nyh obrazcov na ploshhadke tekuchesti [On the mechanism of formation of Luders lines and the geometry of plastic deformation of steel samples at the yield plat-

35. Experimental studies of polyaxial stress – strain lows of plasticity / B. Budiansky, N.F. Dow, R.W. Peters, R.P. Shepherd // Proc. of the First U.S. Nat. Congr. of Appl. Mech. ASME. – 1951. – P. 503–512.

36. Mathematical modeling of the influence parameters during formation and propagation of the Lüders bands / T. Brlić, S. Rešković, S. Jurković, G. Janeš // Facta Universitatis. Series: Mechanical Engineering. – 2020. – Vol. 18, no. 4. – P. 595–610. DOI: 10.22190/FUME20041604

37. On the gradient of the yield plateau in structural carbon steels / A.J. Sadowki, J.M. Rotter, P.J. Stafford, T. Reinke, T. Ummerhofer // Journal of Constructional Steel Research. – 2017 – Vol. 130. – P. 120–130.

38. Леонов М.Я. Основные постулаты теории пластичности // Докл. АН СССР. – 1971. – Т. 199, № 1. – С. 51–54.

39. Трусов П.В., Волегов П.С. Определяющие соотношения с внутренними переменными и их применение для описания упрочнения в монокристаллах // Физическая мезомеханика. – 2009. – Т. 12, вып. 5. – С. 65–72.

eau] (sovmestno s Je.I. Brajninyim i D.M. Vasil'evym) [Fizika metallov i metallovedenie, 1961, t.11 vyp.3]. –S.133-141.

9. Davidenkov N.N. Nekotorye problemy mehaniki materialov[Some problems of material mechanics]. Leningrad, Leningr. gaz.-zhurn. i kn. izd-vo, 1943, 152 p.

10. Vakulenko I.A., Lisnjak A.G., Pirogov V.A. O sryvah naprjazhenija v oblasti ploshhadki tekuchesti pri rastjazhenii uglerodistoj stali [On stress failures in the area of the yield point during the stretching of carbon steel]. Kiev, Naukova dumka, Problemy prochnosti, 1992, no. 1 (1271), pp. 10-13.

11. Terent'ev V.F., Roshhupkin V.V., Penkin A.G. Slizov A.K. Osobennosti deformacii na ploshhadke tekuchesti i zubchatogo techenija na stadii deformacionnogo uprochnenija trip-stali s ispol'zovaniem metoda akusticheskoy jemissii [Features of deformation at the site of yield and gear flow at the stage of strain hardening of trip steel using the acoustic emission method]. Moscow, IMET RAN, Sbornik materialov VII Mezhdunarodnoj konferencii «Deformacija i razrushenie materialov i nanomaterialov», 2017, pp. 100-103.

12. Vil'deman V.Je., Lomakin E.V., Tret'jakova T.V. Zapazdyvanie tekuchesti i prostranstvennovremennaja neodnorodnost' plasticheskogo deformirovanija uglerodistoj stali [Yield lag and spatiotemporal inhomogeneity of plastic deformation of carbon steel]. Izvestija Rossijskoj akademii nauk. Mehanika tverdogo tela, 2015, no. 4, pp. 56-67.

13. Nadai A. Plastichnost' i razrushenie tverdyh tel [Plasticity and fracture of solids]. Moscow, Izd. Inostrannoj literatury, 1954, 648.

14. Krishtal M.M. Neustojchivost' i mezoskopicheskaja neodnorodnost' plasticheskoy deformacii (analiticheskij obzor). Chast' I. Fenomenologija zuba tekuchesti i preryvistoj tekuchesti [Instability and mesoscopic heterogeneity of plastic deformation (analytical review). Part I. Phenomenology of tooth fluidity and intermittent fluidity]. Fizicheskaja mezomehanika, 2004, vol. 7, iss. 5, pp. 5-29

15. Krishtal M.M. Neustojchivost' i mezoskopicheskaja neodnorodnost' plasticheskoy deformacii (analiticheskij obzor). Chast' II. Teoreticheskie predstavlenija o mehanizmah neustojchivosti plasticheskoy deformacii [Instability and mesoscopic heterogeneity of plastic deformation (analytical review). Part II. Theoretical concepts of the mechanisms of instabil-

ity of plastic deformation]. *Fizicheskaja mezomehanika*, 2004, vol. 7, iss. 5, pp. 31-45

16. Moskvitin V.V. Plastichnost' pri peremennyh nagruzenijah [Ductility under variable loads]. *Moscow, Izd-vo Moskovskogo universiteta*, 1965, 263 p.

17. Lenskij V.S. Jeksperimental'naja proverka osnovnyh postulatov obshhej teorii uprugo-plasticheskikh deformacij [Experimental verification of the main postulates of the general theory of elastic-plastic deformations]. *Moscow, Izd-vo AN SSSR*, 1961, pp. 58-82.

18. Novozhilov V.V. Ob odnom napravlenii v teorii plastichnosti. (zamechanie po povodu polemiki D.D. Ivleva i V.S. Lenskogo) [On one direction in the theory of plasticity. (note on the polemics of D. D. Ivlev and V. S. Lensky)]. *Izv. AN SSSR. OTN. Mehanika i mashinost.*, 1961, no. 3, pp.175-181.

19. Novozhilov V.V. I eshhe o postulate izotropii [And more about the postulate of isotropy]. *Izv. AN SSSR, OTN. Mehanika i mashinostroenie*, 1962, no. 1, pp. 205-208.

20. Shvajko N.Ju., Klyshevich Ju.V., Rychkov B.A. Linejnaja anizotropno uprochnjajushhajasja sreda [Linear anisotropically hardening medium]. *Sb. Plastichnost' i hrupkost', Frunze: Ilim*, 1967, pp. 3-55.

21. Zyczkowski M., Kurtyka T. Generalized Ilyshin's Spases for a more Adequate Description of Plastic Hardening. *Acta Mech*, 1984, 52/1-2, pp.1-13.

22. Rychkov B.A. Postulat «invariantnosti uprochnenija» [The postulate of "invariance strain-hardening"], *Izvestija AN Respubliki Kyrgyzstan*, 1991, no. 2, pp. 42-53.

23. Rabotnov Ju.N., Suvorova Ju.V. O zakone deformirovanija metallov pri odnoosnom nagruzenii [On the law of deformation of metals under uniaxial loading]. *Izv. AN SSSR. MTT*, 1972, no. 4, pp. 41-54.

24. Lomakin E.V., Mel'shanov A.F. Povedenie malouglerodistyh stalej pri rastjazhenii [Tensile behavior of low-carbon steels]. *Izv. AN SSSR. MTT*, 1971, no. 4, pp. 150-158.

25. Farber V.M., Polukhina O.N., Vichuzhanin D.I., Khotinov V.A., Smirnov S.V. A study of plastic strain before and on the yield plateau of steel 08G2B by correlation of digital images. Part II. Functioning of flow channels and zones in them. *Metal science and heat treatment*, 2019, vol. 61, no. 7-8, pp. 405-410.

26. Zubchaninov V.G., Gul'tjaev V.I., Zubchaninov D.V. Jeksperimental'nye issledovanija processov slozhnogo plasticheskogo deformirovanija materialov po traektorijam tipa veera [Experimental studies of the processes of complex plastic deformation of materials along the trajectories of the fan type]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2005, iss. 67, pp. 14-19.

27. Labibov R.R., Chernjakov Ju.A. Fenomenologicheskaja teorija plasticheskogo techenija na ploshhadke tekuchesti [Phenomenological theory of plastic flow at the yield plateau]. *Vestnik*

Dnepropetrovskogo universiteta. Serija: Mehanika, 2016, no. 5, vol. 24, iss. 20, pp.99-107.

28. Balokhonov, R.R., Romanova, V.A. Numerical modeling of the thermomechanical behavior of steels with allowance for the propagation of Luders bands. *J Appl Mech Tech Phys*. 2007, no. 48, pp. 743-750.

29. Panin, V.E., Egorushkin, V.E., Panin, A.V. *et al.* On the nature of plastic strain localization in solids. *Tech. Phys.* 52, 2007, pp. 1024-1030.

30. Gorbatenko, V.V., Danilov, V.I. & Zuev, L.B. Plastic flow instability: Chernov-Lüders bands and the Portevin-Le Chatelier effect. *Tech. Phys*, 2017, no. 62, pp. 395-400.

31. Klepaczko J. The strain rate behavior of iron in pure shear. *Internat. J. Solids Structure*, 1969, vol. 5, pp.533-548.

32. Jurchenko N.N. Mehanicheskie karakteristiki materiala, obladajushhego ploshhadkoj tekuchesti na diagramme deformirovanija [Mechanical characteristics of a material with a yield plateau in the deformation diagram]/Dissertacija na soiskanie uchenoj stepeni magistra tehnic.nauk. Rukovoditel':d.f.-m.n., prof. Rychkov B.A. Special'nost': E.33 – *Prikladnaja mehanika. KTU im. I. Razzakova, Bishkek*, 2003.

33. Il'jushin A.A., Lenskij V.S. Soprotivlenie materialov [Resistance of materials]. *Moscow, Fizmatgiz*, 1959, 373 p.

34. Rychkov B.A., Kovrigin V.A., Jurchenko N.N. Deformacionnaja anizotropija stali 45 [Deformation anisotropy of steel 45]. *Materialy 4-j Mezhdunarodnoj nauchnoj konferencii «Prochnost' i razrusheni e materialov i konstrukcij», 15-17 fevralja 2005 g., Prilozhenie №1 k zhurnalu Rossijskoj Akademii Estestvoznaniija «Sovremennye naukoemkie tehnologii»*, Moscow, 2005, pp. 101-106.

35. Budiansky B., Dow N.F., Peters R.W., shepherd R.P. Experimental studies of polyaxial stress – strain lows of plasticity. *Pros. Of the First U.S. Nat. Congr. of Appl. Mech., ASME*, 1951, pp. 503-512.

36. Brlić, T., Rešković, S., Jurković, S., Janeš, G. Mathematical modeling of the influence parameters during formation and propagation of the Lüders bands. *Facta Universitatis. Series: Mechanical Engineering*, 2020, vol. 18, no. 4, pp. 595-610. DOI: 10.22190/FUME20041604

37. Adam J. Sadowki, J. Michael Rotter, Peter J. Stafford, Thomas Reinke, Thomas Ummenhofer On the gradient of the yield plateau in structural carbon steels. *Journal of Constructional Steel Research*, 2017, 130, pp. 120-130.

38. Leonov M.Ja. Osnovnye postulatory teorii plastichnosti [The main postulates of the theory of plasticity]. *Dokl. AN SSSR*, 1971, vol. 199, no. 1, pp. 51-54.

39. Trusov, P.V., Volegov, P.S. Internal variable constitutive relations and their application to description of hardening in single crystals. *Physical Mesomechanics*, 2010, 13 (3-4), pp. 152-158.