

Кондратьев Н.С., Трусов П.В., Подседерцев А.Н. Многоуровневая модель поликристаллов: применение к оценке влияния текстуры и разориентации зерен на величину критической деформации инициации динамической рекристаллизации // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2021. – № 4. – С. 83–97. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.4.09

Kondratev N.S., Trusov P.V., Podsedertsev A.N. Multilevel model of polycrystals: application to assessing the effect of texture and grains misorientation on the critical deformation of the dynamic recrystallization initiation. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2021, no. 4, pp. 83-97. DOI: 10.15593/perm.mech/2021.4.09



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2021

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2021.4.09

УДК 539.3

МНОГОУРОВНЕВАЯ МОДЕЛЬ ПОЛИКРИСТАЛЛОВ: ПРИМЕНЕНИЕ К ОЦЕНКЕ ВЛИЯНИЯ ТЕКСТУРЫ И РАЗОРИЕНТАЦИИ ЗЕРЕН НА ВЕЛИЧИНУ КРИТИЧЕСКОЙ ДЕФОРМАЦИИ ИНИЦИАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ РЕКРИСТАЛЛИЗАЦИИ

Н.С. Кондратьев, П.В. Трусов, А.Н. Подседерцев

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 4 ноября 2021 г.
Принята: 27 ноября 2021 г.
Опубликована: 30 декабря 2021 г.

Ключевые слова:

динамическая рекристаллизация, многоуровневые физически-ориентированные модели, неупругое деформирование, эволюция дефектной и зеренной структуры, угол взаимной разориентации зерен, текстура, запасенная энергия.

АННОТАЦИЯ

Современное состояние конститутивных моделей материалов и развитие вычислительной техники дают возможность численно реализовать комплексные многоуровневые модели, позволяющие описывать текущее состояние и эволюцию структуры материала. Модели данного класса позволяют осуществить постановку и решение задач оптимального управления процессами обработки металлов давлением с целью формирования требуемых эксплуатационных характеристик готовых изделий и их заготовок. Для решения этой проблемы в рамках настоящей работы применена разработанная многоуровневая модель для описания термомеханической обработки поликристаллических материалов. Модель основана на подходе с введением внутренних переменных, в котором в явном виде рассматриваются носители и физические механизмы процессов горячей интенсивной пластической деформации. При температурах деформирования порядка и выше 0,5 гомологической особое влияние на формирование и изменение зеренной и дефектной структуры материала оказывает процесс рекристаллизации. В работе рассматривается задача определения критической деформации инициации динамической рекристаллизации в зависимости от взаимной разориентации соседних зерен и текстуры материала. Для этого с применением многоуровневой модели проводятся численные эксперименты по описанию двух этапов неупругого деформирования. На первом этапе рассматривается холодное неупругое деформирование простым сдвигом и сжатием, приводящее к формированию соответствующей текстуры. На втором этапе рассматривается одноосное горячее растяжение. Исходное распределение кристаллографической разориентации зерен полагается равномерным. Рассматриваются два варианта взаимной разориентации зерен с предписанными повышенными и пониженными значениями средних углов разориентации. Процесс рекристаллизации в явном виде не моделируется, в представленном виде модель предназначена для оценки критической степени деформации инициации рекристаллизации. Показано, что наибольшее влияние на критическую деформацию имеет взаимная разориентация зерен нежели текстура. Увеличение угла взаимной разориентации зерен способствует более раннему началу процесса динамической рекристаллизации. Формирование деформационной текстуры приводит к уменьшению угла взаимной разориентации зерен и, соответственно, к уменьшению интенсивности динамической рекристаллизации. Несмотря на это, с ростом деформации движущая сила динамической рекристаллизации – среднее значение разности запасенной энергии – увеличивается, что приводит к ее реализации.

© ПНИПУ

© Кондратьев Никита Сергеевич – к.ф.-м.н., зав. лаб., e-mail: kondratevns@gmail.com, ID: 0000-0002-0261-3017
Трусов Петр Валентинович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.
Подседерцев Андрей Николаевич – м.н.с., e-mail: stevenmoore@yandex.ru, ID: 0000-0001-8987-7770.

Nikita S. Kondratev – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Head of Laboratory, e-mail: kondratevns@gmail.com, ID: 0000-0002-0261-3017.

Peter V. Trusov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.

Andrej N. Podsedertsev – Junior Researcher, e-mail: stevenmoore@yandex.ru, ID: 0000-0001-8987-7770.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

MULTILEVEL MODEL OF POLYCRYSTALS: APPLICATION TO ASSESSING THE EFFECT OF TEXTURE AND GRAINS MISORIENTATION ON THE CRITICAL DEFORMATION OF THE DYNAMIC RECRYSTALLIZATION INITIATION

N.S. Kondratev, P.V. Trusov, A.N. Podsedertsev

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 04 November 2021
Accepted: 27 November 2021
Published: 30 December 2021

Keywords:

dynamic recrystallization, multilevel physically oriented models, inelastic deformation, defect and grain structure evolution, angle of grains mutual misorientation, texture, stored energy.

ABSTRACT

The current state of materials constitutive models and the computer technology development make it possible to numerically implement complex multilevel models that allow describing the material structure evolution. In this regard, it is possible to formulate optimal control problem for metal forming processes in order to create the required performance characteristics of finished products and their ingots. To solve this problem in this study, the effective multilevel modeling approach is used to describe the thermomechanical treatment of polycrystalline materials. The model is based on this approach with the introduction of internal variables, in which the carriers and physical mechanisms of the processes of hot intense plastic deformation are explicitly considered. At deformation temperatures order of 0.5 homologous and above, recrystallization process have a special effect on the formation and change of the grain and defect material structure. The paper considers the problem of determining the critical deformation of dynamic recrystallization initiation, that depending on the material texture and the mutual misorientation of neighboring grains. Numerical experiments of the multilevel model are used to simulate two stages of inelastic deformation for this purpose. At the first stage, cold inelastic deformation by simple shear and compression is considered, that leading to the formation of a corresponding texture. At the second stage, uniaxial hot tension deformation is considered. The initial distribution of crystallographic grain orientation is assumed to be uniform. Two variants of the grains mutual misorientation with the prescribed increased and decreased values of the average misorientation angles are considered. The recrystallization process is not explicitly modeled. The current model is intended to assess the recrystallization critical deformation. It is shown that the mutual misorientation of grains, rather than texture, has the most influence on the critical deformation. An increase in the angle of grains mutual misorientation contributes to an earlier start of the dynamic recrystallization process. The formation of a deformation texture leads to a decrease in the angle of mutual misorientation, and, accordingly, to a decrease in dynamic recrystallization intensity. Despite this, with an increase of deformation, the driving force of recrystallization (the average value of the difference of stored energy between neighbor grains) is increases, which leads to the implementation of dynamic recrystallization.

© PNRPU

Введение

Применение традиционных методов обработки поликристаллических материалов давлением, таких как прокатка, прессование, волочение, ковка, экструзия и др., остается актуальным на сегодняшний день. Интенсивная пластическая деформация приводит к значительному увеличению плотности дислокаций в объеме и на границах зерен поликристаллов [1–4]. Это, в свою очередь, является причиной перехода рассматриваемой системы (поликристалла) в термодинамически нестабильное состояние [5–6], увеличения напряжений, необходимых для продолжения деформации, и возможного разрушения [7–8]. Как правило, отмеченные выше процессы обработки металлов реализуются при повышенных гомологических температурах [9–12] или являются многостадийными, состоящими из последовательности операций формования с промежуточными стадиями отжига [6, 13]. Обработка металлов при повышенных температурах сопровождается соответствующими процессами на мезо- и микроуровне, которые стремятся снизить плотность дефектов и уменьшить свободную энергию материала [6, 14–15].

Основными процессами изменения микроструктуры при горячем деформировании, ведущими в том числе к разупрочнению, являются динамический возврат и динамическая рекристаллизация [6, 14–16]. Динамический возврат проходит при относительно низких температурах, вплоть до комнатной, и отвечает за процессы формирования малоугловых границ и их эволюции. В процессе рекристаллизации происходит формирование и эволюция высокоугловых границ, их миграция [15, 17]. Наиболее значимыми с точки зрения изменения структуры и механических макросвойств являются процессы динамической рекристаллизации [6, 13–14, 16]. Основная движущая сила первичной рекристаллизации – разность запасенной энергии между соседними зернами [6, 13–17]. На начальной стадии пластического деформирования основным фактором, определяющим запасенную на дефектах энергию в зерне, является увеличение плотности дислокаций по активным системам и их взаимодействие [18–19]. Активация систем скольжения зависит от ориентации кристалла относительно осей обработки материала. Взаимодействие дислокаций определяется как внешними параметрами воздействий (температурой, скоростью де-

формирования и др.), так и характеристиками материала (типом решетки, энергией дефекта упаковки) и начальным состоянием его структуры [6, 18]. Поскольку основной причиной первичной рекристаллизации является разность накопленных энергий соседствующих кристаллитов, то помимо распределения ориентаций зерен другим существенным фактором является взаимная ориентация соседних зерен.

Прямая зависимость между текущим состоянием структуры и макрохарактеристиками поликристаллов подтверждена множеством экспериментальных данных [4, 6, 13, 20]. Хорошо известно, что в результате интенсивной горячей пластической деформации происходит существенное изменение (обычно измельчение) зеренной структуры, которое во многом определяется процессом динамической рекристаллизации [6, 14]. Для многих эффективных механических свойств поликристаллического материала (упругих, пластических, ползучести, твердости, усталости и ряда других) определяющее значение имеет зеренная структура (форма и размеры зерен) и текстура материала [21–25]. Формирование равноосных зерен и их измельчение в процессе рекристаллизации способствует реализации межзеренного скольжения и переходу материала в режим структурной сверхпластичности [26–28], которое обеспечивает достижение аномально больших деформаций при почти постоянных значениях напряжений. Отмеченное выше подчеркивает актуальность исследования динамической рекристаллизации в качестве как отдельного, так и аккомодационного процесса (например, при реализации деформирования в режиме структурной сверхпластичности).

Следовательно, актуальной проблемой является формулировка конститутивной модели поликристаллического материала, в основу которой положено явное физическое описание процессов различных структурно-масштабных уровней (включая рекристаллизацию). Для решений этой задачи эффективным инструментом являются многоуровневые модели с внутренними переменными [19]. Многоуровневые модели можно разделить на два основных типа – прямые и статистические [29–30]. Для прямых моделей характерным является пространственное рассмотрение полевых величин (напряжений, деформаций и других внутренних переменных) для каждого кристаллита (зерна, субзерна, фрагмента), входящего в рассматриваемый представительный макрообъем, с учетом его ориентации, формы и границ. Статистические модели рассматривают представительный макрообъем материала («макроточку») как совокупность отдельных зерен, объединяемых в поликристаллический агрегат гипотезой связи (Фойгта, Рейса, Крёнера). Прямые модели обладают большей точностью, при этом являются более ресурсоемкими по сравнению со статистическими. В данной работе в рамках многоуровневого подхода рассматривается расширенная статистическая модель неупругого деформирования, где явно учитывается состояние соседних зерен посредством учета их контакта по сопрягающимся гра-

ницам. Целью работы является исследование влияния формируемой текстуры в процессе пластического деформирования и взаимной разориентации соседних зерен на величину критической деформации начала динамической рекристаллизации с использованием статистической модели неупругого деформирования.

1. Прерывистая динамическая рекристаллизация

В процессе пластической деформации при повышенных температурах формируются практически бездефектные (малодефектные) зерна, которые в дальнейшем увеличивают свой объем за счет окружающих более дефектных зерен [6, 13–17]. В результате этого процесса, носящего название динамической рекристаллизации, образуется новая зеренная структура с низкой плотностью дефектов (дислокаций) при полной или частичной замене исходных зерен. В случае предварительной холодной деформации и последующего нагрева при отсутствии силовых воздействий также происходит процесс изменения зеренной и дефектной структуры материала, названный статической рекристаллизацией [6, 13–17]. Между процессами статической и динамической рекристаллизации есть фундаментальное отличие, которое заключается в том, что при статической рекристаллизации после деформационного упрочнения происходит резкий переход из метастабильного состояния в относительно стабильное состояние, соответствующее температуре проведенного отжига [5–6]. Такой переход аналогичен фазовому переходу. При динамической рекристаллизации и высоких степенях деформации происходит переход к установившемуся динамическому равновесию микроструктуры при сохраняющемся среднем уровне свободной энергии системы.

Динамическую рекристаллизацию обычно разделяют на два типа – прерывистая и непрерывная динамическая рекристаллизация [6, 13–14, 16–17]. Некоторые исследователи выделяют в отдельный тип геометрическую рекристаллизацию [15]. В материалах с низкой энергией дефекта упаковки, где затруднены процессы возврата, происходит образование зародышей гетерогенным путем. В этом случае могут быть четко разделены стадии образования зародышей рекристаллизации и их последующий рост. Эта рекристаллизация носит название прерывистой или классической [5–6]. В материалах с высокой энергией дефекта происходит образование ячеистой структуры (с формированием соответствующих малоугловых границ) в результате активного действия процесса динамического возврата. В дальнейшем малоугловые границы переходят в высокоугловые эволюционным путем. В этом случае процесс рекристаллизации происходит гомогенно (однородно) таким образом, что явно не выделяются стадии образования и роста новых зерен, в силу чего для такой рекристаллизации применяется термин непрерывная. При этом не всегда удается четко провести раздел между данными типами прерывистой или непрерывной рекристаллиза-

ции [5, 15]. Оба типа рекристаллизации имеют сходные черты и могут происходить одновременно, дополняя друг друга, или последовательно. Более того, в зависимости от параметров воздействия для рассматриваемого материала может наблюдаться переход между различными типами рекристаллизации [31]. Для выявления реализуемого типа рекристаллизации в экспериментальных исследованиях применяется методика дифракции отраженных электронов (англ. сокращ. EBSD) [6, 17].

Предметом исследования в данной работе является прерывистая динамическая рекристаллизация. Данный тип рекристаллизации является наиболее характерным для широкого класса поликристаллических материалов: меди, никеля, аустенитных сталей, некоторых сплавов алюминия и др. [5–6, 15]. В этом случае на ранней стадии горячей пластической деформации образуются бездефектные зародыши, которые поглощают более дефектные соседние зерна. Такие зародыши рекристаллизации не образуются в результате случайных флуктуаций, как в случае фазовых переходов, и имеют характерный размер порядка микрометров [6]. Основной и широко принятый для большинства металлов механизм образования зародышей для прерывистой динамической рекристаллизации основан на движении («выгибании», «вздутии») участков границ зерен, ассоциированных с субзернами, которые исходно существовали в поликристалле [32–35]. Это явление впервые было исследовано Бекон и Сперри [36]. Критерий образования новых рекристаллизованных зерен сформулирован Бейли и Хиршем [37]. Согласно этому критерию уменьшение локальной объемной энергии за счет устранения дефектов должно быть больше увеличения межзеренной энергии в результате увеличения площади границы при ее перемещении. В этом случае преимуществом к росту будут обладать зародыши рекристаллизации (субзерна) большего размера.

При высокотемпературном неупругом деформировании прерывистая динамическая рекристаллизация отражается на диаграмме нагружения [5–6, 14, 17]. Ее характерный вид с одиночными или множественными пиками показан на рис. 1. Характерными параметрами диаграммы являются: 1) критическая деформация ε_c , до достижения которой динамическая рекристаллизация не инициируется; 2) максимальное значение напряжений σ_{\max} и деформация ε_{\max} (соответствует локальному, неустойчивому динамическому равновесию между процессами упрочнения и разупрочнения); 3) стационарное значение напряжений σ_s и деформация ε_s (соответствует началу стационарного участка на диаграмме нагружения). Основными параметрами воздействий, определяющих эволюцию структуры, являются температура испытания θ и скорость деформирования \mathbf{d} . Как правило, для большинства материалов характерно, что при повышении температуры и уменьшении скорости деформации число пиков на диаграмме нагружения увеличивается (рис. 1, а) [5–6, 14, 17]. Основным параметром структуры, влияющим на вид диаграммы, является начальный средний размер зерен d_0 . Значения d_0 выше

критического (при фиксированных параметрах θ и \mathbf{d} из диапазона реализации рекристаллизации) будут приводить к одиночному пику на диаграмме, ниже – к множественному (рис. 1, б) [38–39].

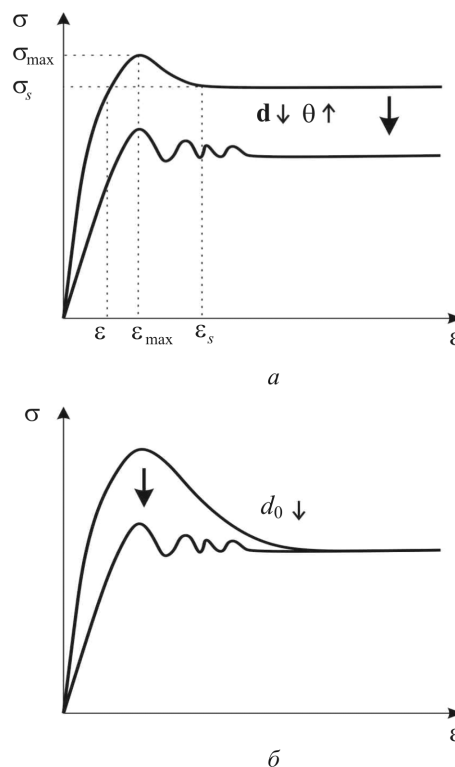


Рис. 1. Схема влияния температуры θ , скорости деформирования \mathbf{d} (а) и начального среднего размера зерен d_0 (б) на характерный вид диаграммы нагружения при реализации прерывистой динамической рекристаллизации

Fig. 1. Scheme of the influence of temperature θ , strain rate \mathbf{d} (a) and initial average grain size d_0 (b) on the loading diagram characteristic form in discontinuous dynamic recrystallization

В литературе широко освещена проблема влияния θ , \mathbf{d} и d_0 на напряженно-деформированное состояние или вид диаграммы нагружения [6, 14]. С другой стороны, более детальное обсуждение требует проблема определения критической величины интенсивности деформаций ε_c и влияния на нее структурно значимых параметров, описывающих состояние поликристаллического материала. Проведенный предварительный анализ имеющихся данных показывает, что на ε_c основное влияние должны оказывать углы взаимной разориентации между соседними зернами и текстура поликристалла. В связи с этим с применением многоуровневого моделирования неупругого деформирования предлагается более детальное рассмотрение этой проблемы.

2. Подходы и методы моделирования динамической рекристаллизации, постановка численного эксперимента

Для моделирования динамической рекристаллизации существует множество подходов и методов. Наиболее упрощенными для исследования рекристаллизации

являются модели макрофеноменологического типа. В таких моделях рассматривается эмпирическое описание доли рекристаллизованного материала, в основу которого положено кинетические соотношения типа Джонсона – Мела – Авраами – Колмогорова (англ. – Johnson – Mehl – Avrami – Kolmogorov, сокращ. ЖМАК) [40–41]. Для моделирования напряженно-деформированного состояния применяются зависимости (как правило, степенного типа) напряжений (или скорости напряжений) от параметров воздействия (температуры, скорости деформации). В феноменологических соотношениях часто применяется параметр Зинера – Холломо-на Z , включающий в себя скорость деформирования и температуру [40, 42]. В моделях данного класса в зависимости от сложности нагружения может потребоваться введение в рассмотрение нескольких экспериментально установленных функций, а при моделировании многоэтапных процессов также могут потребоваться данные об изменении значений параметров модели. Развитием подхода ЖМАК являются модели, которые учитывают дополнительных характеристики зеренной структуры – размеры и форму зерен, положение межзеренной границы [43–44]. Существуют модификации ЖМАК-моделей, основанные на вероятностном подходе, как правило, с использованием метода Монте-Карло [45–46].

Другим наиболее развитым является физический подход, включающий явное рассмотрение эволюции структуры материала [6, 19]. В этом случае применяются физически обоснованные модели прерывистой динамической рекристаллизации. В рамках данного класса моделей вводятся переменные и параметры, характеризующие структуру материала, причины образования зародышей рекристаллизации и миграции межзеренных границ. Вследствие этого такие модели могут быть использованы для описания формирования требуемой структуры материала и являются актуальными для металлургической и обрабатывающей отраслей. В рамках физического подхода существуют несколько типов моделей. Созданы самосогласованные [47–48] и прямые [49–50] физические модели, включающие описание динамической рекристаллизации. Прямые модели, для численной реализации ориентированные на использование метода конечных элементов (МКЭ), можно разделить на два типа. В моделях первого типа рассматриваются в явном виде форма и размеры зеренной структуры, в силу ограниченности вычислительных ресурсов они не применимы для описания конструкций и деталей, но для анализа эволюции внутренней структуры являются весьма эффективным инструментом. При описании рекристаллизации в моделях первого типа одной из основных проблем является описание зеренной структуры, которая существенно эволюционирует в ходе горячей пластической деформации. Для этой цели используются несколько подходов: 1) метод Монте – Карло; 2) метод клеточных автоматов; 3) метод фазового поля; 4) метод заданного уровня (англ. – level set method);

5) метод, основанный на теории графов [6]. Прямые модели второго типа, при вычислении отклика в точках интегрирования использующие статистические подмодели, применяются для определения отклика материала на макроуровне (уровне реальных конструкций), при этом учитывая в явном виде структуру материала.

В рамках настоящего исследования рассматривается расширенная физическая статистическая модель для анализа неупругого поведения представительного объема поликристалла. Как сказано выше, исследуется неупругое деформирование с позиций анализа начальной стадии образования зародышей рекристаллизации, влияния на нее взаимной ориентации соседних зерен и текстуры. Проблема явного моделирования рекристаллизации является актуальной, но выходит за рамки рассматриваемого исследования. Полную постановку задачи описания деформирования представительного макрообъема поликристаллического металла на основе двухуровневой статистической модели можно найти в [19]. Математическая формулировка модели для отдельного зерна, рассматриваемого как элемент мезоуровня, содержит следующие соотношения:

$$\mathbf{\kappa}^{cr} = \mathbf{\Pi} : \left(\hat{\nabla} \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega} - \mathbf{z}^{in} \right), \quad (1)$$

$$\mathbf{z}^{in} = \sum_{k=1}^K \dot{\gamma}^{(k)} \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)}, \quad (2)$$

$$\boldsymbol{\tau}^{(k)} = \mathbf{b}^{(k)} \mathbf{n}^{(k)} : \boldsymbol{\kappa}, \quad (3)$$

$$\dot{\gamma}^{(k)} = \dot{\gamma}_0 \left(\frac{\boldsymbol{\tau}^{(k)}}{\boldsymbol{\tau}_c^{(k)}} \right)^m H \left(\boldsymbol{\tau}^{(k)} - \boldsymbol{\tau}_c^{(k)} \right), \quad (4)$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_c^{(k)} = \dot{\boldsymbol{\tau}}_{cs}^{(k)} + \dot{\boldsymbol{\tau}}_{cgb}^{(k)}, \quad (5)$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_{cs}^{(k)} = \sum_{l=1}^{N_s} h^{(kl)} \dot{\gamma}^{(l)}, \quad (6)$$

$$h^{(kl)} = \left[q_{lat} + (1 - q_{lat}) \delta^{(kl)} \right] h^{(l)}, \quad (7)$$

$$h^{(l)} = h_0 \left| 1 - \boldsymbol{\tau}_c^{(l)} / \boldsymbol{\tau}_{sat} \right|^a,$$

$$\dot{\boldsymbol{\tau}}_{cgb}^{(k)} = \eta \sum_{j=1}^{N_f} \frac{S_j}{S} \sum_{s=1}^{N_s} \xi^{(s,j)} \dot{\gamma}^{(s)} \boldsymbol{\tau}_{bs}^{(k,s)}, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\omega} = \dot{\boldsymbol{o}} \cdot \boldsymbol{o}^T = \mathbf{I} \times (\mathbf{k}_3 \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 - \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_3 + \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \mathbf{k}_3) : \mathbf{l}^e, \quad (9)$$

$$\mathbf{z}^e = \mathbf{z} - \mathbf{z}^{in}, \quad (10)$$

$$\dot{\boldsymbol{\epsilon}}_{st} = \boldsymbol{\alpha} \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{z}^{in} = \boldsymbol{\alpha} \frac{D}{\dot{\rho}} \boldsymbol{\kappa} : \mathbf{z}^{in}. \quad (11)$$

Соответствующие начальные условия имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \mathbf{\kappa} \Big|_{t=0} &= \mathbf{\kappa}_0, \quad \boldsymbol{o} \Big|_{t=0} = \boldsymbol{o}_0, \\ \boldsymbol{\tau}_{cs}^{(k)} \Big|_{t=0} &= \boldsymbol{\tau}_{cs0}^{(k)}, \quad \boldsymbol{\tau}_{csw}^{(k)} \Big|_{t=0} = \boldsymbol{\tau}_{csw0}^{(k)}, \quad \boldsymbol{\gamma}_s^{(k)} \Big|_{t=0} = \boldsymbol{\gamma}_{s0}^{(k)}, \end{aligned} \quad (12)$$

Связи переменных мезоуровня с переменными макроуровня (передача сверху вниз) осуществляется с применением расширенной гипотезы Фойгта:

$$\mathbf{I} = \hat{\nabla} \mathbf{v}^T = \hat{\nabla} \mathbf{V}^T = \mathbf{L}. \quad (13)$$

Выше использованы следующие обозначения: $\mathbf{k} = \frac{\rho}{\hat{\rho}} \boldsymbol{\sigma}$ – взвешенный тензор напряжений Кирхгоффа мезоуровня, $\mathbf{k}^{cr} = d\mathbf{k} / dt + \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\omega} - \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{k}$ – его коротационная производная, $\boldsymbol{\sigma}$ – тензор напряжений Коши мезоуровня; $\mathbf{I} = \hat{\nabla} \mathbf{v}^T$, $\mathbf{L} = \hat{\nabla} \mathbf{V}^T$ – транспонированный градиент скорости перемещений мезоуровня и макроуровня; $\hat{\nabla}$ – оператор Гамильтона в текущей лагранжевой системе координат; \mathbf{V} , \mathbf{v} – вектор скорости перемещений макроуровня и мезоуровня; $\mathbf{z} = \hat{\nabla} \mathbf{v}^T - \boldsymbol{\omega}$ – мера скорости деформации, удовлетворяющая требованию объективности; \mathbf{Z}^e , \mathbf{Z}^{in} – упругая и неупругая составляющие меры скорости деформации мезоуровня; ρ , $\hat{\rho}$ – плотность материала в отсчетной и текущей конфигурациях; $\dot{\gamma}^{(k)}$ – скорость сдвига по k -й системе внутризеренного скольжения; $\dot{\gamma}_0$ – скорость сдвига по системе скольжения при достижении касательным напряжением критического напряжения сдвига; m – показатель скоростной чувствительности материала; $\mathbf{b}^{(k)}$, $\mathbf{n}^{(k)}$ – единичные векторы направления скольжения и нормали к плоскости k -й системы скольжения; H – функция Хевисайда; $\tau^{(k)}$, $\tau_c^{(k)}$ – сдвиговые и критические напряжения k -й системы; $\tau_{cs}^{(k)}$, $\tau_{egb}^{(k)}$ – составляющие критических напряжений k -й системы, обусловленные соответственно взаимодействием дислокаций с дислокационной структурой и границами зерен; $h^{(kl)}$ – матрица, описывающая упрочнение кристалла за счет взаимодействия дислокаций с дислокациями леса; q_{lat} – параметр латентного упрочнения; τ_{sat} – напряжения насыщения; h_0 , a – параметры, описывающие упрочнение материала; N_s , N_f – число систем скольжения и число плоских участков границы (фасеток) рассматриваемого зерна; S , S_j – площадь зерна и площадь j -й фасетки границы зерна; $\xi^{(s,j)}$ – параметр, характеризующий взаимодействие дислокаций s -й системы скольжения рассматриваемого зерна с j -й фасеткой (определение этого параметра приведено в работах [51–52]); $\tau_{bs}^{(k,s)}$ – компонента касательных барьерных напряжений, действующих на k -ю систему скольжений со стороны дислокаций ориентационного несоответствия, образованных в фасетке в результате скольжения дислокаций по s -й системе; η – безразмерный параметр, определяемый в ходе процедуры идентификации модели; \mathbf{p} – тензор упругих свойств рассматриваемого кристаллита, компоненты которого p^{ijmn} определены и постоянны в актуальном базисе \mathbf{k}_i (в отсчетной конфигурации векторы базиса обозначаются как \mathbf{k}_0^i) жесткой подвижной системы координат (ПСК), вращающейся со спином $\boldsymbol{\omega}$. Жесткая ортонор-

мированная система координат связана с одним кристаллографическим направлением и кристаллографической плоскостью, содержащей это направление. В отсчетной конфигурации базис ПСК совпадает с базисом кристаллографической системы координат (КСК). Базис КСК при деформировании может искажаться, базис ПСК является квазитвердым. Движение относительно ПСК является собственно деформационным. С определением ПСК и спина $\boldsymbol{\omega}$ можно ознакомиться в работах [53–54]); $\mathbf{o} = \mathbf{k}, \mathbf{k}_0^i$ – тензор, совмещающий ПСК с лабораторной системой координат (ЛСК); $\delta^{(kl)}$ – дельта Кронекера; точка над соответствующими переменными мезоуровня означает производную по времени t , верхний индекс «Т» – операцию транспонирования соответствующей тензорной величины 2-го ранга. Переход к переменным макроуровня осуществляет в результате осреднения по объему соответствующих переменных мезоуровня. Для описания упрочнения за счет взаимодействия подвижных дислокаций с дислокациями леса (соотношение для $\tau_{cs}^{(k)}$) принимался известный закон упрочнения [55–56], закон зернограничного упрочнения (соотношение для $\tau_{egb}^{(k)}$) описан в работах [51–52].

При высокотемпературном деформировании рассматривается эффект, связанный с началом прерывистой динамической рекристаллизации. Полагается справедливым критерий Бейли – Хирша образования новых рекристаллизованных зерен, согласно которому уменьшение локальной объемной энергии за счет устранения дефектов должно быть больше или равно увеличению зернограничной энергии в результате увеличения протяженности границы при образовании рекристаллизованного зерна [37]:

$$f^{(i,j)} = e_{st}^{(i,j)} - e_{gb}^{(i,j)} \Delta \hat{s} / \Delta \hat{v} \geq 0, \quad (14)$$

где $\Delta \hat{s}$ – увеличение площади границы при изменении объема зерна на величину $\Delta \hat{v}$ в результате рекристаллизации, $e_{st}^{(i,j)}$ – разность удельных на единицу объема запасаемых энергией в зернах i и j , $e_{gb}^{(i,j)}$ – удельная на единицу площади энергия межзеренной границы между i -м и j -м зернами.

Критерий Бейли – Хирша сформулирован для описания образования новых зерен из зародышей рекристаллизации (субзерен). Вопрос моделирования эволюции размеров субзерен r выходит за рамки данной работы. Принимается, что исходный размер субзерен подчиняется закону Рэлея [34–35] и в процессе деформирования не изменяется. На рис. 2 показана гистограмма распределения размеров субзерен по закону Рэлея со средним размером субзерен r_0 равным 0,25 мкм [34]. Зародыши рекристаллизации расположены вблизи границы, которая представлена совокупностью фасеток. При численной реализации каждой фасетке рассматриваемого зерна приписывалась выборка размеров субзерен (зародышей рекристаллизации) согласно закону Рэлея. Критерий рекристаллизации (14) проверялся для каждого субзерна.

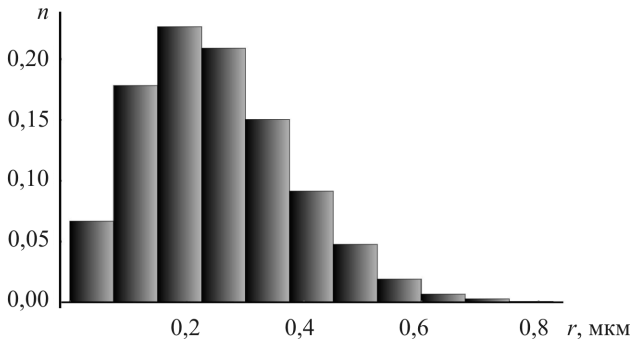


Рис. 2. Гистограмма распределения размеров субзерен по закону Рэлея

Fig. 2. Histogram of subgrain size distribution according to Rayleigh's law

В научной литературе отсутствует четкое определение критической деформации ϵ_c . Обычно величина ϵ_c определяется как деформация, при которой начинается процесс рекристаллизации [6, 15]. Следует обратить внимание, что локально выполнение критерия рекристаллизации возможно в некоторых областях металлических образцов, особенно если речь идет о поликристаллах. В рамках данной работы исследуется представительный объем поликристалла. Между каждой парой соседних зерен, одно из которых ориентировано на легкое скольжение, а во втором скольжение затруднено, может выполняться критерий (14). При этом в целом в объеме поликристалла между другими зернами этот критерий не будет выполняться. Вследствие этого для определения величины критической деформации ϵ_c вводится в рассмотрение объемная доля зародышей рекристаллизации (субзерен) (по отношению к представительному объему) f_r , для которых выполняется критерий рекристаллизации (14). Характерная зависимость f_r от интенсивности деформаций ϵ_u показана на рис. 3. Полагается, что значению критической деформации ϵ_c соответствует начальный этап активного перехода зародышей рекристаллизации в новые рекристаллизованные зерна согласно критерию (14). В этом случае мерой критической

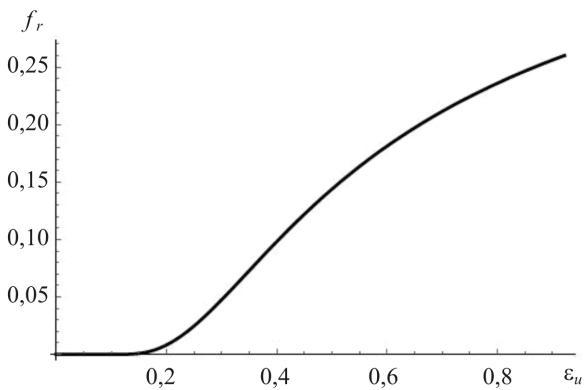


Рис. 3. Характерная зависимость доли активных зародышей f_r от интенсивности деформации ϵ_u

Fig. 3. Characteristic dependence of the active nuclei fraction f_r on the deformation intensity ϵ_u

деформации ϵ_c может служить угол наклона ϕ касательной к графику функции $f_r(\epsilon_u)$. В настоящей работе принято, что достижение угла критического значения ϕ_c , равного 15° , соответствует значению критической деформации ϵ_c инициации рекристаллизации.

3. Результаты моделирования и их анализ

В работе исследуется неупругое деформирование поликристалла меди, используемые параметры многоуровневой модели приведены в табл. 1. Данные по доле запасенной энергии α в поликристалле меди сильно отличаются в различных источниках, приемлемым можно считать значение 10 % согласно обзору, представленному в работе [57].

Таблица 1

Параметры материала многоуровневой модели неупругого деформирования

Table 1

Material parameters of the inelastic deformation multilevel model

Параметр	Значение	Источник
Π_{1111}	170 ГПа	[58]
Π_{1122}	124 ГПа	[58]
Π_{1313}	75 ГПа	[58]
τ_{c0}	16 МПа	[56]
τ_{sat}	148 МПа	Процедура идентификации
h_0	300 МПа	Процедура идентификации
a	1,5	Процедура идентификации
q_{lat}	1,4	[56]
$\dot{\gamma}_0$	$0,001 \text{ c}^{-1}$	[55]
m	83	[55]
η	1,4	Процедура идентификации
α	0,10	[57]
e_{gb}	$0,625 \text{ Дж/м}^2$	[6]
r_0	0,25 мкм	[34]

Для реализации расширенной статистической модели необходимо задать зеренную структуру поликристалла в отсчетной конфигурации. С процедурой ее формирования можно ознакомиться в работе [59]. Для этого на основе экспериментальных данных устанавливаются статические законы для распределения среднего размера зерна и сферичности (отношение площади поверхности сферы (с объемом, равным объему рассматриваемого зерна) к площади поверхности зерна) зерен поликристалла меди [60]. С применением свободно распространяемого программного обеспечения Nperp [61] построена зеренная структура в трехмерном пространстве, которая далее передается в расчетный модуль статистической модели неупругого деформирования. В приведенных ниже численных экспериментах топология зеренной структуры задавалась упрощенно – в виде кубов с ребром R , соответствующего характерному размеру зерна 3 мкм [60]. В статистической модели в качестве одного из параметров в каждый момент

деформирования устанавливается ориентация подвижной системы координат рассматриваемого зерна относительно условно неподвижной лабораторной системы координат, описываемая тензором \mathbf{o} . Тогда взаимная разориентация соседних i -го и j -го зерен будет определена тензором $\mathbf{o}_r = \mathbf{o}_i \cdot \mathbf{o}_j^T$. Далее по этому тензору определялся угол взаимной разориентации φ_r . Следует обратить внимание, что для одной и той же текстуры (или ее отсутствия) взаимная ориентация между соседними зёрнами может отличаться. Этого можно добиться изменением «назначения» конкретной ориентации зернам из сгенерированной фиксированной выборки ориентаций. В отсчетной конфигурации рассмотрено равномерное распределение ориентаций ПСК зерен, полюсная фигура для выборки этого распределения плоскости $\{001\}$ показана рис. 4 (а). Для сгенерированной выборки ориентаций зерен был реализован алгоритм перебора взаимной разориентации соседних зерен с целью получения повышенных и пониженных средних значений взаимных разориентации; далее эти варианты обозначаются соответственно как φ_r^{\max} и φ_r^{\min} . На рис. 4 (б-в) показаны гистограммы распределения углов взаимной разориентации φ_r для вариантов φ_r^{\max} и φ_r^{\min} . Средние значения углов φ_r получились равными 53° и 27° для вариантов φ_r^{\max} и φ_r^{\min} соответственно.

В численных экспериментах рассматриваются два этапа неупругого деформирования. На первом этапе анализируется холодное неупругое деформирование представительного макрообъема поликристаллической меди. Законы кинематического нагружения заданы предписанным градиентом скорости перемещений, рассматриваются два варианта холодной деформации – простой сдвиг $\hat{\nabla}\mathbf{V}_1$ и сжатие $\hat{\nabla}\mathbf{V}_2$:

$$\hat{\nabla}\mathbf{V}_1 = \gamma \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_3, \quad \hat{\nabla}\mathbf{V}_2 = \frac{\beta}{2} \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_1 + \frac{\beta}{2} \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_2 - \beta \mathbf{p}_3 \mathbf{p}_3, \quad (15)$$

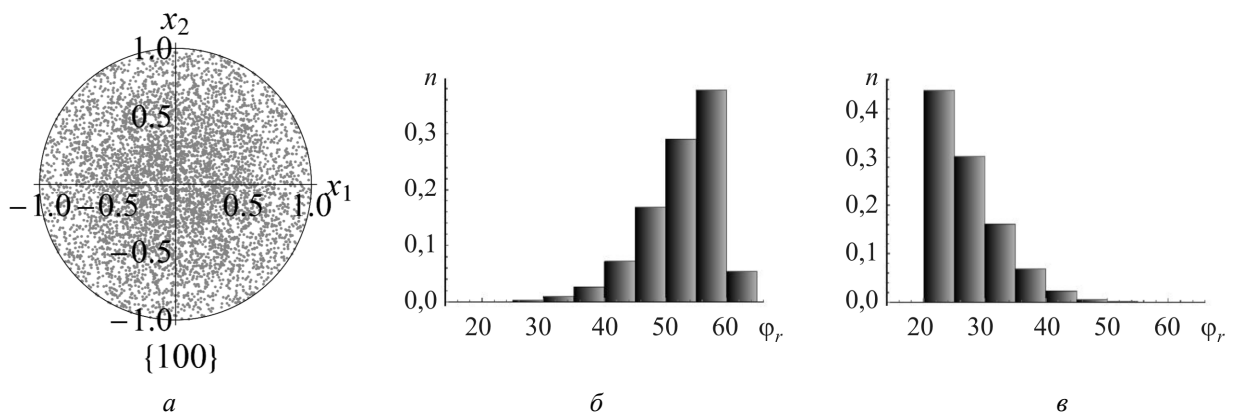


Рис. 4. Полюсная фигура $\{001\}$ для выборки равномерного распределения ориентаций подвижной системы координат (а), гистограммы углов взаимной разориентации в случае φ_r^{\max} (б) и φ_r^{\min} (в)

Fig. 4. The pole figure $\{001\}$ of uniform distribution orientations of the moving coordinate system (а), histograms of mutual misorientation angles of φ_r in φ_r^{\max} case (б) and φ_r^{\min} (в)

где \mathbf{p}_i – ортонормированный базис ЛСК. В расчетах приняты следующие значения параметров кинематического нагружения: $\gamma = \beta = 10^{-3} \text{ c}^{-1}$.

Многоуровневая модель неупругого деформирования (1)–(13) построена в рамках геометрически нелинейной постановки, учитывающей взаимодействие соседних кристаллитов; различные взаимные разориентировки зерен φ_r при фиксированном распределении ориентаций будут приводить к активации различных систем скольжения, следовательно, к различным поворотам зерен [54]. На рис. 5 показаны полюсные фигуры плоскостей $\{100\}$, $\{110\}$, $\{111\}$ для кинематического воздействия $\hat{\nabla}\mathbf{V}_1$ при φ_r^{\max} и величине накопленной деформации ϵ_u , равной 0,45. При воздействии $\hat{\nabla}\mathbf{V}_1$ для варианта φ_r^{\min} получается близкая полюсная фигура.

На втором этапе рассматривалось горячее одноосное растяжение $\hat{\nabla}\mathbf{V}_3$ представительного макрообъема при повышенных гомологических температурах:

$$\hat{\nabla}\mathbf{V}_3(t) = \beta \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_1 - \frac{\beta}{2} \mathbf{p}_2 \mathbf{p}_2 - \frac{\beta}{2} \mathbf{p}_3 \mathbf{p}_3. \quad (16)$$

При этом, поскольку рассматривается медь (материал с низким значением энергии дефекта упаковки), полагается, что процессами возврата, ведущими к уменьшению критических напряжений, можно пренебречь. Единственный аспект высокотемпературного деформирования, который учитывается в расчетах, – это выход на начальную стадию рекристаллизации, определяемую критерием (14), и вычисление величины критической деформации ϵ_c .

Были рассмотрены различные значения величины интенсивности предварительной холодной деформации ϵ_{pr} до величины 0,15 с шагом 0,05, после которой осуществлялся этап горячего одноосного деформирования. Результаты проведенных вычислительных экспериментов сведены в табл. 2.

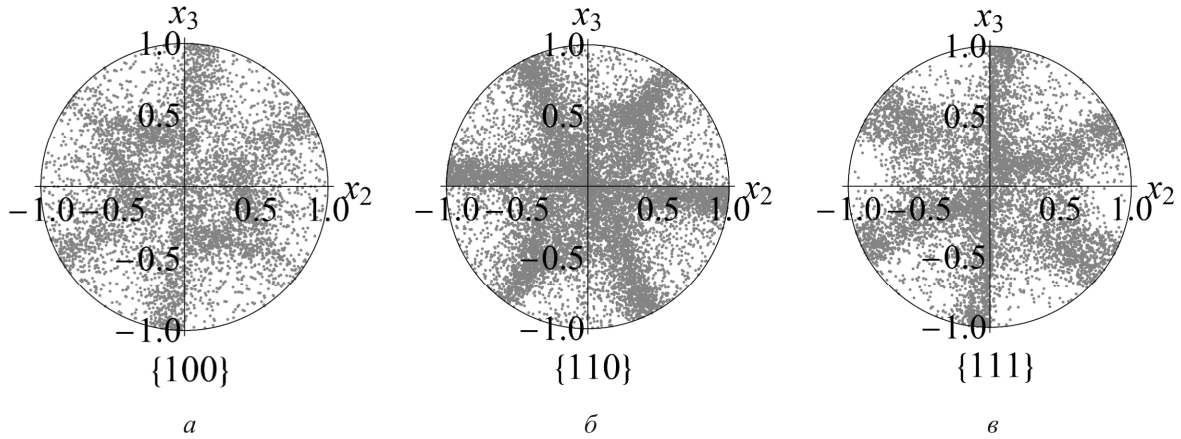


Рис. 5. Расчетные полюсные фигуры {100}, {110}, {111} при $\epsilon_u = 0,45$ для заданного $\hat{\nabla}V_1$ и углов взаимной разориентации ϕ_r^{\max}

Fig. 5. Calculated pole figures {100}, {110}, {111} at $\epsilon_u = 0.45$ for $\hat{\nabla}V_1$ and mutual misorientation angles ϕ_r^{\max}

Таблица 2

Изменения параметров структуры в результате двухэтапного нагружения

Table 2

Evolution structure parameters as a result of two-stage loading

№	ϵ_{up}	ϕ_{r0}	$\hat{\nabla}V$	$\phi_1, ^\circ$	$\phi_2, ^\circ$	$\phi_3, ^\circ$	f_r	ϵ_c
1	0	ϕ_r^{\max}	–	53	53	50,5	0,070	0,194
2	0	ϕ_r^{\min}	–	27	27	28,4	0,015	0,235
3	0,05	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_1$	53	52,4	50,2	0,013	0,183
4	0,10	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_1$	53	52,4	50,4	0,016	0,129
5	0,15	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_1$	53	52,3	50,5	0,018	0,065
6	0,05	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_1$	27	27,1	28,6	0,023	0,233
7	0,10	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_1$	27	27,2	28,5	0,022	0,182
8	0,15	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_1$	27	27,3	28,3	0,018	0,129
9	0,05	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_2$	53	52,5	50,2	0,013	0,188
10	0,10	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_2$	53	52,4	50,4	0,016	0,135
11	0,15	ϕ_r^{\max}	$\hat{\nabla}V_2$	53	52,3	50,5	0,018	0,072
12	0,05	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_2$	27	27,2	28,6	0,024	0,235
13	0,10	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_2$	27	27,4	28,5	0,022	0,185
14	0,15	ϕ_r^{\min}	$\hat{\nabla}V_2$	27	27,5	28,3	0,019	0,135

В табл. 2 использованы следующие обозначения: ϵ_{up} – интенсивность предварительной деформации, ϕ_{r0} – вариант задания углов взаимной разориентации в отсчетной конфигурации, $\hat{\nabla}V$ – предписанный градиент скорости перемещений предварительной деформации, ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 – средний угол взаимной разориентации между соседними зернами на начало предварительного этапа пластической деформации (в конфигурации K_{01}), начало этапа горячего деформирования (K_{02}), окончания горячего деформирования при достижении величины критической

деформации ϵ_c , отчитываемой от конфигурации K_{02} , f_r – доля активных зародышей рекристаллизации.

Физические модели позволяют получать более детальную информацию об эволюции материальной структуры. Приведенные в табл. 2 результаты вычислительных экспериментов № 1, 2 соответствуют случаю отсутствия предварительной холодной деформации. Значение ϵ_c для всех проведенных вычислительных экспериментов находится в интервале от 0,072 до 0,235. Полученные результаты свидетельствуют о том, что на величину ϵ_c большее влияние оказывает угол взаимной разориентации между соседними зернами ϕ_r , а не формируемая текстура. При прочих равных условиях за счет изменения ϕ_r удается сместить ϵ_c на величину 0,064 (эксперименты № 5 и 8) и 0,063 (эксперименты 11 и 14). На рис. 6 показана эволюция среднего значения взаимного угла разориентации ϕ_r для двух вариантов предварительного нагружения $\hat{\nabla}V_1, \hat{\nabla}V_2$ и величины предварительной холодной деформации $\epsilon_{up} = 0,1$ с последующим горячим деформированием до величины ϵ_c . Смена вида нагружения (при переходе от первого ко второму этапу) хорошо видна на полученных зависимостях рис. 6 (резкое изменение значения производной $\partial\phi_r / \partial\epsilon_u$). При назначении случайным образом ориентаций соседних зерен из сгенерированной выборки (без применения алгоритма по получению $\phi_r^{\max}, \phi_r^{\min}$), угол взаимной разориентации составляет примерно 40° . В этом случае, как и для ϕ_r^{\max} , формирование текстуры ведет к уменьшению угла ϕ_r . Для варианта ϕ_r^{\min} практически любые развороты ПСК приводят к увеличению угла ϕ_r .

Текстура, формируемая в момент окончания отмеченных выше двухэтапных процессов, показана на рис. 7. Следует отметить, что несмотря на наличие предварительной деформации $\epsilon_{up} = 0,1$, финальная текстура в рассматриваемых случаях определяется наложенной деформацией второго этапа $\hat{\nabla}V_3$.

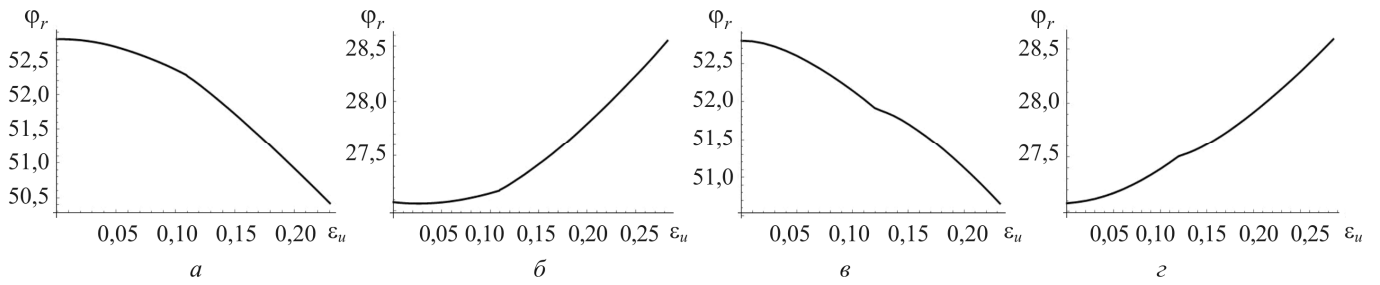


Рис. 6. Эволюция среднего значения угла взаимной разориентации φ_r при предварительной деформации $\varepsilon_{up} = 0,1$ и заданных $\hat{\nabla}V_1(a, \delta)$ и $\hat{\nabla}V_2(\epsilon, \zeta)$ при различных значениях углов взаимной разориентации $\varphi_r^{\max}(a, \epsilon)$ и $\varphi_r^{\min}(\delta, \zeta)$

Fig. 6. Evolution of the mean value mutual misorientation angle φ_r under preliminary deformation $\varepsilon_{up} = 0.1$ and prescribed $\hat{\nabla}V_1(a, \delta)$ and $\hat{\nabla}V_2(\epsilon, \zeta)$ for different values of the mutual misorientation angles $\varphi_r^{\max}(a, \epsilon)$ and $\varphi_r^{\min}(\delta, \zeta)$

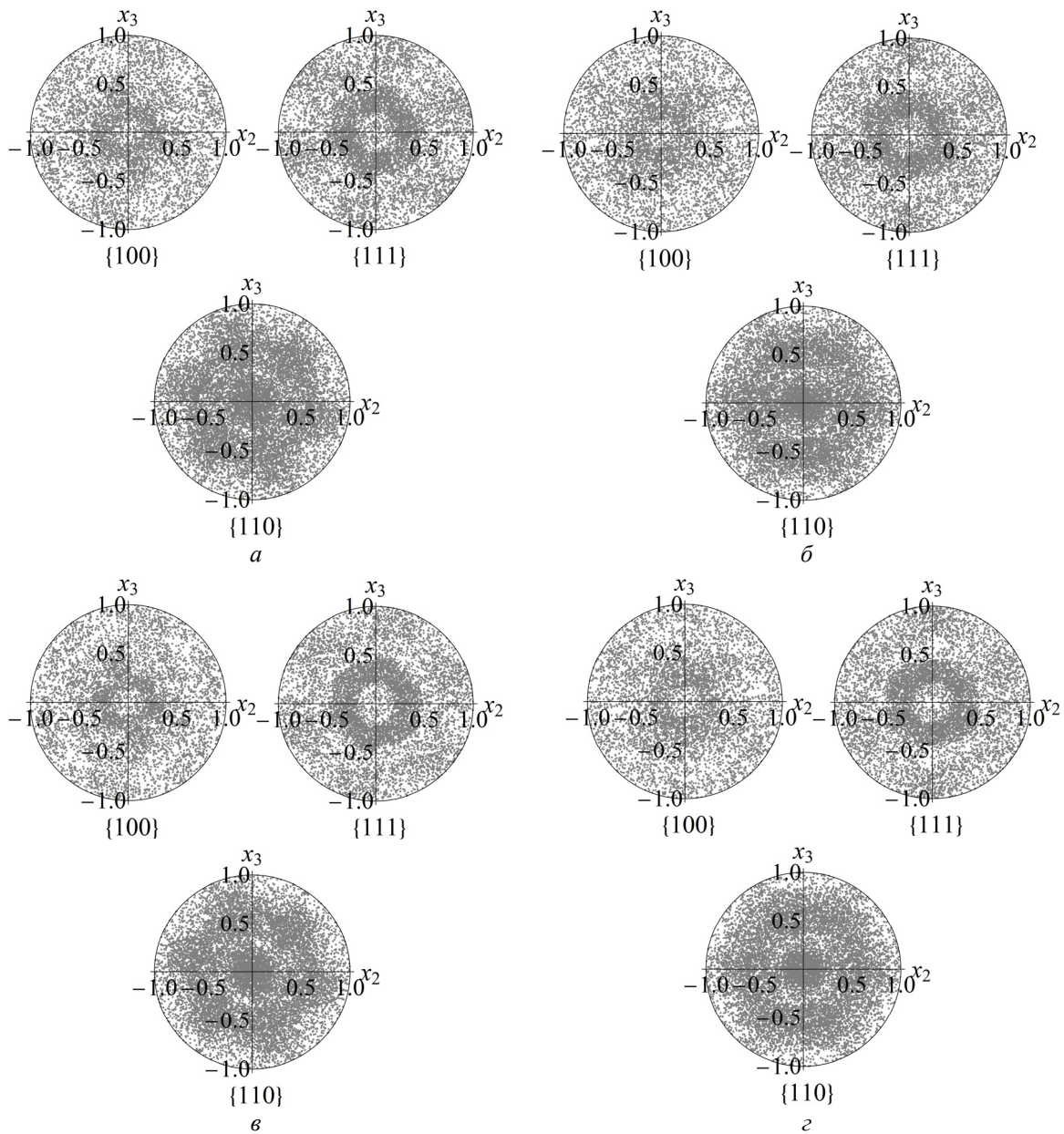


Рис. 7. Текстура, сформированная в момент окончания процесса предварительной деформации $\varepsilon_{up} = 0,1$ и заданных $\hat{\nabla}V_1(a, \delta)$ и $\hat{\nabla}V_2(\epsilon, \zeta)$ при различных значениях углов взаимной разориентации $\varphi_r^{\max}(a, \epsilon)$ и $\varphi_r^{\min}(\delta, \zeta)$

Fig. 7. Simulated texture formed at the end of the process with preliminary deformation $\varepsilon_{up} = 0.1$ and prescribed $\hat{\nabla}V_1(a, \delta)$ and $\hat{\nabla}V_2(\epsilon, \zeta)$ for different values of the mutual misorientation angles $\varphi_r^{\max}(a, \epsilon)$ and $\varphi_r^{\min}(\delta, \zeta)$

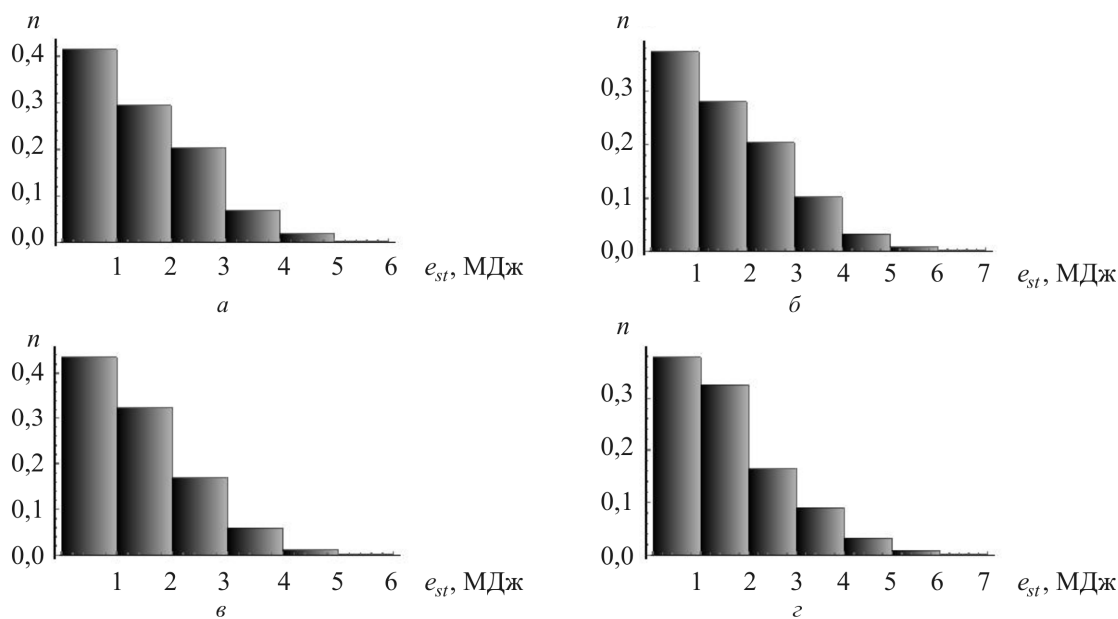


Рис. 8. Гистограммы распределения модуля разности запасенной энергии между соседними зернами в момент окончания процесса деформирования с предварительной деформации $\epsilon_{up} = 0,1$ и заданных $\hat{V}V_1$ (а, б) и $\hat{V}V_2$ (в, г), при различных значениях углов взаимной разориентации ϕ_r^{max} (а, в) и ϕ_r^{min} (б, г)

Fig. 8. Histograms of the modulus stored energy difference between grains at the end of the process with preliminary deformation $\epsilon_{up} = 0.1$ and prescribed $\hat{V}V_1$ (a, б) and $\hat{V}V_2$ (в, г) for different values of the mutual misorientation angles ϕ_r^{max} (a, в) and ϕ_r^{min} (б, г)

На рис. 8 для исследуемых процессов показана гистограмма распределения модуля разности запасенной энергии между соседними зернами.

Полученные результаты свидетельствуют, что важнейшее влияние на величину критической деформации оказывает угол взаимной разориентации соседних зерен – большие значения последнего способствуют более раннему началу динамической рекристаллизации. Меньшее влияние на ϵ_c оказывает текстура материала. Полученные результаты расчетов демонстрируют, что формирование деформационной текстуры приводит к уменьшению угла взаимной разориентации зерен для случаев ϕ_r^{max} или задания разориентации соседних зерен по равномерному закону и, следовательно, уменьшению интенсивности процесса динамической рекристаллизации.

Заключение

Интенсивная пластическая деформация сопровождается глубокой перестройкой материальной структуры, как дефектной, так и зеренной. Поликристаллический материал, подвергаемый горячей деформацией, испытывает большое разнообразие процессов, определяющих его структуру, наиболее значимым из которых является рекристаллизация. В работе исследована проблема определения влияния текстуры и угла взаимной разориентации между соседними зернами на критическое значение

интенсивности деформаций инициации динамической рекристаллизации. Для этого использован аппарат многоуровневого моделирования с введением внутренних переменных, позволяющий в явном виде исследовать формирование и эволюцию структуры материал. Показано, что определяющее влияние на процесс рекристаллизации оказывает угол взаимной разориентации между соседними зернами. Обычно формирование деформационной текстуры приводит к уменьшению угла взаимной разориентации и, как следствие, к уменьшению интенсивности динамической рекристаллизации. Реальный процесс динамической рекристаллизации сопровождается появлением новых рекристаллизованных зерен, которые окружены большеугловыми границами с соседними зернами. Другими словами, формирование новых зерен будет способствовать увеличению угла взаимной разориентации и, соответственно, дальнейшей реализации динамической рекристаллизации. В данной работе этот эффект не описан, поскольку представленная модель ориентирована на исследование начальной стадии рекристаллизации и определение значения критической деформации ϵ_c . Для дальнейшего исследования актуальными представляются рассмотрение эволюции распределения взаимной ориентации зерен в ходе процессов рекристаллизации различных металлов и сплавов, образование новых высокоугловых границ в результате образования новых рекристаллизованных зерен.

Библиографический список

1. Hirth J.P. The influence of grain boundaries on mechanical properties // *Metallurgical Transactions*. – 1972. – Vol. 3 (12). – P. 3047–3067. DOI: 10.1007/BF02661312
2. Valiev R.Z., Islamgaliev R.K., Alexandrov I.V. Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation // *Progress in materials science*. – 2000. – Vol. 45 (2). – P. 103–189. DOI: 10.1016/S0965-9773(99)00061-6
3. Accumulation of Defects During Plastic Deformation of Polycrystals of the Meso- and Microscale Grain Size / N. Koneva, L. Trishkina, N. Popova, E. Kozlov // *Russian Physics Journal*. – 2014. – Vol. 57 (2). – P. 187–196. DOI: 10.1007/s11182-014-0224-8
4. Plastic deformation of nanostructured materials / A.M. Glezer, E.V. Kozlov, N.A. Koneva, N.A. Popova, I.A. Kurzina. – Boca Raton: CRC Press, 2017. – 334 p.
5. Montheillet F. Moving grain boundaries during hot deformation of metals: dynamic recrystallization // *Moving Interfaces in Crystalline Solids*. – 2004. – Vol. 453. – P. 203–256. DOI: 10.1007/3-211-27404-9_5
6. Rollett A., Rohrer G.S., Humphreys J. Recrystallization and related annealing phenomena. – Oxford: Elsevier, 2017. – 734 p.
7. Panin V.E. Overview on mesomechanics of plastic deformation and fracture of solids // *Theoretical and applied fracture mechanics*. – 1998. – Vol. 30 (1). – P. 1–11. DOI: 10.1016/S0167-8442(98)00038-X
8. Hertzberg R.W., Vinci R.P., Hertzberg J.L. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. – New York: John Wiley & Sons, 2020. – 784 p.
9. Mechanical properties of aluminium-graphene composite synthesized by powder metallurgy and hot extrusion / S.N. Kumar, R. Keshavamurthy, M.R. Haseebuddin, P.G. Koppad // *Transactions of the Indian Institute of Metals*. – 2017. – Vol. 70 (3). – P. 605–613. DOI: 10.1007/s12666-017-1070-5
10. Nayak K.C., Date P.P. Hot deformation flow behavior of powder metallurgy based Al-SiC and Al-Al₂O₃ composite in a single step and two-step uni-axial compression // *Materials Characterization*. – 2019. – Vol. 151. – P. 563–581. DOI: 10.1016/j.matchar.2019.03.047
11. Comparison of hot deformation behaviour and microstructural evolution for Ti-5Al-5V-5Mo-3Cr alloys prepared by powder metallurgy and ingot metallurgy approaches / Q. Zhao, F. Yang, R. Torrens, L. Bolzoni // *Materials & Design*. – 2019. – Vol. 169. – P. 107682. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107682
12. Hot Deformation Characteristics and Processing Map of 1Cr12Ni2Mo2WVNb Martensitic Stainless Steel / C. Zhao, J. Zhang, B. Yang, Y.F. Li, J.F. Huang, Y. Lian // *Steel Research International*. – 2020. – Vol. 91 (7). – P. 2000020. DOI: 10.1002/srin.202000020
13. Thermo-mechanical processing of metallic materials / B. Verlinden, J. Driver, I. Samajdar, R.D. Doherty. – Oxford: Elsevier, 2007. – 560 p.
14. Горелик С.С., Добаткин С.В., Капуткина Л.М. Рекристаллизация металлов и сплавов. – М.: МИСИС, 2005. – 432 с.
15. Huang K., Logé R.E. A review of dynamic recrystallization phenomena in metallic materials // *Materials & Design*. – 2016. – Vol. 111. – P. 548–574. DOI: 10.1016/j.matdes.2016.09.012
16. Thermal Mechanisms of Grain Refinement in Steels: A Review / Z. Nasiri, S. Ghaemifar, M. Naghizadeh, H. Mirzadeh // *Met. Mater. Int.* – 2021. – Vol. 27. – P. 2078–2094. DOI: 10.1007/s12540-020-00700-1
17. Current issues in recrystallization: a review / R.D. Doherty, D.A. Hughes, F.J. Humphreys, J.J. Jonas, D. Juul Jensen, M.E. Kassner, W.E. King, T.R. McNelley, H.J. McQueen, A.D. Rollett // *Materials Science and Engineering: A*. – 1997. – Vol. 238 (2). – P. 219–274. DOI: 10.1016/S0921-5093(97)00424-3
18. Honeycombe R.W.K. The plastic deformation of metals. – London: Hodder Arnold, 1968. – 483 p.
19. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. – 605 с. DOI: 10.15372/MULTILEVEL2019TPV
20. Valiev R.Z., Langdon T.G. Principles of equal-channel angular pressing as a processing tool for grain refinement // *Progress in materials science*. – 2006. – Vol. 51 (7). – P. 881–981. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2006.02.003
21. Armstrong R.W. The influence of polycrystal grain size on several mechanical properties of materials // *Metallurgical and Materials Transactions B*. – 1970. – Vol. 1 (5). – P. 1169–1176. DOI: 10.1007/BF02900227
22. Grain size effects on dislocation and twinning mediated plasticity in magnesium / H. Fan, S. Aubry, A. Arsenlis, J.A. El-Awady // *Scripta Materialia*. – 2016. – Vol. 112. – P. 50–53. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2015.09.008
23. Crystal plasticity simulation of the effect of grain size on the fatigue behavior of polycrystalline Inconel 718 / A. Cruzado, S. Lucarini, J. LLorca, J. Segurado // *International Journal of Fatigue*. – 2018. – Vol. 113. – P. 236–245. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.04.018
24. Knezevic M., Beyerlein I.J. Multiscale modeling of microstructure – property relationships of polycrystalline metals during thermo-mechanical deformation // *Advanced Engineering Materials*. – 2018. – Vol. 20 (4). – P. 1700956. DOI: 10.1002/adem.201700956
25. Predicting elastic anisotropy of dual-phase steels based on crystal mechanics and microstructure / A.M. Cantara, M. Zecevic, A. Eghtesad, C.M. Poulin, M. Knezevic // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2019. – Vol. 151. – P. 639–649. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.12.021
26. Superplasticity induced by the competitive DRX between BCC beta and HCP alpha in Ti-4Al-3V-2Mo-2Fe alloy / J. Shen, Y. Sun, Y. Ning, H. Yu, Z. Yao, L. Hu // *Materials Characterization*. – 2019. – Vol. 153. – P. 304–317. DOI: 10.1016/j.matchar.2019.05.014
27. High strain rate superplasticity in Al-Zn-Mg-based alloy: Microstructural design, deformation behavior, and modeling / O. Yakovtseva, M. Sitkina, A.O. Mosleh, A. Mikhaylovskaya // *Materials*. – 2020. – Vol. 13 (9). – P. 2098. DOI: 10.3390/ma13092098
28. Shveykin A., Trusov P., Sharifullina E. Statistical crystal plasticity model advanced for grain boundary sliding description // *Crystals*. – 2020. – Vol. 10 (9). – P. 822. DOI: 10.3390/cryst10090822
29. Trusov P.V., Shveykin A.I. Multilevel crystal plasticity models of single- and polycrystals. Direct models // *Physical mesomechanics*. – 2013. – Vol. 16 (2). – P. 99–124. DOI: 10.1134/S1029959913020021
30. Trusov P.V., Shveykin A.I. Multilevel crystal plasticity models of single- and polycrystals. Statistical models // *Physical mesomechanics*. – 2013. – Vol. 16 (1). – P. 23–33. DOI: 10.1134/S1029959913010037
31. Dehghan-Manshadi A., Hodgson P.D. Dependency of recrystallization mechanism to the initial grain size // *Metallurgical and Materials Transactions A*. – 2008. – Vol. 39 (12). – P. 2830–2840. DOI: 10.1007/s11661-008-9656-5
32. Roberts W., Boden H., Ahlblom B. Dynamic recrystallization kinetics // *Metal Science*. – 1979. – Vol. 13 (3–4). – P. 195–205. DOI: 10.1179/msc.1979.13.3-4.195
33. Ponge D., Gottstein G. Necklace formation during dynamic recrystallization: mechanisms and impact on flow behavior // *Acta Materialia*. – 1998. – Vol. 46 (1). – P. 69–80. DOI: 10.1016/S1359-6454(97)00233-4
34. Zurob H.S., Brechet Y., Dunlop J. Quantitative criterion for recrystallization nucleation in single-phase alloys: Prediction of

critical strains and incubation times // *Acta Materialia*. – 2006. – Vol. 54 (15). – P. 3983–3990. DOI: 10.1016/j.actamat.2006.04.028

35. Modelling discontinuous dynamic recrystallization using a physically based model for nucleation / D.G. Cram, H.S. Zurob, Y.J.M. Brechet, C.R. Hutchinson // *Acta Materialia*. – 2009. – Vol. 57 (17). – P. 5218–5228. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.715-716.492

36. Beck P.A., Sperry P.R. Strain induced grain boundary migration in high purity aluminum // *Journal of applied physics*. – 1950. – Vol. 21 (2). – P. 150–152. DOI: 10.1063/1.1699614

37. Bailey J.E., Hirsch P.B. The recrystallization process in some polycrystalline metals // *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. – The Royal Society, 1962. – Vol. 267 (1328). – P. 11–30. DOI: 10.1098/rspa.1962.0080

38. Sakai T., Akben M.G., Jonas J.J. Dynamic recrystallization during the transient deformation of a vanadium microalloyed steel // *Acta Metallurgica*. – 1983. – Vol. 31 (4). – P. 631–641. DOI: 10.1016/0001-6160(83)90053-6

39. Sakai T., Jonas J.J. Overview no. 35 dynamic recrystallization: mechanical and microstructural considerations // *Acta Metallurgica*. – 1984. – Vol. 32 (2). – P. 189–209. DOI: 10.1016/0001-6160(84)90049-X

40. The identification of dynamic recrystallization and constitutive modeling during hot deformation of Ti55511 titanium alloy / K. Tan, J. Li, Z. Guan, J. Yang, J. Shu // *Materials & Design*. – 2015. – Vol. 84. – P. 204–211. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.06.093

41. Model-ing for the dynamic recrystallization evolution of Ti–6Al–4V alloy in two-phase temperature range and a wide strain rate range / G.Z. Quan, G.C. Luo, J.T. Liang, D.S. Wu, A. Mao, Q. Liu // *Computational Materials Science*. – 2015. – Vol. 97. – P. 136–147. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.10.009

42. Sellars C.M. Recrystallization of metals during hot deformation // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*. – 1978. – Vol. 288 (1350). – P. 147–158. DOI: 10.1098/rsta.1978.0010

43. Effects of het-erogeneity on recrystallization kinetics of nanocrystalline copper pre-pared by dynamic plastic deformation / F. Lin, Y. Zhang, N. Tao, W. Pantleon, D.J. Jensen // *Acta Materialia*. – 2014. – Vol. 72. – P. 252–261. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.03.036

44. Micro-structure-based modeling of residual yield strength and strain hardening after fire exposure of aluminum alloy 5083-H116 / P.T. Summers, A.P. Mouritz, S.W. Case, B.Y. Lattimer // *Materials Science and Engineering: A*. – 2015. – Vol. 632. – P. 14–28. DOI: 10.1016/j.msea.2015.02.026

45. Radhakrishnan B., Sarma G.B., Zacharia T. Modeling the kinetics and microstructural evolution during static recrystallization–Monte Carlo simulation of recrystallization // *Acta materialia*. – 1998. – Vol. 46. (12). – P. 4415–4433. Doi: 10.1016/S1359-6454 (98) 00077-9

46. Peczak P. A Monte Carlo study of influence of deformation temperature on dynamic recrystallization // *Acta Metallurgica et Materialia*. – 1995. – Vol. 43 (3). – P. 1279–1291. DOI: 10.1016/0956-7151 (94) 00280-U

47. A polycrystal plasticity based discontinuous dynamic recrystallization simulation method and its application to copper / G. Zhou, Z. Li, D. Li, Y. Peng, H.S. Zurob, P. Wu // *International Journal of Plasticity*. – 2017. – Vol. 91. – P. 48–76. DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.01.001

48. Beyerlein I.J., Knezevic M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure // *Journal of Materials Research*. – 2018. – Vol. 33 (22). – P. 3711–3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333

49. Zhao P., Wang Y., Niezgodá S.R. Microstructural and micromechanical evolution during dynamic recrystallization // *International Journal of Plasticity*. – 2018. – Vol. 100. – P. 52–68. DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.09.009

50. Sarrazola D.A.R., Muñoz D.P., Bernacki M. A new numerical framework for the full field modeling of dynamic recrystallization in a CPFEM context // *Computational Materials Science*. – 2020. – Vol. 179. – P. 109645. DOI: 10.1016/j.commatsci.2020.109645

51. Кондратьев Н.С., Трусов П.В. О мере разориентации систем скольжения соседних кристаллитов в поликристаллическом агрегате // *Вестник ПНИПУ. Механика*. – 2012. – № 2. – С. 112–127.

52. Кондратьев Н.С., Трусов П.В. Описание упрочнения систем дислокационного скольжения за счет границ кристаллитов в поликристаллическом агрегате // *Вестник ПНИПУ. Механика*. – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2012. – № 3. – С. 78–97.

53. Trusov P.V., Shveykin A.I. On motion decomposition and constitutive relations in geometrically nonlinear elastoviscoplasticity of crystallites // *Physical Mesomechanics*. – 2017. – Vol. 20 (4). – P. 377–391. DOI: 10.1134/S1029959917040026

54. Shveykin A.I., Trusov P.V., Kondratev N.S. Multiplicative Representation of the Deformation Gradient Tensor in Geometrically Nonlinear Multilevel Constitutive Models // *Lobachevskii Journal of Mathematics*. – 2021. – Vol. 42 (8). – P. 2047–2055. DOI: 10.1134/S1995080221080291

55. Bronkhorst C.A., Kalidindi S.R., Anand L. Polycrystalline plasticity and the evolution of crystallographic texture in FCC metals // *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*. – 1992. – Vol. 341 (1662). – P. 443–477. DOI: 10.1098/rsta.1992.0111

56. Anand L. Single-crystal elasto-viscoplasticity: application to texture evolution in polycrystalline metals at large strains // *Computer methods in applied mechanics and engineering*. – 2004. – Vol. 193 (48–51). – P. 5359–5383. DOI: 10.1016/j.cma.2003.12.068

57. Bever M.B., Holt D.L., Titchener A.L. The stored energy of cold work // *Progress in materials science*. – 1973. – Vol. 17. – P. 5–177. DOI: 10.1016/0079-6425 (73) 90001-7

58. Simmons G., Wang H. *Single Crystal Elastic Properties and Calculated Aggregate Properties: A HANDBOOK* // Cambridge (MA): MITPress, 1971. – 370 p.

59. Kondratev N.S., Podsedertsev A.N., Trusov P.V. The grain structure construction of polycrystals for modified two-level crystal plasticity statistical models // *Procedia Structural Integrity*. – 2021. – (in print)

60. Suresh K.S., Rollett A.D., Suwas S. Evolution of microstructure and texture during deformation and recrystallization of heavily rolled Cu-Cu multilayer // *Metallurgical and Materials Transactions A*. – 2013. – Vol. 44 (8). – P. 3866–3881.

61. Quey R., Rensvade L. Optimal polyhedral description of 3D polycrystals: Method and application to statistical and synchrotron X-ray diffraction data // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2018. – Vol. 330. – P. 308–333. DOI: 10.1016/j.cma.2017.10.029

References

1. Hirth J.P. The influence of grain boundaries on mechanical properties. *Metallurgical Transactions*, 1972, vol. 3, no. 12, pp. 3047–3067. DOI: 10.1007/BF02661312

2. Valiev R.Z., Islamgaliev R.K., Alexandrov I.V. Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation. *Progress in materials science*, 2000, vol. 45, no 2, pp. 103–189. DOI: 10.1016/S0965-9773 (99) 00061-6

3. Koneva, N., Trishkina, L., Popova, N., Kozlov, E. Accumulation of Defects During Plastic Deformation of Polycrystals of the Meso-and Microscale Grain Size, 2014, *Russian Physics Journal*, 57 (2), pp. 187-196. DOI: 10.1007/s11182-014-0224-8
4. Glezer, A.M., Kozlov, E.V., Koneva, N.A., Popova, N.A., Kurzina, I.A. Plastic deformation of nanostructured materials. *Boca Raton, CRC Press*, 2017, 334 p.
5. Montheillet F. Moving grain boundaries during hot deformation of metals: dynamic recrystallization. *Moving Interfaces in Crystalline Solids*. 2004, vol. 453, pp. 203-256. DOI: 10.1007/3-211-27404-9_5
6. Rollett A., Rohrer G.S., Humphreys J. Recrystallization and related annealing phenomena. *Oxford, Elsevier*, 2017, 734 p.
7. Panin V.E. Overview on mesomechanics of plastic deformation and fracture of solids, *Theoretical and applied fracture mechanics*, 1998, vol. 30, no. 1, pp. 1-11. DOI: 10.1016/S0167-8442 (98) 00038-X
8. Hertzberg R.W., Vinci R.P., Hertzberg J.L. Deformation and fracture mechanics of engineering materials. New York: John Wiley & Sons, 2020, 784 p.
9. Kumar, S.N., Keshavamurthy, R., Haseebuddin, M.R., Koppad, P.G. Mechanical properties of aluminium-graphene composite synthesized by powder metallurgy and hot extrusion, 2017, *Transactions of the Indian Institute of Metals*, vol. 70 (3), pp. 605-613. DOI: 10.1007/s12666-017-1070-5
10. Nayak K.C., Date P.P. Hot deformation flow behavior of powder metallurgy based Al-SiC and Al-Al₂O₃ composite in a single step and two-step uni-axial compression. *Materials Characterization*, 2019, vol. 151, pp. 563-581. DOI: 10.1016/j.matchar.2019.03.047
11. Zhao, Q., Yang, F., Torrens, R., Bolzoni, L. Comparison of hot deformation behaviour and microstructural evolution for Ti-5Al-5V-5Mo-3Cr alloys prepared by powder metallurgy and ingot metallurgy approaches, 2019, *Materials & Design*, vol. 169, pp. 107682. DOI: 10.1016/j.matdes.2019.107682
12. Zhao, C., Zhang, J., Yang, B., Li, Y.F., Huang, J.F., Lian, Y. Hot Deformation Characteristics and Processing Map of 1Cr12Ni2Mo2WV Nb Martensitic Stainless Steel, *Steel Research International*, 2020, vol. 91 (7), pp. 2000020. DOI: 10.1002/srin.202000020
13. Verlinden, B., Driver, J., Samajdar, I., Doherty, R.D. Thermo-mechanical processing of metallic materials. Oxford: Elsevier, 2007, 560 p.
14. Gorelik S.S., Dobatkin S.V., Kaputkina L.M. Rekrystallizatsiia metallov i splavov [Recrystallization of metals and alloys]. Moscow, MISIS, 2005, 432 p.
15. Huang K., Logé R.E. A review of dynamic recrystallization phenomena in metallic materials. *Materials & Design*, 2016, vol. 111, pp. 548-574. DOI: 10.1016/j.matdes.2016.09.012
16. Nasiri, Z., Ghaemifar, S., Naghizadeh, M., Mirzadeh, H. Thermal Mechanisms of Grain Refinement in Steels: A Review, 2021. *Met. Mater. Int.*, 27, pp. 2078-2094. DOI: 10.1007/s12540-020-00700-1
17. Doherty, R.D., Hughes, D.A., Humphreys, F.J., Jonas, J.J., Juul Jensen, D., Kassner, M.E., King, W.E., McNelley, T.R., McQueen, H.J., Rollett, A.D. Current issues in recrystallization: a review, *Materials Science and Engineering: A*, 1997, vol. 238 (2), pp. 219-274. DOI: 10.1016/S0921-5093 (97) 00424-3
18. Honeycombe R.W.K. The plastic deformation of metals. London: Hodder Arnold, 1968, 483 p.
19. Trusov P.V., Shveykin A.I. Mnogourovnevy modeli mono- i polikristallicheskih materialov: teoriia, algoritmy, primery primeniia [Multilevel models of mono- and polycrystalline materials: theory, algorithms, application examples]. Novosibirsk, Izd-vo SO RAN, 2019, 605 p.
20. Valiev R.Z., Langdon T.G. Principles of equal-channel angular pressing as a processing tool for grain refinement. *Progress in materials science*, 2006, vol. 51, no. 7, pp. 881-981. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2006.02.003
21. Armstrong R.W. The influence of polycrystal grain size on several mechanical properties of materials. *Metallurgical and Materials Transactions B*, 1970, vol. 1, no. 5, pp. 1169-1176. DOI: 10.1007/BF02900227
22. Fan, H., Aubry, S., Arsenlis, A., El-Awady, J.A. Grain size effects on dislocation and twinning mediated plasticity in magnesium. *Scripta Materialia*, 2016, vol. 112, pp. 50-53. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2015.09.008
23. Cruzado, A., Lucarini, S., LLorca, J., Segurado, J. Crystal plasticity simulation of the effect of grain size on the fatigue behavior of polycrystalline Inconel 718. *International Journal of Fatigue*, 2018, vol. 113, pp. 236-245. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2018.04.018
24. Knezevic M., Beyerlein I.J. Multiscale modeling of microstructure – property relationships of polycrystalline metals during thermo-mechanical deformation. *Advanced Engineering Materials*, 2018, vol. 20, no. 4, 1700956. DOI: 10.1002/adem.201700956
25. Cantara, A.M., Zecevic, M., Eghtesad, A., Poulin, C.M., Knezevic, M. Predicting elastic anisotropy of dual-phase steels based on crystal mechanics and microstructure. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2019, vol. 151, pp. 639-649. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.12.021
26. Shen, J., Sun, Y., Ning, Y., Yu, H., Yao, Z., Hu, L. Superplasticity induced by the competitive DRX between BCC beta and HCP alpha in Ti-4Al-3V-2Mo-2Fe alloy. *Materials Characterization*, 2019, vol. 153, pp. 304-317. DOI: 10.1016/j.matchar.2019.05.014
27. Yakovtseva, O., Sitkina, M., Mosleh, A. O., Mikhaylovskaya, A. High strain rate superplasticity in Al-Zn-Mg-based alloy: Microstructural design, deformation behavior, and modeling. *Materials*, 2020, vol. 13, no. 9, 2098. DOI: 10.3390/ma13092098
28. Shveykin A., Trusov P., Sharifullina E. Statistical crystal plasticity model advanced for grain boundary sliding description. *Crystals*, 2020, vol. 10, no. 9, pp. 822. DOI: 10.3390/cryst10090822
29. Trusov P.V., Shveykin A.I. Multilevel crystal plasticity models of single-and polycrystals. Direct models. *Physical mesomechanics*, 2013, vol. 16, no. 2, pp. 99-124. DOI: 10.1134/S1029959913020021
30. Trusov P.V., Shveykin A.I. Multilevel crystal plasticity models of single-and polycrystals. Statistical models. *Physical mesomechanics*, 2013, vol. 16, no. 1, pp. 23-33. DOI: 10.1134/S1029959913010037
31. Dehghan-Manshadi A., Hodgson P.D. Dependency of recrystallization mechanism to the initial grain size. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2008, vol. 39, no. 12, pp. 2830-2840. DOI: 10.1007/s11661-008-9656-5
32. Roberts W., Boden H., Ahlblom B. Dynamic recrystallization kinetics. *Metal Science*, 1979, vol. 13, no. 3-4, pp. 195-205. DOI: 10.1179/msc.1979.13.3-4.195
33. Ponge D., Gottstein G. Necklace formation during dynamic recrystallization: mechanisms and impact on flow behavior. *ActaMaterialia*, 1998, vol. 46, no. 1, pp. 69-80. DOI: 10.1016/S1359-6454 (97) 00233-4
34. Zurob H.S., Brechet Y., Dunlop J. Quantitative criterion for recrystallization nucleation in single-phase alloys: Prediction of critical strains and incubation times. *Acta Materialia*, 2006, vol. 54, no. 15, pp. 3983-3990. DOI: 10.1016/j.actamat.2006.04.028
35. Cram, D.G., Zurob, H.S., Brechet, Y.J.M., Hutchinson, C.R. Modelling discontinuous dynamic recrystallization using a physically based model for nucleation. *ActaMaterialia*, 2009, vol. 57, no. 17, pp. 5218-5228. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.715-716.492
36. Beck P.A., Sperry P.R. Strain induced grain boundary migration in high purity aluminum. *Journal of applied physics*, 1950, vol. 21, no. 2, pp. 150-152. DOI: 10.1063/1.1699614
37. Bailey J.E., Hirsch P.B. The recrystallization process in some polycrystalline metals. *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*. The Royal Society, 1962, vol. 267, no. 1328, pp. 11-30.

38. Sakai T., Akben M.G., Jonas J.J. Dynamic recrystallization during the transient deformation of a vanadium microalloyed steel. *Acta Metallurgica*, 1983, vol. 31, no. 4, pp. 631-641. DOI: 10.1016/0001-6160(83)90053-6
39. Sakai T., Jonas J.J. Overview no. 35 dynamic recrystallization: mechanical and microstructural considerations. *Acta Metallurgica*, 1984, vol. 32, no. 2, pp. 189-209. DOI: 10.1016/0001-6160(84)90049-X
40. Tan, K., Li, J., Guan, Z., Yang, J., Shu, J. The identification of dynamic recrystallization and constitutive modeling during hot deformation of Ti55511 titanium alloy. *Materials & Design*, 2015, vol. 84, pp. 204-211. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.06.093
41. Quan, G.Z., Luo, G.C., Liang, J.T., Wu, D.S., Mao, A., Liu, Q. Model-ling for the dynamic recrystallization evolution of Ti – 6Al – 4V alloy in two-phase temperature range and a wide strain rate range. *Computational Materials Science*, 2015, vol. 97, pp. 136-147. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.10.009
42. Sellars C.M. Recrystallization of metals during hot deformation. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences*, 1978, vol. 288, no. 1350, pp. 147-158. DOI: 10.1098/rsta.1978.0010
43. Lin, F., Zhang, Y., Tao, N., Pantleon, W., Jensen, D.J. Effects of heterogeneity on recrystallization kinetics of nanocrystalline copper prepared by dynamic plastic deformation. *Acta Materialia*, 2014, vol. 72, pp. 252-261. DOI: 10.1016/j.actamat.2014.03.036
44. Summers P.T., Mouritz A.P., Case S.W., Lattimer B.Y. Micro-structure-based modeling of residual yield strength and strain hardening after fire exposure of aluminum alloy 5083-H116. *Materials Science and Engineering: A*, 2015, vol. 632, pp. 14-28. DOI: 10.1016/j.msea.2015.02.026
45. Radhakrishnan B., Sarma G.B., Zacharia T. Modeling the kinetics and microstructural evolution during static recrystallization – Monte Carlo simulation of recrystallization. *Acta materialia*, 1998, vol. 46, no. 12, pp. 4415-4433. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00077-9
46. Peczak P. A Monte Carlo study of influence of deformation temperature on dynamic recrystallization. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1995, vol. 43, no. 3, pp. 1279-1291. DOI: 10.1016/0956-7151(94)00280-U
47. Zhou, G., Li, Z., Li, D., Peng, Y., Zurob, H.S., Wu, P. A polycrystal plasticity based discontinuous dynamic recrystallization simulation method and its application to copper. *International Journal of Plasticity*, 2017, vol. 91, pp. 48-76. DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.01.001
48. Beyerlein I.J., Knezevic M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure. *Journal of Materials Research*, 2018, vol. 33, no. 22, pp. 3711-3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333
49. Zhao P., Wang Y., Niezgodna S.R. Microstructural and micromechanical evolution during dynamic recrystallization. *International Journal of Plasticity*, 2018, vol. 100, pp. 52-68. DOI: 10.1016/j.ijplas.2017.09.009
50. Sarrazola D.A.R., Muñoz D.P., Bernacki M. A new numerical framework for the full field modeling of dynamic recrystallization in a CPFEM context. *Computational Materials Science*, 2020, vol. 179, 109645. DOI: 10.1016/j.commatsci.2020.109645
51. Kondratev N.S., Trusov P.V. O mere razorientatsii sistem skol'zheniia sosednikh kristallitov v polikristallicheskom agregate [Disorientation measure of neighboring crystallites slip systems in a polycrystalline aggregate], *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2012, vol. 2, pp. 35-47.
52. Kondratev N.S., Trusov P.V. Opisanie uprochneniia sistem dislokatsionnogo skol'zheniia za schet granits kristallitov v polikristallicheskom agregate [description of hardening slip systems due to the boundaries of the crystallites in a polycrystalline aggregate], *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2012, vol. 3, pp. 78-97.
53. Trusov P.V., Shveykin A.I. On motion decomposition and constitutive relations in geometrically nonlinear elastoviscoplasticity of crystallites. *Physical Mesomechanics*, 2017, vol. 20, no. 4, pp. 377-391. DOI: 10.1134/S1029959917040026
54. Shveykin A.I., Trusov P.V., Kondratev N.S. Multiplicative Representation of the Deformation Gradient Tensor in Geometrically Nonlinear Multilevel Constitutive Models. *Lobachevskii Journal of Mathematics*, 2021, vol. 42, no. 8, pp. 2047-2055. DOI: 10.1134/S1995080221080291
55. Bronkhorst C.A., Kalidindi S.R., Anand L. Polycrystalline plasticity and the evolution of crystallographic texture in FCC metals. *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A: Physical and Engineering Sciences*, 1992, vol. 341, no. 1662, pp. 443-477. DOI: 10.1098/rsta.1992.0111
56. Anand L. Single-crystal elasto-viscoplasticity: application to texture evolution in polycrystalline metals at large strains. *Computer methods in applied mechanics and engineering*, 2004, vol. 193, no. 48-51, pp. 5359-5383. DOI: 10.1016/j.cma.2003.12.068
57. Bever M.B., Holt D.L., Titchener A.L. The stored energy of cold work. *Progress in materials science*, 1973, vol. 17, pp. 5-177. DOI: 10.1016/0079-6425(73)90001-7
58. Simmons G., Wang H. Single Crystal Elastic Properties and Calculated Aggregate Properties: A HANDBOOK. Cambridge (MA), MIT Press, 1971, 370 p.
59. Kondratev N.S., Podsedertsev A.N., Trusov P.V. The grain structure construction of polycrystals for modified two-level crystal plasticity statistical models. *Procedia Structural Integrity*, 2021. (in print)
60. Suresh K.S., Rollett A.D., Suwas S. Evolution of microstructure and texture during deformation and recrystallization of heavily rolled Cu-Cu multilayer. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2013, vol. 44, no. 8, pp. 3866-3881.
61. Quey R., Renversade L. Optimal polyhedral description of 3D polycrystals: Method and application to statistical and synchrotron X-ray diffraction data. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2018, vol. 330, pp. 308-333. DOI: 10.1016/j.cma.2017.10.029

Финансирование. Благодарность. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации национального проекта «Наука и университеты» (в рамках выполнения государственного задания в лаборатории многоуровневого моделирования конструкционных и функциональных материалов).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Funding. Acknowledgment. The study was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the implementation of the national project "Science and Universities" (as part of the state task in the laboratory of multilevel modeling of structural and functional materials).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.