



Обзор

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.1.11

УДК 539.3

ЭВОЛЮЦИЯ ЗЕРЕННОЙ СТРУКТУРЫ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ ПРИ ИНТЕНСИВНОМ ПЛАСТИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ: КОНТИНУАЛЬНЫЕ МОДЕЛИ

П.В. Трусов, Т.В. Останина, А.И. Швейкин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 27 февраля 2022 г.

Одобрена: 29 марта 2022 г.

Принята к публикации:

01 апреля 2022 г.

Ключевые слова:

металлы и сплавы, поликристаллы, измельчение зеренной структуры, макрофеноменологические и физические континуальные модели, внутренние переменные, обзор.

АННОТАЦИЯ

Изделия из металлов и сплавов с мелкозернистой структурой, обладающие высокими физико-механическими и эксплуатационными характеристиками, приобретают все большую востребованность во многих технических и технологических областях. Наиболее распространенными и эффективными технологиями производства деталей из указанного класса материалов являются различные процессы интенсивного пластического деформирования (ИПД) (как правило, при невысоких гомологических температурах). В то же время для достижения больших степеней деформации значительная часть металлов и сплавов требует повышенных температур обработки, испытывают существенный разогрев в процессах деформирования, что может сопровождаться изменениями зеренной и субзеренной структуры вследствие процессов возврата и рекристаллизации. Эмпирический подход к разработке режимов ИПД, обеспечивающих формирование необходимой зеренной структуры, требует огромных временных и финансовых затрат, в связи с чем значительное внимание исследователями в области механики деформируемого твердого тела и обработки металлов давлением уделяется подходам и методам математического моделирования. Следует отметить, что в последние годы интенсивно растет число публикаций по данной тематике. Известные на текущий момент модели существенно отличаются подходами, глубиной проникновения в физику процессов, масштабами рассмотрения. Предлагаемый краткий обзор ориентирован на качественный анализ работ по указанной тематике, предварительную классификацию существующих моделей по их назначению, универсальности, функциональным возможностям. Представляется возможным выделить два наиболее распространенных подхода к описанию изменения зеренной структуры в процессах термомеханической обработки металлов и сплавов: континуальный (в большинстве случаев – одноуровневый) и многоуровневый, основанный на введении внутренних переменных и физических теориях; настоящий обзор посвящен рассмотрению публикаций, ориентированных на первый из указанных подходов. Наиболее распространенными до настоящего времени являются макрофеноменологические континуальные модели, основанные на анализе данных экспериментов, проведенных как в лабораториях на макробразцах, так и в условиях реального производства. Модели этого класса формулируются обычно в виде операторных соотношений над полевыми величинами, обладают относительной простотой реализации в силу легкой «встраиваемости» в широко используемые коммерческие пакеты программ, однако требуют значительных затрат на проведение опытов для идентификации моделей, характеризуются низкой степенью универсальности. Относительно менее распространенными, однако все же часто используемыми являются также континуальные теории, основанные на описании физических механизмов и эволюции строения металлов и сплавов в терминах континуальных переменных.

© ПНИПУ

© Трусов Петр Валентинович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.

Останина Татьяна Викторовна – к.ф.-м.н., доц., 29, e-mail: tv-ostanina@yandex.ru, ID: 0000-0001-7541-2980.

Швейкин Алексей Игоревич – д.ф.-м.н., доц., e-mail: shveykin@pstu.ru, ID: 0000-0002-2656-0781.

Peter V. Trusov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: tpv@matmod.pstu.ac.ru, ID: 0000-0001-8997-5493.

Tatyana V. Ostanina – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: tv-ostanina@yandex.ru, ID: 0000-0001-7541-2980.

Alexey I. Shveykin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: shveykin@pstu.ru, ID: 0000-0002-2656-0781.



EVOLUTION OF THE GRAIN STRUCTURE OF METALS AND ALLOYS UNDER SEVERE PLASTIC DEFORMATION: CONTINUUM MODELS

P.V. Trusov, T.V. Ostanina, A.I. Shveykin

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 27 February 2022

Approved: 29 March 2022

Accepted for publication: 01 April 2022

Keywords:

metals and alloys, polycrystals, grain structure refinement, macrophenomenological and physical continuum models, internal variables, review.

ABSTRACT

Products made of metals and alloys with a fine-grained structure, which have high physical, mechanical and operational characteristics, are becoming increasingly in demand in many technical and technological fields. The most common and efficient technologies for the production of parts from this class of materials are various processes of severe plastic deformation (SPD) (in general practice, at low homologous temperatures). At the same time, to achieve high degrees of deformation, a significant part of metals and alloys require increased processing temperatures, undergo significant heating during deformation processes, which may be accompanied by changes in the grain and subgrain structure due to recovery and recrystallization processes. An empirical approach to the development of SPD modes that ensure the formation of the necessary grain structure requires huge time and financial costs, and therefore considerable attention is paid by researchers in the field of solid mechanics and metal forming to approaches and methods of mathematical modeling. In connection with the foregoing, the number of publications on this subject has been intensively growing in recent years. The currently known models differ significantly in their approaches, the depth of penetration into the physics of processes, and the scope of consideration. The proposed brief review is focused on a qualitative analysis of works on this topic, a preliminary classification of existing models according to their purpose, versatility, and functionality. It seems possible to single out the two most common approaches to describing the change in the grain structure in the processes of thermomechanical processing of metals and alloys: continual (in most cases, single-level) and multilevel, based on the introduction of internal variables and physical theories. This review is devoted to the consideration of publications focused on the first of these approaches. Until now, the most common are macrophenomenological continuum models based on the analysis of experimental data conducted both in laboratories on macrosamples and in real production conditions. Models of this class are usually formulated in the form of operator relations over field quantities, they are relatively easy to implement due to their easy "embedding" into widely used commercial software packages, but they require significant costs for experiments to identify models, they are characterized by a low degree of versatility. Continuous theories are relatively less common, but still often used. These theories are based on the description of physical mechanisms and the evolution of the structure of metals and alloys in terms of continuum variables.

© PNRPU

Основные обозначения

θ_r – гомологическая температура;
 θ – абсолютная температура;
 D – размер зерна;
 d – средний размер субзерен;
 σ – интенсивность напряжений;
 m – показатель скоростной чувствительности напряжения течения;
 μ – модуль сдвига;
 b – модуль вектора Бюргерса;
 $\dot{\epsilon}$ – интенсивность скорости деформации;
 R – газовая постоянная;
 Q – энергия активации пластического деформирования;
 ϕ – объемная доля рекристаллизованных зерен;
 D – тензор деформации скорости;
 f – градиент места.

Введение

Все известные процессы термомеханической переработки металлов и сплавов приводят к значительному изменению их микроструктуры, определяющей, в свою оче-

редь, физико-механические свойства обрабатываемых материалов и эксплуатационные характеристики изделий из них. Весьма важными характеристиками структуры являются параметры зеренного строения поликристаллических материалов, описывающие форму, размеры, законы распределения ориентаций кристаллитов. Зависимость одной из важнейших характеристик металлов и сплавов – предела текучести – от размера зерна была установлена еще в середине XX в. и выражена в знаменитом законе Холла – Петча [Hall, 1951; Petch, 1953; Cordero et al., 2016; Yua et al., 2018]. Из экспериментальных исследований хорошо известно, что размеры зерен кардинально влияют на весь комплекс физико-механических характеристик материалов, а следовательно, и эксплуатационные характеристики изделий из них. Металлические материалы с суб-, микро- и нанокристаллическим строением обладают уникальными статической и усталостной прочностью, износостойкостью, жаропрочностью [Gleiter, 1989; Валиев, Александров, 2000; Valiev et al., 2000; Валиев, 2006; Носкова, Мулюков, 2003; Meyers et al., 2006; Валиев, Наймарк, 2007; Козлов и др., 2007; Estrin, Vinogradov, 2013; Валиев и др., 2017; Ovid'ko et al, 2018; He et al., 2020; Останина и др., 2020; и др.].

Методы и технологии создания мелкозернистых материалов и изделий из них чрезвычайно разнообразны (для примера см. статьи [Azushima et al., 2008; Wang et al., 2012; Sheik et al., 2017; Karakulak, 2019; Jabłońska et al., 2021; Koujalagi, Siddesha, 2021], где данные вопросы рассмотрены применительно к различным сплавам и методам обработки). Наиболее часто используемыми на практике для получения металлических изделий с мелкозернистой структурой являются методы интенсивного пластического деформирования (ИПД), в связи с чем в последние десятилетия значительное внимание уделяется теоретическим и экспериментальным исследованиям процессов ИПД. При этом в силу существенных временных и материальных затрат, требуемых для реализации экспериментальных методов, наиболее эффективными являются теоретические подходы, основанные на математическом моделировании различных технологических процессов; широкий обзор (563 источника) подходов и методов исследования процессов ИПД представлен в статье [Vinogradov, Estrin, 2018], один из разделов которой посвящен краткому описанию моделей для описания процессов измельчения зеренной структуры. «Сердцевинной», базовой составляющей теоретических исследований служат конститутивные модели (определяющие соотношения (ОС)) для описания поведения рассматриваемых материалов в широких диапазонах изменения термомеханических воздействий. В связи с вышесказанным возникает потребность в конститутивных моделях, позволяющих описывать (или по крайней мере учитывать) эволюцию структуры на различных масштабных уровнях. Наиболее перспективными для решения указанной задачи представляются многоуровневые модели поликристаллических металлов и сплавов [Horstemeyer, 2009; McDowell, 2010; Roters, 2011; Beyerlein, Knezevic, 2018; Knezevic, Beyerlein, 2018; Трусов, Швейкин, 2019; и др.], основанные на введении внутренних переменных [Coleman, Gurtin, 1967; Rice, 1971, 1975; Mandel, 1973; Жермен, 1983; Ortiz et al., 2000; Ашихмин и др., 2006; Maugin, 2015; и др.], основанные на физических теориях упругопластичности и упруговязкопластичности (см., например, обзор [Трусов, Волегов, 2011а, б, в]), включающих явное описание физических механизмов и структуры. Для создания корректных моделей данного класса, ориентированных на описание технологических процессов ИПД, требуется учет происходящего изменения зеренной структуры (см., например, [Laturov et al., 2016]; анализ работ этого класса будет приведен в следующей публикации авторов). При этом необходимо иметь в виду, что для реализации многоуровневых моделей требуются существенные вычислительные мощности, что, вероятно, объясняет отсутствие их широкого использования при разработке технологических режимов обработки.

Отметим, что используемые в статье термины «измельчение», «укрупнение» зерен следует понимать с некоторой степенью условности, как относящиеся к определенным стадиям (чаще всего – завершению)

процессов обработки материалов, как итог рассматриваемого превращения зеренной структуры в том или ином процессе. Измельчение во многих случаях реализуется как последовательное зарождение зародышей малых размеров и их последующий рост с формированием новой структуры. В процессах рекристаллизации, например, рост зерен «новой» фазы происходит за счет поглощения зерен (и уменьшения их размеров) «старой» структуры [Busso, 1998; Коновалов, Смирнов, 2008; Смирнов и др., 2013; Sakai et al., 2014; Hallberg et al., 2014; Smirnov et al., 2015].

Более широкое применение в практике работы технологов имеют континуальные модели, основанные на анализе результатов механических испытаний макрообразцов с последующим исследованием мезо- и микроструктуры; настоящая статья содержит краткий обзор моделей именно данного класса. Заметим, что указанные модели формулируются в терминах полевых величин и в большинстве случаев не содержат явного описания физических механизмов изменения структуры и их носителей. В то же время при создании теоретических моделей на основе экспериментальных результатов авторы, естественно, опираются на известные данные о физических процессах. Краткий обзор результатов экспериментальных исследований и основных физических механизмов измельчения приведен в [Останина и др., 2020], где главным образом рассмотрены исследования ИПД при невысоких температурах, заведомо меньших температур, при которых значимым становится процесс рекристаллизации и могут реализовываться твердотельные фазовые переходы. Настоящая статья посвящена обзору существующих континуальных моделей, ориентированных в основном на описание изменения зеренной структуры при указанных условиях. В то же время упомянутые превращения могут происходить в металлах и сплавах в процессах ИПД даже при температурах, существенно отличающихся от характерных диапазонов их реализации при действии только термических факторов. В связи со сложностью отделения различных механизмов изменения зеренной структуры работы, в которых последние являются результатом реализации нескольких механизмов, также будут отражены в обзоре.

Значительная часть исследователей в качестве основной причины изменения зеренной структуры считает накопление в материале избыточной внутренней энергии за счет генерации дефектов кристаллической решетки. В механике деформируемого твердого тела для оценки уровня «дефектности» обычно используются накопленные неупругие деформации, мерой которой служит интеграл по времени процесса от интенсивности пластической (вязкопластической) составляющей тензора деформации скорости. Следует отметить отсутствие у данной меры ясного физического смысла (выраженного через характеристики основных механизмов неупругого деформирования на мезо- и микроуровне) [Trusov, Yanz, 2016]; «прозрачный» механический (гео-

метрический) смысл указанная мера имеет только для простейшего нагружения макрообразца одноосным растяжением – сжатием, в этом случае она равна продольной логарифмической деформации. В связи со сказанной задачей определения меры накопленной неупругой деформации, которая бы характеризовала изменение внутренней структуры материалов при произвольных нагружениях, на настоящий момент нельзя считать решенной. Кроме того, известно, что на поведение моно- и поликристаллических металлов и сплавов, на эволюцию их дефектной структуры как на макро-, так и на мезо- и микроуровнях существенное влияние оказывает вид напряженно-деформированного состояния (НДС), сложность процесса нагружения. К сожалению, данные вопросы в известных авторам публикациях даже не затрагиваются, что представляется недостатком практически всех работ по рассматриваемой тематике.

Накопленная в процессе неупругого деформирования внутренняя энергия релаксирует в результате активации физических механизмов различных структурно-масштабных уровней, интенсивность которых зависит от диапазонов значений параметров, описывающих действующие на исследуемый материал термомеханические воздействия. Релаксация внутренней энергии сопровождается, как правило, существенной перестройкой микро- и мезоструктуры (включая зеренную и дислокационную структуры). При относительно низких температурах деформирования (значительно ниже $0,5 \theta_r$, θ_r – гомологическая температура) перестройка структуры осуществляется в основном за счет механических воздействий. В этих условиях интенсивное размножение дислокаций, их взаимодействие друг с другом, самоорганизация ведут к формированию ячеистой, блочно-ячеистой, фрагментированной структурам, разворотам фрагментов и субзерен относительно друг друга (см., например, [Рыбин, 1986, 2002, 2003; Козлов и др., 1991; Kuhlman-Wilsdorf et al., 1999]) и в конечном итоге – к измельченной «новой» зеренной структуре. Для описания данных механизмов в рамках феноменологических теорий используются модели, сформулированные в терминах механических переменных (напряжений, неупругих деформаций, градиентов деформаций), иногда – с введением внутренних переменных. С повышением температуры обработки активизируются механизмы, обусловленные диффузией (атомов, вакансий и т.д.), за счет которых реализуется возврат и рекристаллизация, также ведущие к изменению субзеренной и зеренной структуры. Следует отметить, что вышеуказанные физические механизмы, как правило, действуют одновременно, с различной степенью активности в разных диапазонах параметров воздействия; при моделировании данных процессов обычно выбираются преобладающие в рассматриваемых условиях механизмы. Описание таких термоактивируемых механизмов часто осуществляется также с привлечением феноменологических континуальных моделей; например, для определения доли трансформированного (за счет рекристаллизации или возврата) материала применяются мо-

дели с использованием скалярной внутренней переменной [Anand L., 1985; Brown, Bammann, 2012] или модели типа JМАК (Johnson – Mehl – Avrami – Kolmogorov) [Kolmogorov, 1937; Johnson, Mehl, 1939; Avrami, 1939, 1940]. Последняя первоначально была ориентирована на анализ процессов кристаллизации, однако нашла применение для рассмотрения статической и динамической рекристаллизации (см., например, [Rios, Villa, 2013; Puchi-Cabrera et al., 2018; Irani, Joun, 2018]). Модели указанных типов используются для определения напряжения течения с учетом процессов динамического возврата и рекристаллизации, но не позволяют описывать детальное изменение зеренной и субзеренной структуры, для чего требуются более «тонкие» модели, часть из которых рассмотрена в настоящей работе.

В первом разделе представленного обзора описываются макрофеноменологические континуальные модели для описания изменения зеренной структуры, базирующиеся на результатах макроэкспериментов, механике деформируемого твердого тела (МДТТ) и неравновесной термодинамике. Во втором разделе приводится описание и анализ существующих моделей, оперирующих понятиями и соотношениями физики твердого тела (ФТТ) и физического материаловедения с явным рассмотрением механизмов изменения зеренной структуры. Следует оговориться, что при построении большинства макрофеноменологических континуальных моделей их авторы, конечно, опираются на известные данные о физике анализируемых процессов, однако в эволюционных уравнениях, формулируемых для описания изменения зеренной структуры, указанные механизмы и их носители не рассматриваются (по крайней мере – в явном виде). В связи со сказанным разделением работ на первую и вторую группы является в значительной мере условным, данное отнесение будет осуществляться по превалированию соответствующих каждому классу моделей подходов, методов, гипотез, используемых при формулировке эволюционных уравнений.

1. Континуальные модели, основанные на макрофеноменологическом подходе

С геометрической (кинематической) точки зрения изменение зеренной структуры связано с разворотами отдельных частей зерен относительно друг друга; при достижении определенного значения (обычно – 15°) разориентаций подобластей зерен относительно ориентировки «материнской» фазы и соседних частей, эти подобласти считаются отдельными зёрнами. Модели, в которых наряду с трансляционными степенями свободы для материальных частиц вводятся еще и ротационные моды движения, появились в континуальной механике (в первую очередь – для упругих материалов) еще в начале XX в. [Cosserat E., Cosserat F., 1909]; детальному рассмотрению соотношений и приложений континуума Коссера к различным задачам теории упругости посвящено огромное число работ отечественных и зарубеж-

ных исследователей (в качестве примера приведем лишь некоторые ссылки [Аэро, Кувшинский, 1960, 1964; Tourin, 1962; Миндлин, Тирстен, 1964; Mindlin, 1964; Пальмов, 1964; Ильюшин, Ломакин, 1971; Кунин, 1975; Новацкий, 1975; Ломакин, 1976; Green, Naghdi, 1991; Eringen, 1998; Кулеш и др., 2001; Бровко, 2002; Саркисян, 2008; Жилин, 2018 и др.]).

Движущей силой поворотов частиц материала являются соответствующие моменты (моментные напряжения), впервые введенные в рассмотрение В. Фойгтом в 1887 г. [Voigt, 1887] (см. также [Voigt, 1928]). При этом в большинстве работ физические механизмы возникновения моментных напряжений не обсуждались; при использовании термодинамического подхода к построению ОС они обычно вводятся как энергетически сопряженные с мерами «вращательных деформаций» термодинамические силы. Одна из первых попыток ввести физическое обоснование возникновения моментных напряжений содержится в работах Э. Крёнера [Kröner, 1963; Крёнер, 1965]. В цитируемых работах отмечается необходимость учета изгибов – кручений кристаллической решетки, возникающих вследствие наличия избыточных дислокаций определенного знака в пластически деформированных телах. Указанные искажения, с одной стороны, можно рассматривать как результат коллективного воздействия на конечную область остаточных микронапряжений, порождаемых дислокациями. Получено соотношение для определения моментных напряжений в случае равномерно распределенных краевых дислокаций одного знака в идентичных системах скольжения (СС) через упругие модули, расстояния между дислокациями на СС и между плоскостями параллельных СС. Показана возможность выражения тензора моментных напряжений через введенный Наем [Nye, 1953] тензор кривизн – кручений, определяемый ротором пластической (или упругой) составляющей градиента места. Отмечается, что полученное соотношение можно трактовать как своеобразное ОС, связывающее линейным образом тензор моментных напряжений и тензор кривизн – кручений (подобно упругому закону) с коэффициентами жесткости, зависящими от расстояния между плоскостями залегания дислокаций. К аналогичному соотношению можно прийти, устремляя вектор Бюргерса дислокаций к нулю с одновременным увеличением их числа в каждой плоскости залегания при сохранении суммарного вектора Бюргерса, т.е. при переходе к континуальному аналогу рассматриваемой схемы.

С другой стороны, кристаллит рассматривается как подвергаемый неаффинной деформации (например, изгибу) нелокальный идеально упругий материал (с дальним порядком взаимодействия атомов), для которого вводится упругий потенциал как интеграл по объему от функции, зависящей от перемещений частиц. Раскладывая перемещения в ряд Тейлора и пренебрегая членами с градиентами перемещений порядка выше второго, в конечном итоге получены связи между напряжениями и моментными напряжениями – с одной стороны, –

и производными от упругого потенциала по первым и вторым градиентам перемещений, соответственно, – с другой. В ходе выводов показан важный результат, что полученные соотношения не могут быть использованы для бесконечно малых объемов (в отличие от классического закона Гука), масштаб рассматриваемого объема не должен быть меньше межатомного расстояния. Это обстоятельство, как правило, не учитывается в работах, посвященных применению обобщенных континуумов к решению различных краевых задач, полагается, что ОС таких сред также могут быть использованы в локальной форме (при «стягивании» объема к математической точке). Показано, что уравнения равновесия согласуются с аналогичными уравнениями континуума Коссера, однако в рассматриваемых статьях формулировка дает ясную физическую интерпретацию моментных напряжений.

В статье [Takeuchi, Argon, 1976], в основном посвященной обзору результатов экспериментальных исследований механического поведения однофазных поликристаллов при ползучести при повышенных (в окрестности 0,5 гомологической) температурах, рассматриваются также вопросы формирования и эволюции субзеренной структуры. Субзерна начинают формироваться на переходной стадии, и на стадии установившейся ползучести образуют устойчивую и однородную структуру. Указывается на определяющую роль для образования субзеренной структуры размножения и самоорганизации дислокаций, формирующих плоские скопления и стенки, которые трансформируются в дальнейшем в границы субзерен; последние имеют высокую мобильность, что обуславливает процессы роста характерных размеров субзерен. Из экспериментальных данных, полученных в испытаниях на одноосное нагружение с разными скоростями деформирования, температурами и напряжениями, показано, что наиболее существенно средний размер субзерен d зависит от напряжений деформирования σ ; предложена зависимость $d \sim \sigma^{-m}$, приведены определенные в опытах значения показателя степени m для ряда металлов и сплавов.

В [Kratovich, Orlová, 1990], опираясь на подход, описанный в статье [Biot, 1965], предлагается рассматривать формирование субзеренной структуры как результат внутренней неустойчивости («внутренних изгибов») при деформировании анизотропной вязкой среды. Следуя Био, авторы рассматривают задачу устойчивости для случая одноосного растяжения в плоской постановке. Среда описывается линейными вязкими соотношениями с двумя коэффициентами вязкости – на растяжение (T) и сдвиг (S); параметр T авторы связывают с сопротивлением решетки скольжению краевых дислокаций, а коэффициент S – их переползанию. Возмущения скоростей перемещений принимаются в виде произведения экспоненциальной функции времени и гармонических функций координат. С помощью аналитического решения задачи в возмущениях показано, что в зависимости от отношения T/S возможны различные варианты

образования системы деформационных полос или их отсутствия. Так, при низкой температуре склонность к переползанию весьма низка, $S \rightarrow \infty$, и образец деформируется однородно; отмечается, что аналогичная ситуация наблюдается в экспериментах на материалах с низкой энергией дефекта упаковки, для которых переползание также затруднено. С повышением температуры возникает ячеистая структура, образуемая пересекающимися деформационными полосами; указывается, что характерные размеры ячеек зависят от действующей нагрузки, при снижении усилия растяжения размеры уменьшаются. Отмечается качественное соответствие полученных теоретических результатов известным из литературы экспериментальным данным.

Краткий обзор различных численных процедур, применяемых для описания изменения зеренной структуры, представлен в [Frost, Thompson, 1996]; в качестве наиболее используемых авторы выделяют три подхода: метод Монте-Карло, метод отслеживания подвижной границы зерен и метод движущихся вершин (например, тройных узлов сопрягающихся зерен). Движущие силы миграции границ зерен связывают с энергией границ (зависящей от кривизны поверхности) и разницей внутренних энергий соседствующих кристаллитов. В большинстве работ указанные процедуры применены для рассмотрения изменения зеренной структуры в двумерном случае; отмечаются существенные сложности перехода к описанию эволюции границ в трехмерной постановке.

В исследовании [Busso, 1998] для описания поведения материалов при больших пластических деформациях с учетом эволюции зеренной структуры в процессе деформирования и рекристаллизации предлагается использовать феноменологическую модель, основанную на введении внутренних переменных (ВП). В качестве ВП использованы среднее расстояние между дислокациями, объемная доля рекристаллизованных зерен и средний размер зерна. Отмечается, что движущими силами рекристаллизации является накопленная при пластической деформации энергия дислокаций и энергия границ (зерен, субзерен), которые контролируют конкурирующие процессы измельчения и роста размеров кристаллитов. В терминах макропеременных (скорости деформации, температуры и т.д.) построены кинетические уравнения для описания эволюции размеров зерен, доли рекристаллизованной фазы, критических деформаций активации рекристаллизации, напряжения течения. В целом модель содержит 18 параметров, для определения которых использованы данные макроэкспериментов (для случая среднеуглеродистой стали), показано удовлетворительное соответствие теоретических результатов и данных экспериментов на одноосное нагружение. Приведена формулировка геометрически и физически нелинейных определяющих соотношений. Рассмотрено применение модели в целом для исследования процесса штамповки; реализация осуществлена в конечно-элементном пакете ABAQUS.

Весьма существенную роль размер зерен играет при деформировании в режиме сверхпластичности (СП), реализуемом, как правило, при повышенных температурах и невысоких скоростях деформации. В этих условиях может происходить рост размеров зерен, что в конечном итоге может привести к выходу из режима СП. В связи с данным обстоятельством в работах, посвященных построению моделей для описания деформирования в режиме СП, рассматриваются и кинетические уравнения для анализа эволюции зеренной структуры. Значительная часть таких уравнений носит макрофеноменологический характер, в силу чего применима для конкретных материалов в узких диапазонах изменения параметров термомеханических воздействий. Так, в работах [Cheong et al., 2000; Lin, Dean, 2005] для описания изменения размера зерна D при рассмотрении деформирования титанового сплава Ti-6Al-4V при температуре 927°C предлагается следующее соотношение: $\dot{D} = a_1 D^{-h_1} + a_2 \left| \dot{\epsilon}^p \right| D^{-b_2}$, где материальные параметры a_i , b_i определяются из опытов на одноосное нагружение, $\dot{\epsilon}^p$ – скорость пластической составляющей одноосной деформации.

Физические причины возникновения ротаций в структурно-неоднородных средах и возможности применения континуума Коссера к описанию неупругого деформирования и разрушения таких материалов обсуждаются в исследовании [Макаров, 2003]. Приведена полная система уравнений для описания поведения упругопластического моментного континуума. Принимается, что в упругой области внутренние моментные взаимодействия взаимно уравновешены, вследствие чего ротации материала проявляются только при переходе к упругопластической фазе деформирования. В определяющих соотношениях, записанных в скоростной релаксационной форме, параметры, характеризующие моментные составляющие напряженно-деформированного состояния, полагаются нулевыми в упругой области и зависящими от накопленной неупругой деформации – в упругопластической. Приведены примеры применения предлагаемой модели для решения задач о плоском деформировании образцов из субмикроскопических поликристаллов и геоматериала (угля).

Краткий обзор различных классов моделей, используемых для описания деформирования материалов на мезоуровне, включая теории обобщенных континуумов, приведен в работе [Смолин, 2005]. Особое внимание уделено упругопластическому варианту модели Коссера; приведены балансовые уравнения и определяющие соотношения. Уравнения для определения пластических составляющих скоростей деформаций и кривизн–кручений строятся по аналогии с теорией пластического течения с раздельными условиями пластичности для описания каждой из мод деформирования. Приведены результаты решения трех иллюстрационных задач, демонстрирующих качественные особенности, связанные с учетом ротационных эффектов.

В статье [Beigelzimer, 2005] предложена феноменологическая модель, позволяющая качественно описать

фрагментацию и порообразование при пластическом деформировании поликристаллических материалов. С этой целью автор вводит две внутренние переменные: удельную (на единицу объема) площадь границ фрагментов и удельную пористость (суммарный объем пор на единицу объема). Основным механизмом образования несплошностей и границ фрагментов принимается заторможенный на препятствиях сдвиг, ведущий к изгибам – кручениям решетки. По аналогии с турбулентностью предполагается справедливой гипотеза о самоподобии процесса фрагментации, в соответствии с которой принимается логнормальный закон распределения фрагментов по размерам. Для вышеуказанных внутренних переменных формулируются эволюционные уравнения, коэффициенты в которых зависят от характеристик решетки кристаллитов и среднего давления; движущей силой изменения плотностей дефектов является сдвиговая деформация. Показано, что предлагаемая модель обнаруживает качественное соответствие известным экспериментальным данным (например, о существовании предельного размера измельчения кристаллитов, влиянии на процессы фрагментации и образования пор среднего давления).

В исследовании [Petryk, Stupkiewicz, 2007] рассматривается макрофеноменологическая модель для описания измельчения зеренной структуры и обусловленного им упрочнения в процессах ИПД. Авторы исходят из предположений, что существующие теории пластичности позволяют исследовать неограниченные по величине пластические деформации при произвольных траекториях деформации; в качестве таковой теории в статье использована теория пластического течения с комбинированным законом упрочнения. Принимается также гипотеза о восстановлении дислокационной субструктуры при реверсивном нагружении. Все приведенные гипотезы представляются не имеющими под собой должного обоснования как с позиций ФТТ, так и нелинейной МДТТ. В частности, восстановление дислокационной субструктуры при реверсивном нагружении в определенной степени возможно только в ситуации одиночного сдвига по одной СС, но и в этом случае – только до стадии вступления дислокаций активной СС во взаимодействие с дислокациями своей системы и дислокациями леса.

Для учета сложности нагружения вводится дополнительная внутренняя тензорзначная (2-го ранга) переменная ϵ_r , которая определяет участок предшествующей деформации определенной длины; указанную длину можно назвать «следом памяти» (или, в терминологии теории упругопластических процессов А.А. Ильюшина [Ильюшин, 1963], – «следом запаздывания»). С использованием этой переменной вводится определение эффективной пластической деформации ϵ_{eff} , скорость изменения которой равна интенсивности пластической составляющей деформации скорости (\mathbf{D}^p) в случае монотонного нагружения на рассматриваемом участке траектории деформирования ($\epsilon_r: \mathbf{D}^p > 0$) и нулю – в случае нейтрального или реверсивного нагружения ($\epsilon_r: \mathbf{D}^p \leq 0$). Основываясь на

экспериментальных данных о ячеисто-блочном строении материала и предполагая, что эти элементы образованы совокупностями параллельных плоскостей, авторы вводят характерные размеры ячеек D_c и блоков D_b как расстояния между соответствующими плоскостями. Кроме того, вводится дополнительная внутренняя переменная – расстояние между большеугловыми границами D_{ha} . Предложены эволюционные уравнения для всех трех характерных размеров в виде обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих их изменение в зависимости от ϵ_{eff} ; в уравнении для D_{ha} дополнительно учитывается локальное отклонение тензора \mathbf{D}^p от направления предшествующего участка траектории деформации. Приведена модификация формулы Холла – Пetchа, согласно которой напряжения течения, в дополнение к зависимости от температуры и скорости деформации, зависят также от D_c , D_b и доли большеугловых границ. Величину D_{ha} можно трактовать как характерный размер измельченной зеренной структуры. Предлагаемая модель использована для анализа деформирования алюминиевых образцов с применением различных режимов процесса равноканального углового прессования (РКУП); показано удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

Широкое распространение при описании эволюции зеренной структуры в результате процессов рекристаллизации получили модели, основанные на теории фазового поля Гинзбурга – Ландау [Гинзбург, Ландау, 1950]. В моделях данного класса для описания фазового состояния частиц континуума вводятся параметры порядка как непрерывные функции координат и времени; межфазные границы устанавливаются как области (конечной толщины) высоких значений градиентов указанных полей (параметров порядка). Вводятся соответствующие исследуемому процессу термодинамические потенциалы (например, свободной энергии Гиббса), плотность которых зависит от параметров порядка и их градиентов. С использованием введенного термодинамического потенциала по аналогии с широко применяемым в физике формализмом Гамильтона далее формулируются эволюционные уравнения для параметров порядка.

В [Suwa et al., 2007, 2008] приведена модель фазового поля (МФП) (в сочетании с феноменологической моделью для описания роста субзерен) и результаты ее применения для исследования влияния на процесс рекристаллизации разориентации и величины размеров субзерен, являющихся зародышами рекристаллизующихся зерен. Вводятся параметры порядка, определяющие ориентацию рассматриваемой точки поликристалла из конечного набора множества ориентаций. Полная свободная энергия в соответствии с соотношением, предложенным Дж. Каном и Дж. Хиллиардом [Cahn, Hilliard, 1958], определяется как функция параметров порядка и их градиентов. С использованием введенного термодинамического потенциала записываются эволюционные уравнения Гинзбурга – Ландау для параметров

порядка. Кинетические коэффициенты (характеристики мобильности), входящие в эволюционные уравнения, принимаются зависящими от углов разориентации соседствующих кристаллитов. Рассмотрен тестовый пример в двухмерной постановке; в работе [Suwa et al., 2007] основное внимание уделено анализу стадии роста доли рекристаллизованных зерен из существующих зародышей. Результаты решения, полученные с помощью предлагаемой модели, свидетельствуют о наличии максимума зависимости мобильности границы от угла разориентации и обратной пропорциональности скорости движения межкристаллитной границы от среднего начального размера субзерен. В статье [Suwa et al., 2008] исследуется влияние начальной субзеренной структуры на процесс рекристаллизации; показано, что изменение среднего угла разориентации может приводить к смене режима рекристаллизации от непрерывного (continuous) к прерывистому (discontinuous).

Близкие по структуре и основным параметрам МФП предложены во многих других статьях. Например, в исследовании [Takaki et al., 2008] представлены основные соотношения, алгоритм реализации и результаты применения МФП к исследованию изменения зеренной структуры в процессе динамической рекристаллизации (на примере предварительно деформированного медного образца); для определения запасенной внутренней энергии использована феноменологическая модель для описания эволюции плотности дислокаций [Kocks, 1976; Mecking, Kocks, 1981; Follansbee, Kocks, 1988]. В работе [Takaki et al., 2014] описана комплексная модель, основанная на методе конечных элементов (МКЭ) и МФП. При формулировке МКЭ использована теория пластического течения и геометрически нелинейные упругие соотношения в скоростной релаксационной форме; определенные с помощью МКЭ скорости пластических деформаций далее применены в указанной выше феноменологической модели для определения плотностей дислокаций. Приведены результаты расчетов НДС и изменения зеренной структуры при горячей осадке цилиндрической заготовки в условиях неоднородной по объему образца деформации. В статье [Muramatsu et al., 2014] рассмотрено применение подобной МФП для анализа статической рекристаллизации предварительно продеформированного поликристаллического образца; значительное внимание уделено описанию численной процедуры реализации модели, приведены результаты решения тестовых примеров (в плоской постановке).

Два различных сценария эволюции зеренной структуры в процессах интенсивной пластической деформации (авторы называют ее «мегапластической»), которые могут накладываться на механизм измельчения кристаллитов, с энергетических позиций рассмотрены в работах [Глезер, Метлов, 2008, 2010; Метлов, 2008а, б; Метлов и др., 2014]. Общей чертой рассмотренных сценариев является их цикличность. Согласно первому из них процесс дробления (первичной фрагментации) сме-

няется первичной рекристаллизацией, затем следует вторичная фрагментация, после чего наступает этап динамической рекристаллизации, и так далее. Во втором сценарии после стадии первичной фрагментации следуют чередующиеся процессы аморфизации и нанокристаллизации. Авторы отмечают, что «траектория» структурных перестроек определяется такими факторами, как температура, величина барьера Пайерлса дислокаций и их способность к диффузионным перестройкам, разность энергий кристаллического и аморфного состояний. В качестве движущей силы процессов изменения кристаллитов рассматривается эволюция дефектной структуры (точечных дефектов, дислокаций), их взаимодействие, перестройка, формирование новых границ. Переход к фрагментации и аморфизации (а для некоторых материалов и/или режимов деформирования – к твердофазному фазовому переходу) возникает после исчерпания возможности релаксации подводимой механической энергии за счет дислокационных механизмов и потоков точечных дефектов. Размеры зерен в явной форме не фигурируют в предлагаемой модели, для описания процесса измельчения введена другая характеристика – плотность границ.

Для описания процессов ИПД предлагается использовать качественную модель, основанную на применении первого начала термодинамики (закона сохранения энергии) и теории фазовых переходов Ландау. В соответствии с этим в выражение внутренней энергии наряду с упругой, диссипированной на пластических деформациях, и тепловой (поступающей извне системы) энергиями вводятся члены, отвечающие за энергию различных видов дефектов. При этом основным видом дефектов считаются высокоугловые границы зерен, образование которых определяет измельчение зерен; в качестве количественной меры данного вида дефектов принимается плотность границ. С использованием аппарата неравновесной термодинамики сформулированы кинетические уравнения, описывающие изменения плотности дефектов. Предложена полиномиальная аппроксимация зависимости внутренней энергии от плотности дефектов; для приближения четвертой степени показано наличие двух максимумов внутренней энергии, соответствующих двум устойчивым состояниям в области низких и высоких плотностей границ.

Дальнейшему развитию рассматриваемого подхода посвящена статья [Khomeenko et al., 2015]. Построена фазовая диаграмма в координатах первый инвариант – второй инвариант тензора упругих деформаций, с помощью которой в условиях адиабатического приближения выделены четыре области параметров, две из которых имеют по одному, две – по два аттрактора параметров, описывающих дефекты. Построено кинетическое уравнение, решение которого позволило определить стационарные состояния параметров, характеризующих дефектную структуру (плотности дислокаций и плотность границ).

Несмотря на упоминание в цитируемых работах представительного объема, для которого только и мож-

но формулировать конститутивные соотношения в терминах континуальных параметров, точное определение этого понятия (включая его масштабы) отсутствует. В связи с этим не ясно, на каких объектах (представительных объемах) определены используемые характеристики материалов (напряжения, деформации, температура, энтропия, удельная внутренняя энергия, плотности дислокаций и границ).

Теоретическому и экспериментальному исследованию измельчения для различных процессов ИПД (равноканального углового прессования (РКУП), кручения при высоком гидростатическом давлении, ортогонального резания) посвящена статья [Zhilyaev et al., 2013]. Результаты экспериментов показывают, что во всех исследуемых процессах существуют некоторые пределы измельчения зерен. Для теоретического исследования использован энергетический подход. Принимается, что подводимая механическая работа затрачивается на возрастание энергии дефектной микроструктуры (дислокаций, вакансий; при построении модели данным вкладом пренебрегается), изменение поверхностной энергии зерен и повышение температуры. Деформации (скорости деформации) определяются по приближенным аналитическим соотношениям. Принимается, что размеры зерен изменяются в результате двух конкурирующих процессов: измельчения за счет деформирования (возможного при комнатной температуре) и роста за счет термически активируемой диффузии; предложено простое эволюционное соотношение для описания изменения размера зерна (обыкновенное дифференциальное уравнение). При определении изменения температуры рассмотрены как адиабатические условия, так и возможность стока тепловой энергии за счет теплопередачи в окружающую среду. Приведены результаты расчетов изменения среднего размера зерна для образцов из алюминия, меди и никеля, подвергнутых указанным процессам ИПД; полученные данные качественно согласуются с экспериментальными результатами.

Существенное влияние оказывает микроструктура на качество поверхностей деталей, получаемых механической обработкой, особенно – труднообрабатываемых; при этом одним из важнейших параметров структуры является размер зерна, изменяющийся вследствие деформирования и рекристаллизации. В работе [Rotella, Umbrello, 2014] для исследования процесса ортогонального резания заготовки из титанового сплава использован МКЭ в плоской постановке. Рассмотрены случаи сухого резания и при охлаждении жидкостью криогенной (-182°C) температуры. Для описания эволюции размера зерна D принято феноменологическое соотношение: $D = D_0 c \left(\dot{\epsilon} \exp \frac{Q}{R\theta} \right)^n$, где D_0 – начальный размер зерна, c , n – материальные параметры, Q – энергия активации пластического деформирования, R – газовая постоянная, θ – абсолютная температура, $\dot{\epsilon}$ – интенсивность скорости деформации. Отме-

чается, что охлаждение позволяет существенно уменьшить размер зерна и повысить качество поверхности; показано удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

Для исследования эволюции формы и размеров зерен микролегированных сталей (0.07C, 0.29Si, 1.36Mn, 0.067Nb, 0.03Ti, 0.16Cu, 0.0098N, 0.002B) с дисперсно-распределенными жесткими частицами Nb (C, N) в комбинированном процессе ИПД в исследовании [Majta et al., 2016, 2017] предлагается использовать многомасштабный подход. Рассматриваемая технология изготовления проволоки включает три этапа: волочение через три волокна со смещенными осями, линейное волочение через систему волокон, рихтовка проволоки в правильной машине (знакопеременный изгиб). Для исследования применен стандартный пакет ABAQUS, реализующий МКЭ в упругопластической постановке (в качестве ОС принята теория пластического течения). Рассматривается последовательность вложенных друг в друга объемов, занятых материалом аппроксимируемых КЭ с соответственно измельчаемой сеткой; нагружение рассматриваемых объемов определяется кинематически из решения задачи на вышележащем масштабном уровне. Для описания формирования структуры материала на нижнем масштабном уровне использован метод клеточных автоматов. Приведены результаты расчетов НДС на различных стадиях комплексного процесса обработки, отмечается существенная неоднородность деформаций, особенно – в окрестностях включений жестких частиц. Напрямую измельчение зеренной структуры не рассматривается, авторы предлагают оценивать фрагментацию на основе анализа неоднородности деформаций.

Комплексная феноменологическая модель для описания деформирования образцов из жаростойкой стали 5Cr21Mn9Ni4N в температурном [1273, 1393] К и скоростном $[0,1, 10] \text{ c}^{-1}$ диапазонах до деформаций в 20, 40 и 60 % предложена в статье [Ji et al., 2017]. Формулировка модели включает одномерные (скалярные) соотношения упруговязкопластичности (с учетом упрочнения и влияния размера зерна), уравнения для описания эволюции плотности дислокаций, изменения доли рекристаллизованной фазы, размеров зерен. Изменение среднего размера зерна предлагается описывать следующим соотношением:

$$\dot{D} = a_1(\theta) \left(\frac{c}{D} \right)^b - a_2 \dot{\phi} \left(\frac{D}{D_0} \right)^b, \quad \text{где}$$

$a_1(\theta) = a_0 \exp\left(-\frac{Q}{R\theta}\right)$, a_0 , a_2 , b , c – определяемые экспериментально материальные константы, Q , R , θ – энергия активации (диффузии), газовая постоянная, абсолютная температура соответственно, ϕ – объемная доля рекристаллизованных зерен. Здесь первое слагаемое отвечает за рост зерен за счет атомарной диффузии, второе – за измельчение зерен в ходе динамической рекристаллизации. Результаты исследования показывают, что при низкой скорости деформации формирование субзеренной структуры происходит при меньших

значениях накопленной деформации по сравнению со случаем высокой скорости деформации.

В исследовании [Ebrahimi et al., 2018] для определения средних размеров зерен, формирующихся в процессе динамической рекристаллизации, предложена простая феноменологическая модель. В первой части работы приведены полученные на основе модели [Johnson, Cook, 1983] и анализа результатов проведенных экспериментальных исследований соотношения для определения напряжения течения как функции скорости деформации, накопленной деформации и температуры; особое внимание уделено влиянию на напряжение течения энергии дефекта упаковки. Для описания рекристаллизации используется модель образования и роста зародыша рекристаллизованного зерна на границах зерен в модификации, изложенной в работе [Bate, Hutchinson, 1997], согласно которой геометрические параметры рекристаллизованных зерен определяются в зависимости от движущей силы. Движущей силой миграции границ является разность внутренней энергии дефектов, которая связывается прежде всего с плотностью дислокаций. В свою очередь, от плотности дислокаций зависит напряжение течения. В результате комбинация полученных соотношений позволяет установить уравнение для определения геометрических параметров рекристаллизованных зерен.

В работе [Xiao et al., 2018] для описания изменения размеров зерен при деформировании образцов из алюминиевого сплава AA7075 при различных температурах испытания и скоростях деформирования предложено соотношение вида: $\dot{D} = a_1 \bar{D}^{-b_1} + a_2 \dot{\epsilon} \bar{D}^{-b_2} - a_3 \phi^{-b_3} \bar{D}^{b_4}$, где $\bar{D} = D/D_0$, D_0 – начальный размер зерна, a_i , b_i – материальные параметры, $\dot{\epsilon}$ – скорость одноосной деформации, ϕ – объемная доля рекристаллизованных зерен (определяемая из феноменологического соотношения). За счет опирающегося на эксперименты выбора материальных параметров получены результаты, удовлетворительно согласующиеся с опытными данными.

Описание методик экспериментального и теоретического исследования поведения цилиндрических (с круговым поперечным сечением) заготовок из сплава васпалой (жаропрочный сплав на никелевой основе) при осадке со скоростями деформации 0,01; 0,1 и 1,0 с⁻¹ при температурах 980, 1020, 1060, 1100 и 1140°C до степени деформации 0,83 приведено в работе [Chamanfar et al., 2019]. Для установления изменения характеристик напряженно-деформированного состояния в процессе осадки используется МКЭ (пакет DEFORM). Основным механизмом изменения зеренной структуры принимается динамическая рекристаллизация, для определения доли рекристаллизованной фазы ϕ применена модель Джонсона – Мела – Аврама – Колмогорова. Средний размер рекристаллизованных зерен D_{dtx} предлагается рассчитывать по следующему соотношению: $D_{\text{dtx}} = aD_0^{b_1} \dot{\epsilon}^{b_2} \dot{\epsilon}^{b_3} \exp\left(\frac{Q}{R\theta}\right) + c$, где D_0 – началь-

ный размер зерна, a , b_i , Q , c – экспериментально определяемые константы. Средний размер зерен для деформированного образца определяется соотношением: $D = \phi D_{\text{dtx}} + (1 - \phi) D_0$. Предлагаемая модель демонстрирует приемлемую точность определения среднего размера зерен (расхождение с экспериментальными данными не превышает 16 %) для деформирования при температурах 980° и 1140 °С для всех исследуемых скоростей деформации. В интервале температур 1020÷1100 °С расхождение существенно выше, что авторы объясняют высокой чувствительностью материала к компонентному составу в этом диапазоне температур и отсутствием измеренных с высокой точностью эмпирических параметров.

Детальное описание феноменологической модели, основанной на введении внутренних переменных (ВП) и ориентированной на описание процессов деформирования поликристаллических тел в широких пределах изменения температуры и скорости деформации, приведено в исследовании [Cho et al., 2019]. Значительное внимание уделено построению феноменологической подмодели для анализа эволюции зеренной (субзеренной) структуры. Предложены соотношения для описания объемной доли рекристаллизованных зерен ϕ за счет статической и динамической рекристаллизации с учетом одновременно идущих процессов деформирования, изотропного и кинематического упрочнения. Скорость изменения среднего размера зерна \dot{D} определяется разницей скоростей роста (за счет диффузии) и измельчения (обусловленного формированием субзерен и их ротациями). Соотношение для определения \dot{D} в конечном итоге записано как функция энергии активации диффузии, температуры, среднего давления, скорости изменения доли рекристаллизованных зерен и интенсивности скорости деформации. В дальнейшем определенный с помощью указанной подмодели средний размер зерна используется в соотношениях для выявления эволюции напряжения течения. Приведены результаты применения предлагаемой модели для описания деформирования образцов из чистых металлов (Cu, Ni), магниевого сплава, среднеуглеродистой стали и двух горных пород (также имеющих поликристаллическое строение), демонстрирующие удовлетворительное соответствие экспериментальным данным.

Для определения зависимости размеров зерен D от параметров термомеханической обработки в технологической практике часто используется приближенная оценка $D \sim Z^{-n}$, где $Z = \dot{\epsilon} \exp\left(\frac{Q}{R\theta}\right)$ ($\dot{\epsilon}$ – интенсивность скорости деформации, Q – энергия активации деформации, R – газовая постоянная, θ – абсолютная температура) – так называемый параметр Зинера – Холломоны, n – экспериментально определяемый показатель степени. Однако для ряда сплавов и условий их обработки, как показано в работе [Gholizadeh et al., 2020] на основе результатов экспериментов, проведенных до высоких

степеней деформации в широких диапазонах температур и скоростей деформации на образцах из 1) низкоуглеродистой стали ферритного класса (ОЦК) и 2) нержавеющей стали аустенитного класса (ГЦК – решетка), данное соотношение оказывается несправедливым. Отмечается, что в качестве альтернативного варианта может использоваться предложенная в работе [Derby, 1991] связь среднего размера зерна с напряжением течения: $\sigma/\mu = K (D/b)^p$, где σ – интенсивность напряжений, μ – модуль сдвига, b – модуль вектора Бюргерса, K , p – экспериментально определяемые параметры. На основе анализа экспериментальных данных устанавливаются три характерные области, в которых доминируют разные механизмы измельчения зерен: I – при высоких напряжениях измельчение определяется деформационным механизмом, III – область доминирования динамической рекристаллизации (низкие напряжения деформирования), II – переходная зона, в которой параллельно действуют оба механизма.

Для обеспечения сочетания высокой прочности и вязкости материала в машиностроении широко используются различные способы поверхностной обработки деталей. Повышение предела текучести поверхностных слоев обусловлено повышенной плотностью дислокаций и уменьшением размеров зерен. Для исследования поверхностной обработки обдувкой дробью в статье [Cao et al., 2021] предлагается феноменологическая модель, сформулированная в терминах континуальных макропеременных (напряжений, деформаций). Реализация модели основана на МКЭ (пакет ABAQUS, конститутивная модель встроена в виде подпрограммы VUMAT) и теории пластического течения, в которой напряжения течения зависят от накопленной деформации, скорости деформации, температуры и размера зерна (соотношение типа Холла – Петча). Размер зерна устанавливается простым эмпирическим соотношением в виде экспоненциальной функции накопленной деформации. Приведен пример расчета поверхностной обработки образца обдувкой дробью; теоретические результаты по распределению размеров зерна в зависимости от расстояния от поверхности образца находятся в удовлетворительном соответствии с экспериментальными данными.

2. Физически-ориентированные континуальные модели

В последние десятилетия в физическом металлведении вопросам перестройки внутренней структуры (включая изменение зеренной структуры) посвящено большое число работ [Рыбин и др., 1974; Кайбышев, Валиев, 1987; Рыбин и др., 1990; Козлов и др., 1991; Zisman, Rybin, 1996; Langdon, 2008; Blum, Eisenlohr, 2011; Рыбин и др., 2014; и др.]; значительное внимание уделяется при этом формированию и эволюции мезодефектов и мезоструктур [Де Вит, 1977; Лихачев и др., 1989; Панин и др., 1995а, б; Панин, 1998; Рыбин, 2002, 2003; Lin, Liu, 2003; Лычагин и др., 2005; Тюменцев и

др., 2013; и др.]. Особое внимание при рассмотрении процессов измельчения зерен уделяется рассмотрению дисклинаций и их взаимодействию с ансамблями дислокаций [Рыбин и др., 1985; Рыбин, 1986; Колесникова, Романов, 2003; Сарафанов, Перевезенцев, 2007, 2009, 2010; Rybin et al., 2015; Рыбин и др., 2017; и др.] Результаты исследований свидетельствуют о зарождении «новых» структур в недрах «старых» и постепенном поглощении первыми последними. В частности, измельчение зеренной структуры начинается с формирования дислокационных и дисклинационных стенок, обуславливающих развороты частей кристаллитов относительно друг друга; продолжающееся пластическое деформирование ведет к увеличению разориентации кристаллитов, образованию субзерен и новых зерен, меньших, чем исходные, размеров. На основе полученных данных об эволюционирующей микроструктуре базируются многочисленные так называемые «физически-ориентированные» модели, значительная часть которых оперирует континуальными переменными для описания изменяющихся в процессе деформирования взаимодействующих дислокационных и дисклинационных субструктур [Romanov, Aifantis, 1993; Romanov, 1995; Grinayev, Chertova, 1998; Pantleon, 2001; Катанаев, 2005; Bakó B. et al., 2006; Romanov, Kolesnikova, 2009; Fressengeas et al., 2011; Taupin et al., 2013, 2014, 2015, 2017; Pascan, Cleja-Tigoiu, 2015; Cleja-Tigoiu et al., 2016, 2019; и др.].

Процессы эволюции зеренной структуры металлов и сплавов интенсивно изучаются начиная с 40-х гг. XX в.; дальнейшее развитие аппаратуры и методик исследований позволило перейти к анализу все более «тонких» эффектов. Основываясь на этих данных, исследователи получили возможность разрабатывать модели для анализа формирования и изменения зеренной (субзеренной) структуры. В работе [Li, 1962] предложена модель для описания объединения субзерен, разделенных малоугловыми границами, за счет их разворотов. В основу модели положен второй закон термодинамики в форме минимизации свободной энергии (в изотермических условиях) системы, включающей субзерна и их границы. Для определения зависимости энергии границ кристаллитов от разориентации использовано соотношение, полученное Ридом и Шокли [Read, Shockley, 1950]. Механизмами, обеспечивающими совместность (отсутствие внутренних разрывов и наложенных) трансформации субзеренной структуры при таких поворотах, являются процессы кооперативного перемещения дислокаций и согласованного движения вакансий. Приведены соотношения, описывающие кинетику поворотов субзерен, определено время, необходимое для коалесценции субзерен. С дальнейшим развитием рассмотренного подхода можно ознакомиться, например, в работах [Saetre et al., 1991; Saetre, Ryum, 1996], где приведены кинетические уравнения и результаты моделирования коалесценции субзерен за счет их ротации в одномерной [Saetre et al., 1991] и двумерной [Saetre, Ryum, 1996] постановках. Подробное изложение

модели (в плоской постановке) для описания эволюции зеренной структуры как за счет механизмов ротации, так и нормального роста (диффузией) содержится в работе [Moldovan et al., 2003]. При рассмотрении коалесценции зерен за счет поворотов принят вязкий закон зависимости скорости вращения от вращающего момента; коэффициент «вязкости» зависит от размеров и формы зерен, температуры и свойств кристаллитов. Вращающий момент для каждого зерна определяется суммой (по всем фасеткам зерна) произведений длины участка границы и производной от энергии границы по углу разориентировки с граничащим по данной фасетке соседним зерном. Зависимость энергии границы от угла разориентировки полагается определенной соотношением Рида и Шоуки [Read, Shockley, 1950]. С использованием теории подобия и размерности получено соотношение для определения критического размера зерна D_c ; при $D \ll D_c$ преобладающим механизмом изменения зеренной структуры является ротационный, при $D \gg D_c$ – диффузионный, в промежуточной области действуют оба механизма. Отмечается, что при поворотах зерен диффузия играет важную роль аккомодационного механизма, рассмотрение которого содержится в работе [Moldovan et al., 2001]; при этом, следуя позиции [Raj, Ashby, 1971], принимается, что ротации реализуются зернограницным скольжением с «подстройкой» контактирующих поверхностей. Приведены примеры применения модели для зерен различной формы (многоугольников с различным числом сторон); особое внимание уделено промежуточной области, в которой укрупнение зерен осуществляется за счет одновременной реализации обоих механизмов.

В статье [Wert et al., 1997], основываясь на результатах собственных экспериментов и известных данных из литературы, авторы предлагают простую аналитическую модель для описания формирования разориентированной структуры. Рассматривается холодная стесненная осадка монокристаллических образцов из технически чистого алюминия с кубической ориентацией (оси кристаллографической системы координат (КСК) кубической решетки направлены вдоль ребер образца в начальной форме прямоугольного параллелепипеда) в предположении однородности в среднем деформации в кристалле. В силу известной ориентации решетки по отношению к осям нагружения при однородных деформациях нетрудно определить сдвиги в системах скольжения (СС) и повороты относительно осей КСК. В этом случае при осадке активными оказываются две пары СС, в каждой из которых совпадают векторы Бюргерса краевых дислокаций: 1. $[10\bar{1}] \{(1\bar{1}1), (111)\}$, 2. $[\bar{1}0\bar{1}] \{(\bar{1}\bar{1}1), (\bar{1}11)\}$, для данных СС фактор Шмида одинаков. В силу последнего факта сдвиги по всем СС следует также считать одинаковыми, вследствие чего ротации кристаллитов, определяемые по модели Тейлора, должны отсутствовать. Данный результат противоречит экспериментальным данным, согласно которым при осадке в монокристалле

появляются полосы сдвига, отделяющие разориентированные области. Для устранения этого противоречия авторы вводят возмущения сдвигов противоположных знаков в соседствующих полосах на двух масштабных уровнях (полос и ячеек) при сохранении суммарных сдвиговых деформаций. Дисбаланс сдвигов порождает различные ротации и разориентировку смежных подобластей кристалла, что приводит к формированию дислокационных границ; плотность дислокаций в формирующихся границах и углы разориентировок выражаются через величины введенных значений возмущений сдвигов по различным СС.

Влияние размеров зерен на поведение деформируемых поликристаллических материалов на протяжении многих десятилетий привлекало и привлекает внимание исследователей – материаловедов и механиков [Hall, 1951; Petch, 1953; Hughes, 2001; Панин и др., 2003; Козлов и др., 2006, 2007, 2014; Cordero et al., 2012, 2016; Valiev et al., 2020; и др.], в первую очередь – в связи с существенным влиянием этой характеристики структуры на предел текучести и напряжение течения. Исследованию данного вопроса для детерминированных параметров зеренной структуры посвящено значительное число работ, большинство из них – экспериментальные. Наибольший интерес представляют публикации, в которых предложены модели для анализа эволюционирующей в процессах деформирования структуры.

В статье [Estrin et al., 1998] рассмотрена одна из таких моделей, в которой однофазные кристаллиты представляются своеобразными композитами, т.е. состоящими из двух «фаз»: внутренностей и границ (стенок) ячеек. Рассмотрен случай простого сдвига медного образца (в плоской постановке). Использован изотропный закон упрочнения, критические напряжения сдвига в каждой из «фаз» определяются соответствующей (скалярной) плотностью дислокаций; критические напряжения сдвига материала устанавливаются по правилу смесей (взвешенной по объемным долям суммой критических напряжений внутренностей и стенок ячеек). Принимается, что неупругое деформирование осуществляется сдвигами по площадкам главных касательных напряжений, для определения скоростей сдвигов использован вязкопластический закон. Предложены эволюционные соотношения для плотностей дислокаций для внутренностей и стенок ячеек, учитывающие взаимодействия дислокаций указанных областей. На основе экспериментальных данных сформулированы соотношения для определения размеров ячеек и толщин стенок, убывающих с ростом деформации. Показано, что предложенная модель удовлетворительно согласуется с эмпирическими данными по упрочнению на III, IV и V стадиях кривых деформирования. Результаты применения и развития модели содержится в работах [Tóth et al., 2002; Estrin et al., 2006; Estrin, Kim, 2007], где рассмотрены соотношения для определения разориентации ячеек, обусловленной скоплениями дислокаций в стенках, и влиянием угла разориентации на упрочнение. В рабо-

те [Lemiale et al., 2010] рассматривается применение данной дислокационной модели для исследования напряженно-деформированного состояния и эволюции микроструктуры при высокоскоростном (скорости деформации порядка 10^3 с^{-1}) одноосном сжатии медных образцов с ультрамелкозернистой структурой (средний размер зерна 203 и 238 нм), полученной предварительным равноканальным угловым прессованием (2 и 8 проходов). Дислокационная модель применяется совместно с теорией пластического течения и методом конечных элементов (пакет MSC-Marc). Показано, что при высокоскоростном сжатии может быть достигнут размер зерна 140–160 нм. Отмечается, что при увеличении скорости деформации размер зерна может несколько увеличиваться, что объясняется увеличением температуры и возможностью динамической рекристаллизации. В исследовании [Deb et al., 2018] приведены алгоритм и результаты применения вышерассмотренной модели [Estrin et al., 1998; Estrin et al., 2006; Estrin, Kim, 2007] для анализа изменения ячеистой и зеренной структуры в процессе прокатки при криогенных температурах образцов из алюминиевого сплава, содержащего добавленные при плавке с перемешиванием наночастицы SiC. Сопоставление эмпирических и теоретических результатов подтверждает адекватность модели.

Стохастическая модель, основанная на рассмотрении изменения дислокационной и субзеренной (ячеистой) структуры в ГЦК чистых поликристаллических металлов, предложена в статье [Nes, 1998]. Работа ориентирована в основном на описание упрочнения на различных стадиях деформирования. Приведены соотношения для определения изменения скалярных плотностей дислокаций (в стенках и внутренности ячеек) и размеров субзерен и ячеек в зависимости от деформации и температуры. Рассмотрено влияние на эволюцию микроструктуры динамического возврата. Дальнейшее развитие модели для исследования поведения поликристаллических образцов из сплавов с ГЦК решеткой содержится в статье [Marthinsen, Nes, 2001], в которой дополнительно рассматривается влияние на изменение структуры жестких частиц вторичной фазы.

Цикл статей [Seefeldt, Van Houtte, 2000; Seefeldt et al., 2001, 2007; Seefeldt, 2004, 2013] посвящен построению дислокационно-дисклинационной модели для описания измельчения зеренной структуры. Измельчение зерен рассматривается как результат формирования блочно-ячеистой структуры за счет образования зародышей границ ячеек (при взаимодействии скользящих по пересекающимся СС дислокаций) и «захвата» ими дислокаций, формирования скоплений дислокаций и полос сдвига, образования и движения дисклинаций. При продолжающейся пластической деформации развороты вдоль границ ячеек и блоков ячеек нарастают, причем углы поворота вдоль границ блоков увеличиваются с большей скоростью. Описание границ блоков осуществляется с использованием понятия диполей частичных дисклинаций. Предложена модель для описания

микроструктуры, включающая эволюционные уравнения для плотностей дислокаций, частичных мобильных и иммобильных дисклинаций, размеров ячеек и блоков ячеек, углов разориентировок блоков ячеек. С использованием модели рассмотрены процессы измельчения зерен для разных ориентировок относительно характерных направлений деформирования образцов из различных металлов и сплавов. Для реализации разработанной модели и ее модификаций предлагается использовать подход Тейлора. Показано удовлетворительное соответствие теоретических результатов экспериментальным данным. В работе [Klimanek et al., 2001] приведены в общем виде кинетические уравнения для плотностей мобильных и иммобильных дислокаций и дисклинаций. Принимается, что движение дисклинационных диполей определяется поглощением потока мобильных дислокаций; предложено уравнение для скорости движения дисклинационного диполя. Приведены результаты расчета эволюции плотностей дислокаций и дисклинаций, средних размеров и углов разориентации блоков ячеек при одноосном нагружении до 100 % при комнатной температуре монокристалла меди (скорость деформации 10^{-2} с^{-1}).

В работе [Sedláček, Forest, 2000] для описания разворотов частей кристаллита относительно друг друга предлагается использовать формализм континуума Коссера. Рассматривается монокристалл, представляемый чередующимися бесконечными пластинами «мягкой» и «жесткой» фаз, ориентированный на одиночное скольжение краевых дислокаций. Области «жесткой» фазы полагаются деформируемыми упруго и непроницаемыми для дислокаций, пластические деформации реализуются за счет движения винтовых составляющих петель дислокаций, краевые составляющие которых заторможены «жесткой» фазой и образуют скопления геометрически необходимых дислокаций (ГНД). Из уравнения равновесия, записанного для изогнутой линии дислокации в терминах линейного натяжения и действующих сдвиговых напряжений, получено дифференциальное уравнение (второго порядка) для пластического сдвига. В процессе вывода последнего естественным путем появляется масштабный множитель, равный плотности дислокаций в степени $(-1/2)$; отмечается, что в определяющих соотношениях обобщенных континуумов (в частности, континуума Коссера) масштабный параметр обычно вводится «вручную», без должного физического обоснования. Рассмотрено описание деформирования рассматриваемой слоистой структуры в рамках модели Коссера. Из сопоставления результатов следует, что входящий в нее масштабный параметр совпадает с масштабным фактором дислокационной модели, а повороты в модели Коссера – с пластическими ротациями «мягкой» фазы.

В исследовании [Sedláček et al., 2002] анализируются причины формирования измельченной зеренной структуры. Отмечается склонность кристаллитов деформироваться одиночным сдвигом, что ведет к разворотам частей зерен, изменению фактора Шмида, геометрическому

разупрочнению или упрочнению. В чистых металлах формирование субзеренной структуры связывается с превалирующим над активным латентным упрочнением, в твердых растворах – с реализацией неконсервативного движения (переползанием) дислокаций. Для описания образования субзерен использован классический подход континуальной механики к исследованию устойчивости для случая деформирования ориентированного на симметричное двойственное скольжение монокристаллического образца в плоской постановке. Получены основанные на дислокационном рассмотрении и применении модели Коссера оценки внутренних дальнедействующих напряжений от границ субзерен, ведущих к кинематическому и изотропному упрочнению.

В работе [Lin, Liu, 2003] рассмотрена дислокационно-ориентированная феноменологическая модель для описания упруговязкопластического деформирования поликристаллических материалов, учитывающая изменения плотности дислокаций и размеров зерен, процессы возврата и рекристаллизации. Для описания эволюции плотности дислокаций использовано соотношение, предложенное в исследовании [Sandstrom, Lagneborg, 1975], дополненное учетом возврата [Estrin, 1998], модифицированное учетом процессов статической и динамической рекристаллизации; предложены соотношения для определения доли и размеров рекристаллизованных зерен. Приведено описание процедуры идентификации модели на основе экспериментальных данных по одноосному нагружению макрообразцов из микролегированной стали при различных скоростях деформации. Модель ориентирована на исследование процесса горячей многопроходной прокатки (с паузами между проходами).

Детальному изложению построения модели, учитывающей распределенные в кристаллите дефекты – дислокации и дисклинации, позволяющей описать формирование субзерен, посвящена статья [Clayton et al., 2006]. Приведен обзор публикаций по данной тематике (180 источников). Отмечается, что при неупругом деформировании формируются блоки ячеек и ячейки, разориентировка последних по отношению к соседним ячейкам (из «своего» блока) существенно меньше, чем разориентировка блоков; при продолжающемся деформировании размеры блоков уменьшаются значительно быстрее, чем размеры ячеек. Границы указанных структурных элементов можно рассматривать как дислокационные и дисклинационные субструктуры – стенки геометрически необходимых дислокаций и дисклинационных диполей.

При построении модели в качестве представительного объема (ПО) используется кристаллит с размерами, существенно (на несколько порядков) превосходящими межатомные расстояния и не превышающими размеров зерна в поликристалле. Кинематика строится на основе мультипликативного разложения градиента, в котором наряду с обычными двумя сомножителями входит еще один, \mathbf{f}^i :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}^e \cdot \mathbf{f}^i \cdot \mathbf{f}^p, \quad (1)$$

который отвечает за остаточные (после снятия внешней нагрузки) упругие (аффинные) искажения решетки и обусловлен наличием в кристаллите дефектов и порождаемых последними несовместных микродеформаций. При этом дефекты (дислокации и дисклинации), прошедшие рассматриваемый представительный объем, порождают пластические деформации \mathbf{f}^p , тогда как оставшиеся в представительном объеме ассоциированы с \mathbf{f}^i . Авторы подчеркивают, что разложение (1) зависит от выбранного представительного объема в кристаллите. Приведен краткий обзор работ, в которых использовано разложение типа (1) с различным смыслом, вкладываемым в член \mathbf{f}^i . Предложен общий вид соотношений для описания эволюции плотностей дислокаций и дисклинаций и порождаемых ими разворотов структурных микроэлементов, обуславливающих измельчение зеренной структуры; при этом рассматриваемый ПО испытывает только аффинные искажения. Полагается, что в процессе упругой разгрузки дефектная субструктура не претерпевает никаких изменений. Скорость пластической составляющей определяется через скорости движения дислокаций и дисклинаций, при этом решетка полагается остающейся неизменной. Ротации кристаллита как жесткого целого поглощаются членом \mathbf{f}^e .

Приведены балансовые уравнения, законы термодинамики и определяющие соотношения. В выражение для свободной энергии Гельмгольца в качестве дополнительных термодинамических переменных включены кинематические характеристики изгибов – кручений и поворотов решетки, обусловленных наличием микродефектов – геометрически необходимых дислокаций и дисклинаций. С указанными дополнительными термодинамическими переменными связаны энергетически сопряженные обобщенные термодинамические силы – тензоры моментных напряжений первого и второго порядка. Определяющие соотношения формулируются на основе термодинамического подхода. Для определения пластической составляющей используется вязкопластическая физическая модель, при этом в закон упрочнения введена зависимость и от плотности геометрически необходимых дислокаций и дисклинаций. В отдельный раздел сведена полная система уравнений предлагаемой модели, весьма сложная для реализации даже с использованием численных методов. Вероятно, этим обстоятельством обусловлено отсутствие в статье примеров применения модели.

В исследовании [Kratochvíl et al., 2007] приведена формулировка дислокационно-ориентированной модели кристаллита, основанная на осреднении массивов дискретных взаимодействующих друг с другом полями напряжений дислокаций. Сформулированы кинематические, динамические и определяющие соотношения. Рассмотрение ограничивается монокристаллом, имеющим две симметрично расположенные СС и подвергнутым плоской деформации за счет движения прямолинейных краевых дислокаций, ортогональных плоскости моделирования. Для учета дальнего действия дислокаций

наряду с параметрами, определяющими плотности дислокаций, введены переменные, характеризующие плотности геометрически необходимых дислокаций. С использованием принципа виртуальной работы осуществлен переход от дифференциальной постановки к формулировке модели в терминах обобщенного решения; в терминах континуальных переменных получен функционал энергии деформации. Отмечается, что однородное деформирование приводит к существенному росту внутренней энергии кристаллитов (избыточному упрочнению), при определенных условиях энергетически более выгодным является формирование ячеистой структуры. Задача определения параметров ячеистой структуры сведена к поиску минимума введенного функционала энергии. В терминах параметров, описывающих упрочнение за счет близко- и дальнедействующих напряжений, получены диаграммы, определяющие в зависимости от действующих напряжений области устойчивости – неустойчивости однородного деформирования кристаллита. Получены соотношения для определения оптимальных размеров и ориентации ячеек.

Модель, основанная на описании эволюции скалярной плотности дислокаций при различных видах интенсивной пластической деформации образцов из магниевых и алюминиевых сплавов, представлена в работах [Starink et al., 2009; Qiao et al., 2012]. Кинетическое уравнение для плотности дислокаций записано в виде обыкновенного дифференциального уравнения балансового типа с источниковым и стоковым членами в правой части. На начальной стадии процесса пластического деформирования возникающие дислокации поглощаются границами. С ростом деформации дислокации образуют стенки ячеек и стекаются к ним, постепенно увеличивая разориентацию частей зерен относительно друг друга. Представлены соотношения для описания упрочнения, особое внимание уделено влиянию изменения размеров субзерен и зерен. Теоретические результаты сопоставляются с широким набором экспериментальных данных (как собственных, так и известных из литературы), показано их удовлетворительное соответствие.

В исследовании [Hansen et al., 2010] предложена модель для описания деформирования монокристалла, предназначенная для дальнейшего использования в МКЭ. Принимается, что при деформировании монокристалл разбивается на полосовые области первой, второй и т.д. генерации, при этом полосы каждой генерации образуются параллельными кристаллографическими плоскостями. В каждой из полос деформирование реализуется одиночным скольжением по одному из возможных направлений сдвигов; движущиеся по СС дислокации могут формировать стенки дислокаций. Формирующиеся однородные области предлагается рассматривать как субзерна. Характеристики полосовой структуры (расстояние между полосами, длины свободного пробега дислокаций, толщины полос и сдвиги в них в слоях каждой генерации) определяются из условия минимума

энергии деформации. Показано, что толщина полос и расстояние между ними уменьшаются с ростом деформации. Сопоставление теоретических результатов с экспериментальными данными для одноосного растяжения медных монокристаллических образцов обнаруживают удовлетворительное соответствие.

Описание модели, основанной на дислокационной динамике в плоской постановке и ориентированной на описание возврата, содержится в работе [Ispránovity et al., 2011]; рассматриваются краевые дислокации, залегающие в трех равнонаклоненных СС, для которых наряду со скольжением учитывается неконсервативное движение (переползанием). За счет взаимодействия своими полями напряжений при повышенных температурах и наличия флуктуаций температуры дислокации образуют субзерна, увеличивающиеся в размере с течением времени. Для исключения особенности в полях напряжений взаимодействия дислокаций вводится предложенный в работе [Groma et al., 2010] регуляризирующий параметр – критическое расстояние между дислокациями (порядка длины вектора Бюргерса). Отмечается преимущественный рост наиболее крупных субзерен, сформированных на стадии предварительной пластической деформации. Приведены результаты расчетов, показано их качественное соответствие приведенным в статье [Huang, Humphreys, 2000] экспериментальным данным для алюминиевого образца, подвергнутого предварительной деформации равноканальным угловым прессованием; отмечается, что распределение субзерен по размерам близко к логнормальному.

Результаты исследования НДС и микроструктуры образцов из технически чистого титана и алюминиевого сплава AA 1200, подвергнутых многопроходной холодной прокатке, с использованием описанной выше модели приведены в статье [Ding et al., 2012]. Рассмотрены варианты прокатки с различной скоростью деформации (1 и 10 с^{-1}), с достижением накопленной деформации в титановом образце 2,07 (за 5 проходов), в образце из алюминиевого сплава – 5,77 за 6 проходов; учтено повышение температуры за счет диссипации. Расчеты проведены с использованием пакета ABAQUS, в который встроена подпрограмма, реализующая дислокационную подмодель. В модели рассматриваются плотность дислокаций внутри ячейки и плотность дислокаций в границе ячейки, для данных плотностей записываются эволюционные уравнения. Объемная доля дислокаций в границах ячеек, общая плотность дислокаций и размер ячейки определяются по принципам теории смесей. Результаты расчетов свидетельствуют о значительном изменении размеров зерна (так, для титанового образца средний размер зерна уменьшился от 60 мкм до 80 нм). Показано удовлетворительное соответствие теоретических результатов расчета средних размеров зерен и разориентаций ячеек имеющимся в литературе экспериментальным данным.

В работе [Hallberg, Ristinmaa, 2013] рассмотрена модель диффузионно-реакционного типа для описания

эволюции плотностей мобильных и иммобильных дислокаций, численная реализация которой осуществлена методом сеток. Для исследования влияния границ зерен, которые принимаются непроницаемыми для дислокаций, в соотношение для определения потоков обоих типов дислокаций вводятся параметры, зависящие от расстояния дислокации от границы; показано, что реализованная в двухмерной постановке модель позволяет описать эффект Холла – Петча. Для рассмотрения процесса рекристаллизации эволюционная дислокационная модель применяется в сочетании с методом клеточных автоматов (также в двухмерной постановке). Для анализа поведения деформируемого поликристаллического образца использован 2-мерный клеточный автомат со стохастическим правилом переключения состояния элементов в зависимости от плотности дислокаций в рассматриваемой ячейке автомата и скорости миграции границ, в свою очередь зависящей от температуры, энергии активации миграции и угла разориентации соседствующих кристаллитов. Показано, что зарождение рекристаллизованных зерен осуществляется вблизи тройных стыков и границ зерен; для исследуемого в работе примера рекристаллизация привела к уменьшению в 2,5 раза среднего размера зерна. Показано также, что для материалов с очень мелким зерном соотношение Холла – Петча перестает выполняться.

Исследованию влияния частиц включений на изменение зеренной структуры при динамической рекристаллизации однородно деформируемого медного образца посвящена работа [Hallberg et al., 2014], являющаяся в части метода клеточных автоматов дальнейшим развитием модели (на трехмерный случай), описанной в [Hallberg, Ristinmaa, 2013]. Для определения эволюции плотности дислокаций принято феноменологическое соотношение Кокса – Мекинга, связывающее скорость изменения плотности дислокаций с интенсивностью скорости изменения накопленной пластической деформации [Kocks, 1976; Mecking, Kocks, 1981; Follansbee, Kocks, 1988]. Начальная плотность дислокаций определяется нормальным распределением с математическим ожиданием 10^{11} м^{-2} и стандартным отклонением 10^{10} м^{-2} . Приведен также закон изменения количества зародышей рекристаллизованных зерен в зависимости от температуры, скорости деформации и энергии активации зародышей. С использованием предлагаемой модели исследовано поведение образцов при осадке (до степени деформации 1,0) с фиксированной скоростью деформации $2 \cdot 10^{-3} \text{ с}^{-1}$ в широком диапазоне температур (от 725 до 1075 К) при различном содержании примесных частиц. Результаты проведенных расчетов свидетельствуют, что при одной и той же объемной доле включений размеры рекристаллизованных зерен уменьшаются при снижении размеров частиц. Показано, что для каждой температуры можно определить объемную долю и размер частиц, обеспечивающих минимальный размер зерна; отмечается удовлетворительное соответствие теоретических и экспериментальных результатов.

Двумерная дислокационно-дисклинационная модель представлена в работе [Rzhavtsev, Gutkin, 2015], которая использована для анализа формирования дислокационных стенок в поле напряжений диполей, квадруполей и октополей при ударном нагружении поликристаллических металлов и сплавов. Предполагается, что дисклинации образованы на предшествующих стадиях обработки и расположены на границах субзерен. Для моделирования использована система обыкновенных дифференциальных уравнений, описывающих динамику движения дислокаций под действием приложенных касательных напряжений. Для образца из алюминиевого сплава показано, что характерных для импульсного нагружения продолжительности импульса (650 нс) и величины напряжения (0,5 ГПа) достаточно для фрагментации кристаллитов. В исследовании [Dong, Shin, 2019] рассмотрена модификация данной модели, дополненная подмоделью для описания твердотельного фазового превращения (аустенит \rightarrow феррит), реализуемая встроенным в конечно-элементную дислокационно-ориентированную процедуру методом клеточных автоматов. Приведены результаты применения указанной модифицированной модели для описания эволюции микроструктуры при холодной прокатке образцов из нержавеющей стали аустенитного класса S304H и двухфазной стали (до высоких степеней деформации – до 4 для нержавеющей стали и до 7 для 2-фазной). Показано удовлетворительное соответствие полученных результатов моделирования с экспериментальными данными по размерам зерен фаз, фазовому составу, кривой напряжение – деформация при одноосном растяжении.

В анализе [Bobylev, Ovid'ko, 2017] рассматривается механизм перестройки зеренной структуры в ультрамелкозернистых и нанокристаллических материалах, обусловленный движением границ зерен под действием приложенных напряжений. Границы представляются участками плоскостей, вдоль которых имеет место разориентация граничащих кристаллитов; для описания используется дисклинационный подход. На основе энергетического рассмотрения анализируются различные варианты взаимного движения границ зерен в плоской постановке, приемлемой для исследования тонких пленок или покрытий. Отмечается, что границы могут двигаться навстречу друг другу или удаляться одна от другой, объединяться, расщепляться на две новые границы (с другими углами разориентации). Приведены примеры применения предлагаемого подхода для определения предельных значений размеров зерен при ИПД образцов из меди и никеля.

В исследовании [Xiao et al., 2018] для анализа формирования и эволюции микроструктуры образца из алюминиевого сплава AA7075 предлагается использовать простую дислокационно-ориентированную модель. Основным механизмом изменения зеренной структуры полагается термически активируемая диффузия, обуславливающая конкурирующие процессы роста и уменьшения

размера зерен. Модель включает феноменологические соотношения для скалярной плотности дислокаций, доли рекристаллизованной фазы, размера рекристаллизованных зерен и скалярной меры поврежденности; приведены эволюционные уравнения, в которых скорости изменения указанных величин выражаются функциями температуры, скорости и накопленных пластических деформаций. Модель применена для исследования одноосного растяжения образцов при высоких температурах (300, 350, 400, 450 °C) и различных скоростях деформирования (0,01; 0,1; 1 с⁻¹). Результаты моделирования показывают хорошее соответствие данным натурных экспериментов, проведенных авторами.

Дислокационно-ориентированная модель, предназначенная для описания эволюции микроструктуры, приведена в исследовании [Borodin, Bratov, 2018]. В основу модели положены обыкновенные дифференциальные уравнения, содержащие несколько материальных параметров и служащие для определения скалярных плотностей мобильных и иммобильных дислокаций как функций накопленной пластической деформации. Принимается, что мобильные дислокации находятся внутри ячеек, а иммобильные – в стенках последних; размер ячеек определяется через суммарную плотность дислокаций. При продолжающемся пластическом деформировании границы ячеек в результате поступления в них решеточных дислокаций становятся неравновесными и постепенно трансформируются вначале в малоугловые, а затем – большеугловые границы зерен; неравновесность границ инициирует процессы динамической рекристаллизации. Отмечается, что измельчение зерен, обусловленное динамической рекристаллизацией, существенно зависит от доли большеугловых границ и тройных стыков таких границ, являющихся концентраторами напряжений, в окрестности которых появляются зародыши бездефектных зерен. Предложено эволюционное уравнение для вычисления доли неравновесных большеугловых границ как функции плотностей мобильных и иммобильных дислокаций, размеров ячеек и зерен; число тройных стыков с различным числом сходящихся в них большеугловых границ определено как функция от доли большеугловых границ. Размеры зерен, в свою очередь, устанавливаются через количество указанных тройных стыков. Для определения полей деформаций в обрабатываемых изделиях используется МКЭ в трехмерной квазистатической постановке (пакет ANSYS). Приведен пример применения предложенной модели для анализа трехсторонней осадки медного образца в форме прямоугольного параллелепипеда; сопоставление теоретических и экспериментальных результатов демонстрирует их удовлетворительное соответствие.

Феноменологическая модель, оперирующая скалярными плотностями дислокаций, участвующими в различных механизмах формирования микроструктуры, предложена в работе [Guo, Fujita, 2018]. Принимается, что скорость изменения полной плотности дислокаций пропорциональна скорости изменения накопленной

(пластической) деформации; для определения последней используется метод конечных разностей и теория пластического течения [Guo, Fujita, 2015]. Скорость изменения полной плотности дислокаций расходуется на изменение плотности дислокаций во внутренностях ячеек, мало- и большеугловых границ, а также на аннигиляцию в процессе динамического возврата.

Применение дислокационно-ориентированной модели, основанной на вышеупомянутых работах [Nes, 1998; Marthinsen, Nes, 2001], для исследования изменения структуры и физико-механических характеристик алюминий – марганцевого и алюминий – магниевых сплавов рассмотрено в исследовании [Firouzabadi, Kazeminezhad, 2019]. Принимается, что в процессе пластической деформации дислокации формируют ячеистую структуру, приведены эволюционные уравнения для плотностей дислокаций во внутренностях и в стенках ячеек, размера ячеек, углов разориентации ячеек. С насыщением дислокациями стенок ячеек реализуется разворот ячеек и трансформация ячеистой структуры в субзеренную и новую зеренную. Формирование мелкозернистой структуры, в свою очередь, приводит к увеличению напряжения течения; показано удовлетворительное соответствие результатов моделирования экспериментальным данным на одноосное нагружение образцов из рассматриваемых сплавов, приведенным в известных работах.

В работе [Li et al., 2020b] рассмотрены основные механизмы изменения мезо- и микроструктуры при горячем деформировании образцов из сплавов AA5052 и AA7050, к числу которых относятся: генерация дислокаций; формирование субзерен за счет образования дислокационных стенок; миграция малоугловых границ, сопровождающаяся ротацией субзерен и трансформацией границ в большеугловые; миграция большеугловых границ с поглощением дислокаций, малоугловых и части большеугловых границ, образование новых зерен (непрерывная динамическая рекристаллизация). Приведена система уравнений для описания действия указанных механизмов, большая часть которых представляет собой модификацию ранее известных феноменологических соотношений. Для идентификации и верификации модели в целом использованы результаты макроэкспериментов (на кручение и осадку при различных температурах и скоростях деформации). Сопоставление теоретических и экспериментальных данных по ряду параметров (зависимость напряжения течения от деформации, доля большеугловых границ, эволюция среднего размера зерен) демонстрирует удовлетворительное соответствие.

Результаты экспериментальных и теоретических исследований изменения зеренной структуры при осадке образцов из магниевого сплава AZ80 (Al 8.16, Zn 0.42, Mn 0.03, Si 0.01, Fe 0.005) со скоростями деформации (0,001; 0,01; 0,1; 1,0 с⁻¹) при температурах (200, 250, 300, 350, 400 °C) представлены в работе [Cai et al., 2020]; полагается, что основным механизмом трансформации структуры является динамическая рекри-

сталлизация. Для теоретического анализа использована модель фазового поля (МФП); движущей силой рекристаллизации является разность накопленной (на дислокациях) энергии в соседствующих зернах; плотность дислокаций определяется с применением феноменологической модели Кокса – Мекинга [Kocks, 1976; Mecking, Kocks, 1981]. Приведено описание процедуры численной реализации модели; в качестве исходных данных для рассматриваемой модели являются характеристики изменяющегося напряженно-деформированного состояния в исследуемом объеме поликристаллического образца. Для идентификации параметров, входящих в модель, использованы данные механических испытаний образцов из анализируемого сплава.

Модель мезоуровня, сформулированная в терминах континуальных переменных, для описания эволюции зеренной и субзеренной структуры рассматривается в работе [Buzolin et al., 2021]. Модель включает в себя систему уравнений для описания изменения плотностей дислокаций (мобильных и иммобильных) и стенок, плотностей мало- и большеугловых границ, скоростей их движения, углов разориентации, скоростей возникновения зародышей новых зерен. Основными механизмами, обуславливающими изменение зеренной структуры, принимаются возврат, статическая и динамическая рекристаллизация. Показано удовлетворительное соответствие результатов расчета экспериментальным данным.

Двухуровневая модель, основанная на совместном применении МКЭ (макроуровень) и клеточных автоматов (КА, мезоуровень), рассмотрена в исследовании [Chen et al., 2021]. На макроуровне с использованием вязкопластических ОС рассчитываются поля напряжений, деформаций, скоростей деформаций, температур, которые являются входными данными (на каждом шаге нагружения) для подмодели КА. Для нескольких выделенных в образце областей применяется подмодель КА, реализуемая с существенно меньшими шагами по времени и координатам. На мезоуровне рассчитывается изменяющаяся в результате прерывистой динамической рекристаллизации зеренная структура, движущей силой которой является различие накопленной на дислокациях энергии. Плотность дислокаций вычисляется с помощью модели Кокса – Мекинга [Kocks, 1976; Mecking, Kocks, 1981]. Приведены результаты применения модели для исследования процесса экструзии медного образца.

Одним из чрезвычайно распространенных методов изготовления изделий из металлов и сплавов, широко используемых в машиностроении, является механическая обработка (методы резания, фрезерования и т.д.). В приповерхностных зонах срезаемых слоев при этом имеют место большие неупругие деформации, сопровождаемые нагревом и рекристаллизацией, ведущие к значительному изменению микроструктуры, а следовательно – механических свойств обрабатываемого материала. В связи с вышесказанным методам и результатам исследования изменения микроструктуры (в том чис-

ле – изменению размеров зерен) в различных операциях механической обработки уделяется значительное внимание; с обзорами работ данного направления можно познакомиться в источниках [Melkote et al., 2017; Pan et al., 2017].

В работе [Ding et al., 2011] для описания измельчения зеренной структуры предложено использовать МКЭ, реализующий текущую эйлерово-лагранжеву процедуру, в которую встроена подмодель для анализа эволюции дислокационной субструктуры, основанная на модели [Estrin et al., 1998; Estrin, Kim, 2007; Lemiale et al., 2010]. Принимается, что дислокации образуют ячеистую структуру с повышенной плотностью статистически накопленных (СНД) и геометрически необходимых дислокаций (ГНД) в стенках; во внутренности ячеек рассматриваются только СНД. Приведены эволюционные уравнения для плотностей дислокаций в стенках и внутренности ячеек, скорости изменения плотностей дислокаций определяются как функции от скоростей сдвигов. Скорости сдвигов определяются произведением фактора Тейлора и интенсивности скоростей деформаций, устанавливаемой по теории пластического течения с помощью МКЭ; скорости сдвигов полагаются одинаковыми в ячейках и стенках. Размеры ячеек полагаются обратно пропорциональными полной плотности дислокаций, определяемой взвешенной (с объемными долями внутренностей и стенок ячеек) суммой плотностей СНД в ячейках и СНД и ГНД – в стенках. Напряжения течения зависят от плотностей дислокаций и скоростей сдвигов и определяются также по правилу смесей. Принимается, что процесс накопления ГНД в стенках приводит к разориентации ячеек, углы разворота определяются по плотности ГНД; при достижении критических значений углов разворота ячейки принимаются новыми зернами. Модель применена для исследования напряженно-деформированного состояния, зеренной структуры и плотностей дислокаций в образцах из алюминиевого сплава Al 6061 T6 и технически чистой меди, подвергаемых ортогональному резанию. Приведены результаты расчетов для широкого диапазона скоростей резания (скорости деформаций при этом составляли 1, 150, 200, 4000 с⁻¹) и различных передних углах резца (20°, -5°, -20°). Показано, что при отрицательных передних углах в стружке из алюминиевого сплава и меди размеры зерен могут достигать значений порядка 100 и 200 нм от исходных 75 и 50 мкм соответственно. В работе [Ding, Shin, 2014] представлены результаты применения данной модели для исследования процесса измельчения зерен и упрочнения приповерхностного слоя при ортогональном резании заготовки из титана. В исследовании [Li et al., 2020a] рассматриваются результаты применения вышеописанной модели [Ding et al., 2011] для анализа влияния параметров фрезерования (скорости резания и подачи, глубины резания) заготовки из инструментальной стали H13 для изготовления инструментов для горячей обработки. Показано, что механическая обработка приводит к умень-

шению размеров зерен с исходного среднего размера 20 мкм до 330 нм, глубина зоны влияния поверхностной обработки – 25–45 мкм.

Комбинированная модель для исследования ортогонального резания рассмотрена в работе [Atmani et al., 2016]. На макроуровне используется континуальная модель, основанная на теории упруговязкопластичности (теория пластического течения), напряжение течения определяются с использованием модели MTS (Mechanical Threshold Stress), предложенной Фоллансби и Коксом [Follansbee, Kocks, 1988], в которую внесена зависимость от размера зерна. Для решения задачи на макроуровне использован МКЭ в текущей эйлерово-лагранжевой двумерной постановке. Для описания эволюции параметров микроструктуры (плотности дислокаций в стенках и внутренности ячеек, размера зерна) применяется отмеченная выше модель [Estrin et al., 1998]. Детально анализируется деформирование и изменение зеренной структуры в приповерхностной области обрабатываемой детали (в слое толщиной около 40 мкм) и в стружке. Аналогичная комбинированная модель для описания процесса ортогонального обтачивания медной заготовки представлена в статье [Denguir et al., 2017]. Для определения напряжения течения предложена модификация модели Джонсона – Кука [Johnson, Cook, 1983], в которую наряду с множителями, описывающими влияние накопленной деформации, скорости деформации и температуры, добавлен множитель, отвечающий за микроструктуру. Для идентификации предложенного соотношения авторами поставлены, проведены и использованы результаты собственных экспериментов. Сопоставление теоретических и экспериментальных результатов (по остаточным напряжениям, плотности дислокаций, размеру зерна) свидетельствуют об удовлетворительной точности модели.

В исследовании [Xua et al., 2020] для анализа изменения микроструктуры в процессе фрезерования заготовки из титанового сплава Ti6Al4V предложено использовать комбинированную модель. На макроуровне с помощью МКЭ, основанного на теории пластического течения (пакет ABAQUS), соотношении Джонсона – Кука (для определения напряжения течения) с учетом динамической рекристаллизации (модель Джонсона – Мела – Аврама – Колмогорова), реализованного в плоской постановке, определяются поля напряжений и деформаций, геометрия формирующейся стружки, поле температуры. С использованием феноменологической модели для определения эволюции плотности дислокаций [Mecing, Koks, 1981] по данным расчета НДС и

температуры устанавливаются параметры для подмодели мезоуровня, основанной на методе клеточных автоматов (также в плоской постановке). Предложенная комбинированная модель использована для анализа фрезерования со скоростями резания 250 и 500 мм/мин при комнатной и повышенных температурах. Показано, что при большей скорости резания и повышенных температурах увеличивается доля рекристаллизованных зерен и уменьшается их средний размер, что качественно согласуется с полученными авторами результатами экспериментов.

Для создания градиентной зеренной структуры в деталях из сплава Mg – Li в работе [Zhou et al., 2021] предлагается использовать механическую обработку (обтачиванием с применением реза с алмазной кромкой) при температуре 200 °С. Применение данного способа позволяет создать поверхностный слой, в котором размер зерна уменьшается от исходного (20 мкм) до 60 нм, что обеспечивает повышение твердости поверхности на 60 % при сохранении высокой вязкости обрабатываемого образца в целом. Для исследования использован метод молекулярной (атомарной) динамики. Показано, что основным механизмом измельчения структуры является двойникование. Исследовано влияние на процессы деформирования параметров механической обработки (переднего угла, глубины и скорости резания).

Заключение

Исследованиям чрезвычайно важной проблемы эволюции мезо- и микроструктуры (включая зеренную и субзеренную структуры) в процессах термомеханической переработки металлов и сплавов посвящено огромное и непрерывно возрастающее число работ, как экспериментальных, так и теоретических. В настоящей статье предлагается краткий обзор публикаций, содержащий в основном результаты теоретических исследований, основанных на континуальных моделях различного уровня, полученные в последние 20–30 лет. Наибольшее внимание уделено анализу изменений зеренной (субзеренной) структуры в процессах интенсивной пластической деформации; рассмотрены перестройки структуры, обусловленные дислокационно-дисклинационными механизмами и диффузией (рекристаллизацией). В рассмотрение включены в основном одноуровневые модели, базирующиеся на континуальном описании упомянутых физических механизмов; многоуровневые физически ориентированные модели предполагается рассмотреть в следующей публикации авторов.

Библиографический список

1. Ашихмин В.Н., Волегов П.С., Трусов П.В. Конститутивные соотношения с внутренними переменными: общая структура и приложение к текстурообразованию в поликристаллах // Вестник Пермского государственного технического университета. Математическое моделирование систем и процессов. – 2006. – № 14. – С. 11–26.
2. Аэро Э.Л., Кувшинский Е.В. Основные уравнения теории упругости с вращательным взаимодействием частиц // Физика твердого тела. – 1960. – Т. 2, вып. 7. – С. 1399–1409.
3. Аэро Э.Л., Кувшинский Е.В. Континуальная теория асимметрической упругости. Равновесие изотропного тела // ФТТ. – 1964. – Т. 6, № 9. – С. 2689–2699.

4. Бровко Г.Л. Об одной конструкционной модели среды Коссера // Изв. РАН. МТТ. – 2002. – № 1. – С. 75–91.
5. Валиев Р.З., Александров И.В. Наноструктурные материалы, полученные интенсивной пластической деформацией. – М.: Логос, 2000. – 272 с.
6. Валиев Р.З. Создание наноструктурных металлов и сплавов с уникальными свойствами, используя интенсивные пластические деформации // Российские нанотехнологии. – 2006. – Т. 1, № 1–2. – С. 208–216.
7. Валиев Р.З., Наймарк О.Б. Объемные наноструктурные материалы: уникальные свойства и инновационный потенциал // Инновации. – 2007. – Т. 12, № 110. – С. 70–76.
8. Валиев Р.З., Жилиев А.П., Лэнгдон Т.Дж. Объемные наноструктурные материалы: фундаментальные основы и применения: пер. с англ. – СПб.: Эко-Вектор, 2017. – 479 с.
9. Гинзбург В.Л., Ландау Л.Д. К теории сверхпроводимости // ЖЭТФ. – 1950. – Т. 20. – С. 1064–1082.
10. Глезер А.М., Метлов Л.С. Мегапластическая деформация твердых тел // Физика и техника высоких давлений. – 2008. – Т. 18, № 4. – С. 21–35.
11. Глезер А.М., Метлов Л.С. Физика мегапластической (интенсивной) деформации твердых тел // Физика твердого тела. – 2010. – Т. 52, вып. 6. – С. 1090–1097.
12. Де Вит Р. Континуальная теория дисклинаций. – М.: Мир, 1977. – 208 с.
13. Жермен П. Курс механики сплошных сред. Общая теория. – М.: Высшая школа, 1983. – 399 с.
14. Жилин П.А. Основы рациональной механики: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2018. – 637 с.
15. Ильющин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: АН СССР, 1963. – 272 с.
16. Ильющин А.А., Ломакин В.А. Моментные теории в механике твердых деформируемых тел // Прочность и пластичность. – М.: Наука, 1971. – С. 54–61.
17. Кайбышев О.А., Валиев Р.З. Границы зерен и свойства металлов. – М.: Металлургия, 1987. – 214 с.
18. Катанаев М.О. Геометрическая теория дефектов // Успехи физических наук. – 2005. – Т. 175, № 7. – С. 705–733.
19. Козлов Э.В. и др. Эволюция дислокационной структуры и деформационное упрочнение сплавов / Козлов Э.В., Конева Н.А., Куликова Г.А., Теплякова Л.А. // Научно-технический прогресс в машиностроении. – 1991. – № 32. – С. 15–28, 112, 117.
20. Козлов Э.В., Жданов А.Н., Конева Н.А. Барьерное торможение дислокаций. Проблема Холла – Петча // Физическая мезомеханика. – 2006. – Т. 9, № 3. – С. 81–92.
21. Козлов Э.В., Жданов А.Н., Конева Н.А. Механизмы деформации и механические свойства наноматериалов // Физическая мезомеханика. – 2007. – Т. 10, № 3. – С. 95–103.
22. Козлов Э.В., Попова Н.А., Конева Н.А. Закономерности пластической деформации ультрамелкозернистых металлических материалов // Деформация и разрушение материалов. – 2014. – № 5. – С. 2–7.
23. Колесникова А.Л., Романов А.Е. Петлевые дислокации и дисклинация в методе виртуальных дефектов // Физика твердого тела. – 2003. – Т. 45, вып. 9. – С. 1626–1636.
24. Коновалов А.В., Смирнов А.С. Вязкопластическая модель сопротивления деформации стали 08X18N10T при температуре горячей деформации // Металлы. – 2008. – № 2. – С. 55–59.
25. Крэнер Э. Общая континуальная теория дислокаций и собственных напряжений / пер. с нем. А.А. Вакуленко; под ред. Г.И. Баренблатта. – М.: Мир, 1965. – 102 с.
26. Кулеш М.А., Матвеев В.П., Шардаков И.Н. Построение и анализ точного решения задачи Кирша в рамках континуума и псевдоконтинуума Коссера // ПМТФ. – 2001. – Т. 42, № 4. – С. 145–154.
27. Кунин И.А. Теория упругих сред с микроструктурой. – М.: Наука, 1975. – 416 с.
28. Лихачев В.А. и др. Кооперативные деформационные процессы и локализация деформации. – Киев: Наукова думка, 1989. – 320 с.
29. Ломакин В.А. Теория упругости неоднородных тел. – М.: Изд-во МГУ, 1976. – 368 с.
30. Лычагин Д.В., Старенченко В.А., Соловьева Ю.В. Классификация и масштабная иерархия структурных элементов деформации ГЦК-монокристаллов // Физическая мезомеханика. – 2005. – Т. 8, № 6. – С. 67–77.
31. Макаров П.В. Моделирование упругопластической деформации и разрушения неоднородных сред на мезоуровне // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т. 6, № 4. – С. 111–124.
32. Метлов Л.С. Мезоскопическая неравновесная термодинамика твердых тел // Вісник Донецького університету, Сер. А: Природничі науки. – 2008а. – Вып. 1. – С. 250–266.
33. Метлов Л.С. Неравновесная эволюционная термодинамика. Теория и эксперимент // Физика и техника высоких давлений. – 2008б. – Т. 18, № 3. – С. 53–61.
34. Метлов Л.С., Глезер А.М., Варюхин В.Н. Циклический характер эволюции дефектной структуры и свойств металлических материалов при мегапластической деформации // Деформация и разрушение материалов. – 2014. – № 5. – С. 8–13.
35. Миндлин Р.Д., Тирстен Г.Ф. Эффекты моментных напряжений в линейной теории упругости // Механика. Сб. переводов. – 1964. – № 1 (86). – С. 80–114.
36. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
37. Носкова Н.И., Мулюков Р.Р. Субмикроструктурные и нанокристаллические металлы и сплавы. – Екатеринбург: УрО РАН, 2003. – 279 с.
38. Останина Т.В., Швейкин А.И., Трусов П.В. Измельчение зеренной структуры металлов и сплавов при интенсивном пластическом деформировании: экспериментальные данные и анализ механизмов измельчения // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2020. – № 3. – С. 85–111. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.08
39. Пальмов В.А. Основные уравнения несимметричной упругости // Прикл. матем. и механ. – 1964. – Т. 28. – С. 401–408.
40. Панин В.Е. Основы физической мезомеханики // ФММ. – 1998. – Т. 1. – С. 5–22.
41. Панин В.Е. и др. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: в 2 т. Т. 1 / В.Е. Панин, В.Е. Егорушкин, П.В. Макаров [и др.]. – Новосибирск: Наука. Сибирская издат. фирма РАН, 1995а. – 298 с.
42. Панин В.Е. и др. Физическая мезомеханика и компьютерное конструирование материалов: в 2 т. Т. 2 / В.Е. Панин, П.В. Макаров, С.Г. Псахье [и др.]. – Новосибирск: Наука. Сибирская издат. фирма РАН, 1995б. – 320 с.
43. Панин В.Е., Елсукова Т.Ф., Гриняев Ю.В. Механизмы влияния величины зерна на сопротивление деформированию поликристаллов в концепции структурных уровней деформации твердых тел. Ч. 1. Необходимость учета мезоскопических структурных уровней деформации при анализе уравнений Холла – Петча // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т. 6, № 3. – С. 63–74.
44. Рыбин В.В. Большие пластические деформации и разрушение металлов. – М.: Металлургия, 1986. – 224 с.

45. Рыбин В.В. Закономерности формирования мезоструктур в ходе развитой пластической деформации // Вопросы материаловедения. – 2002. – № 1 (29). – С. 11–33.
46. Рыбин В.В. Закономерности формирования мезоструктур в ходе развитой пластической деформации // Вопросы материаловедения. – 2003. – № 1 (33). – С. 9–28.
47. Рыбин В.В., Вергасов А.Н., Лихачев В.А. Вязкое разрушение молибдена как следствие фрагментации структуры // ФММ. – 1974. – Т. 37, № 3. – С. 620–624.
48. Рыбин В.В., Зисман А.А., Золоторевский Н.Ю. Стыковые дисклинации в пластически деформируемых кристаллах // Физика твердого тела. – 1985. – Т. 27. – С. 181–185.
49. Рыбин В.В., Золоторевский Н.Ю., Жуковский И.М. Эволюция структуры и внутренние напряжения на стадии развитой пластической деформации кристаллических тел // ФММ. – 1990. – Т. 69, вып. 1. – С. 5–26.
50. Рыбин В.В., Золоторевский Н.Ю., Ушанова Э.А. Анализ разориентированных структур в модельном соединении медь – медь, полученном сваркой взрывом // Журнал технической физики. – 2014. – Т. 84, вып. 12. – С. 81–95.
51. Рыбин В.В., Перевезенцев В.Н., Свирина Ю.В. Физическая модель начальных стадий фрагментации поликристаллов в ходе развитой пластической деформации // Физика металлов и материаловедение. – 2017. – Т. 118, № 12. – С. 1243–1247.
52. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н. Закономерности деформационного измельчения структуры металлов и сплавов. Учебно-методический материал. – Н. Новгород, 2007. – 96 с.
53. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н. Эффекты самосогласованной динамики дислокаций в упругом поле планарного мезодефекта // Физика твердого тела. – 2009. – Т. 51, вып. 12. – С. 2309–2314.
54. Сарафанов Г.Ф., Перевезенцев В.Н. Экранирование полей напряжения дисклинаций ансамблем дислокаций и формирование разориентированных структур в процессе пластической деформации // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. – 2010. – № 5 (2). – С. 82–90.
55. Саркисян С.О. Краевые задачи несимметричной теории упругости для тонких пластин // ПММ. – 2008. – Т. 72, Вып. 1. – С. 129–147.
56. Смирнов А.С., Коновалов А.В., Муйземнек О.Ю. Идентификация модели сопротивления деформации металлических материалов с учетом объемной доли динамически рекристаллизованных зерен // Деформация и разрушение материалов. – 2013. – № 9. – С. 7–13.
57. Смолин И.Ю. О применении модели Коссера для описания пластического деформирования на мезоуровне // ФММ. – 2005. – Т. 3, № 3. – С. 49–62.
58. Трусов П.В., Волегов П.С. Физические теории пластичности: теория и приложения к описанию неупругого деформирования материалов. Ч. 1. Жестко-пластические и упругопластические модели // Вестник ПГТУ. Механика. – 2011а. – №.1. – С. 5–45.
59. Трусов П.В., Волегов П.С. Физические теории пластичности: теория и приложения к описанию неупругого деформирования материалов. Ч. 2. Вязко-пластические и упруговязкопластические модели // Вестник ПГТУ. Механика. – 2011б. – №.2. – С. 101–131.
60. Трусов П.В., Волегов П.С. Физические теории пластичности: теория и приложения к описанию неупругого деформирования материалов. Ч. 3. Теории упрочнения, градиентные теории // Вестник ПГТУ. Механика. – 2011в. – №.3. – С. 146–197.
61. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые модели моно- и поликристаллических материалов: теория, алгоритмы, примеры применения. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2019. – 605 с. DOI: 10.15372/MULTILEVEL2019TPV
62. Тюменцев А.Н., Дитенберг И.А., Коротаев А.Д., Денисов К.И. Эволюция кривизны кристаллической решетки в металлических материалах на мезо- и наноструктурном уровнях пластической деформации // Физическая мезомеханика. – 2013. – № 16 (3). – С. 63–79.
63. Anand L. Constitutive equations for hot-working of metals // Int. J. Plasticity. – 1985. – Vol. 1, iss. 3. – P. 213–223. DOI: 10.1016/0749-6419(85)90004-X
64. Atmani Z. et al. Combined microstructure-based flow stress and grain size evolution models for multi-physics modelling of metal machining / Z. Atmani, B. Haddag, M. Nouari, M. Zenasni // Int. J. Mechanical Sciences. – 2016. – Vol. 118. – P. 77–90. DOI: 10.1016/j.ijmeccsci.2016.09.016
65. Avrami M. Kinetics of phase change. I. General theory // J. Chemical Physics. – 1939. – Vol. 7. – P. 1103–1112. DOI: 10.1063/1.1750380
66. Avrami M. Kinetics of phase change. II Transformation-time relations for random distribution of nuclei // J. Chemical Physics. – 1940. – Vol. 8. – P. 212–224. DOI: 10.1063/1.1750631
67. Azushima A. et al. Severe plastic deformation (SPD) processes for metals / A. Azushima, R. Kopp, A. Korhonen, D.Y. Yang, F. Micari, G.D. Lahoti, P. Groche, J. Yanagimoto, N. Tsuji, A. Rosochowski, A. Yanagida // CIRP Annals – Manufacturing Technology. – 2008. – Vol. 57. – P. 716–735. DOI: 10.1016/j.cirp.2008.09.005
68. Bakó B. et al. Dislocation patterning: The role of climb in meso-scale simulations / B. Bakó, I. Groma, G. Györgyi, G. Zimányi // Computational Materials Science. – 2006. – Vol. 38. – P. 22–28. DOI: 10.1016/j.commatsci.2005.12.034
69. Bate P., Hutchinson B. A re-evaluation of the mechanism of SIBM // Scripta Materialia. – 1997. – Vol. 36, № 2. – P. 195–198. DOI: 10.1016/S1359-6462(96)00361-2
70. Beyerlein I., Knezevic M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure // J. Mater. Res. – 2018. – Vol. 33 (22). – P. 3711–3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333
71. Beygelzimer Y. Grain refinement versus voids accumulation during severe plastic deformations of polycrystals: mathematical simulation // Mechanics of Materials. – 2005. – Vol. 37. – P. 753–767. DOI: 10.1016/j.mechmat.2004.07.006
72. Biot M.A. Internal instability of anisotropic viscous and viscoelastic media under initial stress // J. Franklin Institute. – 1965. – Vol. 279, Is. 2. – P. 65–82. DOI: 10.1016/0016-0032(65)90207-3
73. Blum W., Eisenlohr P. Structure evolution and deformation resistance in production and application of ultrafine-grained materials – the concept of steady-state grains // Materials Science Forum. – 2011. – Vol. 683. – P. 163–181. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.683.163
74. Bobylev S.V., Ovid'ko I.A. Stress-driven migration, convergence and splitting transformations of grain boundaries in nanomaterials // Acta Materialia. – 2017. – Vol. 124. – P. 333–342. DOI: 10.1016/j.actamat.2016.11.026
75. Borodin E.N., Bratov V. Non-equilibrium approach to prediction of microstructure evolution for metals undergoing severe plastic deformation // Materials Characterization. – 2018. – Vol. 141. – P. 267–278. DOI: 10.1016/j.matchar.2018.05.002
76. Brown A.A., Bammann D.J. Validation of a model for static and dynamic recrystallization in metals // Int. J. Plasticity. – 2012. – Vol. 32–33. – P. 17–35. DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.12.006

77. Busso E.P. A continuum theory for dynamic recrystallization with microstructure-related length scales // *Int. J. Plasticity*. – 1998. – Vol. 14, Nos 4-5. – P. 319–353. DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00008-4
78. Buzolin R.H. et al. Refinement of the Ti-17 microstructure after hot deformation: Coupled mesoscale model / R.H. Buzolin, D. Canelo-Yubero, F. Warchomicka, M. Lasnik, A. Krumphals, M.C. Poletti // *Materials Science & Engineering A*. – 2021. – Vol. 800. – 140268 (19 p.). DOI: 10.1016/j.msea.2020.140268
79. Cahn J.W., Hilliard J.E. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy // *J. Chem. Phys.* – 1958. – Vol. 28, no. 2. – P. 258–267. DOI: 10.1063/1.1744102
80. Cai Y. et al. Phase field modeling of discontinuous dynamic recrystallization in hot deformation of magnesium alloys / Y. Cai, C.Y. Sun, Y.L. Li, S.Y. Hu, N.Y. Zhu, E.I. Barker, L.Y. Qian // *Int. J. Plasticity*. – 2020. – Vol. 133. – 102773 (19 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102773
81. Cao S.C. et al. A constitutive model incorporating grain refinement strengthening on metallic alloys / S.C. Cao, X. Zhang, Y. Yuan, P. Wang, L. Zhang, N. Liu, Y. Liu, J. Lu // *J. Materials Science & Technology*. – 2021. – Vol. 88. – P. 233–239. DOI: 10.1016/j.jmst.2021.02.004
82. Chamanfar A. et al. Development and validation of a finite-element model for isothermal forging of a nickel-base superalloy / A. Chamanfar, H.S. Valberg, B. Templin, J.E. Plumeri, W.Z. Misiolek // *Materialia*. – 2019. – Vol. 6. – 100319 (17 p.). DOI: 10.1016/j.mtla.2019.100319
83. Chen F. et al. Multiscale modeling of discontinuous dynamic recrystallization during hot working by coupling multilevel cellular automaton and finite element method / F. Chen, H. Zhu, W. Chen, H. Ou, Z. Cui // *Int. J. Plasticity*. – 2021. – Vol. 145. – 103064 (24 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.103064
84. Cheong B.H., Lin J., Ball A.A. Modelling of the hardening characteristics for superplastic materials // *J. Strain Analysis*. – 2000. – Vol. 35, No. 3. – P. 149–157. DOI: 10.1243/0309324001514314
85. Cho H.E. et al. A unified static and dynamic recrystallization Internal State Variable (ISV) constitutive model coupled with grain size evolution for metals and mineral aggregates / H.E. Cho, Y. Hammi, A.L. Bowman, S.-i. Karato, J.R. Baumgardner, M.F. Horstemeyer // *Int. J. Plasticity*. – 2019. – Vol. 112. – P. 123–157. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.08.009
86. Clayton J.D., McDowell D.L., Bammann D.J. Modeling dislocations and disclinations with finite micropolar elastoplasticity // *Int. J. Plasticity*. – 2006. – Vol. 22. – P. 210–256. DOI: 10.1016/j.ijplas.2004.12.001
87. Cleja-Tigoiu S., Pas R., Tigoiu V. Interplay between continuous dislocations and disclinations in elasto-plasticity // *Int. J. Plasticity*. – 2016. – Vol. 79. – P. 68–110. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.12.002
88. Cleja-Tigoiu S., Pașcana R., Tigoiu V. Disclination based model of grain boundary in crystalline materials with microstructural defects // *Int. J. Plasticity*. – 2019. – Vol. 114. – P. 227–251. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.11.003
89. Coleman B.D., Gurtin M.E. Thermodynamics with Internal State Variables // *J. Chem. Phys.* – 1967. – Vol. 47 (2). – P. 597–613. DOI: 10.1063/1.1711937
90. Cordero N.M., Forest S., Busso E.P. Generalised continuum modelling of grain size effects in polycrystals // *Comptes Rendus Mécanique*. – 2012. – Vol. 340. – P. 261–274. DOI: 10.1016/j.crme.2012.02.009
91. Cordero Z.C., Knight B.E., Schuh C.A. Six decades of the Hall-Petch effect – a survey of grain-size strengthening studies on pure metals // *Int. Materials Reviews*. – 2016. – Vol. 61 (8). – P. 495–512. DOI: 10.1080/09506608.2016.1191808
92. Cosserat E., Cosserat F. *Theorie des corps déformables*. – Paris: A.Hermann et fils, 1909. – 226 p.
93. Deb S., Panigrahi S.K., Weiss M. Development of bulk ultrafine grained Al-SiC nano composite sheets by a SPD based hybrid process: Experimental and theoretical studies // *Materials Science & Engineering A*. – 2018. – Vol. 738. – P. 323–334. DOI: 10.1016/j.msea.2018.09.101
94. Denguir L.A. et al. A physical-based constitutive model for surface integrity prediction in machining of OFHC copper / L.A. Denguir, J.C. Outeiro, G. Fromentin, V. Vignal, R. Besnard // *J. Materials Processing Tech.* – 2017. – Vol. 248. – P. 143–160. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2017.05.009
95. Derby B. The dependence of grain size on stress during dynamic recrystallisation // *Acta Metallurgica et Materialia*. – 1991. – Vol. 39, iss. 5. – P. 955–962. DOI: 10.1016/0956-7151(91)90295-C
96. Ding H., Shen N., Shin Y.C. Modeling of grain refinement in aluminum and copper subjected to cutting // *Computational Materials Science*. – 2011. – Vol. 50. – P. 3016–3025. DOI: 10.1016/j.commatsci.2011.05.020
97. Ding H., Shen N., Shin Y.C. Predictive modeling of grain refinement during multi-pass cold rolling // *J. Materials Processing Technology*. – 2012. – Vol. 212. – P. 1003–1013. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2011.12.005
98. Ding H., Shin Y.C. Dislocation density-based grain refinement modeling of orthogonal cutting of titanium // *J. Manufacturing Sci. and Engng.* – 2014. – Vol. 136. 041003 (12 p.). DOI: 10.1115/1.4027207
99. Dong X., Shin Y.C. Predictive modeling of microstructure evolution within multi-phase steels during rolling processes // *Int. J. Mechanical Sciences*. – 2019. – Vol. 150. – P. 576–583. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.10.061
100. Ebrahimi G.R., Momeni A., Ezatpour H.R. Modeling the viscoplastic behavior and grain size in a hot worked Nb bearing high-Mn steel // *Materials Science & Engineering A*. – 2018. – Vol. 714. – P. 25–35. DOI: 10.1016/j.msea.2017.12.094
101. Eringen A.C. *Microcontinuum field theories. I. Foundation and solids*. – Springer, 1998. – 325 p. DOI: 10.1007/978-1-4612-0555-5
102. Estrin Y. Dislocation theory based constitutive modeling: foundations and applications // *J. Materials Processing Technology*. – 1998. – Vol. 80–81. – P. 33–39. DOI: 10.1016/S0924-0136(98)00208-8
103. Estrin Y. et al. A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation / Y. Estrin, L.S. Tóth, A. Molinari, Y. Bréchet // *Acta mater.* – 1998. – Vol. 46 (15). – P. 5509–5522. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00196-7
104. Estrin Y. et al. Modelling of the evolution of dislocation cell misorientation under severe plastic deformation / Y. Estrin, L.S. Tóth, Y. Bréchet, H.S. Kim // *Materials Science Forum, Trans. Tech. Publications Ltd., Fukuoka, Japan*. – 2006. – P. 675–680 (hal-00140806)
105. Estrin Y., Kim H.S. Modelling microstructure evolution toward ultrafine crystallinity produced by severe plastic deformation // *J. Mater. Sci.* – 2007. – Vol. 42. – P. 1512–1516. DOI: 10.1007/s10853-006-1282-2
106. Estrin Y., Vinogradov A. Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science // *Acta Materialia*. – 2013. – Vol. 61. – P. 782–817. DOI: 10.1016/j.actamat.2012.10.038
107. Firouzabadi S.S., Kazeminezhad M. Cell-structure and flow stress investigation of largely strained non-heat-treatable Al-alloys using dislocation based model // *Materials Science & En-*

- gineering A. – 2019. – Vol. 739. – P. 167–172. DOI: 10.1016/j.msea.2018.10.007
108. Follansbee P.S., Kocks U.F. A constitutive description of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an Internal State Variable // *Acta Metall.* – 1988. – Vol. 36. – P. 81–93. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90030-2
109. Fressengeas C., Taupin V., Capolungo L., An elastoplastic theory of dislocation and disclination fields // *Int. J. Solids and Structures.* – 2011. – Vol. 48. – P. 3499–3509. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2011.09.002
110. Frost H.J., Thompson C.V. Computer simulation of grain growth // *Metals and Alloys.* – 1996. – Vol. 1, iss. 3. – P. 361–368. DOI: 10.1016/S1359-0286(96)80026-X
111. Gholizadeh R., Shibata A., Tsuji N. Grain refinement mechanisms in BCC ferritic steel and FCC austenitic steel highly deformed under different temperatures and strain rates // *Materials Science & Engineering A.* – 2020. – Vol. 790. – P. 139708. DOI: 10.1016/j.msea.2020.139708
112. Gleiter H. Nanocrystalline materials // *Prog. Mater. Sci.* – 1989. – Vol. 33. – P. 223–315. DOI: 10.1016/0079-6425(89)90001-7
113. Green A.E., Naghdi P.M. A thermomechanical theory of a Cosserat point with application to composite materials // *Q. J. Mech. Appl. Math.* – 1991. – Vol. 44, iss. 3. – P. 335–355. DOI: 10.1093/qjmam/44.3.335
114. Grinayev Yu.V., Chertova N.V. Gauge theory applied to medium with internal structure and defects / *Theoretical and Applied Fracture Mechanics.* – 1998. – Vol. 28. – P. 231–236. DOI: 10.1016/S0167-8442(98)00008-1
115. Groma I., Györgyi G., Ispánovity P.D. Variational approach in dislocation theory // *Philosophical Magazine.* – 2010. – Vol. 90 (27–28). – P. 3679–3695. DOI: 10.1080/14786430903401073
116. Guo L., Fujita F. Influence of rolling parameters on dynamically recrystallized microstructures in AZ31 magnesium alloy sheets // *J. Magnesium and Alloys.* – 2015. – Vol. 3, iss. 2. – P. 95–105. DOI: 10.1016/j.jma.2015.04.004
117. Guo L., Fujita F. Modeling the microstructure evolution in AZ31 magnesium alloys during hot rolling // *J. Materials Processing Tech.* – 2018. – Vol. 255. – P. 716–723. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2018.01.025
118. Hall E.O. The deformation and aging of mild steel. III. Discussion and results // *Proc. Phys. Soc. of London.* – 1951. – Vol. B64. – P. 747–753. DOI: 10.1088/0370-1301/64/9/303
119. Hallberg H. et al. Microstructure evolution during dynamic discontinuous recrystallization in particle-containing Cu / H. Hallberg, B. Svendsen, T. Kayser, M. Ristinmaa // *Computational Materials Science.* – 2014. – Vol. 84. – P. 327–338. DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.12.021
120. Hallberg H., Ristinmaa M. Microstructure evolution influenced by dislocation density gradients modeled in a reaction-diffusion system // *Computational Materials Science.* – 2013. – Vol. 67. – P. 373–383. DOI: 10.1016/j.commatsci.2012.09.016
121. Hansen B.L., Bronkhorst C.A., Ortiz M. Dislocation subgrain structures and modeling the plastic hardening of metallic single crystals // *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. IOP Publishing.* – 2010. – Vol. 18, 055001 (42 p.). DOI: 10.1088/0965-0393/18/5/055001
122. He H. et al. Effects of thermomechanical treatment on grain refinement, second-phase particle dissolution, and mechanical properties of 2219 Al alloy / H. He, Y. Yi, S. Huang, W. Guo, Y. Zhang // *J. Materials Processing Tech.* – 2020. – Vol. 278. – P. 116506. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2019.116506
123. Horstemeyer M.F. Multiscale modeling: A review // *Practical Aspects of Computational Chemistry / J. Leszczynski and M.K. Shukla (eds.). – Springer Science + Business Media B.V., 2009. – P. 87–135. DOI: 10.1007/978-90-481-2687-3_4*
124. Huang Y., Humphreys F.J. Subgrain growth and low angle boundary mobility in aluminium crystals of orientation {110}<001> // *Acta mater.* – 2000. – Vol. 48. – P. 2017–2030. DOI: 10.1016/S1359-6454(99)00418-8
125. Hughes D.A. Microstructure evolution, slip patterns and flow stress // *Materials Science and Engineering.* – 2001. – Vol. A319–321. – P. 46–54. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)01028-0
126. Irani M., Joun M. Determination of JMAK dynamic recrystallization parameters through FEM optimization techniques // *Computational Materials Science.* – 2018. – Vol. 142. – P. 178–184. DOI: 10.1016/j.commatsci.2017.10.007
127. Ispánovity P.D. et al. Abnormal subgrain growth in a dislocation-based model of recovery / P.D. Ispánovity, I. Groma, W. Hof-felner, M. Samaras // *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.* – 2011. – Vol. 19. – P. 045008 (16p.). DOI: 10.1088/0965-0393/19/4/045008
128. Jabłońska M.B. et al. Dual rolls equal channel extrusion as unconventional SPD process of the ultralow-carbon steel: finite element simulation, experimental investigations and microstructural analysis / M.B. Jabłońska, K. Kowalczyk, M. Tkocz, T. Bulzak, I. Bednarczyk, S. Rusz // *Archiv. Civ. Mech. Eng.* – 2021. – Vol. 21. – P. 25 (11 p.). DOI: 10.1007/s43452-020-00166-3
129. Ji H. et al. Microstructure evolution and constitutive equations for the high-temperature deformation of 5Cr21Mn9Ni4N heat-resistant steel / H. Ji, J. Liu, B. Wang, X. Tang, J. Lin, Y. Huo // *J. Alloys and Compounds.* – 2017. – Vol. 693. – P. 674–687. DOI: 10.1016/j.jallcom.2016.09.230
130. Johnson G.R., Cook W.H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures // *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics.* – Hague, The Netherlands, 1983. – P. 541–547.
131. Johnson W.A., Mehl R.F. Reaction kinetics in processes of nucleation and growth // *Transactions AIME.* – 1939. – Vol. 135. – P. 416–441.
132. Karakulak E. A review: Past, present and future of grain refining of magnesium castings // *J. Magnesium and Alloys.* – 2019. – Vol. 7. – P. 355–369. DOI: 10.1016/j.jma.2019.05.001
133. Khomenko A.V., Troshchenko D.S., Metlov L.S. Thermodynamics and kinetics of solids fragmentation at severe plastic deformation // *Condensed Matter Physics.* – 2015. – Vol. 18 (3). 33004 (14 p.). DOI: 10.5488/CMP.18.33004
134. Klimanek P. et al. Disclinations in plastically deformed metallic materials / P. Klimanek, V. Klemm, A.E. Romanov, M. Seefeldt // *Advanced engineering materials.* – 2001. – Vol. 56 (11). – P. 877–884. DOI: 10.1002/1527-2648(200111)3:11%3C877::AID-ADEM877%3E3.0.CO;2-L
135. Knezevic M., Beyerlein I. Multiscale modeling of microstructure-property relationships of polycrystalline metals during thermo-mechanical deformation // *Adv. Eng. Mater.* – 2018. – Vol. 20. – P. 1700956 (19 pages). DOI: 10.1002/adem.201700956
136. Kocks U.F. Laws for work-hardening and low-temperature creep // *ASME J. Engineering Materials and Technology.* – 1976. – Vol. 98. – P. 76–85. DOI: 10.1115/1.3443340
137. Kolmogorov N.A. The statistics of crystal growth in metals // *Isv. Acad. Nauk SSSR. Ser. Matematicheskaya.* – 1937. – Vol. 1. – P. 333–359.
138. Koujalagi M.B., Siddesha H.S. ECAP of titanium alloy by severe plastic deformation: A review // *Materials Today: Proceedings.* – 2021. – Vol. 45. – P. 71–77. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.10.094
139. Kratochvíl J., Orlová A. Instability origin of dislocation substructure // *Philosophical Magazine A.* – 1990. – Vol. 61, iss. 2. – P. 281–290. DOI: 10.1080/01418619008234941

140. Kratochvíl J., Kružík M., Sedláček R. Statistically based continuum model of misoriented dislocation cell structure formation // *Phys. Rev. B.* – 2007. – Vol. 75, 064104. DOI: 10.1103/PhysRevB.75.064104
141. Kröner E. On the physical reality of torque stresses in continuum mechanics // *Int. J. Engng. Sci.* – 1963. – Vol. 1. – P. 261–278. DOI: 10.1016/0020-7225(63)90037-5
142. Kuhlman-Wilsdorf D. et al. Deformation bands, the LEDS theory, and their importance in texture development: Part I. Previous evidence and new observations / D. Kuhlman-Wilsdorf, S.S. Kulkarni, J.T. Moore, E.A. Starke // *Metallurgical and Mater. Trans. A.* – 1999. – Vol. 30A. – P. 2491–2501. DOI: 10.1007/s11661-999-0258-7
143. Langdon T.G. Processing of ultrafine-grained materials using severe plastic deformation: potential for achieving exceptional properties // *Rev. Metal.* – 2008. – Vol. 44 (6). – P. 556–564. DOI: 10.3989/revmetalm.0838
144. Latypov et al. Modeling and characterization of texture evolution in twist extrusion / M.I. Latypov, M.-G. Lee, Y. Beygelzimer, D. Prilepo, Y. Gusar and H.S. Kim // *Metallurgical and Materials Trans. A.* – 2016. – Vol. 47A. – P. 1248–1260. DOI: 10.1007/s11661-015-3298-1
145. Lemiale V. et al. Grain refinement under high strain rate impact: A numerical approach / V. Lemiale, Y. Estrin, H.S. Kim, R. O'Donnell // *Computational Materials Science.* – 2010. – Vol. 48. – P. 124–132. DOI: 10.1016/j.commatsci.2009.12.018
146. Li B. et al. Dislocation density and grain size evolution in hard machining of H13 steel: numerical and experimental investigation / B. Li, S. Zhang, R. Hu, X. Zhang // *J. Mater. res Technol.* – 2020a. – Vol. 9, iss. 3. – P. 4241–4254. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.02.051
147. Li J.C.M. Possibility of subgrain rotation during recrystallization // *J. Applied Physics.* – 1962. – Vol. 33 (10). – P. 2958–2965. DOI: 10.1063/1.1728543
148. Li Y. et al. A CDRX-based material model for hot deformation of aluminium alloys / Y. Li, B. Gu, S. Jiang, Y. Liu, Z. Shi, J. Lin // *Int. J. Plasticity.* – 2020b. – Vol. 134. – 102844 (17 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102844
149. Lin J., Dean T.A. Modelling of microstructure evolution in hot forming using unified constitutive equations // *J. Materials Processing Technology.* – 2005. – Vol. 167. – P. 354–362. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2005.06.026
150. Lin J., Liu Y. A set of unified constitutive equations for modelling microstructure evolution in hot deformation // *J. Materials Processing Technology.* – 2003. – Vol. 143–144. – P. 281–285. DOI: 10.1016/S0924-0136(03)00472-2
151. Majta J. et al. Modeling of the inhomogeneity of grain refinement during combined metal forming process by finite element and cellular automata methods / J. Majta, Ł. Madej, D.S. Svyetlichnyy, K. Perzyński, M. Kwiecień, K. Muszka // *Materials Science & Engineering.* – 2016. – Vol. A671. – P. 204–213. DOI: 10.1016/j.msea.2016.06.052
152. Majta J. et al. Modeling of grain refinement and mechanical response of microalloyed steel wires severely deformed by combined forming process / J. Majta, K. Perzyński, K. Muszka, P. Graca, Ł. Madej // *Int. J. Adv. Manuf. Technol.* – 2017. – Vol. 89. – P. 1559–1574. DOI: 10.1007/s00170-016-9203-2
153. Mandel J. Equations constitutives et directeurs dans les milieux plastiques et viscoplastiques // *Int. J. Solids Structures.* – 1973. – Vol. 9. – P. 725–740. DOI: 10.1016/0020-7683(73)90120-0
154. Marthinsen K., Nes E. Modelling strain hardening and steady state deformation of Al–Mg alloys // *Materials Science and Technology.* – 2001. – Vol. 17 (4). – P. 376–388. DOI: 10.1179/026708301101510096
155. Maugin G.A. The saga of internal variables of state in continuum thermo-mechanics (1893–2013) // *Mechanics Research Communications.* – 2015. – Vol. 69. – P. 79–86. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2015.06.00
156. McDowell D.L. A perspective on trends in multiscale plasticity // *Int. J. Plasticity.* – 2010. – Vol. 26. – P. 1280–1309. DOI: 10.1016/j.ijplas.2010.02.008
157. Mecking H., Kocks U.F. Kinetics of flow and strain-hardening // *Acta Metallurgica.* – 1981. – Vol. 29. – P. 1865–1875. DOI: 10.1016/0001-6160(81)90112-7
158. Melkote S.N. et al. Advances in material and friction data for modeling of metal machining / S.N. Melkote, W. Grzesik, J. Outeiro, J. Rech, V. Schulze, H. Attia, P.J. Arrazola, R. M'Saoubi, C. Saldana // *CIRP Ann. Manuf. Technol.* – 2017. – Vol. 66. – P. 731–754. DOI: 10.1016/j.cirp.2017.05.002
159. Meyers M.A., Mishra A., Benson D.J. Mechanical properties of nanocrystalline materials // *Progress in Materials Science.* – 2006. – Vol. 51. – P. 427–556. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2005.08.003
160. Mindlin R.D. Micro-structure in linear elasticity // *Arch. Rat. Mech. Anal.* – 1964. – Vol. 16 (7). – P. 51–78. DOI: 10.1007/BF00248490
161. Moldovan D., Wolf D., Phillpot S.R. Theory of diffusion-accommodated grain rotation in columnar polycrystalline microstructures // *Acta mater.* – 2001. – Vol. 49. – P. 3521–3532. DOI: 10.1016/S1359-6454(01)00240-3
162. Moldovan D. et al. Grain rotation as a mechanism of grain growth in nanocrystalline materials / D. Moldovan, D. Wolf, S.R. Phillpot, A.J. Haslam // In: (eds) Trends in Nanoscale Mechanics. ICASE/LaRC Interdisciplinary Series in Science and Engineering, Harik V.M., Salas M.D. – 2003. – Vol. 9. – Springer, Dordrecht. – P. 35–59. DOI: 10.1007/978-94-017-0385-7_2
163. Muramatsu M. et al. Phase-field simulation of static recrystallization considering nucleation from subgrains and nucleus growth with incubation period / M. Muramatsu, Y. Aoyagi, Y. Tadano, K. Shizawa // *Computational Materials Science.* – 2014. – Vol. 87. – P. 112–122. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.02.003
164. Nes E. Modelling of work hardening and stress saturation in FCC metals // *Progress in Materials Science.* – 1998. – Vol. 41. – P. 129–193. DOI: 10.1016/S0079-6425(97)00032-7
165. Nye J.F. Some geometrical relations in dislocated crystals // *Acta Metall.* – 1953. – Vol. 1. – P. 153–162. DOI: 10.1016/0001-6160(53)90054-6
166. Ortiz M., Repetto E.A., Stainier L. A theory of subgrain dislocation structures // *J. Mechanics and Physics of Solids.* – 2000. – Vol. 48. – P. 2077–2114. DOI: 10.1016/S0022-5096(99)00104-0
167. Ovid'ko I.A., Valiev R.Z., Zhu Y.T. Review on superior strength and enhanced ductility of metallic nanomaterials // *Progress in Materials Science.* – 2018. – Vol. 94. – P. 462–540. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.002
168. Pan Z., Feng Y., Liang S.Y. Material microstructure affected machining: a review // *Manuf. Rev.* – 2017. – Vol. 4, iss. 5. – P. 1–12. DOI: 10.1051/mfreview/2017004
169. Pantleon W. The evolution of disorientations for several types of boundaries // *Materials Science and Engineering.* – 2001. – Vol. A319–321. – P. 211–215. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)00947-9
170. Pascan R., Cleja-Tigoiu S. Continuous defects: dislocations and disclinations in finite elasto-plasticity with initial dislocations heterogeneities // *INCAS Bulletin.* – 2015. – Vol. 7, iss. 4. – P. 163–174. DOI: 10.13111/2066-8201.2015.7.4.15
171. Petch N.J. The cleavage strength of polycrystals // *J. Iron and Steel Inst.* – 1953. – Vol. 174. – P. 25–28.
172. Petryk H., Stupkiewicz S. A quantitative model of grain refinement and strain hardening during severe plastic de-

- formation // *Materials Science and Engineering A*. – 2007. – Vol. 444. – P. 214–219. DOI: 10.1016/j.msea.2006.08.076
173. Puchi-Cabrera E.S. et al. Plausible extension of Anand's model to metals exhibiting dynamic recrystallization and its experimental validation / E.S. Puchi-Cabrera, J.D. Guérin, J.G. La Barbera-Sosa, M. Dubar, L. Dubar // *Int. J. Plasticity*. – 2018. – Vol. 108. – P. 70–87. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.04.013
174. Qiao X.G., Gao N., Starink M.J. A model of grain refinement and strengthening of Al alloys due to cold severe plastic deformation // *Philosophical Magazine*. – 2012. – Vol. 92 (4). – P. 446–470. DOI: 10.1080/14786435.2011.616865
175. Raj R., Ashby M.F. On grain boundary sliding and diffusional creep // *Metall. Mater. Trans.* – 1971. – Vol. 2. – P. 1113–1127. DOI: 10.1007/BF02664244
176. Read W.T., Shockley W. Dislocation models of crystal grain boundaries // *Phys. Rev.* – Vol. 78 (3). – P. 275–290, 1950. DOI: 10.1103/PhysRev.78.275
177. Rice J.R. Inelastic constitutive relations for solids: an internal-variable theory and its application to metal plasticity // *J. Mech. Phys. Solids*. – 1971. – Vol. 19. – P. 433–455. DOI: 10.1016/0022-5096(71)90010-X
178. Rice J.R. Continuum mechanics and thermodynamics of plasticity in relation to microscale deformation mechanisms // In: *Constitutive Equations in Plasticity* (Ed. A.S. Argon). – Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1975. – P. 23–75.
179. Rios P.R., Villa E. On the generalisation of JMAK's theory // *Materials Science Forum*. – 2013. – Vol. 753. – P. 137–142. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.753.137
180. Romanov A.E. Continuum theory of defects in nano-scaled materials // *Nanostructured Materials*. – 1995. – Vol. 6. – P. 125–134. DOI: 10.1016/0965-9773 (95) 00037-2
181. Romanov A.E., Aifantis E.C. On the kinetic and diffusional nature of linear defects // *Scripta Metallurgica et Materialia*. – 1993. – Vol. 29. – P. 707–712. DOI: 10.1016/0956-716X(93)90423-P
182. Romanov A.E., Kolesnikova A.L. Application of disclination concept to solid structures // *Progress in Materials Science*. – 2009. – Vol. 54. – P. 740–769. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2009.03.002
183. Rotella G., Umbrello D. Finite element modeling of microstructural changes in dry and cryogenic cutting of Ti6Al4V alloy // *CIRP Annals – Manufacturing Technology*. – 2014. – Vol. 63. – P. 69–72. DOI: 10.1016/j.cirp.2014.03.074
184. Roters F. *Advanced Material Models for the Crystal Plasticity Finite Element Method: Development of a general CPFEM framework*. – RWTH Aachen: Aachen, 2011. – 226 p.
185. Rybin V.V., Zolotarevskii N.Yu., Ushanova E.A. Fragmentation of crystals upon deformation twinning and dynamic recrystallization // *Physics of Metals and Metallography*. – 2015. – Vol. 116, № 7. – P. 730–744. DOI: 10.1134/S0031918X1507011X
186. Rzhavtsev E.A., Gutkin M.Yu. The dynamics of dislocation wall generation in metals and alloys under shock loading // *Scripta Materialia*. – 2015. – Vol. 100. – P. 102–105. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2015.01.004
187. Saetre T.O., Ryum N., Evangelista E. Simulation of subgrain growth by subgrain rotation: A one-dimensional model // *Metallurgical Transactions A*. – 1991. – Vol. 22A. – P. 2257–2263. DOI: 10.1007/BF02664991
188. Saetre T.O., Ryum N. On grain and subgrain rotations in two dimensions // *Metall. Mater. Trans. A*. – 1995. – Vol. 26. – P. 1687–1697. DOI: 10.1007/BF02670755
189. Sakai T. et al. Dynamic and post-dynamic recrystallization under hot, cold and severe plastic deformation conditions / T. Sakai, A. Belyakov, R. Kaibyshev, H. Miura, J.J. Jonas // *Progress in Materials Science*. – 2014. – Vol. 60. – P. 130–207. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2013.09.002
190. Sandstrom R., Lagneborg R. A model for static recrystallization after hot deformation // *Acta Metallurgica*. – 1975. – Vol. 23, iss. 4. – P. 481–488. DOI: 10.1016/0001-6160(75)90087-5
191. Sedláček R. et al. Subgrain formation during deformation: physical origin and consequences / R. Sedláček, W. Blum, J. Kratochvíl, S. Forest // *Metallurgical and Materials Transactions A*. – 2002. – Vol. 33A. – P. 319–327. DOI: 10.1007/s11661-002-0093-6
192. Sedláček R., Forest S. Non-local plasticity at microscale: A dislocation-based and a Cosserat model // *Phys. Stat. Solid. (b)*. – 2000. – Vol. 221, iss. 2. – P. 583–596. DOI: 10.1002/1521-3951(200010)221:2<583::AID-PSSB583>3.0.CO;2-F
193. Seefeldt M. Modelling the nucleation and growth of fragment boundary segments in terms of disclinations // *J. Alloys and Compounds*. – 2004. – Vol. 378. – P. 102–106. DOI: 10.1016/j.jallcom.2003.11.169
194. Seefeldt M. A disclination-based approach for mesoscopic statistical modeling of grain subdivision in niobium // *Computational Materials Science*. – 2013. – Vol. 76. – P. 12–19. DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.03.039
195. Seefeldt M., Van Houtte P. A disclination-based model for anisotropic substructure development and its impact on the critical resolved shear stresses // *Mater. Phys. Mech.* – 2000. – Vol. 1. – P. 133–139.
196. Seefeldt M. et al. A disclination-based model for grain subdivision / M. Seefeldt, L. Delannay, B. Peeters, S.R. Kalidindi, P. Van Houtte // *Materials Science and Engineering*. – 2001. – Vol. A319–321. – P. 192–196.
197. Seefeldt M. et al. Investigating the dependence of grain subdivision on the solid solute content in Al and Cu alloys / M. Seefeldt, S. Kusters, S. Van Boxel, B. Verlinden, P. Van Houtte // *Вопросы материаловедения*. – 2007. – № 4 (52). – P. 30–36.
198. Sheik H.M., Sharma S., Kumar B. A Review of severe plastic deformation // *Int. Refereed J. of Engineering and Science (IRJES)*. – 2017. – Vol. 6, iss. 7. – P. 66–85.
199. Smirnov A.S., Konovalov A.V., Muizemnek O.Yu. Modelling and simulation of strain resistance of alloy taking into account barrier effects // *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*. – 2015. – iss. 1. – P. 61–72. DOI: 10.17804/2410-9908.2015.1.061-072
200. Starink M.J. et al. Predicting grain refinement by cold severe plastic deformation in alloys using volume averaged dislocation generation / M.J. Starink, X.G. Qiao, J. Zhang, N. Gao // *Acta Materialia*. – 2009. – Vol. 57. – P. 5796–5811. DOI: 10.1016/j.actamat.2009.08.006
201. Suwa Y., Saito Y., Onodera H. Phase field simulation of stored energy driven interface migration at a recrystallization front // *Materials Science and Engineering A*. – 2007. – Vol. 457. – P. 132–138. DOI: 10.1016/j.msea.2007.01.091
202. Suwa Y., Saito Y., Onodera H. Phase-field simulation of recrystallization based on the unified subgrain growth theory // *Computational Materials Science*. – 2008. – Vol. 44. – P. 286–295. DOI: 10.1016/j.commatsci.2008.03.025
203. Takaki T. et al. Multi-phase-field model to simulate microstructure evolutions during dynamic recrystallization / T. Takaki, T. Hirouchi, Y. Hisakuni, A. Yamanaka, Y. Tomita // *Materials Transactions*. – 2008. – Vol. 49, № 11. – P. 2559–2565. DOI: 10.2320/matertrans.MB200805
204. Takaki T. et al. Multiscale modeling of hot-working with dynamic recrystallization by coupling microstructure evolution and macroscopic mechanical behavior / T. Takaki, C. Yoshimoto,

A. Yamanaka, Y. Tomita // Int. J. Plasticity. – 2014. – Vol. 52. – P. 105–116. DOI: 10.1016/j.ijplas.2013.09.001

205. Takeuchi S., Argon A.S. Review: Steady-state creep of single-phase crystalline matter at high temperature // J. Materials Science. – 1976. – Vol. 11, iss. 8. – P. 1542–1566. DOI: 10.1007/BF00540888

206. Taupin V. et al. A theory of disclination and dislocation fields for grain boundary plasticity / V. Taupin, L. Capolungo, C. Fressengeas, A. Das, M. Upadhyay // Advanced Structured Materials. – 2013. – Vol. 22. – P. 303–320. DOI: 10.1007/978-3-642-36394-8_18

207. Taupin V., Capolungo L., Fressengeas C. Disclination mediated plasticity in shear-coupled boundary migration // Int. J. Plasticity. – 2014. – Vol. 53. – P. 179–192. DOI: 10.1016/j.ijplas.2013.08.002

208. Taupin V. et al. A mesoscopic theory of disclination fields for grain boundary-mediated crystal plasticity / V. Taupin, L. Capolungo, C. Fressengeas, M. Upadhyay, B. Beausir // Int. J. Solids and Structures. – 2015. – Vol. 71. – P. 277–290. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2015.06.031

209. Taupin V. et al. Nonlocal elasticity tensors in dislocation and disclination cores / V. Taupin, K. Gbemou, C. Fressengeas, L. Capolungo // J. Mechanics and Physics of Solids. – 2017. – P. 1–70. DOI: 10.1016/j.jmps.2017.01.003.

210. Tóth L.S., Molinari A., Estrin Y. Strain hardening at large strains as predicted by dislocation based polycrystal plasticity model // Trans. ASME. J. Engng Materials and Technology. – 2002. – Vol. 124. – P. 71–77. DOI: 10.1115/1.

211. Toupin R.A. Elastic materials with couple-stresses. Arch. Rational Mech. Anal. – 1962. – Vol. 11. – P. 385–414. DOI: 10.1007/BF00253945

212. Trusov P.V., Yanz A.Yu. Physical meaning of non-holonomic strain measure // Physical Mesomechanics. – 2016. – Vol. 19, № 2. – P. 13-21. DOI: 10.1134/S1029959916020156

213. Valiev R.Z., Isslamgaliev R.K., Alexandrov I.V. Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation. Progress in Materials Science. – 2000. – Vol. 45, № 7. – P. 103–189. DOI: 10.1016/S0079-6425(99)00007-9

214. Vinogradov A., Estrin Y. Analytical and numerical approaches to modelling of severe plastic deformation // Progress in Materials Science. – 2018. – Vol. 95. – P. 172–242. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.001

215. Voigt W. Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Kristalle, Abh. Ges. Wiss. Göttingen. – 1887. – B.34. – 100 p.

216. Voigt W. Lehrbuch der Krystallophysik. – Leipzig und Berlin: Teubner, 1928. – 978 p.

217. Wang C.P. et al. Review on modified and novel techniques of severe plastic deformation / C.P. Wang, F.G. Li, L. Wang, H.J. Qiao // Sci. China Tech. Sci. – 2012. – Vol. 55, № 9. – P. 2377–2390. DOI: 10.1007/s11431-012-4954-y

218. Wert J.A., Liu Q., Hansen N. Dislocation boundary formation in a cold-rolled cube-oriented Al single crystal. Acta Mater. – 1997. – Vol. 45, № 6. – P. 2565–2571. DOI: 10.1016/S1359-6454(96)00348-5

219. Xiao W. et al. Constitutive modeling of flow behavior and microstructure evolution of AA7075 in hot tensile deformation / W. Xiao, B. Wang, Y. Wu, X. Yang // Materials Science & Engineering A. – 2018. – Vol. 712. – P. 704–713. DOI: 10.1016/j.msea.2017.12.028

220. Xua X. et al. Multiscale simulation of grain refinement induced by dynamic recrystallization of Ti6Al4V alloy during high speed machining / X. Xua, J. Zhang, J. Outeiro, B. Xu, W. Zhao // J. Materials Processing Tech. – 2020. – Vol. 286. – 116834 (16 p.). DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2020.116834

221. Yua H. et al. Hall-Petch relationship in Mg alloys: A review / H. Yua, Y. Xin, M. Wang, Q. J. Liu // Materials Science & Technology. – 2018. – Vol. 34. – P. 248-256. DOI: 10.1016/j.jmst.2017.07.022

222. Zhilyaev A.P. et al. Adiabatic heating and the saturation of grain refinement during SPD of metals and alloys: experimental assessment and computer modeling / A.P. Zhilyaev, S. Swaminathan, A.I. Pshenichnyuk, T.G. Langdon, T.R. McNelley // J. Mater. Sci. – 2013. – Vol. 48. – P. 4626–4636. DOI: 10.1007/s10853-013-7254-4

223. Zhou X. et al. Atomistic simulations of the surface severe plastic deformation-induced grain refinement in polycrystalline magnesium: The effect of processing parameters / X. Zhou, H. Fu, J.-H. Zhu, X.-S. Yang // J. Magnesium and Alloys. – 2021. DOI: 10.1016/j.jma.2021.01.009

224. Zisman A.A., Rybin V.V. Basic configuration of interfacial and junction defects induced in a polycrystal by deformation of grains. Acta Mater. – 1996. – Vol. 44, № 1. – P. 403–407. DOI: 10.1016/1359-6454(95)00155-8

References

1. Ashikhmin V.N., Volegov P.S., Trusov P.V. Konstitutivnye sootnosheniya s vnutrennimi peremennymi: obshchaya struktura i prilozhenie k teksturoobrazovaniyu v polikristallah [Constitutive relations with internal variables: general structure and application to texture formation in polycrystals] // Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Matematicheskoe modelirovanie sistem i processov, 2006, no. 14, pp. 11-26.

2. E.L. Aero, E.V. Kuvshinsky, Osnovnye uravneniya teorii uprugosti s vrashchatelnym vzaimodejstviem chastic [Basic equations of the theory of elasticity with rotational interaction of particles]. Fizika tverdogo tela, 1960, vol. 2, iss. 7, pp. 1399-1409.

3. Aero E.L., Kuvshinsky E.V. Kontinual'naya teoriya asimmetricheskoy uprugosti. Ravnovesie izotropnogo tela [Continuum theory of asymmetric elasticity. Equilibrium of an isotropic body]. Fizika tverdogo tela, 1964, vol. 6, no. 9. pp. 2689-2699.

4. Brovko G.L. Ob odnoj konstrukcionnoj modeli sredy Kossera [On one structural model of the Cosserat medium] // Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela, 2002, no. 1, pp. 75-91.

5. Valiev R.Z., Aleksandrov I.V. Nanostrukturnye materialy, poluchennye intensivnoj plasticheskoj deformaciej [Nanostructural materials obtained by severe plastic deformation]. Moscow, Logos, 2000, 272 p.

6. Valiev R.Z. Sozdanie nanostrukturnyh metallov i splavov s unikal'nymi svojstvami, ispol'zuyu intensivnye plasticheskie deformacii [Creation of nanostructured metals and alloys with unique properties using severe plastic deformation]. Rossijskie nanotekhnologii, 2006, vol.1, no. 1-2, pp. 208-216.

7. Valiev R.Z., Naimark O.B. Ob'emnye nanostrukturnye materialy: unikal'nye svojstva i innovacionnyj potencial [Volumetric nanostructured materials: unique properties and innovative potential]. Innovacii, 2007, vol. 12, no. 110, pp. 70-76.

8. Valiev R.Z., Zhilyaev A.P., Langdon T.J. Ob'emnye nanostrukturnye materialy: fundamental'nye osnovy i primeneniya: per. s angl [Volumetric nanostructured materials: fundamental principles and applications: per. from English]. Saint-Peterburg, Eko-Vektor, 2017, 479 p.

9. Ginzburg V.L., Landau L.D. K teorii sverhprovodimosti [On the theory of superconductivity]. *Zhurnal eksperimental'noj i teoreticheskoy fiziki*, 1950, vol.20, pp. 1064-1082.
10. Glezer A.M., Metlov L.S. Megaplasticheskaya deformatsiya tverdyh tel [Megaplastic deformation of solids]. *Fizika i tekhnika vysokih davlenij*, 2008, vol.18, no. 4, pp. 21-35.
11. Glezer A.M., Metlov L.S. Fizika megaplasticheskoy (intensivnoy) deformatsii tverdyh tel [Physics of megaplastic (intense) deformation of solids]. *Fizika tverdogo tela*, 2010, vol.52, iss. 6, pp. 1090-1097.
12. De Wit R. Kontinual'naya teoriya disklinacij [Continuum theory of disclinations]. *Moscow, Mir*, 1977, 208 p.
13. Germain P. Kurs mekhaniki sploshnyh sred. Obschaya teoriya [A course in continuum mechanics. General theory]. *Moscow, Vysshaya shkola*, 1983, 399 p.
14. Zhilin P.A. Osnovy racional'noj mekhaniki: ucheb. posobie [Fundamentals of rational mechanics: textbook. Allowance]. *Saint-Peterburg, Izd-vo Politekh. un-ta*, 2018, 637 p.
15. Ilyushin A.A. Plastichnost'. Osnovy obshchej matematicheskoy teorii [Plastic. Fundamentals of general mathematical theory]. *Moscow, AN SSSR*, 1963, 272 p.
16. Ilyushin A.A., Lomakin V.A. Momentnye teorii v mekhanike tverdyh deformiruemykh tel [Moment theories in the mechanics of solid deformable bodies]. *Moscow, Nauka, V sb. Prochnost' i plastichnost'*, 1971, pp. 54-61.
17. Kaibyshev O.A., Valiev R.Z. Granicy zeren i svoystva metallov [Grain boundaries and properties of metals]. *Moscow, Metallurgiya*, 1987. 214 p.
18. Katanaev M.O. Geometricheskaya teoriya defektov [Geometric theory of defects]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2005, vol. 175, no. 7, pp. 705-733.
19. Kozlov E.V., Koneva N.A., Kulikova G.A., Teplyakova L.A. Evolyuciya dislokacionnoj struktury i deformatsionnoe uprochnenie splavov [Evolution of the dislocation structure and strain hardening of alloys]. *Nauchno-tekhnicheskij progress v mashinostroenii*, 1991, no. 32, pp.15-28, 112, 117.
20. Kozlov E.V., Zhdanov A.N., Koneva N.A. Bar'ernoe tormozhenie dislokacij. Problema Holla–Petcha [Barrier deceleration of dislocations. Hall–Petch problem]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2006, vol.9, no. 3, pp. 81-92.
21. Kozlov E.V., Zhdanov A.N., Koneva N.A. Mekhanizmy deformatsii i mekhanicheskie svoystva nanomaterialov [Mechanisms of deformation and mechanical properties of nanomaterials]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2007, vol. 10, no. 3, pp. 95-103.
22. Kozlov E.V., Popova N.A., Koneva N.A. Zakonomernosti plasticheskoy deformatsii ul'tramelkozernistykh metallicheskih materialov [Regularities of plastic deformation of ultrafine-grained metallic materials]. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2014, no. 5, pp. 2-7.
23. Kolesnikova A.L., Romanov A.E. Petlevye dislokatsii i disklinatsii v metode virtual'nykh defektov [Loop dislocations and disclinations in the virtual defect method]. *Fizika tverdogo tela*, 2003, vol.45, iss. 9, pp.1626-1636.
24. Konvalov A.V., Smirnov A.S. Viscoplastic model for the strain resistance of 08Kh18N10T steel at a hot-deformation temperature. *Russ. Metall*, 2008, no. 2, pp. 138-141. DOI: 10.1134/S0036029508020092
25. Kroener E. Obschaya kontinual'naya teoriya dislokatsij i sobstvennykh napryazhenij [General continuum theory of dislocations and intrinsic stresses]. Per. s nem. A.A. Vakulenko; pod red. G.I. Barenblatta. *Moscow, Mir*, 1965, 102 p.
26. Kulesh M.A., Matveenko V.P., Shardakov I.N. Postroyeniye i analiz tochnogo resheniya zadachi Kirsha v ramkakh kontinuum i psevdokontinuum Kossera [Construction and analysis of the exact solution of the Kirsch problem within the framework of the continuum and pseudocontinuum of Cosserat]. *Prikladnaya mekhanika i tekhnicheskaya fizika*, 2001, vol. 42, no. 4, pp. 145-154.
27. Kunin L.A. Teoriya uprugih sred s mikrostrukturaj [Theory of elastic media with microstructure]. *Moscow, Nauka*, 1975, 416 p.
28. Likhachev V.A. i dr. Kooperativnye deformatsionnye processy i lokalizatsiya deformatsii [Cooperative deformation processes and deformation localization] / V.A. Lihachev, V.E., Panin, E.E. Zashimchuk i dr. *Kiev, Naukova dumka*, 1989, 320 p.
29. Lomakin V.A. Teoriya uprugosti neodnorodnykh tel [Theory of elasticity of inhomogeneous bodies]. *Moscow, Izd-vo MGU*, 1976, 368 p.
30. Lychagin D.V., Starenchenko V.A., Solovieva Yu.V. Klassifikatsiya i masshtabnaya ierarhiya strukturnykh elementov deformatsii GCK-monokristallov [Classification and scale hierarchy of structural elements of deformation of HCC single crystals]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2005, vol. 8, no. 6, pp. 67-77.
31. Makarov P.V. Modelirovaniye uprugoplasticheskoy deformatsii i razrusheniya neodnorodnykh sred na mezourovne [Modeling of elastoplastic deformation and destruction of inhomogeneous media at the mesoleve]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2003, vol. 6, no. 4, pp.111-124.
32. Metlov L.S. Mezoskopicheskaya neravnovesnaya termodinamika tverdyh tel [Mesoscopic non-equilibrium thermodynamics of solids]. *Visnik Donec'kogo universitetu, Ser. A: Prirodnichi nauki*, 2008, iss.1, pp. 250-266.
33. L.S. Metlov Neravnovesnaya evolyucionnaya termodinamika. Teoriya i eksperiment [Non-equilibrium evolutionary thermodynamics. Theory and experiment]. *Fizika i tekhnika vysokih davlenij*, 2008, vol. 18, no. 3, pp. 53-61.
34. Metlov L.S., Glezer A.M., Varyukhin V.N. Ciklicheskiy karakter evolyucii defektnoj struktury i svoystv metallicheskih materialov pri megaplasticheskoy deformatsii [Cyclic nature of the evolution of the defect structure and properties of metallic materials under megaplastic deformation]. *Deformatsiya i razrushenie materialov*, 2014, no. 5, pp. 8-13.
35. Mindlin R.D., Tiersten G.F. Effekty momentnykh napryazhenij v linejnoy teorii uprugosti [Effects of moment stresses in the linear theory of elasticity]. *Mekhanika. Sb. Perevodov*, 1964, no. 1 (86), pp. 80-114.
36. Novatsky V. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. *Moscow, Mir*, 1975, 872 p.
37. Noskova N.I., Mulyukov R.R. Submikrokristallicheskie i nanokristallicheskie metally i splavy [Submicrocrystalline and nanocrystalline metals and alloys]. *Ekaterinburg: UrO RAN*, 2003, 279 p.
38. Ostanina T.V., Shveykin A.I., Trusov P.V. The grain structure refinement of metals and alloys under severe plastic deformation: experimental data and analysis of mechanisms. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 2, pp. 85-111. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.08
39. Palmov V.A. Osnovnye uravneniya nesimmetrichnoj uprugosti [Basic equations of asymmetric elasticity]. *Prikl. math. and mechan*, 1964, vol. 28, pp. 401-408.
40. Panin V.E. Osnovnye uravneniya nesimmetrichnoj uprugosti [Fundamentals of physical mesomechanics]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 1998, vol.1, pp. 5-22.
41. Panin V.E. i dr. Fizicheskaya mezomekhanika i komp'yuternoe konstruirovaniye materialov: V 2-h t., T.1 [Physical mesomechanics and computer design of materials: In 2 volumes, Vol.1] / V.E. Panin, V.E. Egorushkin, P.V. Makarov i dr. *Novosibirsk, Nauka. Sibirskaya izdat. firma RAN*, 1995, 298 p.

42. V.E. Panin i dr. Fizicheskaya mezomekhanika i kom'pyuternoe konstruirovaniye materialov: V 2-h t., T.2 [Physical mesomechanics and computer design of materials: In 2 volumes, Vol.2] / V.E. Panin, P.V. Makarov, S.G. Psah'e i dr. *Novosibirsk, Nauka. Sibirskaya izdat. firma RAN*, 1995, 320 p.
43. Panin V.E., Elsukova T.F., Grinyaev Yu.V. Mekhanizmy vliyaniya velichiny zerna na soprotivlenie deformirovaniyu polikristallov v kon-cepicii strukturnyh urovnej deformacii tverdyh tel. CH.1. Neobhodimost' ucheta mezoskopicheskikh strukturnyh urovnej deformacii pri analize uravnenij Holla–Petcha [Mechanisms of influence of grain size on resistance to deformation of polycrystals in the concept of structural levels of deformation of solids. Part 1. The need to take into account mesoscopic structural levels of deformation in the analysis of the Hall–Petch equations]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2003, vol. 6, no. 3, pp. 63-74.
44. Rybin V.V. Bol'shie plasticheskie deformacii i razrusheniye metallov [Large plastic deformations and destruction of metals]. *Moscow, Metallurgiya*, 1986, 224 p.
45. Rybin V.V. Zakonomernosti formirovaniya mezostruktur v hode razvitoj plasticheskoy deformacii [Patterns of formation of mesostructures in the course of developed plastic deformation]. *Voprosy materialovedeniya*, 2002, no. 1 (29), pp. 11-33.
46. Rybin V.V. Zakonomernosti formirovaniya mezostruktur v hode razvitoj plasticheskoy deformacii [Patterns of formation of mesostructures in the course of developed plastic deformation]. *Voprosy materialovedeniya*, 2003, no. 1 (33), pp. 9-28.
47. Rybin V.V., Vergasov A.N., Likhachev V.A. Vyazkoe razrusheniye molibdena kak sledstvie fragmentacii struktury [Ductile fracture of molybdenum as a consequence of structure fragmentation]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 1974, vol. 37, no. 3, pp. 620-624.
48. Rybin V.V., Zisman A.A., Zolotarevsky N.Yu. Stykovye disklinacii v plasticheski deformiruemyykh kristallakh [Butt disclinations in plastically deformable crystals]. *Fizika tverdogo tela*, 1985, vol. 27, pp. 181-185.
49. Rybin V.V., Zolotarevsky N.Yu., Zhukovsky I.M. Evolyuciya struktury i vnutrennie napryazheniya na stadii razvitoj plasticheskoy deformacii kristallicheskih tel. [Structural evolution and internal stresses at the stage of developed plastic deformation of crystalline solids]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 1990, vol.69, iss. 1, pp. 5-26.
50. Rybin V.V., Zolotarevsky N.Yu., Ushanova E.A. Analiz razorientirovannykh struktur v model'nom soedinenii med'-med', poluchennom svarkoj vzryvom [Analysis of misoriented structures in a model copper-copper joint obtained by explosion welding]. *Zhurnal tekhnicheskoy fiziki*, 2014, vol. 84, iss. 12, pp. 81-95.
51. Rybin V.V., Perevezentsev V.N., Svirina Yu.V. Fizicheskaya model' nachal'nykh stadij fragmentacii polikristallov v hode razvitoj plasticheskoy deformacii [Physical model of the initial stages of fragmentation of polycrystals in the course of developed plastic deformation]. *Fizika metallov i metallovedenie*, 2017, Vol.118, no. 12, pp. 1243-1247.
52. Sarafanov G.F., Perevezentsev V.N. Zakonomernosti deformacionnogo izmel'cheniya struktury metallov i splavov. Uchebno-metodicheskij material [Patterns of deformation grinding of the structure of metals and alloys. Educational and methodical material]. *Nizhniy Novgorod*, 2007. 96 p.
53. Sarafanov G.F., Perevezentsev V.N. Effekty samosoglasovannoj dinamiki dislokacij v uprugom pole planarnogo mezo-defekta [Effects of self-consistent dislocation dynamics in the elastic field of a planar mesodefect]. *Fizika tverdogo tela*, 2009, vol. 51, iss. 12, pp. 2309-2314.
54. Sarafanov G.F., Perevezentsev V.N. Ekranirovaniye polej napryazheniya disklinacij ansamblem dislokacij i formirovaniye razorientirovannykh struktur v processe plasticheskoy deformacii [Screening of stress fields of disclinations by an ensemble of dislocations and the formation of misoriented structures in the process of plastic deformation]. *Vestnik Nizhegorodskogo universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2010, no. 5 (2), pp. 82-90.
55. Sargsyan S.O. Kraevye zadachi nesimmetrichnoj teorii uprugosti dlya tonkih plastin [Boundary value problems of asymmetric elasticity theory for thin plates]. *PMM*, 2008, vol. 72, iss. 1, pp. 129-147.
56. Smirnov A.S., Konovalov A.V., Muzyemnek O.Yu. Identifikatsiya modeli soprotivleniya deformatsii metallicheskikh materialov s uchedom ob'yemnoy doli dinamicheski rekristallizovannykh zeren [Identification of a model of resistance to deformation of metallic materials, taking into account the volume fraction of dynamically recrystallized grains] *Deformatsiya i razrusheniye materialov*, 2013, no. 9, pp. 7-13.
57. Smolin I.Yu. O primenenii modeli Kossera dlya opisaniya plasticheskogo deformirovaniya na mezourovne [On the application of the Cosserat model to describe plastic deformation at the mesoscale]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2005, vol.3, no. 3, pp. 49-62.
58. Trusov P.V., Volegov P.S. Physical Theories of Plasticity: Theory and Applications to the Description of Inelastic Deformation of Materials. Part 1. Rigid-plastic and elastic-plastic models. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2011, no. 1, pp. 5-45.
59. Trusov P.V., Volegov P.S. Physical Theories of Plasticity: Theory and Applications to the Description of Inelastic Deformation of Materials. Part 2. Visco-plastic and elastic-visco-plastic models. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2011, no. 2, pp. 101-131.
60. Trusov P.V., Volegov P.S. Physical Theories of Plasticity: Theory and Applications to the Description of Inelastic Deformation of Materials. Part 3. Hardening theories, gradient theories. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2011, no. 3, pp. 146–197.
61. Trusov P.V., Shveikin A.I. Mnogourovnevyye modeli monoi polikristallicheskih materialov: teoriya, algoritmy, primery primeneniya [Multilevel models of mono- and polycrystalline materials: theory, algorithms, application examples]. *Novosibirsk, Izd-vo SO RAN*, 2019, 605 p. DOI: 10.15372/MULTILEVEL2019TPV
62. Tyumentsev A.N., Ditenberg I.A., Korotaev A.D., Denisov K.I. Evolyuciya krivizny kristallicheskoj reshetki v metallicheskikh materialakh na mezo- i nanostrukturnom urovnyah plasticheskoy deformacii [Evolution of the curvature of the crystal lattice in metallic materials at the meso- and nanostructural levels of plastic deformation]. *Fizicheskaya mezomekhanika*, 2013, no. 16 (3), pp. 63-79.
63. Anand L. Constitutive equations for hot-working of metals. *Int. J. Plasticity*, 1985, vol.1, iss.3, pp. 213-223. DOI: 10.1016/0749-6419 (85) 90004-X
64. Atmani Z. et al. Combined microstructure-based flow stress and grain size evolution models for multi-physics modelling of metal machining / Atmani Z., Haddag B., Nouari M., Zenasni M.. *Int. J. Mechanical Sciences*, 2016, vol. 118, pp.77-90. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2016.09.016
65. Avrami M. Kinetics of phase change. I. General theory. *J. Chemical Physics*, 1939, vol. 7, pp. 1103-1112. DOI: 10.1063/1.1750380
66. Avrami M. Kinetics of phase change. II Transformation-time relations for random distribution of nuclei. *J. Chemical Physics*, 1940, vol. 8, pp. 212-224. DOI: 10.1063/1.1750631
67. Azushima A. et al. Severe plastic deformation (SPD) processes for metals / Azushima A., Kopp R., Korhonen A., Yang D.Y., Micari F., Lahoti G.D., Groche P., Yanagimoto J., Tsuji N., Rosochowski A., Yanagida A. *CIRP Annals – Manufacturing Technology*, 2008, vol. 57, pp. 716-735. DOI: 10.1016/j.cirp.2008.09.005

68. Bakó B. et al. Dislocation patterning: The role of climb in meso-scale simulations / Bakó B., Groma I., Györgyi G., Zimányi G. *Computational Materials Science*, 2006, vol. 38, pp. 22-28. DOI: 10.1016/j.commatsci.2005.12.034
69. Bate P., Hutchinson B. A re-evaluation of the mechanism of SIBM. *Scripta Materialia*, 1997, vol. 36, no. 2, pp. 195-198. DOI: 10.1016/S1359-6462(96)00361-2
70. Beyerlein I., Knezevic M. Review of microstructure and micromechanism-based constitutive modeling of polycrystals with a low-symmetry crystal structure. *J. Mater. Res.*, 2018, vol. 33, no. 22, pp. 3711-3738. DOI: 10.1557/jmr.2018.333
71. Beygelzimer Y. Grain refinement versus voids accumulation during severe plastic deformations of polycrystals: mathematical simulation. *Mechanics of Materials*. 2005, vol. 37, pp. 753-767. DOI: 10.1016/j.mechmat.2004.07.006
72. Biot M.A. Internal instability of anisotropic viscous and viscoelastic media under initial stress. *J. Franklin Institute*, 1965, vol. 279, iss. 2, pp. 65-82. DOI: 10.1016/0016-0032(65)90207-3
73. Blum W., Eisenlohr P. Structure evolution and deformation resistance in production and application of ultrafine-grained materials – the concept of steady-state grains. *Materials Science Forum*, 2011, vol. 683, pp. 163-181. DOI: 10.4028/www.scientific.net/msf.683.163
74. Bobylev S.V., Ovid'ko I.A. Stress-driven migration, convergence and splitting transformations of grain boundaries in nanomaterials. *Acta Materialia*, 2017, vol. 124, pp. 333-342. DOI: 10.1016/j.actamat.2016.11.026
75. Borodin E.N., Bratov V. Non-equilibrium approach to prediction of microstructure evolution for metals undergoing severe plastic deformation. *Materials Characterization*, 2018, vol.141, pp. 267–278. DOI: 10.1016/j.matchar.2018.05.002
76. Brown A.A., Bammann D.J. Validation of a model for static and dynamic recrystallization in metals. *Int. J. Plasticity*, 2012, vol. 32-33, pp. 17-35. DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.12.006
77. Busso E.P. A continuum theory for dynamic recrystallization with microstructure-related length scales. *Int. J. Plasticity*, 1998, vol.14, no. 4-5, pp.319-353. DOI: 10.1016/S0749-6419(98)00008-4
78. Buzolin R.H. et al. Refinement of the Ti-17 microstructure after hot deformation: Coupled mesoscale model / Buzolin R.H., Canelo-Yubero D., Warchomicka F., Lasnik M., Krumphals A., Poletti M.C. *Materials Science & Engineering A*, 2021, vol. 800, 140268 (19 p.). DOI: 10.1016/j.msea.2020.140268
79. Cahn J.W., Hilliard J.E. Free energy of a nonuniform system. I. Interfacial free energy. *J. Chem. Phys.*, 1958, vol.28, no.2, pp.258-267. DOI: 10.1063/1.1744102
80. Cai Y. et al. Phase field modeling of discontinuous dynamic recrystallization in hot deformation of magnesium alloys / Cai Y., Sun C.Y., Li Y.L., Hu S.Y., Zhu N.Y., Barker E.I., Qian L.Y. *Int. J. Plasticity*, 2020, vol.133, 102773 (19 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102773
81. Cao S.C. et al. A constitutive model incorporating grain refinement strengthening on metallic alloys / Cao S.C., Zhang X., Yuan Y., Wang pp., Zhang L., Liu N., Liu Y., Lu J. *J. Materials Science & Technology*, 2021, vol.88, pp. 233-239. DOI: 10.1016/j.jmst.2021.02.004
82. Chamanfar A. et al. Development and validation of a finite-element model for isothermal forging of a nickel-base superalloy / Chamanfar A., Valberg H.S., Templin B., Plumeri J.E., Misiolok W.Z. *Materialia*, 2019, vol. 6, 100319 (17 p.). DOI: 10.1016/j.mtla.2019.100319
83. Chen F. et al. Multiscale modeling of discontinuous dynamic recrystallization during hot working by coupling multilevel cellular automaton and finite element method / Chen F., Zhu H., Chen W., Ou H., Cui Z. *Int. J. Plasticity*, 2021, vol. 145, 103064 (24 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2021.103064
84. Cheong B.H., Lin J., Ball A.A. Modelling of the hardening characteristics for superplastic materials. *J. Strain Analysis*, 2000, vol.35, no.3, pp. 149-157. DOI: 10.1243/0309324001514314
85. Cho H.E. et al. A unified static and dynamic recrystallization Internal State Variable (ISV) constitutive model coupled with grain size evolution for metals and mineral aggregates / Cho H.E., Hammi Y., Bowman A.L., Karato S.-i., Baumgardner J.R., Horstemeyer M.F. *Int. J. Plasticity*, 2019, vol.112, pp. 123-157. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.08.009
86. Clayton J.D., McDowell D.L., Bammann D.J. Modeling dislocations and disclinations with finite micropolar elastoplasticity. *Int. J. Plasticity*, 2006, vol. 22, pp. 210-256. DOI: 10.1016/j.ijplas.2004.12.001
87. Cleja-Tigoiu S., Pas R., Tigoiu V. Interplay between continuous dislocations and disclinations in elasto-plasticity. *Int. J. Plasticity*, 2016, vol.79, pp. 68-110. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.12.002
88. Cleja-Tigoiu S., Pașcana R., Tigoiu V. Disclination based model of grain boundary in crystalline materials with microstructural defects. *Int. J. Plasticity*, 2019, vol.114, pp. 227-251. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.11.003
89. Coleman B.D., Gurtin M.E. Thermodynamics with Internal State Variables. *J. Chem. Phys*, 1967, vol.47, no.2, pp. 597-613. DOI: 10.1063/1.1711937
90. Cordero N.M., Forest S., Busso E. pp. Generalised continuum modelling of grain size effects in polycrystals. *Comptes Rendus Mécanique*, 2012, vol.340, pp. 261-274. DOI: 10.1016/j.crme.2012.02.009
91. Cordero Z.C., Knight B.E., Schuh C.A. Six decades of the Hall–Petch effect – a survey of grain-size strengthening studies on pure metals. *Int. Materials Reviews*, 2016, vol.61, no.8, pp. 495-512. DOI: 10.1080/09506608.2016.1191808
92. Cosserat E., Cosserat F. *Theorie des corps déformables. Paris, A.Hermann et fils*, 1909, 226 pp.
93. Deb S., Panigrahi S.K., Weiss M. Development of bulk ultrafine grained Al-SiC nano composite sheets by a SPD based hybrid process: Experimental and theoretical studies. *Materials Science & Engineering A*, 2018., vol. 738, pp. 323-334. DOI: 10.1016/j.msea.2018.09.101
94. Denguir L.A. et al. A physical-based constitutive model for surface integrity prediction in machining of OFHC copper / Denguir L.A., Outeiro J.C., Fromentin G., Vignal V., Besnard R. *J. Materials Processing Tech*, 2017, vol. 248, pp. 143-160. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2017.05.009
95. Derby B. The dependence of grain size on stress during dynamic recrystallisation. *Acta Metallurgica et Materialia*, 1991, vol.39, iss. 5, pp. 955-962. DOI: 10.1016/0956-7151(91)90295-C
96. Ding H., Shen N., Shin Y.C. Modeling of grain refinement in aluminum and copper subjected to cutting. *Computational Materials Science*, 2011, vol.50, pp. 3016-3025. DOI: 10.1016/j.commatsci.2011.05.020
97. Ding H., Shen N., Shin Y.C. Predictive modeling of grain refinement during multi-pass cold rolling *J. Materials Processing Technology*, 2012, vol.212, pp. 1003-1013. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2011.12.005
98. Ding H., Shin Y.C. Dislocation density-based grain refinement modeling of orthogonal cutting of titanium. *J. Manufacturing Sci. and Engng*, 2014, vol. 136. 041003 (12 p.). DOI: 10.1115/1.4027207
99. Dong X., Shin Y.C. Predictive modeling of microstructure evolution within multi-phase steels during rolling processes. *Int. J. Mechanical Sciences*, 2019, vol.150, pp. 576-583. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2018.10.061

100. Ebrahimi G.R., Momeni A., Ezatpour H.R. Modeling the viscoplastic behavior and grain size in a hot worked Nb bearing high-Mn steel. *Materials Science & Engineering A*, 2018, vol. 714, pp. 25-35. DOI: 10.1016/j.msea.2017.12.094
101. Eringen A.C. Microcontinuum field theories. *I. Foundation and solids*, Springer, 1998, 325 pp. DOI: 10.1007/978-1-4612-0555-5
102. Estrin Y. Dislocation theory based constitutive modelling: foundations and applications. *J. Materials Processing Technology*, 1998, vol. 80-81, pp. 33-39. DOI: 10.1016/S0924-0136(98)00208-8
103. Estrin Y. et al. A dislocation-based model for all hardening stages in large strain deformation / Estrin Y., Tóth L.S., Molinari A., Bréchet Y. *Acta mater*, 1998, vol. 46, no. 15, pp. 5509-5522. DOI: 10.1016/S1359-6454(98)00196-7
104. Estrin Y. et al. Modelling of the evolution of dislocation cell misorientation under severe plastic deformation / Estrin Y., Tóth L.S., Brechet Y., Kim H.S. *Materials Science Forum, Trans. Tech. Publications Ltd., Fukuoka, Japan*, 2006, pp. 675–680 (hal-00140806)
105. Estrin Y., Kim H.S. Modelling microstructure evolution toward ultrafine crystallinity produced by severe plastic deformation. *J. Mater. Sci.* 2007, vol.42, pp. 1512-1516. DOI 10.1007/s10853-006-1282-2
106. Estrin Y., Vinogradov A. Extreme grain refinement by severe plastic deformation: A wealth of challenging science. *Acta Materialia*, 2013, vol.61, pp. 782-817. DOI: 10.1016/j.actamat.2012.10.038
107. Firouzabadi S.S., Kazeminezhad M. Cell-structure and flow stress investigation of largely strained non-heat-treatable Al-alloys using dislocation based model. *Materials Science & Engineering A*, 2019, vol.739, pp. 167-172. DOI: 10.1016/j.msea.2018.10.007
108. Follansbee pp. S., Kocks U.F. A constitutive description of copper based on the use of the mechanical threshold stress as an Internal State Variable. *Acta Metall*, 1988, vol.36, pp. 81–93. DOI: 10.1016/0001-6160(88)90030-2
109. Fressengeas C., Taupin V., Capolungo L., An elasto-plastic theory of dislocation and disclination fields. *Int. J. Solids and Structures*, 2011, vol.48, pp. 3499-3509. DOI: 10.1016/j.jis.2011.09.002
110. Frost H.J., Thompson C.V. Computer simulation of grain growth. *Metals and Alloys*, 1996, vol.1, iss.3, pp. 361-368. DOI: 10.1016/S1359-0286(96)80026-X
111. Gholizadeh R., Shibata A., Tsuji N. Grain refinement mechanisms in BCC ferritic steel and FCC austenitic steel highly deformed under different temperatures and strain rates. *Materials Science & Engineering A*, 2020, vol.790, 139708, 9 p. DOI: 10.1016/j.msea.2020.139708
112. Gleiter H. Nanocrystalline materials. *Prog. Mater. Sci.*, 1989, vol.33, pp. 223-315. DOI: 10.1016/0079-6425(89)90001-7
113. Green A.E., Naghdi pp. M. A thermomechanical theory of a Cosserat point with application to composite materials. *Q. J. Mech. Appl. Math*, 1991, vol. 44, iss. 3, pp. 335-355. DOI: 10.1093/qjmam/44.3.335
114. Grinayev Yu.V., Chertova N.V. Gauge theory applied to medium with internal structure and defects / *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 1998, vol.28. pp. 231-236. DOI: 10.1016/S0167-8442(98)00008-1
115. Groma I., Györgyi G., isspánovity pp. D. Variational approach in dislocation theory. *Philosophical Magazine*, 2010, vol.90, no. 27-28, pp. 3679-3695. DOI: 10.1080/14786430903401073
116. Guo L., Fujita F. Influence of rolling parameters on dynamically recrystallized microstructures in AZ31 magnesium alloy sheets. *J. Magnesium and Alloys*, 2015, vol. 3, iss.2, pp. 95-105. DOI: 10.1016/j.jma.2015.04.004
117. Guo L., Fujita F. Modeling the microstructure evolution in AZ31 magnesium alloys during hot rolling. *J. Materials Processing Tech*, 2018, vol. 255, pp. 716-723. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2018.01.025
118. Hall E.O. The deformation and aging of mild steel. III. Discussion and results. *Proc. Phys. Soc. of London*, 1951, vol. B64, pp. 747–753. DOI: 10.1088/0370-1301/64/9/303
119. Hallberg H. et al. Microstructure evolution during dynamic discontinuous recrystallization in particle-containing Cu / Hallberg H., Svendsen B., Kayser T., Ristinmaa M. *Computational Materials Science*, 2014, vol.84, pp. 327-338. DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.12.021
120. Hallberg H., Ristinmaa M. Microstructure evolution influenced by dislocation density gradients modeled in a reaction–diffusion system. *Computational Materials Science*, 2013, vol.67, pp. 373-383. DOI: 10.1016/j.commatsci.2012.09.016
121. Hansen B.L., Bronkhorst C.A., Ortiz M. Dislocation sub-grain structures and modeling the plastic hardening of metallic single crystals. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng. IOP Publishing*, 2010, vol.18, 055001 (42 p.). DOI: 10.1088/0965-0393/18/5/055001
122. He H. et al. Effects of thermomechanical treatment on grain refinement, second-phase particle dissolution, and mechanical properties of 2219 Al alloy / He H., Yi Y., Huang S., Guo W., Zhang Y. *J. Materials Processing Tech*, 2020, vol.278, 116506. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2019.116506
123. Horstemeyer M.F. Multiscale modeling: A review. In *«Practical Aspects of Computational Chemistry»*. J. Leszczynski and M.K. Shukla (eds.), Springer Science + Business Media B.V., 2009, pp. 87-135. DOI: 10.1007/978-90-481-2687-3_4
124. Huang Y., Humphreys F.J. Subgrain growth and low angle boundary mobility in aluminium crystals of orientation {110}<001>. *Acta mater*, 2000, vol. 48, pp. 2017-2030. DOI: 10.1016/S1359-6454(99)00418-8
125. Hughes D.A. Microstructure evolution, slip patterns and flow stress. *Materials Science and Engineering*, 2001, vol. A319-321, pp. 46-54. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)01028-0
126. Irani M., Joun M. Determination of JMAK dynamic recrystallization parameters through FEM optimization techniques. *Computational Materials Science*, 2018, vol.142, pp. 178–184. DOI: 10.1016/j.commatsci.2017.10.007
127. isspánovity pp. D. et al. Abnormal subgrain growth in a dislocation-based model of recovery / isspánovity pp. D., Groma I., Hoffelner W., Samaras M. *Modelling Simul. Mater. Sci. Eng.*, 2011, vol. 19., 045008 (16 p.). DOI: 10.1088/0965-0393/19/4/045008
128. Jabłońska M.B. et al. Dual rolls equal channel extrusion as unconventional SPD process of the ultralow-carbon steel: finite element simulation, experimental investigations and microstructural analysis / Jabłońska M.B., Kowalczyk K., Tkocz M., Bulzak T., Bednarczyk I., Rusz S. *Archiv. Civ. Mech. Eng.*, 2021, vol.21, 25 (11 p.). DOI: 10.1007/s43452-020-00166-3
129. Ji H. et al. Microstructure evolution and constitutive equations for the high-temperature deformation of 5Cr21Mn9Ni4N heat-resistant steel / Ji H., Liu J., Wang B., Tang X., Lin J., Huo Y. *J. Alloys and Compounds*, 2017, vol. 693, pp. 674-687. DOI: 10.1016/j.jallcom.2016.09.230
130. Johnson G.R., Cook W.H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates, and high temperatures. In: *Proceedings of the 7th International Symposium on Ballistics, Hague, The Netherlands*, 1983. pp. 541-547. https://ia800102.us.archive.org/9/items/AConstitutiveModelAndDataForMetals/A%20constitutive%20model%20and%20data%20for%20metals_text.pdf
131. Johnson W.A., Mehl R.F. Reaction kinetics in processes of nucleation and growth. *Transactions AIME*, 1939, vol.135, pp. 416-441.

132. Karakulak E. A review: Past, present and future of grain refining of magnesium castings. *J. Magnesium and Alloys*, 2019, vol.7, pp. 355-369. DOI: 10.1016/j.jma.2019. 05.001
133. Khomenko A.V., Troshchenko D.S., Metlov L.S. Thermodynamics and kinetics of solids fragmentation at severe plastic deformation. *Condensed Matter Physics*, 2015, vol. 18, no 3. 33004 (14 p.). DOI: 10.5488/CMpp. 18.33004
134. Klimanek pp. et al. Disclinations in plastically deformed metallic materials / Klimanek pp., Klemm V., Romanov A.E., Seefeldt M.. *Advanced engineering materials*, 2001, vol. 56, no. 11, pp. 877-884. DOI: 10.1002/1527-2648 (200111) 3: 11 % 3C877:: AID-ADEM877 % 3E3.0. CO; 2-L
135. Knezevic M., Beyerlein I. Multiscale modeling of microstructure-property relationships of polycrystalline metals during thermo-mechanical deformation. *Adv. Eng. Mater.*, 2018, vol. 20, 1700956 (19 p.). DOI: 10.1002/adem.201700956
136. Kocks U.F. Laws for work-hardening and low-temperature creep. *ASME J. Engineering Materials and Technology*, 1976, vol. 98, pp. 76-85. DOI: 10.1115/1.3443340
137. Kolmogorov N.A. The statistics of crystal growth in metals. *issv. Acad. Nauk SSSR. Ser. Matematicheskaja*, 1937, vol. 1, pp. 333-359.
138. Koujalagi M.B., Siddesha H.S. ECAP of titanium alloy by sever plastic deformation: A review. *Materials Today: Proceedings*, 2021, vol. 45, pp. 71-77. DOI: 10.1016/j.matpr.2020.10.094
139. Kratochvíl J., Orlová A. Instability origin of dislocation substructure. *Philosophical Magazine A*, 1990, vol. 61, iss.2, pp. 281-290. DOI: 10.1080/01418619008234941
140. Kratochvíl J., Kružík M., Sedláček R. Statistically based continuum model of misoriented dislocation cell structure formation. *Phys. Rev. B*, 2007, vol. 75, 064104. DOI: 10.1103/PhysRevB.75.064104
141. Kröner E. On the physical reality of torque stresses in continuum mechanics. *Int. J. Engng. Sci.*, 1963, vol. 1, pp. 261-278. DOI: 10.1016/0020-7225 (63) 90037-5
142. Kuhlman-Wilsdorf D. et al. Deformation bands, the LEDS theory, and their importance in texture development: Part I. Previous evidence and new observations / Kuhlman-Wilsdorf D., Kulkarni S.S., Moore J.T., Starke E.A., Jr. *Metallurgical and Mater. Trans. A*, 1999, vol. 30A, pp. 2491–2501. DOI: 10.1007/s11661-999-0258-7
143. Langdon T.G. Processing of ultrafine-grained materials using severe plastic deformation: potential for achieving exceptional properties. *Rev. Metal*, 2008, vol. 44, no 6, pp. 556-564. DOI: 10.3989/revmetalm.0838
144. Latypov et al. Modeling and characterization of texture evolution in twist extrusion / Latypov M.I., Lee M.-G., Beygelzimer Y., Prilepo D., Gusar Y. and Kim H.S.. *Metallurgical and Materials Trans. A*, 2016, vol. 47A, pp. 1248-1260. DOI: 10.1007/s11661-015-3298-1
145. Lemiale V. et al. Grain refinement under high strain rate impact: A numerical approach / Lemiale V., Estrin Y., Kim H.S., O'Donnell R.. *Computational Materials Science*, 2010, vol. 48, pp. 124-132. DOI: 10.1016/j.commatsci.2009.12.018
146. Li B. et al. Dislocation density and grain size evolution in hard machining of H13 steel: numerical and experimental investigation / Li B., Zhang S., Hu R., Zhang X.. *J. Mater. res Technol*, 2020, vol. 9, iss.3, pp. 4241-4254. DOI: 10.1016/j.jmrt.2020.02.051
147. Li J.C.M. Possibility of subgrain rotation during recrystallization. *J. Applied Physics*, 1962, vol. 33, no.10, pp. 2958-2965. DOI: 10.1063/1.1728543
148. Li Y. et al. A CDRX-based material model for hot deformation of aluminium alloys / Li Y., Gu B., Jiang S., Liu Y., Shi Z., Lin J. *Int. J. Plasticity*, 2020, vol. 134, 102844 (17 p.). DOI: 10.1016/j.ijplas.2020.102844
149. Lin J., Dean T.A. Modelling of microstructure evolution in hot forming using unified constitutive equations. *J. Materials Processing Technology*, 2005, vol. 167, pp. 354-362. DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2005.06.026
150. Lin J., Liu Y. A set of unified constitutive equations for modelling microstructure evolution in hot deformation. *J. Materials Processing Technology*, 2003, vol. 143-144, pp. 281-285. DOI: 10.1016/S0924-0136 (03) 00472-2
151. Majta J. et al. Modeling of the inhomogeneity of grain refinement during combined metal forming process by finite element and cellular automata methods / Majta J., Madej Ł., Svyetlichnyy D.S., Perzyński K., Kwiecień M., Muszka K. *Materials Science & Engineering*, 2016, vol. A671, pp. 204–213. DOI: 10.1016/j.msea.2016.06.052
152. Majta J. et al. Modeling of grain refinement and mechanical response of microalloyed steel wires severely deformed by combined forming process / Majta J., Perzyński K., Muszka K., Graca pp., Madej Ł. *Int. J. Adv. Manuf. Technol*, 2017, vol. 89, pp. 1559–1574. DOI: 10.1007/s00170-016-9203-2
153. Mandel J. Equations constitutives et directeurs dans les milieux plastiques et viscoplastiques. *Int. J. Solids Structures*, 1973, vol. 9, pp. 725-740. DOI: 10.1016/0020-7683(73)90120-0
154. Marthinsen K., Nes E. Modelling strain hardening and steady state deformation of Al–Mg alloys. *Materials Science and Technology*, 2001, vol.17, no.4, pp. 376-388. DOI: 10.1179/026708301101510096
155. Maugin G.A. The saga of internal variables of state in continuum thermo-mechanics (1893-2013). *Mechanics Research Communications*, 2015, vol.69, pp. 79-86. DOI: 10.1016/j.mechrescom.2015.06.00
156. McDowell D.L. A perspective on trends in multiscale plasticity. *Int. J. Plasticity*, 2010, vol.26, P.1280-1309. DOI: 10.1016/j.ijplas.2010. 02.008
157. Mecking H., Kocks U.F. Kinetics of flow and strain-hardening. *Acta Metallurgica*, 1981, vol. 29, pp. 1865-1875. DOI: 10.1016/0001-6160 (81) 90112-7
158. Melkote S.N. et al. Advances in material and friction data for modeling of metal machining / Melkote S.N., Grzesik W., Outeiro J., Rech J., Schulze V., Attia H., Arrazola pp. J., M'Saoubi, R., Saldana C.. *CIRP Ann. Manuf. Technol*, 2017, vol. 66, pp. 731-754. DOI: 10.1016/j.cirpp. 2017.05.002
159. Meyers M.A., Mishra A., Benson D.J. Mechanical properties of nanocrystalline materials. *Progress in Materials Science*, 2006, vol. 51, pp. 427-556. DOI: 10.1016/j.pmatsci. 2005.08.003
160. Mindlin R.D. Micro-structure in linear elasticity. *Arch. Rat. Mech. Anal*, 1964, vol.16, no. 7, pp. 51-78. DOI: 10.1007/BF00248490
161. Moldovan D., Wolf D., Phillpot S.R. Theory of diffusion-accommodated grain rotation in columnar polycrystalline microstructures. *Acta mater*, 2001, vol.49, pp. 3521-3532. DOI: 10.1016/S1359-6454(01)00240-3
162. Moldovan D. et al. Grain rotation as a mechanism of grain growth in nanocrystalline materials / Moldovan D., Wolf D., Phillpot S.R., Haslam A.J. In: (eds) *Trends in Nanoscale Mechanics. ICASE/LaRC Interdisciplinary Series in Science and Engineering, Harik V.M., Salas M.D.*, 2003. vol. 9, Springer, Dordrecht, pp. 35-59. DOI: 10.1007/978-94-017-0385-7_2
163. Muramatsu M. et al. Phase-field simulation of static recrystallization considering nucleation from subgrains and nucleus growth with incubation period / Muramatsu M., Aoyagi Y., Tadano Y., Shizawa K.. *Computational Materials Science*, 2014, vol. 87, pp. 112-122. DOI: 10.1016/j.commatsci.2014.02.003
164. Nes E. Modelling of work hardening and stress saturation in FCC metals. *Progress in Materials Science*, 1998, vol. 41, pp. 129-193. DOI: 10.1016/S0079-6425 (97) 00032-7

165. Nye J.F. Some geometrical relations in dislocated crystals. *Acta Metall*, 1953, vol.1, pp.153–162. DOI: 10.1016/0001-6160(53)90054-6
166. Ortiz M., Repetto E.A., Stainier L. A theory of subgrain dislocation structures. *J. Mechanics and Physics of Solids*. 2000, vol.48, pp. 2077-2114. DOI: 10.1016/S0022-5096(99)00104-0
167. Ovid'ko I.A., Valiev R.Z., Zhu Y.T. Review on superior strength and enhanced ductility of metallic nanomaterials. *Progress in Materials Science*, 2018, vol. 94, pp. 462-540. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.002
168. Pan Z., Feng Y., Liang S.Y. Material microstructure affected machining: a review. *Manuf. Rev*, 2017, vol. 4, iss.5, pp. 1-12. DOI: 10.1051/mfreview/2017004
169. Pantleon W. The evolution of disorientations for several types of boundaries. *Materials Science and Engineering*. 2001, vol.A 319–321, pp. 211-215. DOI: 10.1016/S0921-5093(01)00947-9
170. Pascan R., Cleja-Tigoiu S. Continuous defects: dislocations and disclinations in finite elasto-plasticity with initial dislocations heterogeneities. *INCAS Bulletin*, 2015, vol. 7, iss. 4, pp. 163-174. DOI: 10.13111/2066-8201.2015.7.4.15
171. Petch N.J. The cleavage strength of polycrystals. *J. Iron and Steel Inst*, 1953, vol. 174, pp. 25–28.
172. Petryk H., Stupkiewicz S. A quantitative model of grain refinement and strain hardening during severe plastic deformation. *Materials Science and Engineering A*, 2007, vol. 444, pp. 214-219. DOI: 10.1016/j.msea.2006.08.076
173. Puchi-Cabrera E.S. et al. Plausible extension of Anand's model to metals exhibiting dynamic recrystallization and its experimental validation / Puchi-Cabrera E.S., Guérin J.D., La Barbera-Sosa J.G., Dubar M., Dubar L.. *Int. J. Plasticity*, 2018, vol. 108, pp. 70-87. DOI: 10.1016/j.ijplas.2018.04.013
174. Qiao X.G., Gao N., Starink M.J. A model of grain refinement and strengthening of Al alloys due to cold severe plastic deformation. *Philosophical Magazine*, 2012., vol. 92, no. 4, pp. 446-470. DOI: 10.1080/14786435.2011.616865
175. Raj R., Ashby M.F. On grain boundary sliding and diffusional creep. *Metall. Mater. Trans*, 1971, B.2, pp. 1113-1127. DOI: 10.1007/BF02664244
176. Read W.T., Shockley W. Dislocation models of crystal grain boundaries. *Phys. Rev*, vol. 78, no. 3, pp. 275-290, 1950. DOI: 10.1103/PhysRev.78.275
177. Rice J.R. Inelastic constitutive relations for solids: an internal-variable theory and its application to metal plasticity. *J. Mech. Phys. Solids*, 1971, vol. 19, pp. 433–455. DOI: 10.1016/0022-5096(71)90010-X
178. Rice J.R. Continuum mechanics and thermodynamics of plasticity in relation to microscale deformation mechanisms. In: *Constitutive Equations in Plasticity (Ed. A.S. Argon)*, Cambridge, Mass.: M.I.T. Press, 1975, pp. 23-75.
179. Rios pp. R., Villa E. On the generalisation of JMAK's theory. *Materials Science Forum*, 2013, vol.753, pp. 137-142. DOI: 10.4028/www.scientific.net/MSF.753.137
180. Romanov A.E. Continuum theory of defects in nanoscaled materials. *Nanostructured Materials*, 1995, vol.6, pp. 125-134. DOI: 10.1016/0965-9773(95)00037-2
181. Romanov A.E., Aifantis E.C. On the kinetic and diffusional nature of linear deffecrs. *Scripta Metallurgica et Materialia*, 1993, vol. 29, pp. 707-712. DOI: 10.1016/0956-716X(93)90423-P
182. Romanov A.E., Kolesnikova A.L. Application of disclination concept to solid structures. *Progress in Materials Science*, 2009, vol. 54, pp. 740–769. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2009.03.002
183. Rotella G., Umbrello D. Finite element modeling of microstructural changes in dry and cryogenic cutting of Ti6Al4V alloy. *CIRP Annals - Manufacturing Technology*, 2014, vol. 63, pp. 69–72. DOI: 10.1016/j.cirpp.2014.03.074
184. Roters F. Advanced Material Models for the Crystal Plasticity Finite Element Method: Development of a general CPFEM framework, *RWTH Aachen: Aachen*, 2011, 226 p.
185. Rybin V.V., Zolotarevskii N.Yu., Ushanova E.A. Fragmentation of crystals upon deformation twinning and dynamic recrystallization. *Physics of Metals and Metallography*, 2015, vol. 116, no. 7, pp. 730-744. DOI: 10.1134/S0031918X1507011X
186. Rzhavtsev E.A., Gutkin M.Yu. The dynamics of dislocation wall generation in metals and alloys under shock loading. *Scripta Materialia*, 2015, vol.100, pp. 102-105. DOI: 10.1016/j.scriptamat.2015.01.004
187. Saetre T.O., Ryum N., Evangelista E. Simulation of subgrain growth by subgrain rotation: A one-dimensional model. *Metallurgical Transactions A*, 1991, vol. 22A, pp. 2257-2263. DOI: 10.1007/BF02664991
188. Saetre T.O., Ryum N. On grain and subgrain rotations in two dimensions. *Metall. Mater. Trans. A*, 1995, vol. 26, pp. 1687-1697. DOI: 10.1007/BF02670755
189. Sakai T. et al. Dynamic and post-dynamic recrystallization under hot, cold and severe plastic deformation conditions / Sakai T., A. Belyakov A., R. Kaibyshev R., Miura H., Jonas J.J. *Progress in Materials Science*, 2014, vol. 60, pp. 130-207. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2013.09.002
190. Sandstrom R., Lagneborg R. A model for static recrystallization after hot deformation. *Acta Metallurgica*, 1975, vol. 23, iss. 4, pp. 481-488. DOI: 10.1016/0001-6160(75)90087-5
191. Sedláček R. et al. Subgrain formation during deformation: physical origin and consequences / Sedláček R., Blum W., Kratochvíl J., Forest S. *Metallurgical and Materials Transactions A*, 2002, vol. 33A, pp. 319-327. DOI: 10.1007/s11661-002-0093-6
192. Sedláček R., Forest S. non-local plasticity at microscale: A dislocation-based and a Cosserat model. *Phys. Stat. Solid. (b)*, 2000, vol. 221, iss. 2, pp. 583-596. DOI: 10.1002/1521-3951(200010)221:2<583::AID-PSSB583>3.0.CO;2-F
193. Seefeldt M. Modelling the nucleation and growth of fragment boundary segments in terms of disclinations. *J. Alloys and Compounds*, 2004, vol.378, pp. 102-106. DOI: 10.1016/j.jallcom.2003.11.169
194. Seefeldt M. A disclination-based approach for mesoscopic statistical modeling of grain subdivision in niobium. *Computational Materials Science*, 2013, vol.76, pp. 12-19. DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.03.039
195. Seefeldt M., Van Houtte pp. A disclination-based model for anisotropic substructure development and its impact on the critical resolved shear stresses. *Mater. Phys. Mech*, 2000, vol.1. – pp. 133-139.
196. Seefeldt M. et al. A disclination-based model for grain subdivision / Seefeldt M., Delannay L., Peeters B., Kalidindi S.R., Van Houtte pp. *Materials Science and Engineering*, 2001, vol.A319–321, pp. 192-196.
197. Seefeldt M. et al. Investigating the dependence of grain subdivision on the solid solute content in Al and Cu alloys / Seefeldt M., Kusters S., Van Boxel S., Verlinden B., Van Houtte pp. *Questions of materials science*, 2007, no. 4 (52), pp. 30-36.
198. Sheik H.M., Sharma S., Kumar B. A Review of severe plastic deformation. *Int. Refereed J. of Engineering and Science (IRJES)*, 2017, vol.6, iss.7, pp. 66-85.
199. Smirnov A.S., Konovalov A.V., Muizemnek O.Yu. Modelling and simulation of strain resistance of alloy taking into account barrier effects. *Diagnostics, Resource and Mechanics of materials and structures*, 2015, iss.1, pp. 61-72. DOI: 10.17804/2410-9908.2015.1.061-072

200. Starink M.J. et al. Predicting grain refinement by cold severe plastic deformation in alloys using volume averaged dislocation generation / Starink M.J., Qiao X.G., Zhang J., Gao N. *Acta Materialia*, 2009, vol. 57, pp. 5796-5811. DOI: 10.1016/j.actamat.2009.08.006
201. Suwa Y., Saito Y., Onodera H. Phase field simulation of stored energy driven interface migration at a recrystallization front. *Materials Science and Engineering A*, 2007, vol.457, pp. 132-138. DOI: 10.1016/j.msea.2007.01.091
202. Suwa Y., Saito Y., Onodera H. Phase-field simulation of recrystallization based on the unified subgrain growth theory. *Computational Materials Science.*, 2008, vol.44, pp. 286-295. DOI: 10.1016/j.commatsci.2008.03.025
203. Takaki T. et al. Multi-phase-field model to simulate microstructure evolutions during dynamic recrystallization / Takaki T., Hirouchi T., Hisakuni Y., Yamanaka A., Tomita Y. *Materials Transactions*, 2008, vol.49, no.11, pp. 2559-2565. DOI: 10.2320/matertrans.MB200805
204. Takaki T. et al. Multiscale modeling of hot-working with dynamic recrystallization by coupling microstructure evolution and macroscopic mechanical behavior / Takaki T., Yoshimoto C., Yamanaka A., Tomita Y. *Int. J. Plasticity*, 2014, vol.52, pp. 105-116. DOI: 10.1016/j.ijplas.2013.09.001
205. Takeuchi S., Argon A.S. Review: Steady-state creep of single-phase crystalline matter at high temperature. *J. Materials Science*, 1976, vol. 11, iss. 8, pp. 1542-1566. DOI: 10.1007/BF00540888
206. Taupin V. et al. A theory of disclination and dislocation fields for grain boundary plasticity / Taupin V., Capolungo L., Freseengeas C., Das A., Upadhyay M. *Advanced Structured Materials*, 2013, vol.22, pp. 303-320. DOI: 10.1007/978-3-642-36394-8_18
207. Taupin V., Capolungo L., Freseengeas C. Disclination mediated plasticity in shear-coupled boundary migration. *Int. J. Plasticity*, 2014, vol.53, pp. 179–192. DOI: 10.1016/j.ijplas.2013.08.002
208. Taupin V. et al. A mesoscopic theory of disclination fields for grain boundary-mediated crystal plasticity / Taupin V., Capolungo L., Freseengeas C., Upadhyay M., Beausir B.. *Int. J. Solids and Structures*, 2015, vol. 71, pp. 277-290. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2015.06.031
209. Taupin V. et al. nonlocal elasticity tensors in dislocation and disclination cores / Taupin V., Gbemou K., Freseengeas C., Capolungo L. *J. Mechanics and Physics of Solids*, 2017, pp. 1-70. DOI: 10.1016/j.jmps.2017.01.003.
210. Tóth L.S., Molinari A., Estrin Y. Strain hardening at large strains as predicted by dislocation based polycrystal plasticity model. *Trans. ASME. J. Engng Materials and Technology*, 2002, vol.124, pp. 71-77. DOI: 10.1115/1.1421350
211. Toupin R.A. Elastic materials with couple-stresses. *Arch. Rational Mech. Anal.* 1962, vol. 11., pp. 385-414. DOI: 10.1007/BF00253945
212. Trusov pp. V., Yanz A.Yu. Physical meaning of non-holonomic strain measure. *Physical Mesomechanics*, 2016, vol. 19, no.2, pp. 13-21. DOI 10.1134/S1029959916020156
213. Valiev R.Z., Isslamgaliev R.K., Alexandrov I.V. Bulk nanostructured materials from severe plastic deformation. *Progress in Materials Science*, 2000, vol. 45, no. 7, pp. 103-189. DOI: 10.1016/S0079-6425 (99) 00007-9
214. Vinogradov A., Estrin Y. Analytical and numerical approaches to modelling of severe plastic deformation. *Progress in Materials Science*, 2018, vol.95, pp. 172-242. DOI: 10.1016/j.pmatsci.2018.02.001
215. Voight W. Theoretische Studien über die Elasticitätsverhältnisse der Kristalle, Abh. Ges. Wiss. Gottingen, 1887, B.34, 100 p.
216. Voight W. Lehrbuch der Krystallophysik, Leipzig und Berlin: Teubner, 1928, 978 s.
217. Wang C.pp. et al. Review on modified and novel techniques of severe plastic deformation / Wang C.pp., Li F.G., Wang L., Qiao H.J. *Sci. China Tech. Sci*, 2012, vol. 55, no. 9, pp. 2377-2390. DOI: 10.1007/s11431-012-4954-y
218. Wert J.A., Liu Q., Hansen N. Dislocation boundary formation in a cold-rolled cube-oriented Al single crystal. *Acta Mater*, 1997, vol.45, no.6, pp. 2565-2571. DOI: 10.1016/S1359-6454(96) 00348-5
219. Xiao W. et al. Constitutive modeling of flow behavior and microstructure evolution of AA7075 in hot tensile deformation / Xiao W., Wang B., Wu Y., Yang X. *Materials Science & Engineering A*, 2018, vol.712, pp. 704-713. DOI: 10.1016/j.msea.2017.12.028
220. Xua X. et al. Multiscale simulation of grain refinement induced by dynamic recrystallization of Ti6Al4V alloy during high speed machining / Xua X., Zhang J., Outeiro J., Xu B., Zhao W. *J. Materials Processing Tech*, 2020, vol. 286, 116834 (16 p.). DOI: 10.1016/j.jmatprotec.2020.116834
221. Yua H. et al. Hall-Petch relationship in Mg alloys: A review / Yua H., Xin Y., Wang M., Liu Q. *J. Materials Science & Technology*, 2018, vol.34, pp. 248-256. DOI: 10.1016/j.jmst.2017.07.022
222. Zhilyaev A.pp. et al. Adiabatic heating and the saturation of grain refinement during SPD of metals and alloys: experimental assessment and computer modeling / Zhilyaev A.pp., Swaminathan S., Pshenichnyuk A.I., Langdon T.G., McNelley T.R. *J. Mater. Sci*, 2013, vol.48, pp. 4626–4636. DOI: 10.1007/s10853-013-7254-4
223. Zhou X. et al. Atomistic simulations of the surface severe plastic deformation-induced grain refinement in polycrystalline magnesium: The effect of processing parameters / Zhou X., Fu H., Zhu J.-H., Yang X.-S. *J. Magnesium and Alloys*, 2021, DOI: 10.1016/j.jma.2021.01.009
224. Zisman A.A., Rybin V.V. Basic configuration of interfacial and junction defects induced in a polycrystal by deformation of grains. *Acta Mater*, 1996, vol.44, no. 1. pp. 403-407. DOI: 10.1016/1359-6454(95)00155-8

Финансирование. Исследование выполнено при финансовой поддержке Министерства науки и высшего образования Российской Федерации в рамках реализации национального проекта «Наука и университеты» (в рамках выполнения государственного задания в лаборатории многоуровневого моделирования конструкционных и функциональных материалов, проект № FSNM-2021-0012).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Financing. The study was financially supported by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation as part of the implementation of the national project "Science and Universities" (as part of the state task in the laboratory for multilevel modeling of structural and functional materials, project No. FSNM-2021-0012).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.