



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.1.04

УДК 539.32

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ИЗОТРОПНОГО ВОЛОКОННОГО КОНТУРА ПО ИЗОТРОПНЫМ СВОЙСТВАМ КОМПОНЕНТОВ

А.Г. Гаспарян, И.А. Есипенко

АО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 7 ноября 2015 г.

Принята: 20 марта 2016 г.

Опубликована: 30 марта 2016 г.

Ключевые слова:

волоконно-оптический гироскоп, ВОГ, чувствительный элемент, бескаркасный волоконный контур, метод конечных элементов, МКЭ, напряженно-деформированное состояние, трансверсально-изотропная модель материала, упругие свойства композитов, модальный анализ, собственная частота колебаний, собственная форма колебаний

АННОТАЦИЯ

Волоконный оптический гироскоп представляет собой сложную оптико-электронную систему, которая состоит из чувствительного элемента и блока электроники. Чувствительный элемент состоит из бескаркасного волоконного контура и интегрально-оптического фазового модулятора. В настоящей статье объектом исследования является конструкция бескаркасного волоконного контура.

В процессе эксплуатации гироскоп подвержен воздействию внешних факторов, влияние которых необходимо минимизировать. Обозначено, что резонанс в конструкции является одной из причин возникновения погрешностей показаний гироскопа при эксплуатации. При разработке волоконно-оптических гироскопов предлагается прогнозировать поведение волоконного контура в рабочем диапазоне частот.

Обозначена проблема больших затрат вычислительных ресурсов в связи со сложным внутренним строением волоконного контура. Предложен переход от многокомпонентной структуры волоконного контура к трансверсально-изотропному однородному материалу. Рассмотрена модель элементарного объема как ячейки периодической структуры волоконного контура. Поставлены четыре краевые статические задачи теории упругости о нахождении напряженно-деформированного состояния элементарного объема. Для решения задач использован метод конечных элементов, реализованный в программном комплексе *Creo Simulate 2.0*. Определены пять независимых упругих констант трансверсально-изотропного материала в диапазоне температур эксплуатации волоконно-оптического гироскопа. Проведен натурный эксперимент по нахождению собственных частот колебаний волоконного контура на «свободном» подвесе. Методом конечных элементов найдены собственные частоты и формы колебаний волоконного контура с трансверсально-изотропной моделью материала. Для задания свойств материала использовалась цилиндрическая система координат. Сравнение результатов модального анализа и экспериментальных данных свидетельствует о возможности применения найденных упругих констант для решения задач динамики деформируемого твердого тела.

© ПНИПУ

© Гаспарян Андрей Гагикович – инженер-конструктор, e-mail: gasparian.andrey@yandex.ru
Есипенко Иван Александрович – инженер-конструктор, e-mail: esipenkoivan@gmail.com

Andrey G. Gasparyan – Mechanical Engineer, e-mail: gasparian.andrey@yandex.ru
Ivan A. Esipenko – Mechanical Engineer, e-mail: esipenkoivan@gmail.com

DETERMINATION OF MECHANICAL CHARACTERISTICS OF TRANSVERSELY ISOTROPIC FIBER COIL ACCORDING TO ISOTROPIC PROPERTIES OF ITS COMPONENTS

A.G. Gasparyan, I.A. Esipenko

AO "Perm Scientific Industrial Instrument-Making Company", Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 7 November 2015
Accepted: 20 March 2016
Published: 30 March 2016

Keywords:

fiber-optic gyroscope, FOG, frameless fiber coil, finite element analysis, FEA, stress-strain state, transversely isotropic material model, elastic properties of composites, modal analysis, eigenvalues, natural frequencies, mode shapes

ABSTRACT

A fiber optic gyroscope is a complex system, which consists of the sensor and electronics unit. The sensing element includes the frameless fiber coil and integrated optical phase modulator. The article discussed the structure of frameless fiber coil.

During the exploitation, the gyroscope is exposed to external factors, which influence should be minimized. It is indicated that the mechanical resonance is one of the causes of gyro-out errors in the operating mode. It is proposed to predict the behavior of the sensitive element at the design process of fiber optic gyroscopes.

The authors indicate the problem of great computing resources due the complex internal structure of the fiber coil. It is proposed to make a transition from a multi-component structure of the fiber coil to the transversely isotropic homogeneous material. Рассмотрена модель элементарного объема как ячейки периодической структуры волоконного контура. The authors considered the elementary volume model as the cell with periodic structure of fiber coil. Four tasks of finding the stress-strain state of an elementary volume of the fiber coil were set. The problem was solved by using the finite element method implemented in the software package Creo Simulate 2.0. It defined four independent mechanical characteristics of the transropic body in the operational temperature range of the fiber-optic gyroscope. The experiment of finding natural frequencies of fiber coil in "free" suspension was carried out. Using finite element method the authors found the natural frequencies and mode shapes of the fiber coil with the transversely isotropic material model. The cylindrical coordinate system was used to set the material properties. Comparing the modal analysis results and experimental data proves that it is possible to use the obtained elastic constants to solve the deformable body mechanics problems.

© PNRPU

Введение

Волоконно-оптический гироскоп (ВОГ) – это современный оптический датчик вращения, который измеряет угловую скорость объекта, на котором он установлен [1, 2]. Принцип действия ВОГ основан на эффекте Саньяка [3, 4]. Сущность эффекта состоит в том, что разность фазовых набегов двух световых волн, распространяющихся по замкнутому контуру в противоположных направлениях при вращении контура вокруг оси, нормальной к его плоскости, пропорциональна угловой скорости вращения и площади контура, который обходят встречные волны. В волоконно-оптическом гироскопе свет распространяется в волоконном контуре (ВК), который состоит из квадрупольно намотанного оптического волокна, склеенного компаундом (рис. 1). В процессе эксплуатации ВК подвержен воздействию внешних механических факторов. Резонанс, возникающий при вибрационном воздействии, приводит к изменению напряженно-деформированного состояния в волоконном контуре. Напряжения, возникающие в кварцевом световоде оптического волокна, меняют его оптические постоянные, вследствие чего происходит искажение сигнала ВОГ: возникает «кажущаяся» угловая скорость [5]. Собственные частоты колебаний ВК, определяемые механическими характеристиками материалов, геометрией и граничными условиями, должны учитываться при проектировании ВОГ, чтобы исключить явление резонанса в рабочем диапазоне частот.

Волоконный контур является композиционным материалом, который состоит из четырех компонентов с упорядоченной гексагональной структурой: кварцевый оптический световод, первичное защитно-упрочняющее покрытие, вторичное защитно-упрочняющее покрытие, матрица из компаунда (рис. 2).



Рис. 1. Волоконный контур

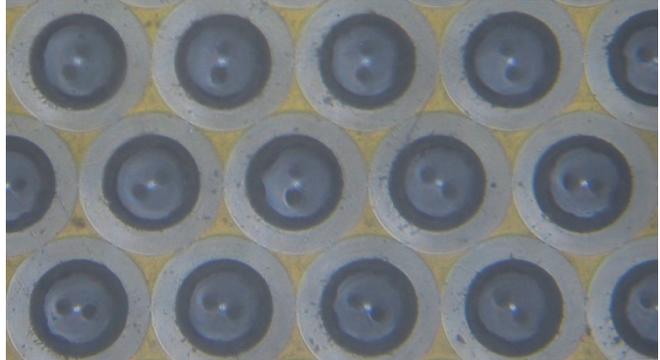


Рис. 2. Поперечное сечение волоконного контура

Моделирование волоконного контура вариационно-разностными методами требует больших вычислительных мощностей, так как дискретизация сложной по строению расчетной области приводит к огромному количеству уравнений [6]. Для упрощения модели ВК осуществим переход от композита к трансверсально-изотропному однородному материалу, имеющему 5 независимых упругих констант, которые можно определить по изотропным механическим свойствам компонентов [7]. Применение такой модели определяющих соотношений является актуальной и широко используется для моделирования нестационарных тепловых процессов, протекающих в ВК [8, 9].

1. Постановка задачи

Чтобы осуществить переход от многокомпонентного ВК к однородному трансверсально-изотропному телу, рассмотрим элементарный объем (рис. 3), для которого необходимо решить четыре задачи [10].

Напряженно-деформированное состояние элементарного объема в рамках гипотезы о малых деформациях описывается системой уравнений [11]:

уравнения равновесия

$$\sigma_{ij,j} = 0, \quad i, j = 1, 2, 3, \quad (1)$$

геометрические соотношения

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2}(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (2)$$

физические соотношения

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \lambda\delta_{ij}\varepsilon_{kk}. \quad (3)$$

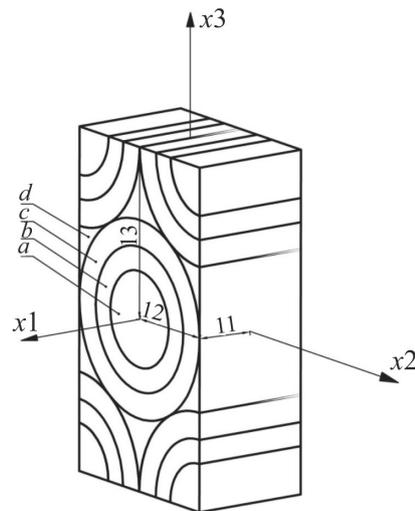


Рис. 3. Элементарный объем

Здесь σ_{ij} – тензор напряжений; ε_{ij} – тензор малых деформаций; u_i – вектор перемещений; ρ – плотность материала; $\lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$ и $\mu = \frac{E}{2(1+\nu)}$ – коэффициенты Ламе; E – модуль упругости; ν – коэффициент Пуассона; δ_{ij} – символ Кронекера.

Граничные условия для сопряжения слоев $a-b$, $b-c$, $c-d$:

$$\begin{aligned} u_{ia} &= u_{ib}; u_{ib} = u_{ic}; u_{ic} = u_{id}, \\ \sigma_{ija} \cdot n_i &= \sigma_{ijb} \cdot n_i; \sigma_{ijb} \cdot n_i = \sigma_{ijc} \cdot n_i; \sigma_{ijc} \cdot n_i = \sigma_{ijd} \cdot n_i. \end{aligned} \quad (4)$$

Граничные условия для задачи I (растяжение по оси x_1):

$$\begin{aligned} u_{1|x_1=l_1} &= 2l_1; u_{1|x_1=-l_1} = 0, \\ u_{i|x_i=\pm l_i} &= 0, i = 2, 3, \\ \sigma_{ij|x_i=\pm l_i} &= 0, i \neq j. \end{aligned} \quad (5)$$

Граничные условия для задачи II (растяжение по оси x_2):

$$\begin{aligned} u_{2|x_2=l_2} &= 2l_2; u_{2|x_2=-l_2} = 0, \\ u_{i|x_i=\pm l_i} &= 0, i = 1, 3, \\ \sigma_{ij|x_i=\pm l_i} &= 0, i \neq j. \end{aligned} \quad (6)$$

Граничные условия для задачи III (растяжение по оси x_3):

$$\begin{aligned} u_{3|x_3=l_3} &= 2l_3; u_{3|x_3=-l_3} = 0, \\ u_{i|x_i=\pm l_i} &= 0, i = 1, 2, \\ \sigma_{ij|x_i=\pm l_i} &= 0, i \neq j. \end{aligned} \quad (7)$$

Граничные условия для задачи IV (сдвиг вдоль осей x_1 и x_2):

$$\begin{aligned} u_{1|x_2=l_2} &= l_2; u_{1|x_2=-l_2} = 0; \sigma_{i2|x_2=\pm l_2} = 0, i = 2, 3, \\ u_{2|x_1=l_1} &= l_1; u_{2|x_1=-l_1} = 0; \sigma_{i1|x_1=\pm l_1} = 0, i = 1, 3, \\ u_{3|x_3=\pm a_3} &= 0; \sigma_{i3|x_3=\pm a_3} = 0, i = 1, 2. \end{aligned} \quad (8)$$

Запишем физические соотношения для трансверсально-изотропного тела в матричном виде [12]:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{11} \\ \sigma_{22} \\ \sigma_{33} \\ \sigma_{23} \\ \sigma_{13} \\ \sigma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{1111} & C_{1122} & C_{1122} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2222} & C_{2233} & 0 & 0 & 0 \\ C_{1122} & C_{2233} & C_{2222} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(C_{2222} - C_{2233}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{1212} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{22} \\ \varepsilon_{33} \\ \varepsilon_{23} \\ \varepsilon_{13} \\ \varepsilon_{12} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

Из решения задачи (1)–(5) определяется коэффициент C_{1111} :

$$C_{1111} = \frac{1}{V} \int \sigma_{11}(x_1, x_2, x_3) dV. \quad (10)$$

Из решения задачи (1)–(4), (6) определяются коэффициенты C_{1122} , C_{2222} :

$$C_{1122} = \frac{1}{V} \int \sigma_{11}(x_1, x_2, x_3) dV; \quad (11)$$

$$C_{2222} = \frac{1}{V} \int \sigma_{22}(x_1, x_2, x_3) dV. \quad (12)$$

Из решения задачи (1)–(4), (7) определяется коэффициент C_{2233} :

$$C_{2233} = \frac{1}{V} \int \sigma_{22}(x_1, x_2, x_3) dV. \quad (13)$$

Из решения задачи (1)–(4), (8) определяется коэффициент C_{1212} :

$$C_{1212} = \frac{1}{V} \int \sigma_{12}(x_1, x_2, x_3) dV. \quad (14)$$

Переход к техническим константам осуществляется с помощью соотношений

$$\begin{aligned} E_1 &= C_{1111} - \frac{2C_{1122}^2}{C_{2222} + C_{2233}}, \\ \nu_{12} &= \frac{C_{1122}}{C_{2222} + C_{2233}}, \\ E_2 &= \frac{[C_{1111}(C_{2222} + C_{2233}) - 2C_{1122}^2](C_{2222} + C_{2233})}{C_{1111}C_{2222} - C_{1122}^2}, \\ \nu_{23} &= \frac{C_{1111}C_{2233} - C_{1122}^2}{C_{1111}C_{2222} - C_{1122}^2}, \\ G_{12} &= C_{1212}. \end{aligned} \quad (15)$$

Выражение для плотности

$$\rho = \frac{1}{V} (\rho_a V_a + \rho_b V_b + \rho_c V_c + \rho_d V_d). \quad (16)$$

2. Реализация вычислительных процедур

Для решения задач (1)–(8) использован метод конечных элементов (МКЭ), реализованный в программном комплексе Creo Simulate 2.0 [13].

На рис. 4 показана сеточная модель элементарного объема.

Для дискретизации элементарного объема был выбран 10-узловой тетраэдрический конечный элемент. В нем используется квадратичная аппроксимация функции формы, которая гарантирует непрерывность перемещений, и линейное изменение в объеме КЭ деформаций и напряжений. Размер конечного элемента принимался из условия, что при двукратном сгущении сетки интегральные суммы искоемых компонент тензора напряжений по объему элементарной ячейки изменялись менее чем на 1 %.

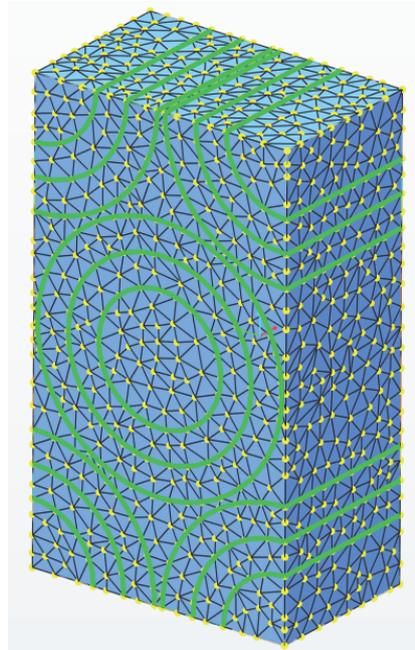


Рис. 4. Сеточная модель

На рис. 5 приведены распределения напряжений в элементарном объеме, которые требуются для отыскания констант (10)–(14).

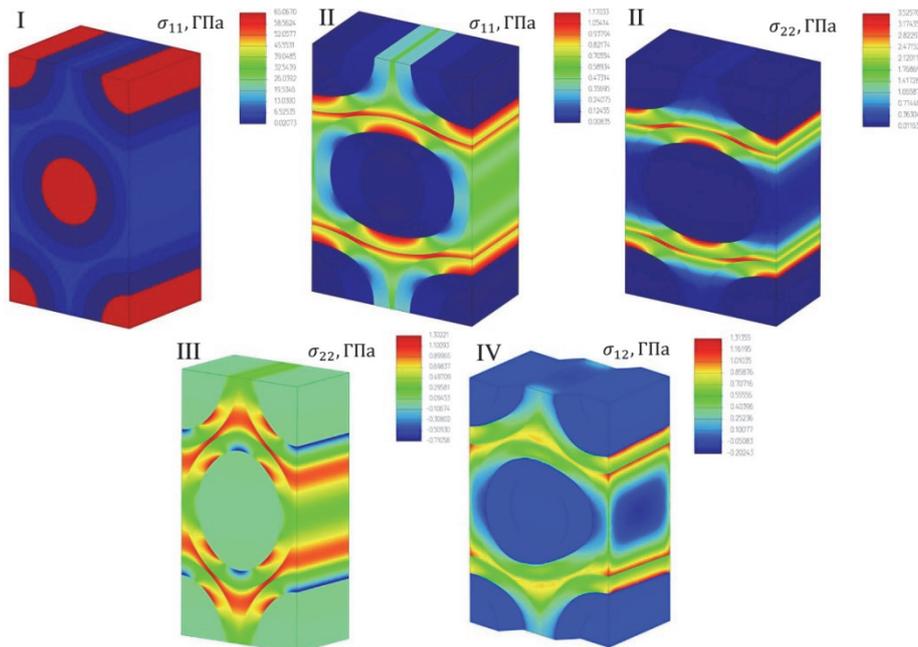


Рис. 5. Распределения напряжений

Задачи (1)–(8) решались для значений упругих характеристик в широком диапазоне температур. На рис. 6 показаны механические характеристики трансверсально-изотропного ВК при различных температурах.

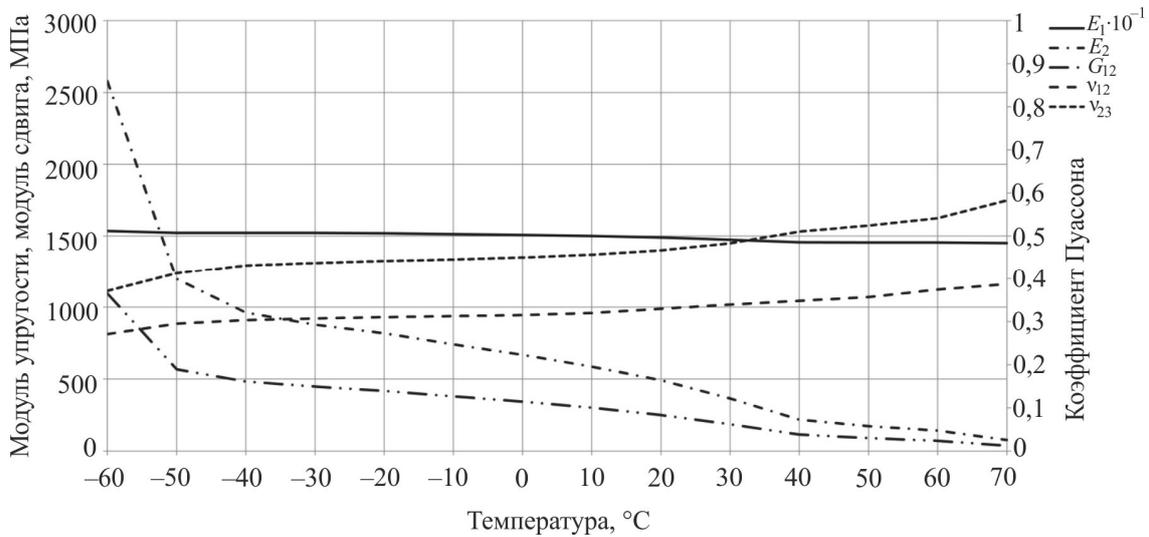


Рис. 6. Механические характеристики

Из рис. 6 видно, что коэффициент Пуассона ν_{23} достигает значения $\nu_{23} = 0,6$ при $t = 70$ °C. Как известно, для большинства материалов коэффициент Пуассона лежит в диапазоне $0 < \nu < 0,5$, однако по современным представлениям диапазон возможных значений ν существенно расширен за оба предела [14]. Высокие значения коэффициента Пуассона оказываются характерны для некоторых анизотропных кристаллов и композиционных материалов [15–17].

3. Экспериментальная проверка

Для верификации найденных характеристик был использован динамический подход, который предполагает сравнение собственных частот и форм колебаний модели и реального объекта [18]. Для серии экспериментов брались два волоконных контура, по каждому из которых производилось по десять ударов резиновым молотком. После удара в ВК возникают колебания, которые фиксировались портативным регистратором-анализатором динамических параметров МПС-200М. С целью обеспечения близкой к нулю жесткости крепления ВК подвешивался на нити. На ВК клеился трехосевой пьезоакселерометр массой 0,02 кг. На рис. 7 представлены характерные показания датчика по каналам, соответствующим осевому и радиальному направлениям.

Применив к сигналам алгоритм быстрого преобразования Фурье, получим спектр частот (рис. 8).

Из рис. 8 видно, что в диапазоне 0–1000 Гц ВК имеет 4 резонансных пика (2 в осевом и 2 в радиальном направлениях).

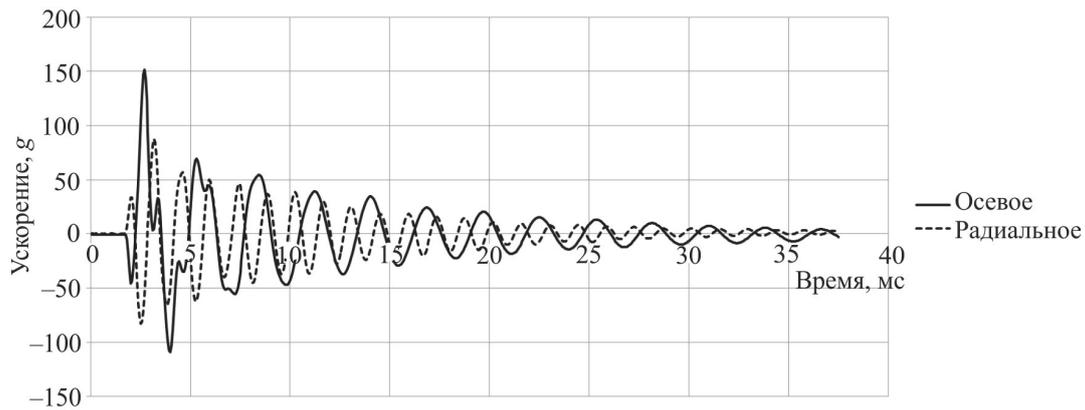


Рис. 7. Показания датчика

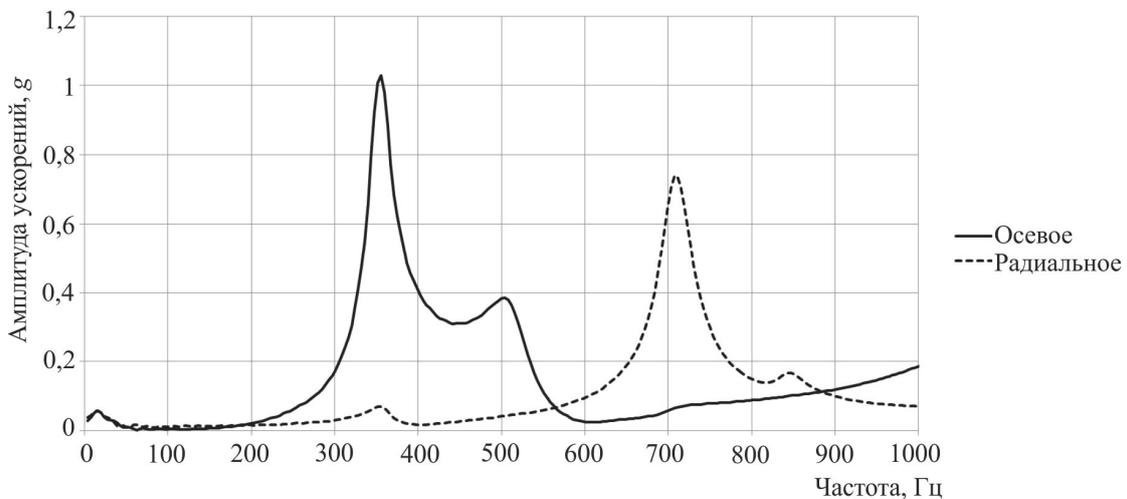


Рис. 8. Спектр частот

4. Сравнение полученных данных

Для сравнения полученных данных был проведен модальный анализ ВК методом конечных элементов в программном комплексе *Creo Simulate 2.0*.

Для задания ориентации констант трансверсально-изотропного материала волокно-контра вводится цилиндрическая система координат. Использовались константы, определенные для температуры 20 °С. В модели ВК учитывалась масса датчика (рис. 9).

Как и при решении задач (1)–(8), в качестве конечного элемента выбран 10-узловой тетраэдр. Размер конечного элемента принимался из условия, что при двукратном измельчении сетки отличие по собственным частотам текущего и предшествующего решений менее 1 %.

На рис. 10 представлены первые четыре формы колебаний волокно-контра с присоединенной массой. Из расчета исключены близкие к нулю собственные частоты, соответствующие перемещениям ВК как абсолютно жесткого тела. Модальный анализ показал, что первая и вторая формы имеют максимальные перемещения в осевом направлении, а третья и четвертая – в радиальном.

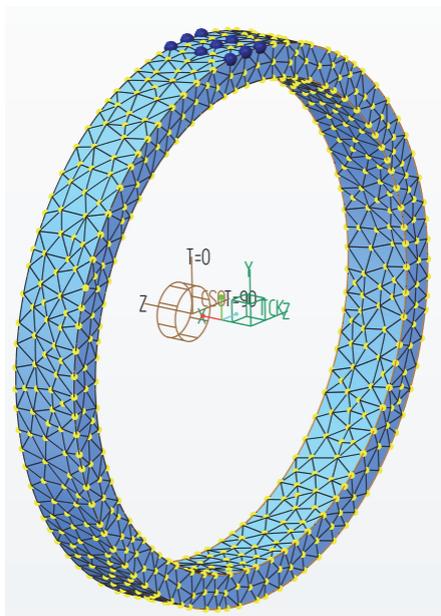


Рис. 9. Модель ВК с присоединенной массой

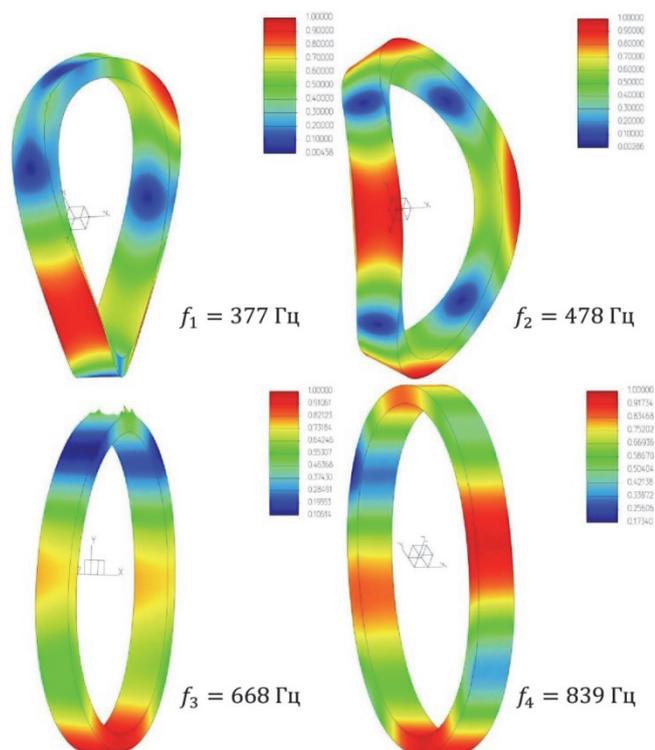


Рис. 10. Формы колебаний ВК

В сводной таблице представлены средние значения экспериментальных данных колебаний ВК с датчиком и модального анализа.

Сравнение результатов расчета и эксперимента

Параметры	форма 1	форма 2	форма 3	форма 4
Экспериментальная частота, Гц	355	505	705	830
Частота из модального анализа, Гц	377	478	668	839
Относительная погрешность, %	6,2	5,3	5,2	1,1

Выводы

1. Методом конечных элементов решены задачи для нахождения механических констант трансверсально-изотропного материала волоконного контура.
2. С помощью эксперимента были установлены собственные частоты колебаний волоконного контура с приклеенным датчиком.
3. Сравнение экспериментальных данных с результатами модального анализа показало удовлетворительное совпадение.
4. Для преодоления сложностей, связанных с затратами большого количества времени и машинных ресурсов, при моделировании колебательных процессов волоконно-оптического гироскопа можно перейти от многокомпонентного композита к однородному трансверсально-изотропному материалу волоконного контура.
5. Полученные коэффициенты для трансверсально-изотропного тела могут быть использованы в определяющих соотношениях модели однородного материала волоконного контура.

Библиографический список

1. Шереметьев А.Г. Волоконный оптический гироскоп. – М.: Радио и связь, 1987. – 152 с.
2. Herve C. Lefevre. The Fiber-Optic Gyroscope: Second Edition. – Boston: Artech House, 2014. – 343 p.
3. Sagnac G. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme // Comptes rendus de l'Académie des Sciences. – 1913. – Vol. 95. – P. 708–710.
4. Sagnac G. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interféromètre tournant // Comptes rendus de l'Académie des Sciences. – 1913. – Vol. 95. – P. 1410–1413.
5. Курбатов А.М., Курбатов Р.А. Вибрационная ошибка угловой скорости волоконно-оптического гироскопа и методы ее подавления // Радиотехника и электроника. – 2013. – Т. 58, № 8. – С. 842.
6. Галягин К.С., Савин М.А. Моделирование погрешностей волоконно-оптического гироскопа // Master's Journal. – 2015. – № 1. – С. 67–72.
7. Соколкин Ю.В. Ташкинов А.А. Механика деформирования и разрушения структурно неоднородных тел. – М.: Наука, 1984. – С. 115.
8. Mohr F., Schadt F. Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environmental influences on the sensing coil // Inertial Sensors and Systems. – 2011. – P. 2.1–2.13.
9. Thermal strain in lightweight composite fiber-optic gyroscope for space application / S. Minakuchi, T. Sanada, N. Takeda, S. Mitani, T. Mizutani, Y. Sasaki, K. Shinozaki // Journal of Lightwave Technology. – 2014. – Vol. 33. – Iss. 12. – P. 2658–2662.
10. Barbero Ever J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS®. – Second Edition. – Boca Raton, FL: CRC Press, 2013.
11. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
12. Победра Б.Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 336 с.
13. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 543 с.
14. Беломестных В.Н., Теслева Е.П. Коэффициент Пуассона и параметр Грюнайзена твердых тел // Изв. Том. политехн. ун-та. – 2003. – Т. 306, № 5. – С. 8–12.
15. Dmitriev S.V., Shigenari T., Abe K. Poisson's ratio beyond the limits of the elasticity theory // J. Phys. Soc. Jap. – 2001. – Vol. 70. – No. 5. – P. 1431–1432.
16. Elastic properties of a two-dimensional model of crystals containing particles with rotational degrees of freedom / A.A. Vasiliev, S.V. Dmitriev, Y. Ishibashi, T. Shigenari // Phys. Rev. B. – 2002. – Vol. 65. – No. 9. – P. 094101/1–094101/7.
17. Taeyong L., Lakes R.S. Anisotropic polyurethane foam with Poisson's ratio greater than 1 // Journal of materials science. – 1997. – No. 32. – P. 2397–2401.
18. Хейлен В., Ламменс С., Сас П. Модальный анализ: теория и испытания / пер. с англ. В.С. Межина и Н.А. Невзорского. – М.: Новатест, 2010. – 319 с.

References

1. Sheremet'ev A.G. Volokonnyi opticheskii giroskop [Fiber optic gyroscope]. Moscow: Radio i sviaz', 1987. 152 p.
2. Herve C. Lefevre. The Fiber-Optic Gyroscope: Second Edition. Boston: Artech House, 2014. 343 p.
3. Sagnac G. L'éther lumineux démontré par l'effet du vent relatif d'éther dans un interféromètre en rotation uniforme [The light shown by the ether wind effects on ether in a uniformly rotating interferometer]. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences – Proceedings of the Academy of Sciences*, 1913, vol. 95, pp. 708-710.

4. Sagnac G. Sur la preuve de la réalité de l'éther lumineux par l'expérience de l'interférographe tournant [On the evidence of the reality of the luminous ether by the experience of the rotating interférographe]. *Comptes rendus de l'Académie des Sciences – Proceedings of the Academy of Sciences*, 1913, vol. 95, pp. 1410-1413.

5. Kurbatov A.M., Kurbatov R.A. Vibratsionnaia oshibka uglovoi skorosti volokonno-opticheskogo giroskopa i metody ee podavleniia [Vibration error of the angular velocity of the fiber optic gyroscope and methods of its suppression]. *Radiotekhnika i elektronika*, 2013, vol. 58, no. 8, 842 p.

6. Galiagin K.S., Savin M.A. Modelirovanie pogreshnostei volokonno-opticheskogo giroskopa [Modeling errors of the fiber optic gyro]. *Master's Journal*, 2015, no. 1, pp. 67-72.

7. Sokolkin Yu.V. Tashkinov A.A. Mekhanika deformirovaniia i razrusheniia strukturno neodnorodnykh tel [The mechanics of deformation and fracture of structurally inhomogeneous bodies]. Moscow: Nauka, 1984. 115 p.

8. Mohr F., Schadt F. Error signal formation in FOGs through thermal and elasto-optical environmental influences on the sensing coil. *Inertial Sensors and Systems*, 2011, pp. 2.1-2.13.

9. Minakuchi S., Sanada T., Takeda N., Mitani S., Mizutani T., Sasaki Y., Shinozaki K. Thermal strain in lightweight composite fiber-optic gyroscope for space application. *Journal of Lightwave Technology*, 2014, vol. 33, iss. 12, pp. 2658-2662.

10. Barbero Ever J. Finite Element Analysis of Composite Materials Using ANSYS®. Second Edition. Boca Raton, FL, CRC Press, 2013.

11. Novatskii V. Teoriia uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow: Mir, 1975. 543 p.

12. Pobedria B.E. Mekhanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite materials]. Moskovskii gosudarstvennyi universitet, 1984. 336 p.

13. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike [The finite element method in the engineering]. Moscow: Mir, 1975. 543 p.

14. Belomestnykh V.N., Tesleva E.P. Koeffitsient Puassona i parametr Gryunaizena tverdykh tel [Poisson's ratio and the parameter Grüneisen of solids]. *Izvestiia Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*, 2003, vol. 306, no. 5, pp. 8-12.

15. Dmitriev S.V., Shigenari T., Abe K. Poisson's ratio beyond the limits of the elasticity theory. *J. Phys. Soc. Jap.*, 2001, vol. 70, no. 5, pp. 1431-1432.

16. Vasiliev A.A., Dmitriev S.V., Ishibashi Y., Shigenari T. Elastic properties of a two-dimensional model of crystals containing particles with rotational degrees of freedom. *Phys. Rev. B.*, 2002, vol. 65, no. 9, pp. 094101/1-094101/7.

17. Taeyong L., Lakes R.S. Anisotropic polyurethane foam with Poisson's ratio greater than 1. *Journal of materials science*, 1997, no. 32, pp. 2397-2401.

18. Hejlen V., Lammens S., Sas P. Modal'nyi analiz: teoriia i ispytaniia [Modal analysis: theory and testing]. Moscow: Novatest, 2010. 319 p.