

Туркова В.А., Степанова Л.В. Различные режимы циклического нагружения неупругой пластины: конечно-элементный анализ двухосного нагружения упругопластической пластины с эллиптическим вырезом // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 3. – С. 207–221. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.3.14

Turkova V.A., Stepanova L.V. Finite element analysis of biaxial cyclic tensile loading of elasto-plastic plate with central elliptical hole. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. No. 3. Pp. 207-221. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.3.14



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.3.14

УДК 539.3

РАЗЛИЧНЫЕ РЕЖИМЫ ЦИКЛИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ НЕУПРУГОЙ ПЛАСТИНЫ: КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХОСНОГО НАГРУЖЕНИЯ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНЫ С ЭЛЛИПТИЧЕСКИМ ВЫРЕЗОМ

В.А. Туркова, Л.В. Степанова

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева (Самарский университет), Самара, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 3 февраля 2016 г.
Принята: 22 марта 2016 г.
Опубликована: 30 сентября 2016 г.

Ключевые слова:

приспособляемость, знакопеременная пластичность, рэтчетинг, конечно-элементный анализ, инкрементальный анализ, циклическое нагружение, асимптотическое поведение конструкции, пластические деформации, стабилизированное состояние

АННОТАЦИЯ

Многие элементы конструкций в реальных эксплуатационных условиях функционируют за пределом упругости, в условиях пластического течения и ползучести и подвергаются периодическому термомеханическому нагружению. В настоящее время активно развиваются инкрементальные (пошаговые) и прямые методы определения стабилизированного состояния таких систем.

Известно, что для конструкций, подверженных действию периодического нагружения, реализуются три различных типа асимптотического поведения: приспособляемость, когда конструкция ведет себя упругим образом после большого числа циклов нагружения; циклическая пластичность, когда реализуется пластическая деформация разных знаков; рэтчетинг – явление накопления пластических деформаций с течением времени, ведущих к разрушению конструкции.

В настоящей работе в многофункциональном конечно-элементном пакете SIMULIA Abaqus выполнено пошаговое циклическое нагружение образца с концентратором напряжений. В качестве которого рассматривалась упругопластическая пластина с центральным эллиптическим отверстием, подверженная действию двухосного нагружения. Нагружение по одной из осей являлось периодическим. Проведены расчеты для нескольких материалов, различных по своим механическим свойствам.

В статье представлены результаты и обобщения расчетов определения асимптотического поведения конструкции, приведены найденные в процессе исследований диапазоны нагрузок, при которых реализуются режимы приспособляемости, циклической пластичности и рэтчетинга. Выполнен анализ полученных расчетов и показано, что посредством выбора удобной нормировки результатов вычислений расчеты для различных материалов укладываются на единую кривую, что позволяет существенно сократить объем вычислений.

© ПНИПУ

© Туркова Вера Александровна – аспирант, e-mail: turkovavera2016@yandex.ru

Степанова Лариса Валентиновна – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: stepanovav@samsu.ru

Vera A. Turkova – PhD student, e-mail: turkovavera2016@yandex.ru

Larisa V. Stepanova – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: stepanovav@samsu.ru

FINITE ELEMENT ANALYSIS OF BIAXIAL CYCLIC TENSILE LOADING OF ELASTO-PLASTIC PLATE WITH CENTRAL ELLIPTICAL HOLE

V.A. Turkova, L.V. Stepanova

Samara University, Samara, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 3 February 2016
Accepted: 8 August 2016
Published: 30 September 2016

Keywords:

shakedown, cyclic plasticity, ratcheting, finite element analysis, incremental method, cyclic loading, asymptotic behavior of the structure, plastic strain, stabilized cycle

ABSTRACT

Elements of structures which work in real conditions are quite often affected by variable temperatures and loadings. Nowadays the growth of interest related to the asymptotic behavior of inelastic structures subjected to cyclic loading leads to development of direct and incremental methods of stabilized state determining.

If loadings vary and the body deforms elastically, then its durability is defined by fatigue characteristics of materials; destruction comes after a large number of cycles. If the body experiences elasto-plastic deformation, at loadings below the limit, the achievement of a dangerous state at a rather small number of cycles is possible. Thus it is necessary to distinguish two cases. The first case occurs when destruction comes due to the alternation of plastic deformations with different signs (for example, after plastic stretching there is plastic compression, etc.); it is cyclic plasticity (plastic or low-cyclic fatigue). The second case occurs when plastic deformations do not change signs, but grow with each cycle (the progressing deformation – ratcheting). It leads to the inadmissible accumulation of plastic deformations.

The study results present finite-element (FEM) calculations of the asymptotical behavior of an elastoplastic plate with the central elliptic hole under the biaxial cyclic loading for three different materials.

Incremental cyclic loading of the sample with the stress concentrator (the elliptic central hole) is performed in the multifunctional finite-element package SIMULIA Abaqus. The ranges of loads found for the shakedown, cyclic plasticity and ratcheting are presented. The obtained results are generalized and analyzed. Convenient normalization is suggested. At the expense of the chosen normalization all computed results corresponding to separate materials stay within one common curve with a minimum scattering of points. The convenience of the generalized chart consists of a possibility to receive the asymptotical behavior of the inelastic structure for those materials which computer calculations were not made.

© PNRPU

1. Циклическое нагружение неупругих конструкций: пошаговый анализ, асимптотическое состояние и прямые методы

В современной механике деформируемого твердого тела асимптотическое состояние неупругих конструкций, подверженных циклическому нагружению, вызывает особый интерес. Отклик конструкции, подверженной действию периодического механического (и/или температурного) нагружения, чрезвычайно сложен и может включать неупругие (пластические, вязкопластические) деформации. Причина возникающих сложностей в описании поведения конструкции заключается в необходимости выполнения вычислений, включающих всю историю нагружения.

Элементы конструкций, находящиеся в реальных эксплуатационных условиях, нередко испытывают воздействие переменных температур и нагрузок. Если тело деформируется упруго, то при переменных нагрузках прочность определяется усталостными характеристиками материала, разрушение наступает после большого числа циклов. Если же тело испытывает упругопластическую деформацию, то при нагрузке ниже предельной возможно достижение опасного состояния при сравнительно малом числе циклов. При этом следует различать два случая. Первый – разрушение наступает вследствие чередования пластических деформаций разного знака (например, после пластического растяжения

происходит пластическое сжатие и т.д.). Это – знакопеременная пластичность (пластическая или малоцикловая усталость). Второй – пластические деформации нарастают с каждым циклом, что приводит к недопустимому их накоплению (прогрессирующая деформация – рэтчетинг) [1–23].

При проектировании безопасным режимом считается приспособляемость, рэтчетинга же следует избегать. В связи с этим обстоятельством потребность в знании на ранних стадиях проектирования асимптотического поведения неупругого тела после большого числа циклов нагружения является весьма актуальной [2, 3].

Для установления асимптотического состояния тела разработано два класса методов: прямые методы [2–6] и методы инкрементального (пошагового) анализа [7–9].

Поскольку проблемы определения асимптотического состояния неупругих тел в последнее время вызывают значительный интерес, в литературе предлагаются решения множества прикладных задач прочности при циклической нагрузке различных конструкций: рельсов, инструментов и деталей машин [10–27].

В работе [24] приведен обзор существующих теорем, позволяющих определить предельные нагрузки при малых перемещениях путем решения задачи оптимизации и показано, что в настоящий момент все рассмотренные теоремы используют принцип линейной суперпозиции для формирования сочетаний нагрузок. Сделан вывод о невозможности использования теорем приспособляемости для конструкций, поведение которых геометрически нелинейно. В [25] предложен новый метод определения нижней оценки границы упругой приспособляемости и расчетная схема, а также выполнена практическая реализация метода (численный анализ) на примере контактной задачи качения неизношенного колеса подвижного состава по рельсу на кривом участке пути.

В статье [26] исследуется явление приспособляемости тел при контактом взаимодействии. Анализируются условия применимости теорем контактной приспособляемости. Приведены результаты конечно-элементного моделирования, подтверждающие условия достижения контактной приспособляемости при сухом трении упругих тел. В [27] выполняется обобщение теоремы контактной приспособляемости на случай взаимодействия многих тел и рассматривается приложение полученных результатов к практической задаче повышения долговечности шарошечного долота.

В настоящей работе выполнено инкрементальное пошаговое двухосное нагружение упругопластической пластины с эллиптическим отверстием. По одной из осей к пластине приложена периодическая нагрузка. В процессе анализа полученной расчетной информации выявлены три различных типа асимптотического поведения рассматриваемой пластины. Найдены диапазоны изменения нагрузок, отвечающие трем асимптотическим режимам поведения неупругой конструкции. Расчеты проведены для трех различных материалов конструкции. Проведен анализ полученных диапазонов, выявлены общие закономерности.

2. Вычислительный эксперимент

Методы инкрементального анализа требуют значительных затрат времени и проведения большого числа вычислительных экспериментов [1–9]. Прямые методы нацелены на преодоление недостатков инкрементального анализа, однако разработанная теория еще далека от завершения и от повсеместного практического использования [2, 4, 9, 11, 13]. В силу указанных причин в рамках настоящей работы осуществлено инкрементальное

нагружение упругопластической пластины с эллиптическим отверстием с целью выявления различных асимптотических режимов поведения неупругой конструкции и определения нагрузок, ведущих к реализации режимов приспособляемости, циклической пластичности и прогрессирующего нарастания пластической деформации.

Реализация и исследование трех асимптотических режимов нагружения проводились на примере простой конструкции – квадратной пластины с центральным эллиптическим отверстием. Геометрия пластины представлена на рис. 1.

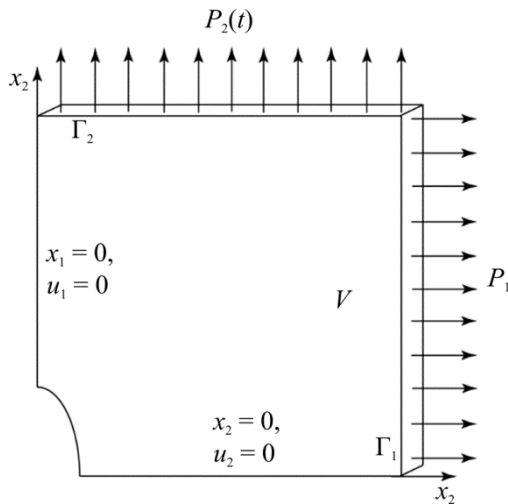


Рис. 1. Геометрия исследуемой модели: четверть нагруженной пластины с эллиптическим отверстием

Fig. 1. Geometry of the studied model: one fourth of the loaded plate with an elliptical hole

в) плотность $\rho = 8920 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 1 \times 10^{10} \text{ кг/м}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$ [29].

Пластина подвержена действию двухосной нагрузки, причем по одной из осей она циклическая. Схематично приложенное нагружение показано на рис. 1.

Упругопластический анализ

Приведём конечно-элементное решение задачи о циклическом нагружении упругопластической пластины с эллиптическим отверстием. Целью настоящего конечно-элементного анализа является определение нагрузок (границ приспособляемости, циклической пластичности и рэтчетинга), при которых реализуются эти режимы нагружения.

Рассматривается тело, занимающее объем V (пластина с эллиптическим отверстием, четверть которой изображена на рис. 1). На границе тела V заданы следующие нагрузки: на горизонтальных гранях Γ_2 пластины приложена периодическая нагрузка, изменяющаяся по закону $P_2(t) = k_2 \sigma_T \sin(2\pi t / T)$ (рис. 2).

На вертикальных гранях Γ_1 пластины приложена статическая растягивающая нагрузка $P_1 = k_1 \sigma_T$, где σ_y – предел текучести материала; k_1, k_2 – коэффициенты пропорциональности, позволяющие варьировать амплитуду приложенной нагрузки. Предполагается, что пластина выполнена из материала, являющегося упругопластическим. Полная деформация складыва-

Длина стороны пластины L составляет 16 дм. Отношение длины стороны пластины к ее толщине составляет 0,02. Полуоси эллипса обозначим через a и b (в расчетах принималось, что $a = 3$ дм, $b = 2$ дм). Оси координат выберем таким образом, чтобы ось x_2 располагалась по большой оси эллипса.

Рассмотрим случаи, когда пластина выполнена из меди, различной по своим механическим свойствам:

а) плотность $\rho = 5400 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 4,3 \times 10^8 \text{ кг/м}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$ [28];

б) плотность $\rho = 8920 \text{ кг/м}^3$, модуль Юнга $E = 13 \times 10^9 \text{ кг/м}^2$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,28$ [29];

ется из упругой и пластической деформации: $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ij}^e + \varepsilon_{ij}^p$, где ε_{ij}^e – упругая и ε_{ij}^p – пластическая деформация соответственно. Для упругой составляющей справедлив закон Гука: $\varepsilon_{ij}^e = C_{ijkl} \sigma_{kl}$. В качестве физических соотношений для пластической деформации применяются уравнения теории пластического течения. Для пластической среды в пространстве напряжений вводится поверхность текучести $f(\sigma_{ij}) = s_{ij}s_{ij} - 2\sigma_T^2/3$. Пластические деформации определяются ассоциированным законом пластического течения:

$$d\varepsilon_{ij}^p = d\lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}.$$

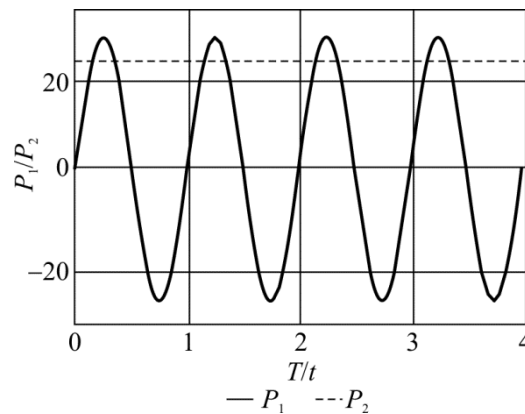


Рис. 2. Изменение приложенной нагрузки с течением времени

Fig. 2. Applied load within certain time periods

Необходимо определить асимптотическое состояние тела после большого числа циклов приложенной нагрузки и возможные режимы поведения тела под действием приложенной совокупности циклической и статической нагрузок. Математическая постановка задачи сводится к решению системы уравнений равновесия:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \text{ в области } V,$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}_{ij}^e + \dot{\varepsilon}_{ij}^p = \frac{1+\nu}{E} \dot{\sigma}_{ij} - \frac{\nu}{E} \dot{\sigma}_{kk} \delta_{ij} + \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \text{ в области } V,$$

$$\varepsilon_{ij} = (u_{i,j} + u_{j,i})/2 \text{ в области } V.$$

На границе тела приложены нагрузки: на грани Γ_2 приложена периодическая нагрузка $\sigma_{22} = P_2(t)$, на Γ_1 – статическая нагрузка $\sigma_{11} = P_1$.

Граничные условия на плоскостях симметрии четверти пластины представлены на рис. 1.

Конечно-элементный анализ

Серия расчетов выполнялась в многофункциональном конечно-элементном пакете SIMULIA Abaqus [28].

Пластические свойства материалов модели в конечно-элементном комплексе SIMULIA Abaqus задаются таблицей. Первое значение в первом столбце таблицы соответствует пределу текучести материала, а последнее в первом столбце – пределу прочности материала [28–30].

Зависимость напряжений и соответствующих ему пластических деформаций для меди
Dependence of stresses and related plastic deformations for copper

Вариант а		Вариант б		Вариант в	
Напряжение, кг/м ²	Пластическая деформация	Напряжение, кг/м ²	Пластическая деформация	Напряжение, кг/м ²	Пластическая деформация
54×10 ⁴	0	210×10 ⁶	0	60×10 ⁶	0
58×10 ⁴	0,0006	240×10 ⁶	0,0055	100×10 ⁶	0,09
63×10 ⁴	0,0080	280×10 ⁶	0,015	140×10 ⁶	0,15
69×10 ⁴	0,0013	300×10 ⁶	0,02	170×10 ⁶	0,23
74×10 ⁴	0,0018	320×10 ⁶	0,025	200×10 ⁶	0,36
78×10 ⁴	0,0023	360×10 ⁶	0,03	220×10 ⁶	0,45

Была проведена серия расчетов асимптотического состояния конструкции, где коэффициенты пропорциональности величины приложенной нагрузки (k_1, k_2) варьировались в диапазоне от 0 до 1,3.

Периодическая природа нагружения хорошо прослеживается на полученных графиках изменения интенсивности касательных напряжений с течением времени для разных типов поведения конструкции (рис. 3).

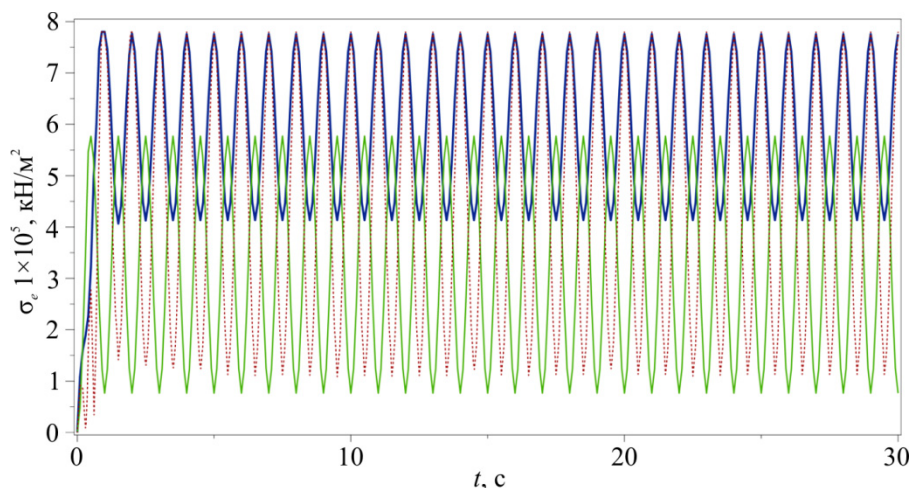


Рис. 3. Циклический характер изменения интенсивности касательных напряжений σ_e (синяя кривая – в условиях приспособляемости; зеленая кривая – в условиях циклической пластичности; красная кривая – в условиях прогрессирующей пластической деформации (рэтчетинга))

Fig. 3. Cyclic behavior related to changing the intensity of shear stresses (blue curve – in case of adaptivity; green curve: in case of cycle plesticity; red curve – in case of a progressive plastic deformation (ratcheting))

Видно, что для разных асимптотических режимов поведения тела всегда наблюдается циклический характер напряжений. Эта особенность поведения напряжений в конструкции, подверженной периодической нагрузке, заложена в основу большинства прямых методов нахождения асимптотического состояния [2, 4, 9, 11, 13].

В результате изменения величины нагрузки для исследуемой упругопластической пластины были выявлены все три возможных асимптотических режима поведения (рис. 4–6) и определены нагрузки и их соотношение по осям x_1 и x_2 , ведущие к смене режима работы конструкции.

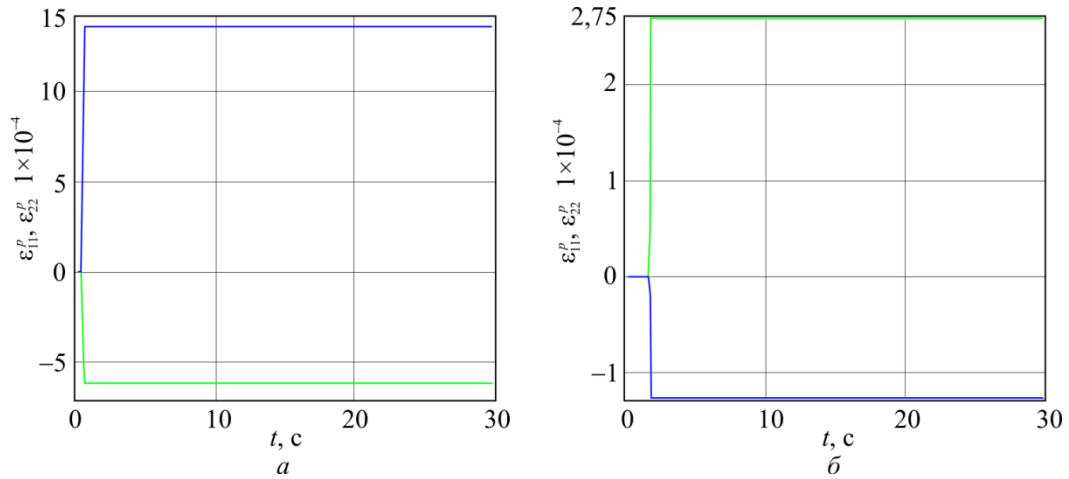


Рис. 4. Пластические деформации в модели при реализации типа асимптотического поведения – приспособляемость

Fig. 4. Plastic deformations in the model in case of asymptotical behavior – adaptivity

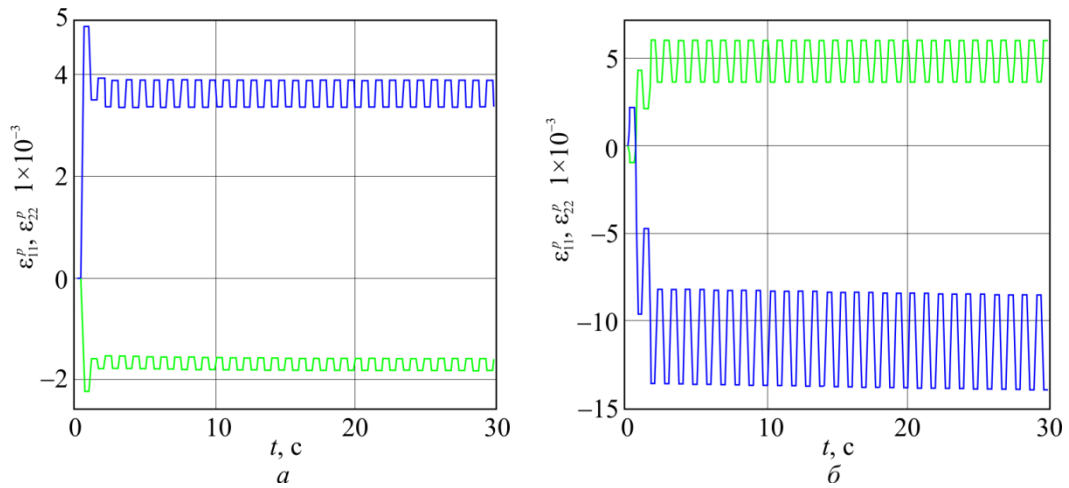


Рис. 5. Пластические деформации в модели при реализации типа асимптотического поведения – циклическая пластичность

Fig. 5. Plastic deformations in the model in case of asymptotical behavior – cycle plasticity

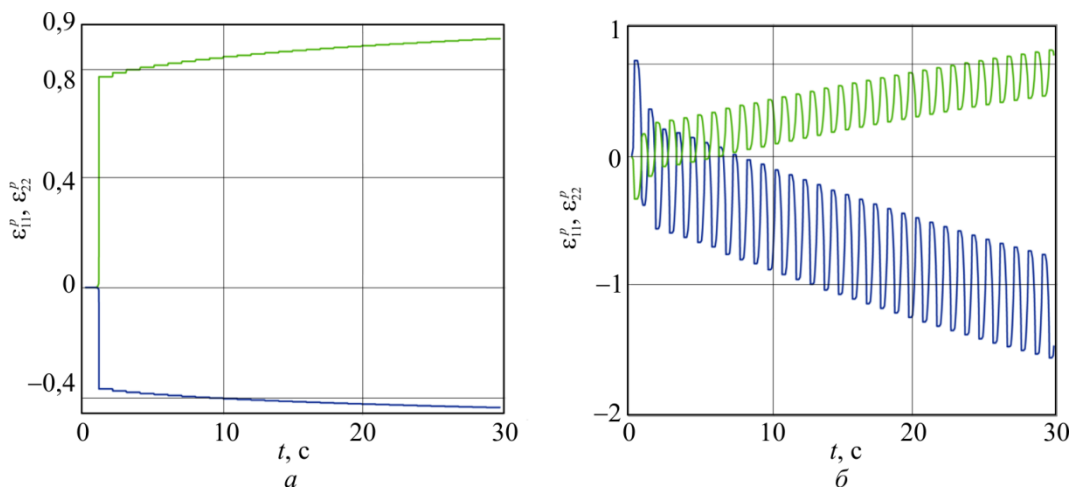


Рис. 6. Пластические деформации в модели при реализации типа асимптотического поведения – рэтчетинг

Fig. 6. Plastic deformations in the model in case of asymptotical behavior – ratcheting

По характеру изменения пластических деформаций с течением времени можно судить о типе асимптотического поведения, реализующегося в конструкции после определенного числа циклов нагружения.

На рис. 4 для наглядности показаны компоненты пластической деформации в модели из меди (рис. 4, б) при реализации режима приспособляемости для расчетных значений нагрузок:

- а) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = P_2 \max = 100 \text{ кН/м}^2$;
- б) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = 100 \text{ кН/м}^2$, $P_2 \max = 250 \text{ кН/м}^2$.

На рис. 5 показаны компоненты пластической деформации в модели из меди (рис. 5, а) при реализации режима циклической пластичности:

- а) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = P_2 \max = 380 \text{ кН/м}^2$;
- б) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = P_2 \max = 400 \text{ кН/м}^2$;

На рис. 6 показаны компоненты пластической деформации в модели из меди (рис. 6, б) при реализации режима рэтчетинга:

- а) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = 300 \text{ кН/м}^2$, $P_2 \max = 50 \text{ кН/м}^2$;
- б) ε_{11}^p (синяя кривая) и ε_{22}^p (зеленая кривая) для $P_1 = 100 \text{ кН/м}^2$, $P_2 \max = 220 \text{ кН/м}^2$.

Зависимость деформаций от напряжений с течением времени также может ярко охарактеризовать тип асимптотического поведения конструкции. На рис. 7, а представлен график зависимости величины ε_{11} от σ_{11} , характерный для приспособляемости.

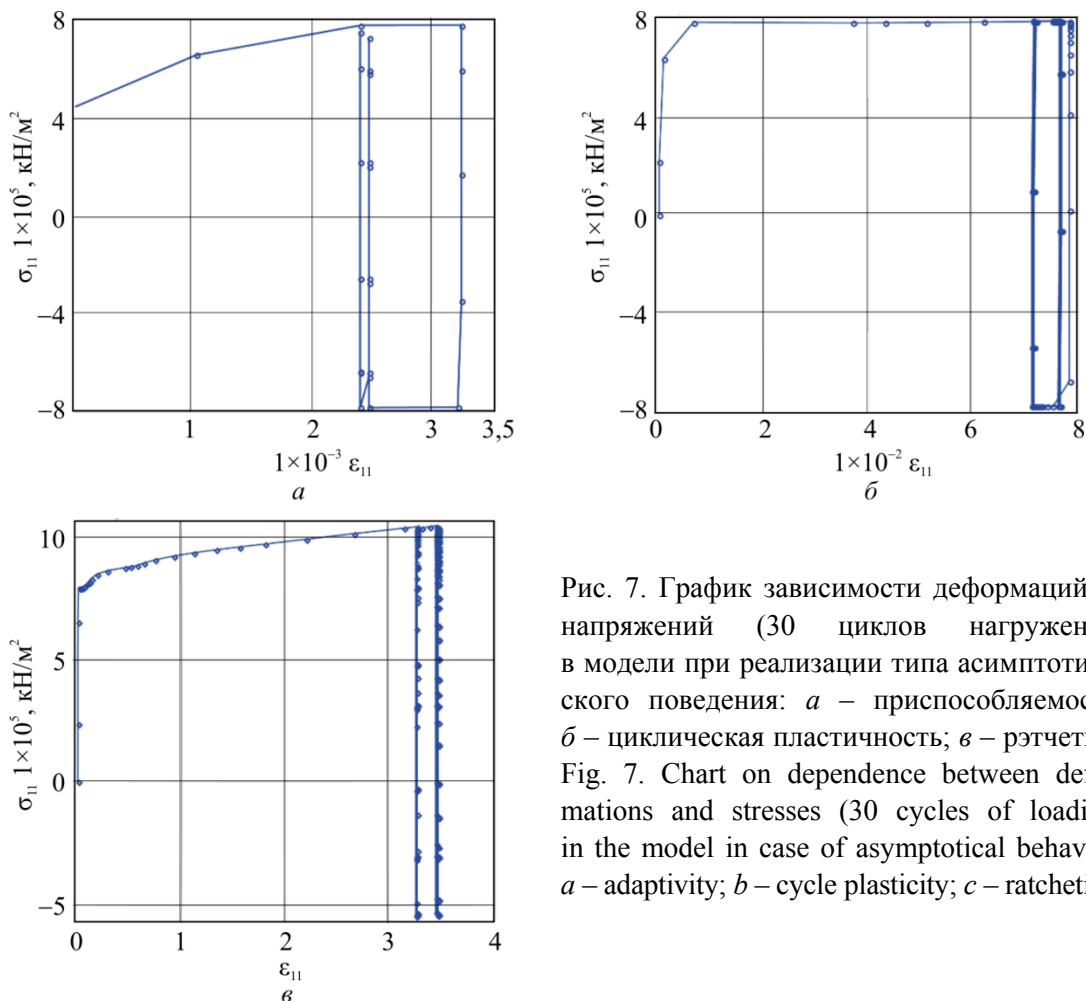


Рис. 7. График зависимости деформаций от напряжений (30 циклов нагружения) в модели при реализации типа асимптотического поведения: а – приспособляемость; б – циклическая пластичность; в – рэтчетинг
 Fig. 7. Chart on dependence between deformations and stresses (30 cycles of loading) in the model in case of asymptotical behavior: a – adaptivity; b – cycle plasticity; c – ratcheting

Математически данную зависимость для любой точки $\tau = t/T$ (где t – конкретный момент времени; T – период нагружения) внутри стабилизированного асимптотического цикла описывают в следующем виде:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs} = \lim_{n \rightarrow \infty} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}(\tau) = 0,$$

где $\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs}$ – скорость пластических деформаций в стабилизированном цикле.

На рис. 7, б представлен график зависимости величины ε_{11} от σ_{11} , характеризующий циклическую пластичность:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs} = \lim_{n \rightarrow \infty} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}(\tau) \neq 0, \Delta\varepsilon_{ij}^{pl,cs} = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs}(\tau) d\tau = 0.$$

На рис. 7, в показан график зависимости величины ε_{11} от σ_{11} , характерный для прогрессирующей пластической деформации [8]:

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs} = \lim_{n \rightarrow \infty} \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl}(\tau) \neq 0, \Delta\varepsilon_{ij}^{pl,cs} = \int_0^1 \dot{\varepsilon}_{ij}^{pl,cs}(\tau) d\tau \neq 0.$$

При моделировании данного режима можно отчетливо наблюдать картину возникновения и развития пластического течения в пластине (рис. 8).

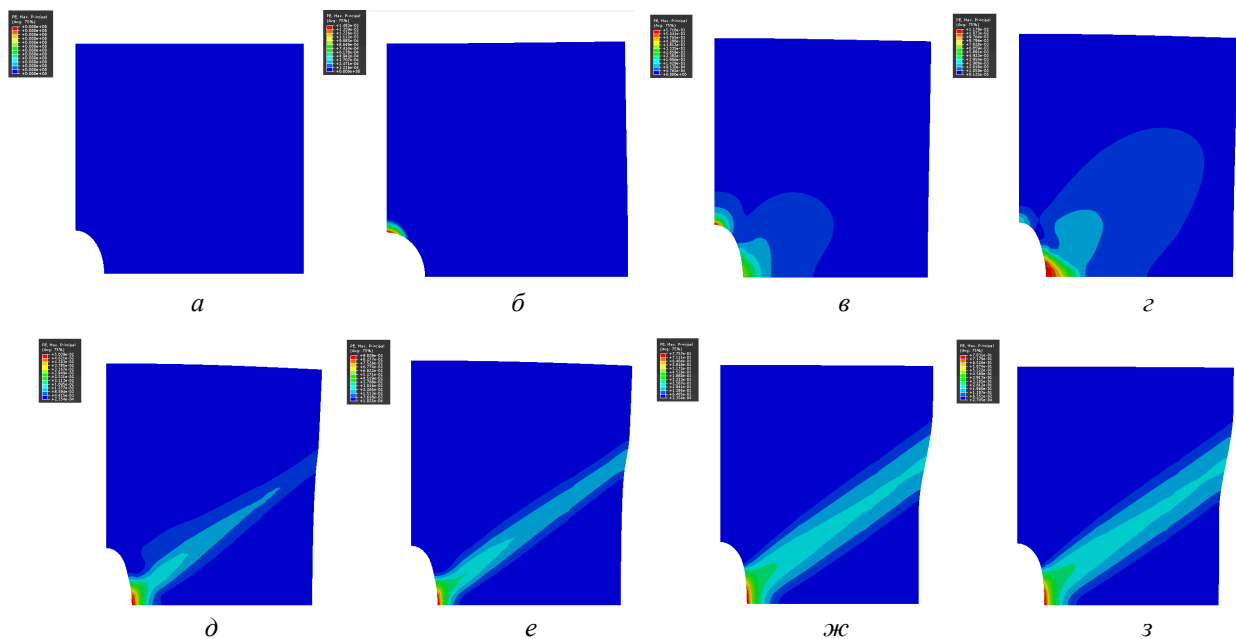


Рис. 8. Пластические деформации в модели при реализации типа асимптотического поведения – рэтчетинг при: а – $t = 0$ с; б – $t = 0,3$ с; в – $t = 0,8281$ с;

г – $t = 0,9281$ с; д – $t = 0,9910$ с; е – $t = 0,9933$ с; ж – $t = 1$ с; з – $t = 4,9998$ с

Fig. 8. Plastic deformations in the model in case of asymptotical behavior – ratcheting at:

а – $t = 0$ с; б – $t = 0,3$ с; в – $t = 0,8281$ с; д – $t = 0,9281$ с; е – $t = 0,9910$ с;

ж – $t = 0,9933$ с; г – $t = 1$ с; з – $t = 4,9998$ с

Полученные в результате проведенных конечно-элементных расчетов данные были обобщены и оформлены в виде диаграммы (рис. 9), на которой определены области нагрузок для трех материалов, соответствующие тому или иному типу асимптотического

поведения пластины. Тип поведения всей конструкции определялся по типу поведения наиболее деформированного элемента пластины. Положение элемента варьировалось в зависимости от конкретного варианта приложенной нагрузки.

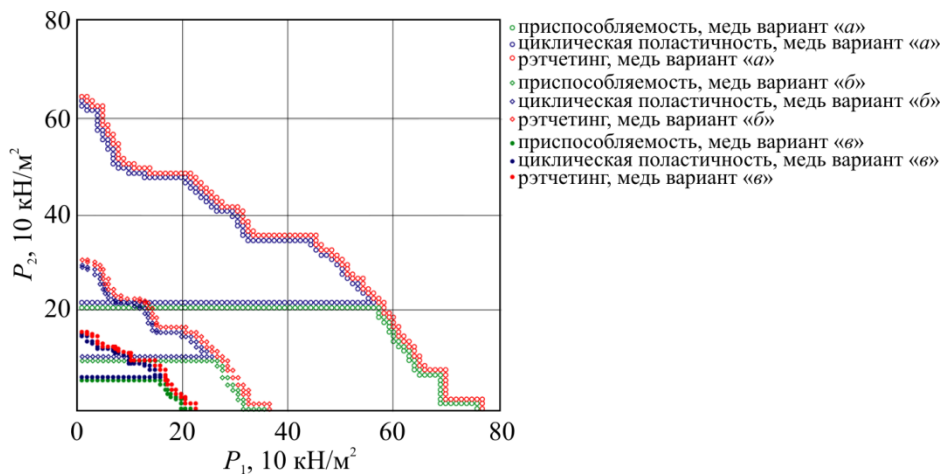


Рис. 9. Результаты численного анализа: диаграмма областей нагрузок, отвечающих различным режимам асимптотического поведения пластины с эллиптическим отверстием

Fig. 9. Results of numerical analysis: chart of loading areas corresponding to different modes of asymptotical behavior related to the plate with an elliptical hole

Красным цветом обозначены пределы значений нагрузок P_1 и P_2 max для рэтчетинга, синим – циклической пластичности и зеленым – приспособляемости (см. рис. 9). Рэтчетинг при отсутствии циклической нагрузки наступает при нагружении, практически равном пределу прочности материала.

Данная диаграмма позволяет определить для конструкции те величины нагрузок, при которых ее работа будет безопасной, то есть будет реализовываться режим приспособляемости, что позволит избежать опасных режимов работы.

Из рис. 9 видно, что для разных материалов пределы приспособляемости, знакопеременной пластичности и прогрессирующего пластического течения различны, но качественная картина областей подобна для всех трех изученных материалов. Пользуясь данным наблюдением, можно ввести в рассмотрение безразмерные параметры

$$\pi_1 = P_1 / \sigma_B, \quad \pi_2 = P_2 / \sigma_B$$

и построить диаграммы P_1 и P_2 max на плоскости π_1, π_2 для всех трех материалов. Результаты изображены на рис. 10.

Из рис. 10 видно, что все кривые, обозначающие границы областей асимптотических состояний, совпадают и ложатся на единую кривую. В координатах π_1 и π_2 все расчетные точки, полученные в ходе вычислительного эксперимента, легли на единую кривую.

Таким образом, проведенный вычислительный эксперимент обнаружил независимость характерных областей на диаграмме от механических свойств материалов. Следовательно, нет необходимости проводить многочисленные расчеты для каждого отдельно выбранного материала.

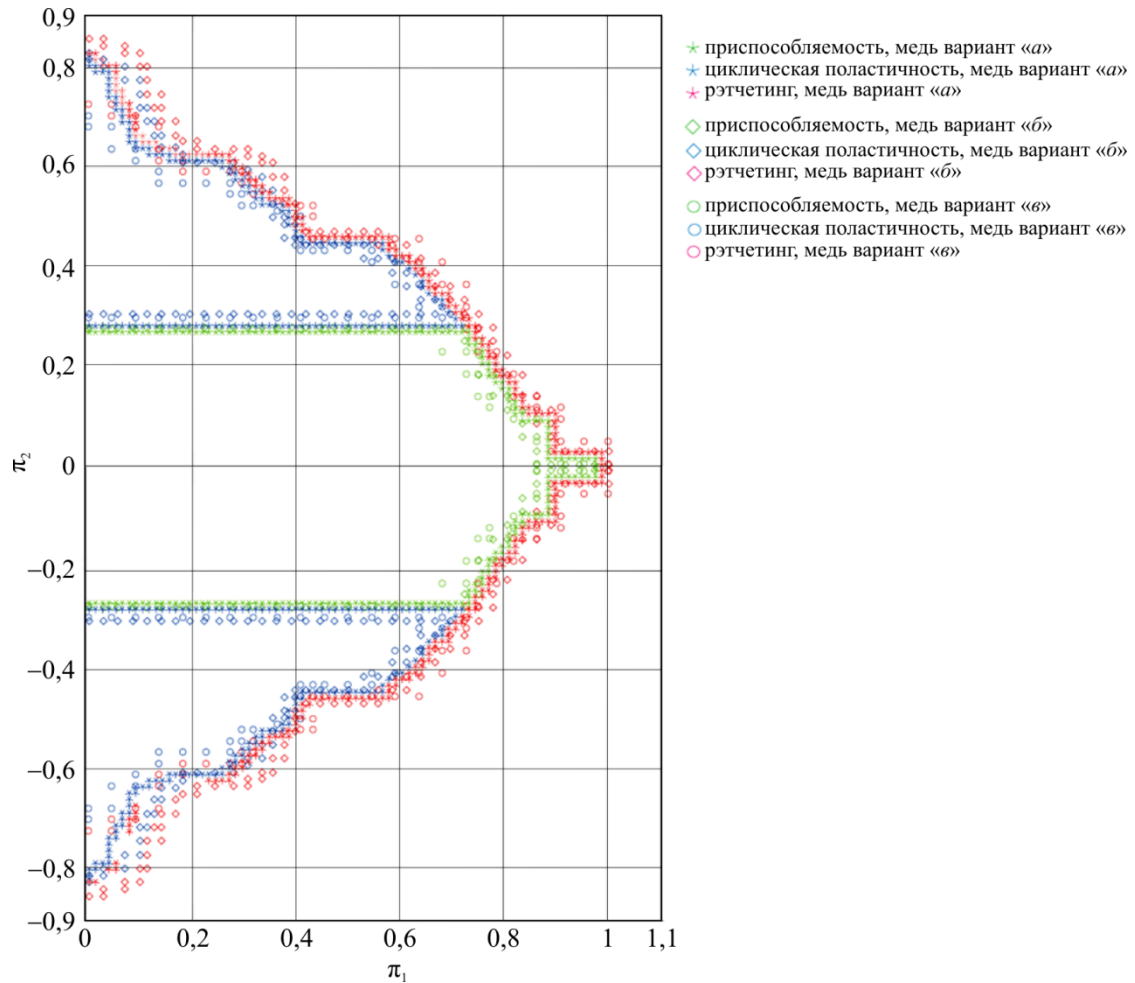


Рис. 10. Результаты численного анализа: обобщенная диаграмма областей нагрузок, отвечающих различным режимам асимптотического поведения пластины с эллиптическим отверстием
 Fig. 10. Results of numerical analysis: generalized chart of loading areas corresponding to different modes of asymptotical behavior related to the plate with an elliptical hole

За счет выбранной нормировки все вычислительные диаграммы, соответствующие отдельным материалам, укладываются в одну общую кривую с минимальным разбросом точек. Удобство обобщенной диаграммы заключается в возможности получения асимптотического поведения неупругой конструкции для материалов, для которых не производились объемные компьютерные вычисления.

Выводы

Посредством выбора k_1 и k_2 можно варьировать нагрузку, приложенную к пластине, и рассматривать полный диапазон статических и циклических нагрузок, под действием которых находится конструкция. В работе выполнена и интерпретирована большая серия экспериментов компьютерного (имитационного) моделирования поведения упругопластических тел, находящихся под действием периодической нагрузки для всех значений k_1 и k_2 (в полном диапазоне значений коэффициентов k_1 и k_2). На основании проведенного вычислительного эксперимента определены диапазоны нагрузок, при которых в пластине с центральным эллиптическим отверстием, подверженной циклическому нагружению, достигаются режимы приспособляемости, знакопеременной пластичности и рэтчетинга.

Приведены результаты исследования диаграмм, изображающих зависимость типа асимптотического поведения конструкции под действием циклического нагружения от приложенных нагрузок, отнесенных к пределу прочности материала. Построена типичная диаграмма, определены ее главные черты.

Границы диапазонов распределения типов асимптотического поведения определенной конструкции, подверженной одинаковому по структуре нагружению, для различных материалов совпадают и ложатся на одну кривую.

Для трех различных по свойствам материалов области совпадают. Таким образом, предложена удобная нормировка результатов вычислительного эксперимента, позволяющая представить вычисления с помощью обобщенной диаграммы асимптотического поведения конструкции.

Полученные результаты инкрементального анализа могут быть полезными для последующей проверки расчетов режимов асимптотического поведения неупругой конструкции с использованием прямых методов. Прямые методы определения асимптотического поведения неупругих тел дадут возможность существенного уменьшения вычислительных затрат на определение диапазонов безопасных нагрузок эксплуатации тестовых образцов, что позволит, в свою очередь, совершенно по-новому организовать проектирование и ремонт конструкций в различных инженерных приложениях.

Библиографический список

1. Stolz C. Optimal control approach in nonlinear mechanics // *C.R. Mecanique*. – 2008. – No. 1–2. – P. 238–244.
2. Vetyukov Y. *Nonlinear mechanics of Thin-walled structures. Asymptotics, direct approach and numerical analysis*. – Berlin: Springer, 2014. – 272 p.
3. Peigney M. Shakedown of elastic-perfectly plastic materials with temperature-dependent elastic moduli // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2014. – Vol. 71 – P. 112–131.
4. Spiliopoulos K.V., Weichert D. *Direct methods for limit states in structures and materials*. – Berlin: Springer, 2014. – 278 p.
5. *Limit state of materials and structures* / G. Saxce, A. Oueslati, E. Charkaluk, J.-B. Tritsch. – Berlin: Springer, 2013. – 218 p.
6. Fuschi P., Pisano A.A., Weichert D. *Direct Methods for Limit and Shakedown Analysis of Structures: Advanced Computational Algorithms and Material Modelling (Solid Mechanics and Its Applications)*. – Berlin: Springer, 2015. – 313 p.
7. Chen H.F., Ponter A.R.S. Shakedown and limit analyses for 3-D structures using the linear matching method // *International Journal of Pressure Vessels and Piping*. – 2001. – Vol. 78 – P. 443–451.
8. Ponter A.R.S., Chen H. A minimum theorem for cyclic load in excess of shakedown, with application to the evaluation of a ratchet limit // *Eur. J. Mech. A/Solids*. – 2001. – Vol. 20 – P. 539–553.
9. Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A direct method to predict cyclic steady state of elastoplastic structures // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* – 2012. – Vol. 223–224 – P. 186–198.
10. Ponter A.R.S., Chen H. A minimum theorem for cyclic load in excess of shakedown, with application to the evaluation of a ratchet limit // *Eur. J. Mech. A/Solids*. – 2001. – Vol. 20 – P. 539–553.
11. Du Z., Wang J., Fan X. Direct cyclic method for solder joint reliability analysis // *Proceedings of IMECE 2006: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition*. November 5–10, 2006, Chicago, USA.
12. Brassart L., Zhao K., Suo Zh. Cyclic plasticity and shakedown in high-capacity electrodes of lithium-ion batteries // *Int. J. of Solids and Structures*. – 2013. – Vol. 50 – P. 1120–1129.

13. Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A residual stress decomposition based method for the shake-down analysis of structures // *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.* – 2014. – Vol. 276 – P. 410–430.
14. Lee C-H., Do V.N.V., Chang K-H. Analysis of uniaxial ratcheting behaviour and cyclic mean stress relaxation of a duplex stainless steel // *Int. J. of Plasticity.* – 2014. – Vol. 62 – P. 17–33.
15. Mandal N.K. Ratcheting of railhead material of insulated rail joints (IRJs) with reference to endpost thickness // *Engrg. Failure Analysis.* – 2014. – Vol. 45 – P. 347–362.
16. Near-tip strain ratcheting and crack growth at elevated temperature / Tong J. [et al] // *International Journal of fatigue.* – 2016. – Vol. 82 – P. 514–520.
17. Experimental observation on multiaxial ratcheting of polycarbonate polymer at room temperature / F. Lu, G. Kang, Y. Zhu, C. Xi, H. Jiang // *Polymer Testing.* – 2016. DOI: 10.1016/j.polymertesting.2016.01.011
18. Da Costa Mattos H.S., Peres J.M.A., Melo M.A.C. Ratcheting behavior of elasto-plastic thin-walled pipes under internal pressure and subjected to cyclic axial loading // *Thin-Walled Structures.* – 2015. – Vol. 93 – P. 102–111.
19. Thermo-mechanically coupled cyclic elasto-viscoplastic constitutive model of metals: theory and application / Y. Zhu, G. Kang, Q. Kan, O.T. Bruhns, Y. Liu // *International Journal of Plasticity.* – 2016. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.12.005
20. Halama R., Sedlak J., Fusek M., Poruba Z. Uniaxial and biaxial ratcheting of ST52 steel under variable amplitude loading-experiments and modeling // *Procedia Engineering.* – 2015. – Vol. 101. – P. 185–193.
21. Gustafson A., Moller M. Experimental and numerical investigation of ratcheting in pressurized equipment // *Procedia Engineering.* – 2015. – Vol. 130 – P. 1233–1245.
22. Stepanova L.V., Igonin S.A. Perturbation method for solving the nonlinear eigenvalue problem arising from fatigue crack growth problem in a damaged medium // *Applied Mathematical Modelling.* – 2014. – Vol. 38 – P. 3436–3455.
23. Степанова Л.В., Игонин С.А. Асимптотика поля напряжений у вершины усталостной трещины в среде с поврежденностью: вычислительный эксперимент и аналитическое решение // *Сибирский журнал вычислительной математики.* – 2015. – Т. 18, №2 – С. 201–217.
24. Хейдари А., Галишникова В.В. Аналитический обзор теорем о предельной нагрузке и приспособляемости в упругопластическом расчете стальных конструкций // *Строительная механика инженерных конструкций и сооружений.* – 2014. – № 3. – С. 3–18.
25. Клебанов Я.М., Кураева Я.В. Численный анализ приспособляемости деталей при циклическом термомеханическом нагружении // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 2015. – №2. – С. 60–68.
26. Клебанов Я.М., Александрова М.Ю. Контактная приспособляемость при кулоновском трении упругих тел // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 2012. – № 4. – С. 56–63.
27. Клебанов Я.М., Александрова М.Ю. Исследование процесса контактной приспособляемости при кулоновском трении упругих тел // *Изв. Самар. науч. центра РАН.* – 2011. – № 4–3 (11). – С. 748–752.
28. Abaqus. Применение комплекса в инженерных задачах. – М.: ТЕСИС, 2010. – 100 с.
29. Медь. Лист медный, пруток медный, лента, проволока медная [Электронный ресурс]. – URL: <http://polias.ru/index/0-16>.
30. Бьюи Х.Д. Механика разрушения: обратные задачи и решения. – М.: Физматлит, 2011. – 412 с.

References

1. Stolz C. Optimal control approach in nonlinear mechanics. *C.R. Mecanique.* 2008, no. 1-2, pp. 238-244.
2. Vetyukov Y. Nonlinear mechanics of Thin-walled structures. Asymptotics, direct approach and numerical analysis. *Berlin: Springer,* 2014, 272 p.

3. Peigney M. Shakedown of elastic-perfectly plastic materials with temperature-dependent elastic moduli. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2014, vol. 71, pp. 112-131.
4. Spiliopoulos K.V., Weichert D. Direct methods for limit states in structures and materials. *Berlin, Springer*, 2014, 278 p.
5. Saxce G., Oueslati A., Charkaluk E., Tritsch J.-B. Limit state of materials and structures. *Berlin, Springer*, 2013, 218 p.
6. Fuschi P., Pisano A.A., Weichert D. Direct Methods for Limit and Shakedown Analysis of Structures: Advanced Computational Algorithms and Material Modelling (Solid Mechanics and Its Applications), *Berlin, Springer*, 2015, 313 p.
7. Chen H.F., Ponter A.R.S. Shakedown and limit analyses for 3-D structures using the linear matching method. *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, 2001, vol. 78, pp. 443-451.
8. Ponter A.R.S., Chen H. A minimum theorem for cyclic load in excess of shakedown, with application to the evaluation of a ratchet limit. *Eur. J. Mech. A/Solids*, 2001, vol. 20, pp. 539-553.
9. Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A direct method to predict cyclic steady state of elastoplastic structures. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2012, vol. 223-224, pp. 186-198.
10. Ponter A.R.S., Chen H. A minimum theorem for cyclic load in excess of shakedown, with application to the evaluation of a ratchet limit, *Eur. J. Mech. A/Solids*, 2001, Vol. 20, pp. 539-553.
11. Du Z., Wang J., Fan X. Direct cyclic method for solder joint reliability analysis. *Proceedings of IMECE 2006: ASME International Mechanical Engineering Congress and Exposition. USA, Chicago*, 2006.
12. Brassart L., Zhao K., Suo Zh. Cyclic plasticity and shakedown in high-capacity electrodes of lithium-ion batteries. *Int. J. of Solids and Structures*, 2013, no. 50, pp. 1120-1129.
13. Spiliopoulos K.V., Panagiotou K.D. A residual stress decomposition based method for the shakedown analysis of structures. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 2014, vol. 276, pp. 410-430.
14. Lee C-H., Do V.N.V., Chang K-H. Analysis of uniaxial ratcheting behaviour and cyclic mean stress relaxation of a duplex stainless steel. *Int. J. of Plasticity*, 2014, vol. 62, pp. 17-33.
15. Mandal N.K. Ratcheting of railhead material of insulated rail joints (IRJs) with reference to endpost thickness. *Engrg. Failure Analysis*, 2014, vol. 45, pp. 347-362.
16. Tong J., Cornet C., Lin B., Lupton C., Li H.-Y., Bowen P., Williams S., Hardy M. Near-tip strain ratcheting and crack growth at elevated temperature. *International Journal of fatigue*, 2016, vol. 82, pp. 514-520.
17. Lu F., Kang G., Zhu Y., Xi C., Jiang H. Experimental observation on multiaxial ratcheting of polycarbonate polymer at room temperature, 2016, *Polymer Testing*. DOI: 10.1016/j.polymeresting.2016.01.011
18. Da Costa Mattos H.S., Peres J.M.A., Melo M.A.C. Ratcheting behavior of elasto-plastic thin-walled pipes under internal pressure and subjected to cyclic axial loading. *Thin-Walled Structures*, 2015, vol. 93, pp. 102-111.
19. Zhu Y., Kang G., Kan Q., Bruhns O.T., Liu Y. Thermo-mechanically coupled cyclic elasto-viscoplastic constitutive model of metals: theory and application, 2016, *International Journal of Plasticity*. DOI: 10.1016/j.ijplas.2015.12.005
20. Halama R., Sedlak J., Fusek M., Poruba Z. Uniaxial and biaxial ratcheting of ST52 steel under variable amplitude loading-experiments and modeling. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 101, pp. 185-193.
21. Gustafson A., Moller M. Experimental and numerical investigation of ratcheting in pressurized equipment. *Procedia Engineering*, 2015, vol. 130, pp. 1233-1245.
22. Stepanova L.V., Igonin S.A. Perturbation method for solving the nonlinear eigenvalue problem arising from fatigue crack growth problem in a damaged medium. *Applied Mathematical Modelling*, 2014, vol. 38, pp. 3436-3455.
23. Stepanova L.V., Igonin S.A. Asimptotika polia napriazhenii u vershiny ustalostnoi treshchiny srede s povrezhdennost'iu: vychislitel'nyi eksperiment i analiticheskoe reshenie [Asymptotics of the

crack-tip stress field of a growing fatigue crack in damaged materials: numerical experiment and analytical solution]. Numerical analysis and Applications, 2015, vol. 8, iss. 2, pp. 168-181.

24. Heidari A., Galishnikova V.V. Analiticheskiy obzor teorem o predel'noy nagruzke i prosposoblyaemosti v uprugoplasticheskom raschete stal'nykh konstruksiy [Analytical review of the theory of limit load and shakedown in the elastic-plastic analysis of steel structures]. *Stroitel'naya mehanika inzhenernykh konstruksiy i sooruzheniy*, 2014, no. 3, pp. 3-18.

25. Klebanov J.M., Kuraeva J.V. Chislennyj analiz prisposoblyaemosti detaley pri tsyklicheskom termomehanicheskom nagruzhenii [Numerical analysis of the adaptability of the details under cyclic thermomechanical loading]. *Problemy mashinostroeniya I nadezhnosti mashin*, 2015, no. 2, pp. 60-68.

26. Klebanov J.M., Aleksandrova M. J. Kontaktnaya prisposoblyaemost' pri kulonovskom trenii uprugih tel [Contact the adaptability of the Coulomb friction elastic bodies]. *Problemy mashinostroeniya I nadezhnosti mashin*, 2012, no. 4, pp. 56-63.

27. Klebanov J.M., Aleksandrova M.J. Issledovanie processa kontaktnoy prisposoblyaemosti pri kulonovskom trenii uprugih tel [Research the adaptability of the contact process in a Coulomb friction elastic bodies]. *Izvestiya Samarskogo Nauchnogo centra Rossijskoy Akademii Nauk*, 2011, no. 4-3(11), pp. 748-752.

28. Abaqus. Primenenie kompleksa v inzhenernykh zadachah [The use of complex engineering problems]. Moskva, *TESIS*, 2010, 100 p.

29. Copper. Brass plate, bar copper, tape, wire. Available at: <http://polias.ru/index/0-16>

30. Bui H.D. Fracture Mechanics: Inverse Problems and Solutions. Berlin, Springer. 2006, 375 p.