

Лурье С.А., Рабинский Л.Н., Соляев Ю.О., Бузник В.М., Лизунова Д.В. Методика численного моделирования механических свойств пористых теплозащитных материалов на основе керамических волокон // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 4. – С. 263–274. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.15

Lurie S.A., Rabinskiy L.N., Solyaev Y.O., Lizunova D.V. Methodology of numerical modelling of mechanical properties of porous heat-shielding material based on ceramic fibers. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. No. 4. Pp. 263–274. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.4.15



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.4.15

УДК 539.3

МЕТОДИКА ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ ПОРИСТЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ КЕРАМИЧЕСКИХ ВОЛОКОН

С.А. Лурье^{1,2}, Л.Н. Рабинский³, Ю.О. Соляев^{1,2}, В.М. Бузник⁴, Д.В. Лизунова³

¹Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия

²Вычислительный центр имени А.А. Дородницына РАН, Москва, Россия

³Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

⁴Всероссийский научно-исследовательский институт авиационных материалов, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 24 августа 2016 г.
Принята: 15 октября 2016 г.
Опубликована: 30 декабря 2016 г.

Ключевые слова:

моделирование, микроструктура, пористая керамика, волокнистые материалы, механические свойства.

АННОТАЦИЯ

Предложена методика прогноза предела прочности и модуля упругости высокопористых керамик, состоящих из волокон или нитевидных кристаллов. Методика основана на прямом численном моделировании микроструктуры материала с использованием метода конечных элементов. Представительные фрагменты материала создаются на основе случайных алгоритмов с учетом заданных размеров, ориентации и объемного содержания волокон. Волокнистая структура представляется в виде системы длинных стержней, моделирующих волокна, и коротких стержней, моделирующих контакты между волокнами. Для рассматриваемых структур предлагается формулировка критерия прочности, в соответствии с которым разрушение материала наступает вследствие нарушения контакта между волокнами. Предложено считать предел прочности контактов волокон неизвестным параметром модели, который следует определять из условия наилучшего соответствия расчетных оценок прочности и данных экспериментальных исследований. На основе анализа напряженного состояния структуры материала под действием механического нагружения даются прогнозы значений эффективной жесткости и прочности при сжатии. В работе проведено исследование повторяемости результатов вычислений при рассмотрении однотипных представительных фрагментов с одинаковыми значениями усредненных характеристик микроструктуры. Проведено исследование сходимости получаемых результатов вычислений при увеличении размера представительного фрагмента. Представлены тестовые результаты моделирова-

© Лурье Сергей Альбертович – доктор технических наук, профессор, e-mail: lurie@ccas.ru

Рабинский Лев Наумович – доктор физико-математических наук, e-mail: f9_dec@mai.ru

Соляев Юрий Олегович – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник, e-mail: yos@iam.ras.ru

Бузник Вячеслав Михайлович – академик РАН, зав. лаб., e-mail: bouznik@ngs.ru

Лизунова Дарья Владимировна – аспирант, e-mail: f9_dec@mai.ru

Sergey A. Lurie – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: lurie@ccas.ru

Lev N. Rabinskiy – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, e-mail: f9_dec@mai.ru

Yury O. Solyaev – PhD in Technical Sciences, Senior Researcher, e-mail: yos@iam.ras.ru

Vyacheslav M. Bouznik – Academician of the Russian Academy of Sciences, Head of Laboratory, e-mail: bouznik@ngs.ru

Darya V. Lizunova – PhD student, e-mail: f9_dec@mai.ru

ния механических свойств волокнистых материалов в зависимости от объемного содержания пористости и ориентации волокон. В работе показано, что для достаточно больших фрагментов (40 мкм и более) предложенная методика позволяет получать стабильные прогнозы механических свойств с относительно небольшим разбросом значений вследствие статистического отличия рассматриваемых фрагментов.

© ПНИПУ

METHODOLOGY OF NUMERICAL MODELLING OF MECHANICAL PROPERTIES OF THE POROUS HEAT-SHIELDING MATERIAL BASED ON CERAMIC FIBERS

S.A. Lurie^{1,2}, L.N. Rabinskii³, Y.O. Solyaev^{1,2}, V.M. Bouznic⁴, D.V. Lizunova³

¹Institute of Applied Mechanics Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation

²Computing Center Russian Academy of Science, Moscow, Russian Federation

³Moscow Aviation Institute, Moscow, Russian Federation

⁴All-russian Scientific Research Institute of Aviation Materials, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 24 August 2016
Accepted: 15 October 2016
Published: 30 December 2016

Keywords:

modelling, microstructure, porous ceramics, fibrous materials, mechanical properties.

ABSTRACT

We propose a method to predict the compression strength and elastic modulus of high porous ceramics based on fibers or whiskers. The method is based on the direct numerical simulation of material microstructure using a finite element approach. The representative volume elements of material samples are created using the random algorithm taking into account the given sample size, fibers mean size and orientation and porosity volume fraction. The fiber structure is assumed to consist of long rods as fibers and short rods as links (contacts) between fibers. For the considered structures we proposed the formulation of the strength criterion, in accordance with which the destruction of the material occurs due to the failure of connections between the fibers. It is proposed to consider the ultimate strength of the fiber contacts as unknown model parameter. Its value should be determined using the fitting of the estimation results to the experimental data. Predicted values of effective stiffness and strength of material are based on the analysis of representative element stress state under mechanical pressure. In this paper, we studied the repeatability of the numerical calculations results for the same type of representative elements with the same average microstructural characteristics. The convergence of the effective properties values with the increasing of the fragments size is also studied. Test results of the mechanical properties modeling of fibrous materials with different porosity and fibers orientation are presented in this article.

© PNRPU

Введение

Волокнистые высокопористые материалы на основе керамических волокон широко применяются для теплозащиты и теплоизоляции элементов конструкций авиакосмической техники [1]. Подобные материалы использовались при создании теплозащитных покрытий многоразовых космических кораблей «Буран», «Спейсшаттл» [2, 3]. В связи с разработкой перспективных высокоскоростных летательных аппаратов к таким материалам в настоящее время предъявляются повышенные требования по теплозащитным свойствам, прочности, низкой плотности. Для создания материалов с оптимальным комплексом свойств проводятся как экспериментальные, так и теоретические исследования (см., например, [4–10]). В настоящее время для волокнистых теплозащитных материалов используются модели прогноза теплофизических свойств, позволяющие получать аналитические [6, 7] и численные оценки [10]. Однако, как отмечается в отечественных [1, 5] и зарубежных [8, 9] работах, механические свойства теплозащитных материалов на основе керамических волокон также являются их важной эксплуатационной характеристикой. В настоящей работе рассматриваются вопросы моделирования и прогноза характеристик жесткости и прочности высокопористых материалов, которые могут быть образованы керамическими волокнами или нитевидными кристаллами оксида алюминия, нитрида кремния, муллита, оксида циркония и др. (рис. 1).

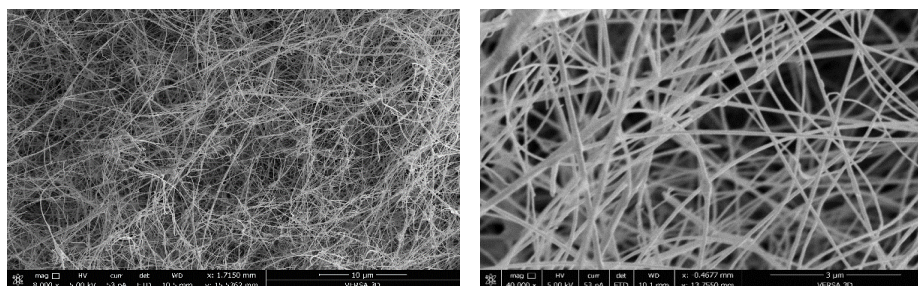


Рис. 1. Волокнистая высокопористая структура, образованная волокнами альфа-фазы нитрида кремния

Fig. 1. Fibrous high porous structure formed with alpha-phase fibers of silicon nitride

Волокнистые материалы на основе керамических волокон обладают сложной хаотичной структурой, которая характеризуется следующими основными параметрами: объемное содержание пористости, диаметр и длина волокон (или распределение по размерам), средний угол ориентации волокон, объемное содержание связующего, обеспечивающего прочный контакт между волокнами, и среднее расстояние между волокнами, или средний размер пор. Указанные параметры могут напрямую или косвенно контролироваться выбором технологических режимов изготовления материала, и они оказывают существенное влияние на его макроскопические физические свойства [1, 6, 11].

Для моделирования и прогноза физических свойств керамических высокопористых материалов в настоящее время применяются различные техники, основанные на аналитических и численных методах теплофизики и механики композиционных материалов [6, 7, 10–14]. Ряд прикладных моделей для оценки теплофизических и механических свойств пористых керамик представлен соответственно в работах [11] и [12]. Для оценки механических свойств высокопористых керамик, представляющих собой пространственный «каркас» из волокон или нитевидных кристаллов, широко применяются численные методы расчета, основанные на применении метода конечных элементов при моделировании реалистичных представительных фрагментов волокнистых структур [13, 14]. Известны также аналитические решения, построенные путем анализа простых представительных фрагментов керамик ячеистой структуры. В результате получены аналитические оценки эффективных механических свойств [15].

В настоящей работе предлагается методика прогноза эффективного модуля упругости и прочности при сжатии волокнистых высокопористых материалов, основанная на численном моделировании реалистичных представительных фрагментов, генерируемых с использованием статистических алгоритмов. Расчет проводится методом конечных элементов, а эффективные свойства материала определяются на основе анализа механического поведения представительного фрагмента под нагрузкой. Принципиальным отличием проводимых расчетов от аналогов (например, [14]) является методика оценки прочности, основанная на предположении о том, что прочность волокнистых высокопористых материалов определяется критическим значением средних напряжений в области контактов волокон. Дополнительно отметим, что в отличие от других исследований (см. например, [13, 14]) в данной работе исследуются высокопористые структуры, т.е. представительные фрагменты характеризуются высокой пористостью – более 80 %. Дается прогноз изменения механических свойств волокнистых высокопористых материалов при изменении значений параметров, характеризующих их структуру, проводится оценка стабильности получаемых результатов численных расчетов в отношении механических свойств, найденных для различных размеров представительных фрагментов.

1. Методика моделирования

Предлагаемая методика включает в себя три основных этапа моделирования. На первом этапе создается трехмерная модель представительного фрагмента материала с заданными характеристиками объемного содержания пористости, геометрии и ориентации волокон. На втором этапе модель передается в систему Ansys, где проводится численное моделирование поведения представительного фрагмента под нагрузкой. На третьем этапе результаты численного расчета обрабатываются и усредняются по объему представительного фрагмента для получения оценки эффективной жесткости и прочности материала.

Для генерации трехмерных моделей используется система Digimat. Эта система предназначена для моделирования эффективных физико-механических свойств композиционных материалов на основе различных аналитических и численных методов. В данной работе используется модуль Digimat-FE, который позволяет строить трехмерные модели неоднородных материалов со сложной структурой. При создании представительных фрагментов волокнистый высокопористый материал представляется в виде композита, в котором матрица имеет нулевую жесткость (пустоты), а включениями – волокна. Для моделирования волокон в системе Digimat могут использоваться включения в форме цилиндров, сфероцилиндров или стержней, которые могут иметь прямолинейную или искривленную форму. Для рассматриваемых волокнистых структур принимается, что включения являются прямолинейными стержнями (одномерные элементы типа «beam»). Модели высокопористого материала, создаваемые с использованием такого типа включений, генерируются за минимальное время, ибо они содержат набор прямолинейных стержней-волокон с присвоенным значением диаметра соответствующего волокна. Для таких моделей не требуется проводить сложную обработку геометрии, и поэтому они строятся очень быстро (за несколько минут, по сравнению с несколькими часами, которые программа может затратить на построение представительных фрагментов из других типов включений). На рис. 2 приведены примеры представительных фрагментов, созданных с использованием включений-волокон в виде прямолинейных цилиндров и стержней. Здесь построены модели структуры, содержащей 95 % пор, длина волокон – 100 мкм, диаметр – 1 мкм, размер граней представительных фрагментов 40 мкм.

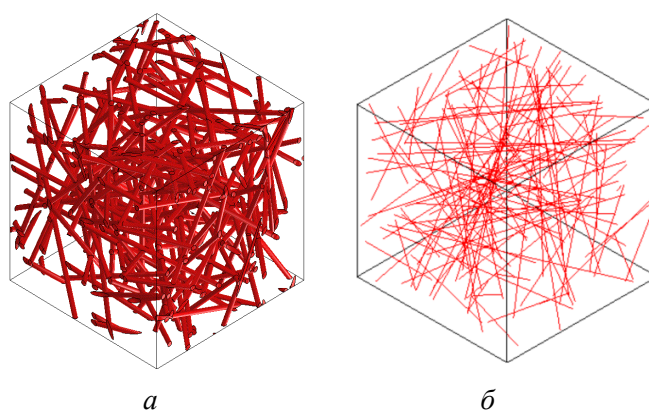


Рис. 2. Примеры представительных фрагментов волокнистых структур, генерируемых в системе Digimat с использованием включений в виде прямолинейных цилиндров (а) и одномерных элементов-стержней (б)
Fig. 2. Examples of representative fragments of fibrous structures generated in Digimat system using inclusions in the form of straight-lined cylinder (a) and one-dimensional elements, i.e. rods (b)

Для построения представительного фрагмента волокнистого материала в системе Digimat-FE необходимо задать следующие микроструктурные параметры: относительное объемное содержание волокон, их диаметр, длину и ориентацию. Необходимо выбрать размер и форму представительного фрагмента. В дальнейших расчетах будем использовать фрагменты только кубической формы с размером граней d . Ориентация волокон является неизменной и может считаться равновероятной во всех направлениях (изотропное распределение) либо равновероятной в заданной плоскости (для случая трансверсальной изотропии) или определяться тензором, компоненты которого задают вероятность ориентации волокон в различных направлениях. В результате работы системы создается представительный фрагмент (рис. 2, б), который удовлетворяет введенным исходным требованиям к параметрам микроструктуры.

Для проведения механических расчетов построенной волокнистой структуры предложено вводить дополнительные связи, моделирующие контакт волокон друг с другом. Для этого представительные фрагменты, генерируемые с использованием специально разработанного программного кода в автоматическом режиме, дополняются наборами коротких стержней, соединяющих волокна в точках их пересечения (в точках, где расстояние между двумя волокнами достигает минимума и не превышает диаметра одного волокна). Диаметр этих стержней предполагается равным диаметру волокон, а их жесткость и прочность являются неизвестными параметрами модели. Модифицированный таким образом представительный фрагмент передается в систему Ansys в виде элементов типа 3D Curve с круговым поперечным сечением, диаметр которого соответствует диаметру волокон в структуре материала. Далее в автоматическом режиме создается конечно-элементное разбиение (рис. 3, а), задаются свойства материалов стержней-волокон и стержней-контактов и устанавливаются граничные условия.

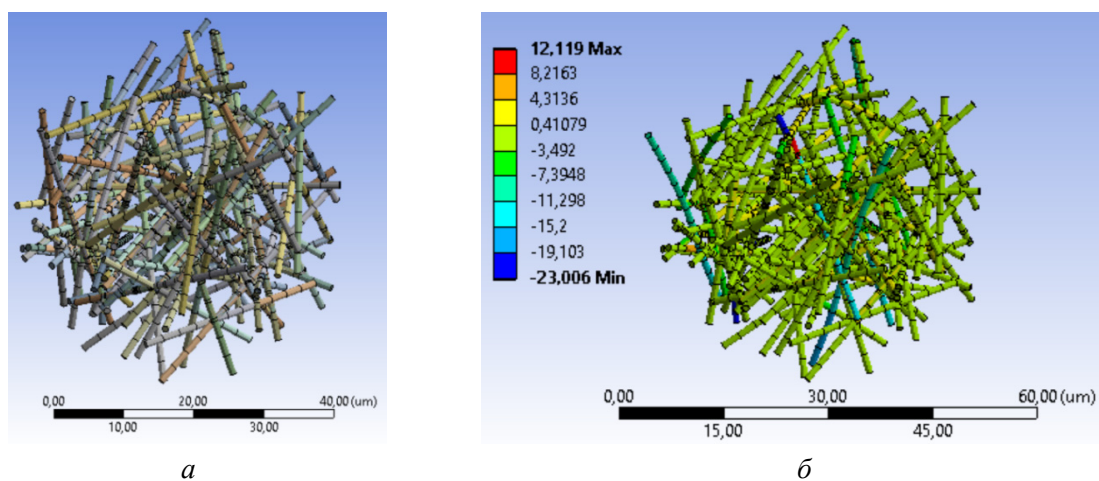


Рис. 3. Пример конечно-элементной модели (а) и результатов расчета напряженного состояния (б) представительного фрагмента волокнистого высокопористого материала (объемное содержание пор 90 %, длина волокон 100 мкм, диаметр 1 мкм, ориентация волокон изотропная, размер представительного фрагмента 40 мкм)

Fig. 3. Example of finite-element model (a) and computation results of stress state (b) of a representative fragment of fibrous high-porous material (pore volume is 90 %, fiber length is 100 mm, diameter is 1 micron, has an isotropic fiber orientation, the size of the representative fragment is 40 microns)

Для моделирования механических свойств материала задается однородная деформация в отношении одной из осей прямоугольного фрагмента. Для этого вводится взаимное смещение Δu_i двух противоположных граней фрагмента, и тем самым задается смещение концов

волокон, которые принадлежат данным граням. В результате конечно-элементного расчета определяется напряженно-деформированное состояние волокон и контактов (рис. 3, б). Расчет проводится в предположении квазистатического нагружения, в постановке, учитывающей конечность деформаций. Полученные данные используются для определения жесткости и прочности материала. Модуль упругости в заданном направлении определяется по формуле

$$E_i = \sigma_i / \varepsilon_i = P_i / (\Delta u_i d), \quad (i = 1, 2, 3). \quad (1)$$

Здесь индекс $i = 1, 2, 3$ определяет направление сжимающей нагрузки, так как в общем случае материал может быть анизотропным; $\sigma_i = P_i / d^2$ – напряжения сжатия, действующие во фрагменте при сжатии вдоль оси; P_i – реакция, возникающая на смещенной поверхности представительного фрагмента (определяется из численного расчета, как сумма проекций реакций, действующих в концевых точках волокон, на выделенное направление); $\varepsilon_i = \Delta u_i / d$ – деформация сжатия, возникающая в представительном фрагменте.

Для оценки прочности материала предлагается критерий, основанный на идее о том, что разрушение волокнистых высокопористых материалов определяется прочностью контактов между волокнами. Для этого вычисляются осредненные значения максимальных растягивающих напряжений $\bar{\sigma}$ в дополнительных стержнях, моделирующих контакты между волокнами, и определяется нагрузка, при которой эти напряжения превышают предел прочности контактов $\sigma_{в,к}$. Растягивающие напряжения вычисляются с учетом растяжения и изгиба стержней-контактов (Maximum Combine Stress). Усреднение проводится по всем стержням-контактам, входящим в модель. Прочность контактов $\sigma_{в,к}$ является свободным параметром модели и должна определяться на основании экспериментальных данных. Для оценки предела прочности материала (эффективного предела прочности для представительного фрагмента) в i -ом направлении предлагается использовать следующее выражение:

$$\sigma_{вi} = \left(P_i / d^2 \right)_{\bar{\sigma} = \sigma_{в,к}}, \quad (i = 1, 2, 3). \quad (2)$$

Соотношение (2) определяет эффективный предел прочности материала как отношение заданной нагрузки, деленной на площадь поперечного сечения представительного фрагмента, при условии, что средние напряжения в контактах равны пределу прочности контактов.

Для проводимых численных расчетов на реалистичных представительных фрагментах в статье осуществляется проверка повторяемости результатов вычислений при рассмотрении однотипных фрагментов, сгенерированных статистически с использованием одинаковых исходных микроструктурных параметров. Проверяется сходимость результатов вычислений при увеличении размера представительного фрагмента. В качестве окончательных результатов для эффективных механических характеристик предлагается принимать значения механических характеристик, усредненные по всем результатам вычислений для однотипных фрагментов. При этом повторяемость характеризуется разбросом прогнозируемых значений механических характеристик, вычисляемым для различных размеров представительного фрагмента, создаваемого статистически.

Сходимость результатов расчетов в рассматриваемом случае определяется размером представительного фрагмента, при котором рассчитываемая характеристика становится

близкой к соответствующему асимптотическому значению (см. рис. 4). Показывается, что для исключения численных и статистических погрешностей следует проводить вычисления на достаточно больших представительных фрагментах.

2. Результаты расчетов

Для проведения тестовых численных расчетов рассмотрим волокнистый материал на основе керамических волокон, модуль упругости которых составляет 300 ГПа. Будем считать, что жесткость контактов между волокнами равна собственной жесткости волокон. Будем рассматривать структуры, состоящие из волокон толщиной 1 мкм и длиной 100 мкм.

В первую очередь необходимо подтвердить сходимость результатов прогнозов при увеличении рассматриваемых представительных фрагментов. На рис. 4 представлена зависимость идентифицируемого модуля упругости материала и средних напряжений в контактах $\bar{\sigma}$ от размера представительного фрагмента. Примеры фрагментов различного размера представлены на рис. 5. Средние напряжения $\bar{\sigma}$ вычислялись при деформации сжатия фрагмента, равной 0,25 %. Расчеты проводились для структуры с объемным содержанием пор 90 % и с хаотичной ориентацией волокон. Было исследовано по три фрагмента каждого размера для оценки повторяемости результатов численных расчетов. Из рисунка видно, что для фрагментов с размером грани более 35 мкм методика позволяет получать достаточно стабильные значения механических характеристик, которые не зависят от случайных погрешностей, возникающих при рассмотрении статистически генерируемой геометрии моделей. Проведенные расчеты (см. рис. 4) показывают, что существует такой размер представительного фрагмента, при котором обеспечивается стабильность прогнозируемого значения предельных средних напряжений в области контактов волокон, а следовательно, и стабильность значения эффективного предела прочности высокопористого материала. Анализ результатов, представленных на рис. 4, показывает, что для обеспечения стабильности вычисляемых характеристик достаточно принять размер представительного фрагмента равным 40 мкм.

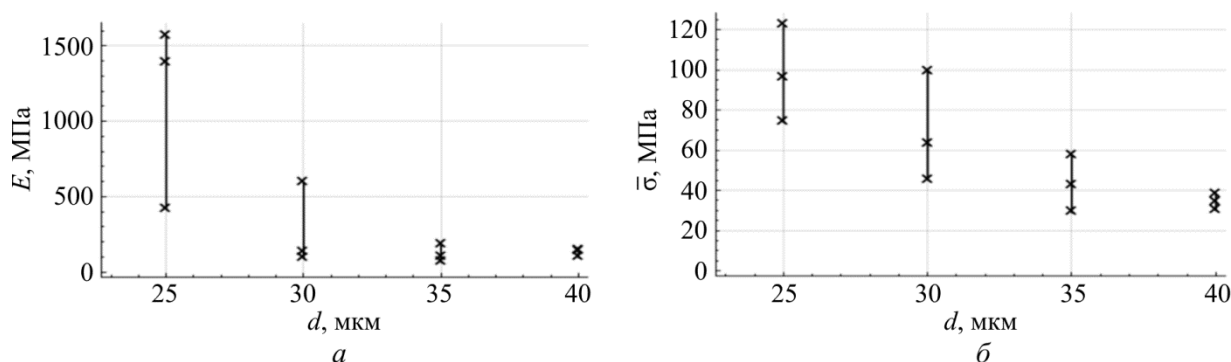


Рис. 4. Влияние размера представительного фрагмента на идентифицируемые механические свойства материала. Модуль упругости (а) и средние напряжения, действующие в области контакта волокон (б) (точки – результаты численных расчетов, пористость 90 %, ориентация волокон – изотропная)
 Fig.4. Influence of the representative fragment size on the identified material properties. Elasticity module (a) and mean stresses acting in the area of fibers contacts (b). Dots show results of numerical computations. The porosity is 90 %.
 Fibers have an isotropic orientation

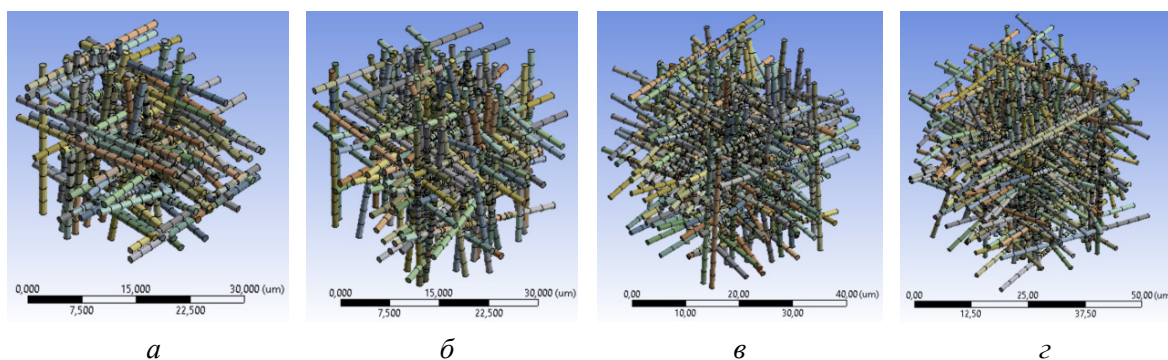


Рис. 5. Конечно-элементные модели представительных фрагментов волокнистых высокопористых материалов с различным размером граней: *a* – 25 мкм; *б* – 30 мкм; *в* – 35 мкм; *г* – 40 мкм

Fig. 5. Finite-element models of representative fragments of fiber high-porous materials with different size planes: *a* – is 25 micron; *b* – is 30 micron; *c* – is 35 micron; *d* – is 40 micron

Далее дается прогноз изменения модуля упругости и прочности материала в зависимости от объемного содержания пористости и ориентации волокон. Для идентификации неизвестного параметра модели – предела прочности контактов – будем использовать известное из экспериментов типичное значение предела прочности волокнистых высокопористых керамик $\sigma_b = 0,5$ МПа (для материалов с хаотичной ориентацией волокон и пористостью 90 %). Анализ численных расчетов с использованием формулы (2) показывает, что в данном случае прочность контактов должна быть достаточно высокой $\sigma_{b,k} = 24$ МПа.

На рис. 6 представлена зависимость модуля упругости и прочности материала с изотропной (хаотичной) ориентацией волокон при изменении содержания пористости в пределах 85–95 %. При увеличении пористости происходит уменьшение механических характеристик. Окончательный расчет проводился на представительных фрагментах размером 40 мкм. Предварительный анализ показал, что разброс результатов расчетов для однотипных фрагментов оказывается достаточно небольшим и сопоставим с типичной экспериментальной погрешностью измерений для исследуемых материалов. При увеличении размеров представительных фрагментов (и, соответственно, времени расчета), этот разброс значений может быть уменьшен.

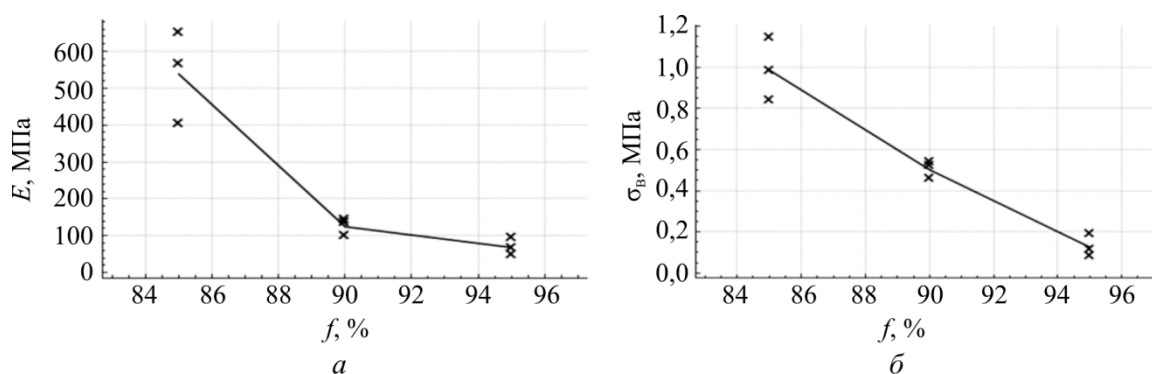


Рис. 6. Зависимость модуля упругости (*a*) и предела прочности при сжатии (*б*) волокнистого материала от объемного содержания пористости (ориентация волокон – изотропная, размер представительного фрагмента 40 мкм)

Fig. 6. Dependence between elastic moduli (*a*), compression resistance (*b*) of fiber material and volume content of porosity. An isotropic fiber orientation, the size of the representative fragment is 40 micron

На рис. 7 показана зависимость механических свойств от среднего угла ориентации волокон относительно горизонтальной плоскости для материала с содержанием пористости 95 %. В данном случае горизонтальная плоскость является плоскостью изотропии, а нормаль к ней – выделенное направление. При наличии такой упорядоченности в ориентации волокон материал становится трансверсально-изотропным, его свойства в плоскости изотропии и в направлении нормали к ней – различны. При увеличении угла наклона волокон к горизонтальной плоскости происходит соответственно повышение механических свойств в направлении нормали и снижение свойств в плоскости.

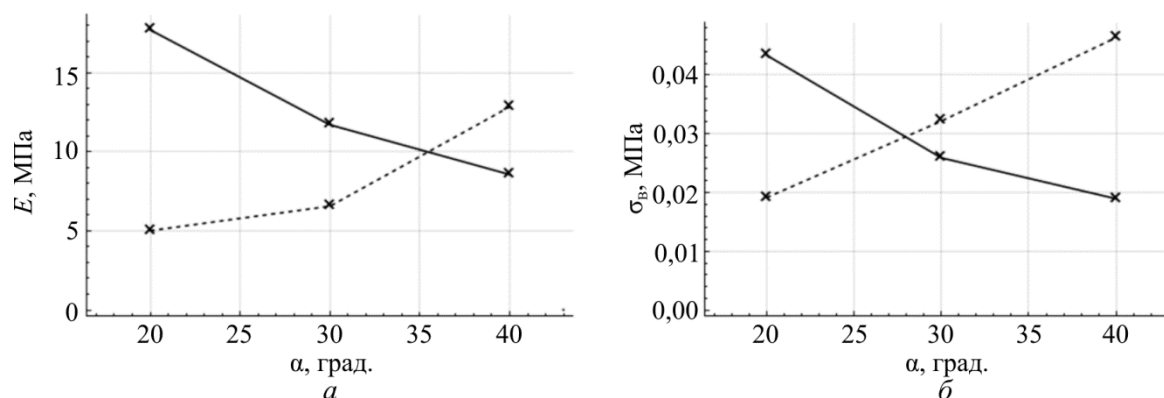


Рис. 7. Зависимость модуля упругости (а) и предела прочности при сжатии (б) волокнистого материала от среднего угла ориентации волокон относительно горизонтальной плоскости (сплошная линия – механические характеристики в плоскости изотропии, пунктир – механические характеристики в направлении нормали)

Fig. 7. Dependence between elastic moduli (a), compression resistance (b) of fiber material and a mean angle of fiber orientation with regard to the horizontal. The solid line shows mechanical characteristics in the isotropic plane, the dotted line shows mechanical characteristics in the normal direction

Необходимо отметить, что предложенная методика моделирования, как и её аналоги [14], не позволяет учесть влияние диаметра волокон на эффективные свойства материала. Генерируемые модели структур с различным диаметром волокон будут подобны друг другу (с точностью до статистической ошибки) при выборе представительных фрагментов соответствующего размера. Поэтому для учета размерных эффектов при моделировании таких материалов, вероятно, следует привлекать неклассические модели балок и стержней, построенные, например, в рамках градиентной теории упругости [16–18]. Весьма перспективными при учете масштабных эффектов в задачах теплопроводности и термоупругости для рассматриваемых пористых систем могут оказаться модели, учитывающие свойства интерфейса элементов пористых структур [19, 20].

Заключение

1. Предложена методика моделирования предела прочности и модуля упругости волокнистых высокопористых материалов, основанная на представлении волокнистой структуры материала в виде стержневой системы, в которой стержнями моделируются как сами волокна, так и контакты между ними. Показано, что методика позволяет получать стабильный прогноз механических свойств при рассмотрении представительных фрагментов достаточно большого размера.

2. Проведено численное моделирование зависимости модуля упругости и предела прочности высокопористой керамики от объемного содержания пористости с учетом ориентации волокон. Полученные результаты качественно соответствуют типичным зависимостям, известным из экспериментальных исследований.

3. Разработанный алгоритм численного моделирования предлагается использовать не только для расчета механических свойств статистически-генерируемой геометрии представительных фрагментов, но также для оценки свойств реальных представительных фрагментов волокнистых материалов, модели которых могут быть получены методами микротомографии. В частности, предложенные в работе требования к минимальному размеру представительного фрагмента скорее всего будут сохраняться и при обработке трехмерных моделей или микроснимков реальных материалов.

Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект № 14-33-00032).

Библиографический список

1. Щетанов Б.В., Ивахненко Ю.А., Бабашов В.Г. Теплозащитные материалы // Российский химический журнал. – 2010. – Т. 54, № 1. – С. 12–19.
2. Каблов Е.Н. Доспехи для «Бурана» // Материалы и технологии ВИАМ для МКС «Энергия-Буран». – М.: Наука и Жизнь, 2013. – С. 172.
3. Green D.J. Nondestructive Evaluation of Low Density Fibrous Ceramics // In D.O. Thompson & D.E. Chimenti (Eds.), Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation. – Boston, MA: Springer US, 1983. – Vol. 2A. – P. 651–661. DOI: 10.1007/978-1-4613-3706-5_43
4. Бабашов В.Г. Некоторые применения теплоизоляционных материалов в машиностроении // Глобальный научный потенциал. – 2015. – № 1 (46). – С. 67–70.
5. Бабашов В.Г., Варрик Н.М. Высокотемпературный гибкий волокнистый теплоизоляционный материал // Труды ВИАМ. – 2015. – № 1. – С. 3.
6. Алифанов О.М., Черепанов В.В. Математическое моделирование высокопористых волокнистых материалов и определение их физических свойств // Теплофизика высоких температур. – 2009. – Т. 47, № 3. – С. 463–472. DOI: 10.1134/S0018151X09030183
7. Экспериментально-теоретическое исследование процессов теплообмена в высокопористых материалах / О.М. Алифанов, С.А. Будник, А.В. Ненарокомов, В.В. Черепанов // Тепловые процессы в технике. – 2011. – № 2. – С. 53–65.
8. Effect of temperature on the mechanical behavior of mullite fibrous ceramics with a 3D skeleton structure prepared by molding method / X. Dong, G. Sui, Z. Yun, M. Wang, A. Guo, J. Zhang, J. Liu // Materials & Design. – 2016. – Vol. 90 – P. 942–948. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.11.043
9. Thermal and mechanical properties of fibrous zirconia ceramics with ultra-high porosity / J. Sun, Z. Hu, J. Li, H. Zhang, G.G. Sun // Ceramics International. – 2014. – Vol. 40. – P. 11787–11793. DOI: 10.1016/j.ceramint.2014.04.008
10. Nima N., Alexandre M. Three dimensional radiative heat transfer model for the evaluation of the anisotropic effective conductivity of fibrous materials // Int. J. Heat Mass Transf. – 2014. – Vol. 83. DOI:10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER
11. Дульнев Г.Н., Заричняк Г.Н. Теплопроводность смесей и композиционных материалов // Справочная книга. – Л.: Энергия, 1974. – С. 263.
12. Керамика для машиностроения / А.П. Гаршин, В.М. Гропянов, Г.П. Зайцев, С.С. Семёнов. – М.: Научтехлитиздат, 2003. – С. 384.

13. Finite element analysis on tensile behaviour of 3D random fibrous materials / Q. Liu, Z. Lu, Z. Hu, J. Li // Model description and meso-level approach. *Materials Science and Engineering*. – 2013. – Vol. 587. – P. 36–45. DOI: 10.1016/j.msea.2013.07.087
14. Experiment and modeling on the compressive behaviors for porous silicon nitride ceramics / Z. Lu, Q. Liu, H. Han, D. Zhang // *Materials Science and Engineering*. – 2013. – Vol. 559. – P. 201–209. DOI:10.1016/j.msea.2012.08.081
15. Scheffler M., Colombo P. *Cellular Ceramics // Structure, Manufacturing, Properties and Applications*. – N.Y.: Wiley, 2005. – P. 670. DOI: 10.1002/3527606696
16. Refined gradient theory of scale-dependent superthin rods / S.A. Lurie, E.L. Kuznetsova, L.N. Rabinskii, E.I. Popova // *Mechanics of Solids*. – 2015. – Vol. 50 (2). – P. 135–146. DOI: 10.3103/S002565441502003X
17. Multiscale modelling of aluminium-based metal-matrix composites with oxide nanoinclusions / S. Lurie, D. Volkov-Bogorodskiy, Y. Solyaev, R. Rizhanov, L. Agureev // *Computational Materials Science*. – 2016. – P. 62–73. DOI: 10.1016/j.commatsci.2015.12.034
18. Lurie S.A., Solyaev Y.O. Identification method of gradient models parameters of inhomogeneous structures based on discrete atomistic simulations // *PNRPU Mechanics Bulletin*. – 2014. – P. 89–112. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.06
19. A four-phase confocal elliptical cylinder model for predicting the effective thermal conductivity of coated fibre composites / C.P. Jiang, F.L. Chen, P. Yan, F. Song // *Philosophical Magazine*. – 2010. – P. 3601–3615. DOI: 10.1080/14786435.2010.491806
20. Lee J.K., Kim J.G. Governing equations for effective thermal conductivity of composites with coated short fibers // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. – 2013. – Vol. 67. – P. 654–658. DOI: 10.1016/J.IJHEATMASSTRANSFER.2013.08.075

References

1. Shchetanov B.V., Ivakhnenko I.A., Babashov V.G. Teplozashchitnye materialy [Heat-shielding materials]. *Rossiiskii khimicheskii zhurnal*, vol. 54, 2010, no. 1, pp. 12-19.
2. Kablov. M.N. Dospekhi dlia Burana. Materialy i tekhnologii VIAM dlia MKS "Energiia-Buran" [Armor for Burana. Materials and technologies VIAM ISS "Energiia-Buran"]. Moskow: Nauka i zhizn', 2013. 172 p.
3. Green D. J. Nondestructive Evaluation of Low Density Fibrous Ceramics. *Review of Progress in Quantitative Nondestructive Evaluation*. Boston: Springer US, 1983, vol. 2A, pp. 651–661. DOI: 10.1007/978-1-4613-3706-5_43
4. Babashov V.G. Nekotorye primeneniia teploizolatsionnykh materialov v mashinostroenii [Some applications of thermal insulation materials in mechanical engineering]. *Global'nyi nauchnyi potentsial*, 2015, no. 1 (46), pp. 67-70.
5. Babashov V.G., Varrik N.M. Vysokotemperaturnyi gibkii voloknistyi teploizolatsionnyi material [High-flexible fibrous insulation material]. *Trudy Vserossiiskogo instituta aviatsionnykh materialov*, 2015, no. 1, pp. 3.
6. Alifanov O.M., Cherepanov V.V. Matematicheskoe modelirovanie vysokoporistykh voloknistykh materialov i opredelenie ikh fizicheskikh svoistv [Mathematical simulation of high-porosity fibrous materials and determination of their physical properties]. *High Temperature*, 2009, vol. 47. no. 3, pp. 438-447. DOI: 10.1134/S0018151X09030183
7. Alifanov O.M., Budnik S.A., Nenarokomov A.V., Cherepanov V.V. Eksperimental'no-teoreticheskoe issledovanie protsessov teploobmena v vysokoporistykh materialakh [Experimental and theoretical study of heat transfer processes in highly porous materials]. *Teplovyie protsessy v tekhnike*, 2011, no. 2, pp. 53-65.

8. Dong X., Sui G., Yun Z., Wang M., Guo A., Zhang J., Liu J. Effect of temperature on the mechanical behavior of mullite fibrous ceramics with a 3D skeleton structure prepared by molding method, *Materials & Desig*, 2016, vol. 90, pp. 942-948. DOI: 10.1016/j.matdes.2015.11.043
9. Sun J., Hu Z., Li J., Zhang H., Sun C.C., Thermal and mechanical properties of fibrous zirconia ceramics with ultra-high porosity, *Ceramics International*, Is. 8, Part A, 2014, vol. 40, pp. 11787-11793. DOI: 10.1016/j.ceramint.2014.04.008
10. Nima N., Alexandre M., Three dimensional radiative heat transfer model for the evaluation of the anisotropic effective conductivity of fibrous materials, *Int. J. Heat Mass Transf*, 2015, vol. 83, pp. 629-635. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2014.12.041
11. Dul'nev G.N., Zarichniak Iu.P. Teploprovodnost' smesei i kompozitsionnykh materialov [Thermal conductivity of composite materials and mixtures]. Leningrad: Energiia, 1974, pp. 263.
12. Garshin A.P., Gropianov V.M., Zaitsev G.P., Semenov S.S. Keramika dlia mashinostroeniia [Ceramics for engineering]. Moskow: Nauchtekhlitizdat, 2003, p. 384.
13. Liu Q., Lu Z., Hu Z., Li J. Finite element analysis on tensile behaviour of 3D random fibrous materials: Model description and meso-level approach, *Materials Science and Engineering*, 2013, vol. 587, pp. 36-45 DOI: 10.1016/j.msea.2013.07.087
14. Lu Z., Liu Q., Han H., Zhang D. Experiment and modeling on the compressive behaviors for porous silicon nitride ceramics, *Materials Science and Engineering*, 2013, vol. 559, pp. 201-209. DOI: 10.1016/j.msea.2012.08.081
15. Scheffler M., Colombo P. Cellular Ceramics: Structure, Manufacturing, Properties and Applications. NY: Wiley, 2005, pp. 670. DOI: 10.1002/3527606696
16. Lurie S. A., Kuznetsova E. L., Rabinskii L. N., Popova E. I. Refined gradient theory of scale-dependent superthin rods. *Mechanics of Solids*, 2015. vol. 50(2), pp. 135-146. DOI: 10.3103/S002565441502003X
17. Lurie S., Volkov-Bogorodskiy D., Solyaev Y., Rizahanov R., Agureev L. Multiscale modelling of aluminium-based metal-matrix composites with oxide nano-inclusions *Computational Materials Science*, 2016, pp. 62-73. DOI:10.1016/j.commatsci.2015.12.034
18. Lurie S.A., Solyaev Y.O. Identification method of gradient models parameters of inhomogeneous structures based on discrete atomistic simulations. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2014, pp. 89-112. DOI:10.15593/perm.mech/2014.3.06
19. Jiang C.P., Chen F.L., Yan P., Song F. A four-phase confocal elliptical cylinder model for predicting the effective thermal conductivity of coated fibre composites. *Philosophical Magazine*, 90, 2010, pp. 3601-3615. DOI:10.1080/14786435.2010.491806.
20. Lee J.K., Kim J.G. Governing equations for effective thermal conductivity of composites with coated short fibers. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, vol. 67, 2013, pp. 654-658. DOI:10.1016/j.ijheatmasstransfer.2013.08.075.