



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2016.3.18

УДК 539.3

## ОЦЕНКА РЕСУРСНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЖАРОПРОЧНЫХ СПЛАВОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ ТЕРМОМЕХАНИЧЕСКОМ НАГРУЖЕНИИ

И.А. Волков<sup>1</sup>, Л.А. Игумнов<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Волжский государственный университет водного транспорта, Нижний Новгород, Россия

<sup>2</sup>Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского

Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 30 июня 2016 г.

Принята: 27 сентября 2016 г.

Опубликована: 30 сентября 2016 г.

#### Ключевые слова:

моделирование, пластичность, термоциклическая прочность, сложное деформирование, напряжённо-деформированное состояние, механика повреждённой среды, усталостная долговечность, прочность, разрушение, ресурс

### АННОТАЦИЯ

Обсуждается проблема оценки прочности и ресурса ответственных инженерных объектов, эксплуатационные свойства которых характеризуются многопараметрическими нестационарными термомеханическими воздействиями. Рассмотрены основные деградационные механизмы конструкционных материалов (металлов и их сплавов), характерные для данных объектов. Сформулированы основные требования к математическим моделям накопления усталостных повреждений.

Рассматриваются основные физические закономерности сложного термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при различных режимах комбинированного термомеханического нагружения и их основные отличия от изотермических усталостных процессов.

С современных позиций механики повреждённой среды (МПС) развита математическая модель, описывающая процессы циклического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных сплавах при многоосных непропорциональных путях комбинированного термомеханического нагружения. Модель МПС состоит из трёх взаимосвязанных частей определяющих соотношений термопластичности с учётом их зависимости от процесса разрушения, эволюционных уравнений накопления усталостных повреждений и критерия прочности повреждённого материала.

Показано, что при известных параметрах уравнений циклической термопластичности по одной экспериментальной точке на усталостной кривой определяются параметры эволюционных уравнений накопления повреждений, с помощью которых кривые малоциклового усталости для различных сложных траекторий деформирования восстанавливаются с высокой точностью расчётным путём.

Приводятся результаты численного моделирования циклического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в жаропрочных сплавах (Наупес188) при комбинированном термомеханическом нагружении. Особое внимание уделяется вопросам моделирования процессов циклического термопластического деформирования и накопления усталостных повреждений для сложных процессов деформирования, сопровождающихся вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

© ПНИПУ

© Волков Иван Андреевич – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Игумнов Леонид Александрович – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: igumnov@mech.unn.ru

Ivan A. Volkov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: pmptmvgavt@yandex.ru

Leonid A. Igumnov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: igumnov@mech.unn.ru

## EVALUATION OF SERVICE LIFE OF HEAT-RESISTANT ALLOYS UNDER CYCLIC THERMOMECHANICAL LOADING

I.A. Volkov<sup>1</sup>, L.A. Igumnov<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Volga State University of Water Transport, Nizhny Novgorod, Russian Federation

<sup>2</sup>Research Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation

---

### ARTICLE INFO

Received: 30 June 2016  
Accepted: 27 September 2016  
Published: 30 September 2016

#### Keywords:

modeling, plasticity, thermal cyclic strength, complex deformation, stress-strain state, mechanics of damaged media, fatigue life, strength, failure, lifetime

### ABSTRACT

The problem of evaluating strength and service life of critical engineering facilities, whose operating properties are characterized by multi-parametric non-stationary thermomechanical effects is discussed in the paper. The main degradation mechanisms of structural materials (metals and alloys) specific to these objects are considered. The main requirements to the mathematical models of fatigue damage accumulation are formulated.

The basic physical laws of complex thermoplastic deformation and fatigue damage accumulation in structural materials (metals and their alloys) for various modes of combined thermomechanical loading and their main difference from isothermal fatigue processes are considered.

In the modern mechanics of damaged media (MDM), a mathematical model is developed which describes the processes of thermoplastic cyclic deformation and fatigue damage accumulation in structural alloys under multiaxial disproportionate modes of combined thermomechanical loading. A MDM model consists of three interrelated parts: defining relations of thermal plasticity accounting for their dependence on failure process, evolution equations of fatigue damage accumulation and a strength criterion of damaged material.

It is shown that for certain parameters of equations of cyclic thermal plasticity, using a single point on the experimental fatigue curve, the parameters of evolution equations of damage accumulation can be determined which are used for a high-accuracy computational reconstruction of low-cycle fatigue curves for various complex deformation trajectories.

The results of numerical modeling of thermoplastic cyclic deformation and fatigue damage accumulation in heat-resistant alloys (Haynes188) under combined thermomechanical loading are presented. Particular attention is paid to the issues of modeling the process of thermoplastic cyclic deformation and fatigue damage accumulation for complex processes of deformation accompanied by the rotation of the main sites of stress and strain tensors.

© PNRPU

---

## Введение

Тенденция развития конструкций и аппаратов современного машиностроения характеризуется усложнением рабочих режимов, снижением металлоемкости за счет оптимального проектирования и применения новых высокопрочных материалов, а также значительным ростом удельного веса нестационарного нагружения. Возрастают требования к надежности и длительности безаварийной эксплуатации как конструкций в целом, так и отдельных её элементов. Все это приводит к актуальности соответствующих задач надежной оценки ресурса. Особенно эта задача актуальна для объектов, срок службы которых составляет несколько десятков лет (атомные энергетические установки, авиационные газотурбинные двигатели, ракетные двигатели и др.). Как правило, эксплуатационные условия работы таких конструкций и аппаратов современной техники характеризуются многопараметрическими нестационарными термосиловыми нагрузками, воздействиями внешних полей, приводящими к деградации начальных прочностных свойств конструкционных материалов и в конечном счете истощению ресурса материала конструктивных узлов объекта [1–6].

Для элементов конструкций, работающих при нестационарном термомеханическом нагружении, основным деградационным механизмом конструкционных материалов (металлов и их сплавов) является механизм накопления усталостных повреждений, включающий: многоцикловую усталость (МнЦУ) при квазиупругой работе материала, соответ-

ствующую долговечностям  $10^5 - 10^9$  циклов при симметричном одноосном циклическом нагружении; малоцикловую усталость (МЦУ) при нестационарном термопластическом деформировании материала, соответствующую долговечностям, меньшим  $10^4$  циклов при симметричном одноосном циклическом нагружении; переходную область, соответствующую долговечностям  $10^4 - 10^5$  циклов, где одновременно действуют оба механизма деградации материала [1–3].

Особенностью работы элементов конструкций, разрушающихся в результате МЦУ, является нестационарность теплового и силового нагружения, которая определяет в местах концентрации напряжений циклический характер процесса термопластического деформирования материала, сопровождающийся выдержками различной длительности при различных уровнях напряжений и температуры [1, 2]. Указанный циклический характер термопластической деформации приводит к интенсивному накоплению повреждений, обусловленному зарождением, ростом и слиянием микродефектов, приводящих материал к разрушению за ограниченное ( $\sim 10^2 - 10^4$ ) число циклов нагружения.

Эффекты деформирования при термомеханическом нагружении определяются зависимостью физико-механических характеристик конструкционных материалов от температуры, наличием ограничений температурных деформаций и соотношением скоростей механической и температурной деформаций. В связи с тем что частоты и фазы циклов изменения температуры и компонент тензора механической деформации, как правило не совпадают, неизотермическое циклическое нагружение, как правило, является нерегулярным, непропорциональным, многоосным и сопровождается вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций.

Циклическое неизотермическое деформирование материала в отличие от изотермического деформирования представляет собой несбалансированный циклический процесс. Степень дисбаланса является функцией диапазона температурного цикла и сдвига фаз изменения температуры и деформации. Даже в упругой области процесс деформирования зависит от фазы изменения температуры и механической деформации и является жестким в конце холодного температурного цикла и более податливым на высокотемпературном конце (цикл растяжения-сжатия вследствие зависимости модуля упругости от температуры – нелинейная убывающая функция растущей температуры) [7]. При неизотермическом упругопластическом деформировании процесс деформирования будет иметь более сложный характер вследствие зависимости упругопластического поведения материала от температуры.

Объемная температурная деформация приводит, как правило, к многоосному процессу деформирования, сопровождающемуся при сочетании с механическим деформированием вращением главных площадок тензоров напряжений и деформаций за счет непропорциональности процесса деформирования. Это приводит к новым источникам дисбаланса: напряженно-деформированное состояние в любой точке цикла отлично от других точек. Фазирование изменения температуры и механической деформации является одним из важнейших факторов, связанных и с температурной усталостью.

На основании исследований закономерностей усталости при повышенных температурах в изотермических условиях выполнен достаточно большой объем работ [3, 4, 7–15], в то время как термоусталость изучена недостаточно. Основная проблема заключается в том, что физико-механические характеристики конструкционного материала существенно зависят от температуры, в то время как экспериментальные исследования усталости в основном проводятся в изотермических условиях при ожидаемой максимальной температуре цикла.

Двумя простейшими и наиболее распространенными техническими предпосылками для переноса изотермического поведения на неизотермические циклические условия являются: сопротивление изотермической усталости при максимальной температуре цикла, которое эквивалентно сопротивлению температурной неизотермической циклической усталости; минимальное сопротивление изотермической усталости в диапазоне температур термического циклирования, которое эквивалентно неизотермической усталости. В качестве других предпосылок иногда используют алгебраическую среднюю или интегральную эквивалентную температуру между двумя крайними значениями. Ни одно из этих допущений не имеет глубокого физического и экспериментального обоснования. Сопоставление экспериментальных результатов неизотермической термомеханической усталости с изотермической часто дает неожиданные расхождения: реальная долговечность при неизотермической термомеханической усталости может быть значительно ниже, чем предполагаемая на основании изотермических испытаний [7].

Неизотермическое деформирование конструкционных материалов по сравнению с изотермическим характеризуется рядом специфических особенностей [7]: нелинейной зависимостью напряжение–деформация даже в упругой области вследствие зависимости модулей упругости от температуры; неуравновешенностью диаграмм при симметричных циклах изменения механической деформации и сильной зависимостью формы петли гистерезиса напряжение–деформация от сочетания фаз изменения температуры и механической деформации.

Термомеханическое усталостное циклирование может инициировать механизмы повреждения, которые не развиваются при изотермической усталости. Основными параметрами, определяющими темпы процессов термомеханической усталости являются: перепад температур (температурные градиенты), максимальная температура цикла, геометрические характеристики и условия закрепления элементов конструкций, физико-механические характеристики материалов (особенно коэффициент линейного расширения), неоднородность (анизотропность) конструктивной композиции материалов.

Важным выводом из сравнительного анализа экспериментальных результатов по термомеханической усталости и изотермическим усталостным испытаниям является то, что оценка долговечности по результатам изотермических испытаний при максимальной температуре цикла не является консервативной.

Снижение усталостной долговечности при термомеханическом нагружении происходит в результате действия дополнительных механизмов деградации, которые отсутствуют при изотермических нагружениях (металлургические изменения структуры материала, дополнительное деформационное старение, усиление влияния окружающей среды).

Таким образом, несмотря на большое внешнее сходство явлений изотермической и неизотермической усталости, использовать результаты изотермической малоцикловой усталости для оценки неизотермической усталостной долговечности следует с большой осторожностью.

Существующие на сегодняшний день подходы по предсказанию усталостной долговечности при помощи полуэмпирических формул (правил), основанные на стабилизированном анализе процесса деформирования и связывающие параметры петель упругопластического деформирования с количеством циклов до разрушения, требуют большого количества экспериментальной информации и справедливы только для узкого класса режимов нагружения [2, 8].

Повреждение и разрушение материалов в основном обусловлено зарождением микродефектов, их ростом и слиянием в макроскопические трещины. Задачи описания механического поведения этих микродефектов не менее важны, чем задачи развития макродефектов (трещин), и в последние годы для решения таких задач успешно развивается новое научное направление – механика поврежденной среды (МПС) [2, 6, 16, 17–23].

Поскольку процессы накопления повреждений тесно связаны с кинетикой НДС, точность расчетных оценок прочности и ресурса конструктивных элементов будет зависеть от того, насколько определяющие соотношения достоверно описывают процессы деформирования опасных зон элементов конструкций в заданных условиях эксплуатации. Такие параметры процесса термопластического деформирования, как длина и вид траектории деформирования, вид напряжённого состояния, история его изменения и др., существенно влияют на скорости протекания процессов накопления повреждений [3, 4, 9, 10].

В работах [2, 16, 17, 24, 25] с современных позиций МПС развита математическая модель, описывающая процессы циклического вязкопластического деформирования и накопления усталостных повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при многоосных непропорциональных путях комбинированного термомеханического нагружения. Ниже в целях оценки модели проведено исследование влияния законов изменения механической деформации и температуры (вида траектории деформирования) на усталостную долговечность жаропрочных сплавов при непропорциональных режимах термомеханического нагружения. Аттестация проводилась путём сопоставления результатов расчёта с экспериментальными данными по изотермическому и неизотермическому (синфазному и противофазному) циклическому деформированию лабораторных образцов. Проведено исследование влияния законов изменения механической деформации и температуры (вида траектории деформирования) на усталостную долговечность жаропрочного сплава Haynes188 [26] при непропорциональных режимах термомеханического нагружения [27].

## 1. Математическая модель механики повреждённой среды

Модель повреждённой среды, предложенная Ю.Г. Коротких и развитая в работах его учеников [2, 16, 17, 24, 25], состоит из трёх взаимосвязанных частей: соотношений, определяющих вязкопластическое поведение материала с учётом зависимости от процесса разрушения; уравнений, описывающих кинетику накопления повреждений; критерия прочности повреждённого материала.

### 1.1. Соотношения термопластичности

Определяющие соотношения термопластичности базируются на следующих основных положениях: тензоры деформаций  $e_{ij}$  и скоростей деформаций  $\dot{e}_{ij}$  состоят из упругих  $e_{ij}^e$ ,  $\dot{e}_{ij}^e$ , не зависящих от истории нагружения и определяющихся конечным состоянием процесса, и пластических –  $e_{ij}^p$ ,  $\dot{e}_{ij}^p$ , зависящих от истории процесса нагружения; начальная поверхность текучести для различных температур описывается поверхностью в форме Мизеса; эволюция изменения поверхности текучести описывается изменением ее радиуса  $C_p$  и перемещением ее центра  $\rho_{ij}^p$ ; справедлив принцип градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения; изме-

нение объема тела упруго  $e_{ij}^p \equiv 0$ ; рассматриваются изначально изотропные среды; учитывается только анизотропия, вызванная процессами необратимого деформирования.

В упругой области связь между шаровыми и девиаторными составляющими тензоров напряжений и деформаций устанавливается с помощью закона Гука:

$$\begin{aligned} \sigma &= 3K(e - \alpha T), \quad \sigma'_{ij} = 2Ge'_{ij}, \quad e'_{ij} = e'_{ij} - e'_{ij}{}^p, \\ \dot{\sigma} &= 3K[\dot{e} - \dot{\alpha}T - \alpha\dot{T}] + \dot{K}\sigma/K, \quad \dot{\sigma}'_{ij} = 2G\dot{e}'_{ij} + \dot{G}\sigma'_{ij}/G, \end{aligned} \quad (1)$$

где  $\sigma, \dot{\sigma}, e, \dot{e}$  – шаровые, а  $\sigma'_{ij}, \dot{\sigma}'_{ij}, e'_{ij}, \dot{e}'_{ij}$  – девиаторные составляющие тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$ , деформаций  $e_{ij}$  и их скоростей  $\dot{\sigma}_{ij}, \dot{e}_{ij}$  соответственно;  $T$  – температура;  $T_0$  – начальная температура;  $K(T)$  – модуль объемного сжатия;  $G(T)$  – модуль сдвига;  $\alpha(T)$  – коэффициент линейного температурного расширения материала.

Эффекты монотонного и циклического деформирования в пространстве напряжений учитываются с помощью поверхности текучести, уравнение которой имеет вид

$$F_s = S_{ij}S_{ij} - C_p^2 = 0, \quad S_{ij} = \sigma'_{ij} - \rho_{ij}^p. \quad (2)$$

Для описания сложных циклических режимов деформирования в пространстве напряжений вводится поверхность циклической «памяти». Уравнение поверхности «памяти», позволяющее при расчетах отделить монотонные процессы деформирования от циклических, имеет вид

$$F_p = \rho_{ij}^p \rho_{ij}^p - \rho_{\max}^2 = 0, \quad (3)$$

где  $\rho_{\max}$  – максимальный за историю нагружения модуль переменной  $\rho_{ij}^p$ .

Эволюционное уравнение для радиуса поверхности текучести принимается в виде [2]

$$\dot{C}_p = [q_\chi H(F_p) + a(Q_s - C_p) \Gamma(F_p)] \dot{\chi} + q_3 \dot{T}, \quad (4)$$

$$C_p = C_p^0 + \int_0^t \dot{C}_p dt, \quad \dot{\chi} = \left( \frac{2}{3} \dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij} \right)^{1/2}, \quad \chi_m = \int_0^t \dot{\chi} H(F_p) dt, \quad \chi = \int_0^t \dot{\chi} dt, \quad (5)$$

$$q_\chi = \frac{q_2 A \Psi_1 + (1-A) q_1}{A \Psi_1 + (1-A)}, \quad Q_s = \frac{Q_2 A \Psi_2 + (1-A) Q_1}{A \Psi_2 + (1-A)}, \quad 0 \leq \Psi_i \leq 1 \quad (i = 1, 2), \quad (6)$$

$$A = 1 - \cos^2 \theta, \quad \cos \theta = n_{ij}^e n_{ij}^s, \quad n_{ij}^e = \frac{\dot{e}'_{ij}}{(\dot{e}'_{ij} \dot{e}'_{ij})^{1/2}}, \quad n_{ij}^s = \frac{S_{ij}}{(S_{ij} S_{ij})^{1/2}}, \quad (7)$$

$$H(F_p) = \begin{cases} 1, & F_p = 0 \wedge \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p > 0 \\ 0, & F_p < 0 \vee \rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p \leq 0 \end{cases}, \quad \Gamma(F_p) = 1 - H(F_p), \quad (8)$$

где  $q_1, q_2, q_3$  – модули изотропного упрочнения, соответствующие монотонным лучевым путям нагружения ( $q_1$ ), излому траектории деформирования на  $90^\circ$  ( $q_2$ ), температурному изменению радиуса поверхности текучести ( $q_3$ );  $a$  – постоянная, определяющая скорость процесса стабилизации формы петли гистерезиса циклического деформирования материала;  $Q_s$  – стационарное значение радиуса поверхности текучести при данных  $\rho_{\max}$  и  $T$ ;

$\chi$  и  $\chi_m$  – длины траекторий пластического деформирования материала при циклическом и монотонном нагружениях;  $C_p^0$  – начальное значение радиуса поверхности текучести.

Первый член уравнения (4) описывает изотропное упрочнение в результате монотонного пластического деформирования ( $H(F_p) = 1$  и  $\Gamma(F_p) = 0$ ), второй член – циклическое упрочнение материала ( $H(F_p) = 0$  и  $\Gamma(F_p) = 1$ ), а третий – изменение радиуса поверхности текучести при изменении температуры. В целом уравнение (4) описывает локальную анизотропию пластического упрочнения в зависимости от параметра  $A$ , характеризующего отклонение вектора догрузки от нормали к поверхности текучести в точке нагружения. Операторы  $H(F_p)$  и  $\Gamma(F_p)$  позволяют автоматически провести разделение процессов монотонного и циклического деформирования.

Уравнение для смещения поверхности текучести основано на гипотезе А.А. Ильюшина: упрочнение зависит от истории деформирования лишь на некоторой ближайшей части траектории (запаздывание векторных свойств). Внутренняя переменная  $\rho_{ij}^p$ , учитывающая анизотропию упрочнения пластического деформирования, удовлетворяет эволюционному уравнению [2]:

$$\dot{\rho}_{ij}^p = g_1^p \dot{e}_{ij}^p - g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi} - g_3^p \rho_{ij}^p \langle \dot{T} \rangle, \quad \rho_{ij}^p = \int_0^t \dot{\rho}_{ij}^p dt, \quad (9)$$

где  $g_1^p > 0, g_2^p > 0$  и  $g_3^p > 0$  – модули анизотропного упрочнения.

Первый и второй члены уравнения (9) отвечают за анизотропную часть деформационного упрочнения, а третий – за изменение  $\rho_{ij}$  в результате воздействия температуры  $T$ . Уравнение (9) описывает известный пространственный эффект Баушингера и анизотропию векторных свойств при изменении направления деформирования (изломе траектории деформирования). Введение второго члена в это соотношение моделирует исчезающую память внутренней переменной  $\rho_{ij}^p$  (скорость изменения  $\rho_{ij}$  является разностью между двумя составляющими  $g_1^p \dot{e}_{ij}^p$  и  $g_2^p \rho_{ij}^p \dot{\chi}$ ).

Для характеристики поведения поверхности «памяти» сформулировано эволюционное уравнение для  $\rho_{\max}$ :

$$\dot{\rho}_{\max} = \frac{(\rho_{ij}^p \dot{\rho}_{ij}^p) H(F_p)}{(\rho_{mn}^p \rho_{mn}^p)^{1/2}} - g_2 \rho_{\max} \dot{\chi} - g_3 \rho_{\max} \langle \dot{T} \rangle, \quad (10)$$

где и далее для любой величины  $\dot{B}$ , заключенной в скобки  $\langle \rangle$ , выполняются условия

$$\langle \dot{B} \rangle = \begin{cases} \dot{B} & \text{при } \dot{B} > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{B} \leq 0. \end{cases}$$

Компоненты тензора скоростей пластических деформаций подчиняются закону градиентальности вектора скорости пластических деформаций к поверхности текучести в точке нагружения:

$$\dot{e}_{ij}^p = \lambda S_{ij}, \quad (11)$$

где  $\lambda$  – коэффициент пропорциональности, определяемый из условия прохождения новой поверхности текучести через конец вектора девиатора напряжений в конце этапа нагружения.

Материальные параметры, входящие в выражения (4)–(10), находятся из различных экспериментов [2].

На стадии коллективного взаимодействия рассеянных по объему усталостных повреждений наблюдается влияние величины поврежденности на физико-механические характеристики материала. В первом приближении это влияние может быть учтено на базе концепции деградирующего континуума введения эффективных напряжений (либо эффективных модулей упругости) [2, 19, 20]:

$$\bar{\sigma}_{ij} = \sigma_{ij} / (1 - \omega)^{r_p} \quad (12)$$

Аналогичным образом определяется эффективная внутренняя переменная  $\rho_{ij}^p$ :

$$\bar{\rho}_{ij}^p = \rho_{ij}^p / (1 - \omega)^{r_p}. \quad (13)$$

## 1.2. Эволюционные уравнения накопления повреждений

Экспериментальный и теоретический анализ процессов поврежденности материала позволяет представить эволюционное уравнение накопления повреждений в элементарном объеме материалов в следующем общем виде [2, 18, 19]:

$$\dot{\omega} = f_1(\theta) f_2(\beta) f_3(\omega) f_4(Z) \langle \dot{Z} \rangle, \quad (14)$$

где функция  $f_1(\theta)$  описывает влияние кривизны траектории деформирования;  $f_2(\beta)$  – вид (объемность) напряженного состояния;  $f_3(\omega)$  – уровень накопленной поврежденности;  $f_4(Z)$  – накопленную относительную энергию, затраченную на образование дефектов.

Конкретизация данного соотношения при усталости приводит к следующему виду уравнения накопления повреждений [2, 16, 17, 24, 25]:

$$\dot{\omega} = \frac{\alpha_p + 1}{r_p + 1} f_p(\beta) Z_p^{\alpha_p} (1 - \dot{\omega}_p)^{-r_p} \langle \dot{Z}_p \rangle, \quad (15)$$

где

$$Z_p = \frac{W_p - W_a}{(W_p^f - W_a)}; \quad (16)$$

$$\langle \dot{Z}_p \rangle = \begin{cases} \dot{Z}_p & \text{при } \dot{Z}_p > 0, \\ 0 & \text{при } \dot{Z}_p \leq 0, \end{cases} \quad \langle \dot{Z}_p \rangle = \frac{\langle \dot{W}_p \rangle}{(W_p^f - W_a)}; \quad W_p = \rho_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p, \quad (17)$$

$$f_p(\beta) = \exp(k_p \beta), \quad (18)$$

где  $\alpha_p$ ,  $r_p$ ,  $k_p$  – материальные параметры, зависящие от температуры  $T$ ;  $f_p(\beta)$  – функции параметра объемности напряженного состояния  $\beta = \sigma / \sigma_u$ ;  $\sigma_u = (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij})^{1/2}$  – интенсивность тензора напряжений;  $W_p = \int_0^t \dot{W}_p dt$  – энергия, идущая на образование рассеянных усталостных повреждений при МЦУ;  $W_a$  – значение  $W_p$  в конце фазы зарождения микродефектов при МЦУ, а  $W_p^f$  – значение  $W_p$  в момент образования макротрещины при МЦУ.



### 1.3. Критерий прочности повреждённого материала

В качестве критерия окончания фазы развития рассеянных микрповреждений (стадии образования макротрещины) принимается условие достижения величины повреждённости своего критического значения:

$$\omega = \omega_f \leq 1. \quad (19)$$

### 1.4. Алгоритм интегрирования определяющих соотношений МПС

Определение основных характеристик процесса вязкопластического деформирования повреждённых материалов (параметров состояния) может осуществляться двумя способами: интегрирование определяющих соотношений по времени одним из методов решения задачи Коши [28] при линейаризации алгоритма определения  $\lambda$  и записи определяющих соотношений МПС в приращениях, которые зависят от выбранного шага  $\Delta t$ . Шаг по времени  $\Delta t$  корректируется при прохождении сложных участков траектории деформирования в течение всего расчетного времени при условии устойчивости вычислений. В результате численных экспериментов [29, 30] установлено, что используемая явная схема Эйлера может успешно применяться, несмотря на то, что она является лишь условно устойчивой, при условии правильно выбранной величины шага интегрирования. Главное преимущество явной схемы – простота её реализации при минимизации времени вычисления. Успешное применение явной схемы в значительной степени определяется выбором шага интегрирования  $\Delta t$ . Для этого необходима методика, позволяющая следить за скоростями изменения искомых параметров, определяя шаг интегрирования  $\Delta t$ . Авторы [29, 30] предлагают выбирать шаг интегрирования  $\Delta t$  в зависимости от скорости изменения искомой величины  $\dot{y} = f(y, t)$ . На шаге интегрирования  $\Delta t = t_{n+1} - t_n$ ,  $y_{n+1} = y_n + f \cdot \Delta t$ . Шаг интегрирования  $\Delta t$  и ошибка интегрирования  $\delta$  определяются по формулам [29]

$$\Delta t = \frac{\delta_{\max}}{|f_n - f_{n-1}|} \max[|f_n|, |f_{n-1}|], \quad \delta = \frac{\Delta t |f_n - f_{n-1}|}{\max[|f_n|, |f_{n-1}|]}, \quad (20)$$

где  $\delta_{\max}$  – верхняя граница  $\delta$ .

Сглаживание численных результатов достигается за счёт прямого ограничения скоростей изменения вычисляемых величин  $\dot{y} = f(y, t)$ .

Такой подход [1, 2, 16, 17, 24, 25] наиболее удобен для решения задач механики деформируемого твёрдого тела, в которых параметры зависят от истории процесса нагружения и даёт результаты, необходимые для инженерных расчётов, как по точности и устойчивости расчёта процесса деформирования, так и по временным затратам. Данный подход и используется в настоящей работе.

Данный алгоритм был реализован в программе «EXPMODEL» [31], которая позволяет по заданной истории изменения компонент тензора полных деформаций  $e_{ij}(t)$  и температуры  $T(t)$  рассчитывать параметры процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных материалах (металлах и их сплавах) при комбинированных термомеханических воздействиях.

### 3. Численные результаты

В примере представлены результаты численных и экспериментальных данных по термоциклическому деформированию тонкостенных трубчатых образцов из жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 в интервале температур 316–760 °С. Изотермические и неизотермические эксперименты проводились при жёстком нагружении: амплитуда осевой деформации  $e_{11}$  составляла 0,4 %, а амплитуда сдвиговой деформации  $e_{12}$  – 0,9 % [27].

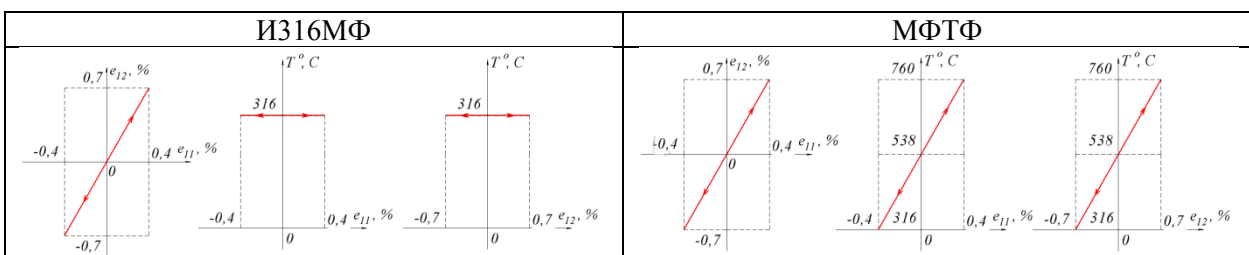
В экспериментах [27] варьировались: угол сдвига фаз  $\theta$  между осевой деформацией  $e_{11}$  и деформацией сдвига  $e_{12}$  (при изотермическом деформировании при  $\theta = 0$  – пропорциональное нагружение; при  $\theta = 90^\circ$  осевая и сдвиговая деформации меняются в противофазе); угол сдвига фаз  $\psi$  между амплитудами осевой деформации  $e_{11}$  и температурой  $T$  (при неизотермическом нагружении при  $\psi = 0$  осевая деформация и температура меняются в фазе, при  $\psi = 180^\circ$  – в противофазе).

В работе [27] при сложном изотермическом и неизотермическом деформировании реализовано восемь типов испытаний: эксперимент И316МФ: механические деформации меняются в фазе ( $\theta = 0$ ), а температура  $T = 316^\circ\text{C}$  – постоянная (изотермические испытания); эксперимент И316МПФ: механические деформации меняются в противофазе ( $\theta = 90^\circ$ ), а температура  $T = 316^\circ\text{C}$  – постоянная (изотермические испытания); эксперимент И760МФ: механические деформации меняются в фазе ( $\theta = 0$ ), а температура  $T = 760^\circ\text{C}$  – постоянная (изотермические испытания); эксперимент И760МПФ: механические деформации меняются в противофазе ( $\theta = 90^\circ$ ), а температура  $T = 760^\circ\text{C}$  – постоянная (изотермические испытания); эксперимент МФТФ: механические деформации и температура меняются в фазе ( $\theta = 0$  и  $\psi = 0$ ) – неизотермические испытания; эксперимент МФТПФ: механические деформации меняются в фазе, а температура в противофазе ( $\theta = 0$  и  $\psi = 180^\circ$ ) – неизотермические испытания; эксперимент МПФТФ: механические деформации меняются в противофазе, а температура в фазе ( $\theta = 90^\circ$  и  $\psi = 0$ ) – неизотермические испытания; эксперимент МПФТПФ: механические деформации и температура меняются в противофазе ( $\theta = 90^\circ$  и  $\psi = 180^\circ$ ) – неизотермические испытания.

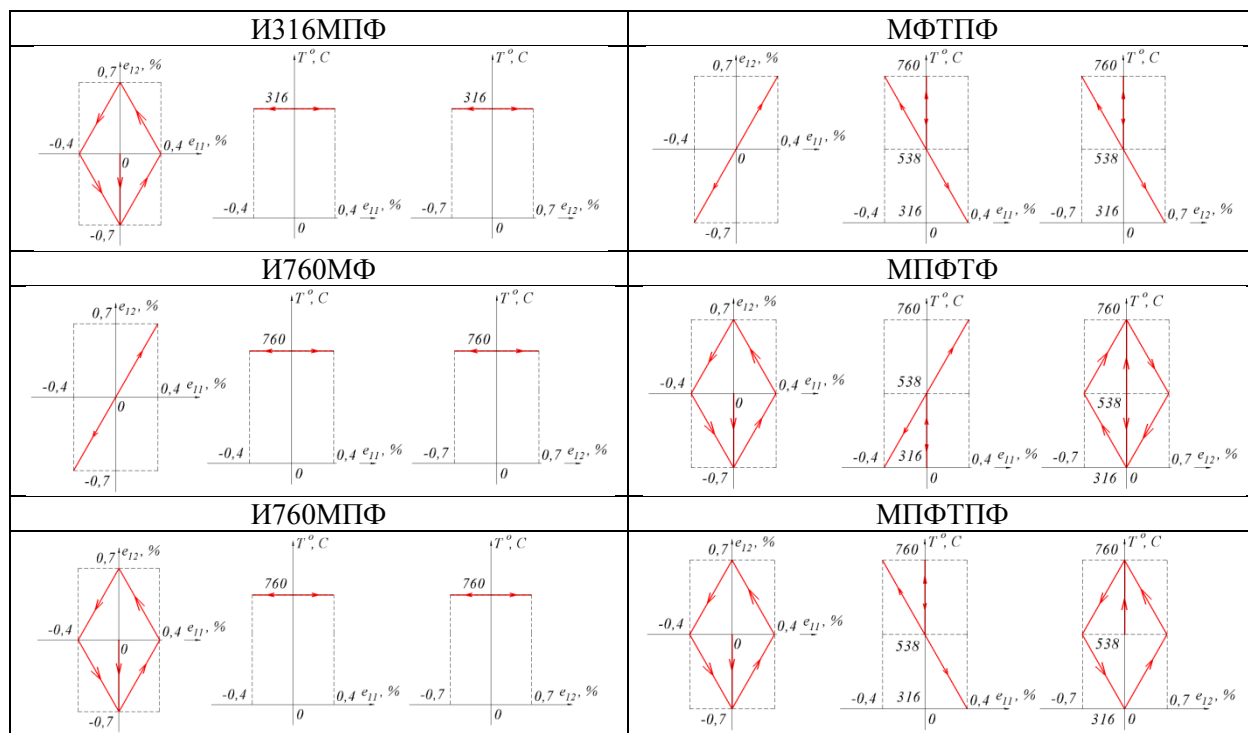
Задавая различные законы изменения осевой деформации  $e_{11}$ , деформации сдвига  $e_{12}$  и температуры  $T$  можно реализовать различные траектории деформирования (табл. 1).

Таблица 1

Законы изменения осевой деформации  $e_{11}$ , сдвиговой деформации  $e_{12}$  и температуры  $T$  (траектории деформирования)  
 Laws of changing axial strain  $e_{11}$ , shear strain  $e_{12}$  and temperature  $T$  (deformation trajectories)



Окончание табл. 1



Физико-механические характеристики жаропрочного кобальтового сплава Haynes 188 [26] и материалы параметры модели повреждённой среды [2, 16, 17, 24, 25] приведены в табл. 2–4.

Таблица 2

Физико-механические характеристики и параметры модели кобальтового сплава Haynes 188  
Physical and mechanical characteristics and parameters of cobalt alloy model Haynes 188

Характеристики	Температура $T$ (°C)	
	316	760
$K$ (МПа)	167916	138400
$G$ (МПа)	77500	63680
$\alpha$ (1/град)	0,00001319	0,00001531
$C_p^o$ (МПа)	295	260
$g_1$ (МПа)	18170	15770
$g_2$	182,74	182,67
$a$	4	4
$W_p^f$ (МДж/м <sup>3</sup> )	1481	201

На рис. 1, 2 представлены расчётные и экспериментальные зависимости амплитуд осевых  $\sigma_{11}$  и сдвиговых  $\sigma_{12}$  напряжений в зависимости от числа циклов нагружения. Сплошными линиями отмечены результаты численного моделирования, а маркерами соответствующие экспериментальные данные (МПФТПФ – треугольники, МПФТФ – окружности, И315ТПФ – ромбы, И760ТФ – квадраты). Видно, что степень циклического

упрочнения при неизотермическом термоциклическом нагружении значительно больше, чем та, которая наблюдается в изотермических испытаниях при температурах 316 и 760 °С. Эти закономерности показывают, что механизм неизотермического термоциклического деформирования качественно отличается от изотермического.

Таблица 3

Зависимость значения модуля монотонного изотропного упрочнения  $q_1$  (МПа) от длины траектории пластического деформирования на монотонных участках  $\chi_m$  для кобальтового сплава Haynes188

Value of monotonic isotropic hardening module  $q_1$  (MPa) depending on the length of the plastic deformation trajectory on monotonous sections  $\chi_m$  for cobalt alloy Haynes188

$T = 316\text{ }^{\circ}\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
$q_1$	-2401	-2716	-3032	-3190	-3979	-5296	-6089	-6186	-2133
$T = 760\text{ }^{\circ}\text{C}$									
$\chi_m$	0	0,0002	0,0004	0,0005	0,001	0,002	0,003	0,005	0,01
$q_1$	-2124	-2129	-2135	-2138	-2152	-2470	-3367	-5207	-1471

Таблица 4

Зависимость значения модуля циклического упрочнения  $Q_1$  ( $\rho_{\max}$ ) (МПа) от величины максимального значения смещения центра поверхности текучести для кобальтового сплава Haynes 188

Value of cyclic hardening  $Q_1$  ( $\rho_{\max}$ ) (MPa) depending on the value of the maximum displacement of the center of the yield surface for cobalt alloy Haynes 188

$T = 316\text{ }^{\circ}\text{C}$			
$\rho_{\max}$	24,35	46,81	49,16
$Q_1$	520	520	500
$T = 760\text{ }^{\circ}\text{C}$			
$\rho_{\max}$	43,88	46,51	60,75
$Q_1$	350	440	330

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод, что представленная в работе модель циклического термопластического деформирования достоверно описывает экспериментальные результаты и может в дальнейшем быть применена для расчета кинетики процесса накопления усталостных повреждений при циклических термомеханических воздействиях.

Для исследования влияния траектории деформирования на малоцикловую усталость жаропрочных сплавов были проведены расчёты процессов накопления усталостных повреждений при различных заданных законах изменения осевой деформации  $e_{11}$ , деформации сдвига  $e_{12}$  и температуры  $T$  (см. табл. 1). Расчётные результаты сравнивались с имеющимися опытными данными [27]. На рис. 3 показаны экспериментальные усталостные кривые жаропрочного сплава Haynes 188 при одноосном растяжении-сжатии для температур  $T = 425,650$  и  $870\text{ }^{\circ}\text{C}$  соответственно (пунктирные линии).

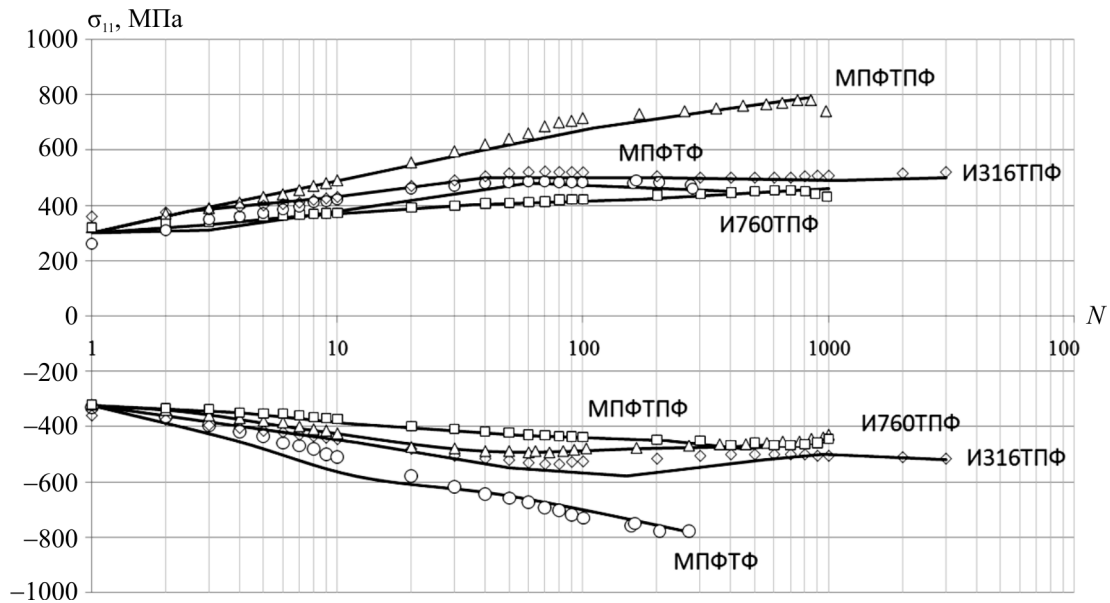


Рис. 1. Расчётные и экспериментальные зависимости амплитуды осевых  $\sigma_{11}$  напряжений в зависимости от числа циклов нагружения  $N$

Fig. 1. Computational and experimental dependences between axial  $\sigma_{11}$  stresses and the number of loading cycles  $N$

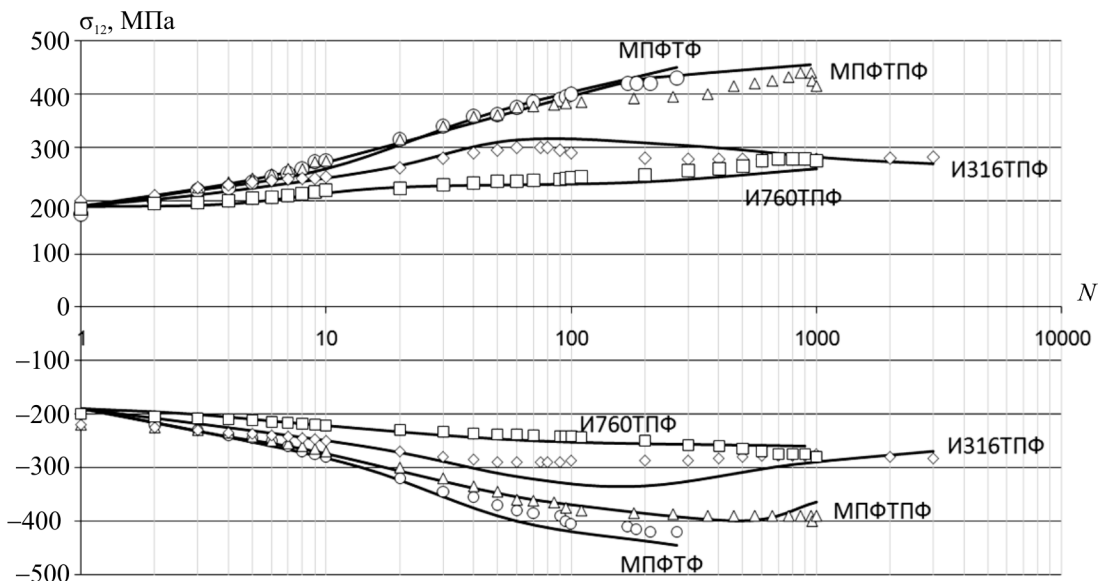


Рис. 2. Расчётные и экспериментальные зависимости амплитуд сдвиговых  $\sigma_{12}$  напряжений в зависимости от числа циклов нагружения  $N$

Fig. 2 Computational and experimental dependences between shear  $\sigma_{12}$  stresses and the number of loading cycles  $N$

Изотермические усталостные кривые при температурах  $T = 571$  и  $760$  °С (сплошные линии) получены с использованием сплайн аппроксимации (квадратичный сплайн) усталостных кривых при температурах  $T = 425, 650$  и  $870$  °С [27]. Для определения материальных параметров эволюционного уравнения накопления повреждений использовалась точка  $P$  на усталостных кривых. Материальные параметры эволюционного уравнения накопления повреждений (15)–(18) жаропрочного сплава Haynes 188 приведены в табл. 2.

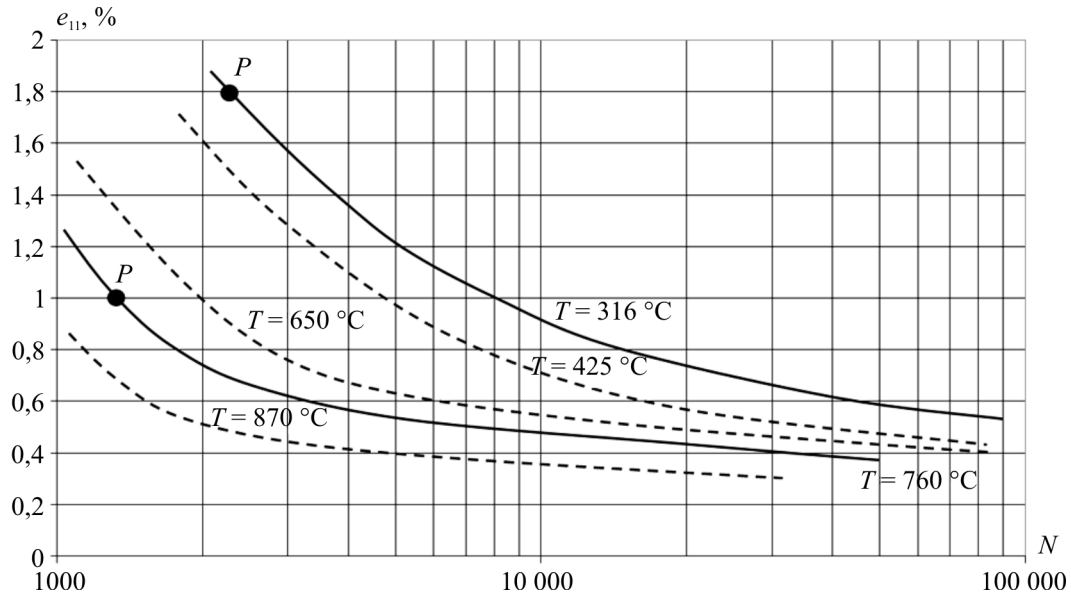


Рис. 3 Экспериментальные усталостные кривые жаропрочного сплава Haynes 188

Fig. 3. Experimental fatigue curves of heat-resistant alloy Haynes 188

Результаты расчётов, их сравнение с имеющимися опытными данными приведены на рис. 4, 5 и в табл. 5.

На рис. 4, 5 показана зависимость величины повреждённости  $\omega$  от числа циклов нагружения  $N$  соответственно для двух вариантов нагружения изотермических и неизотермических соответственно (см. табл. 1).

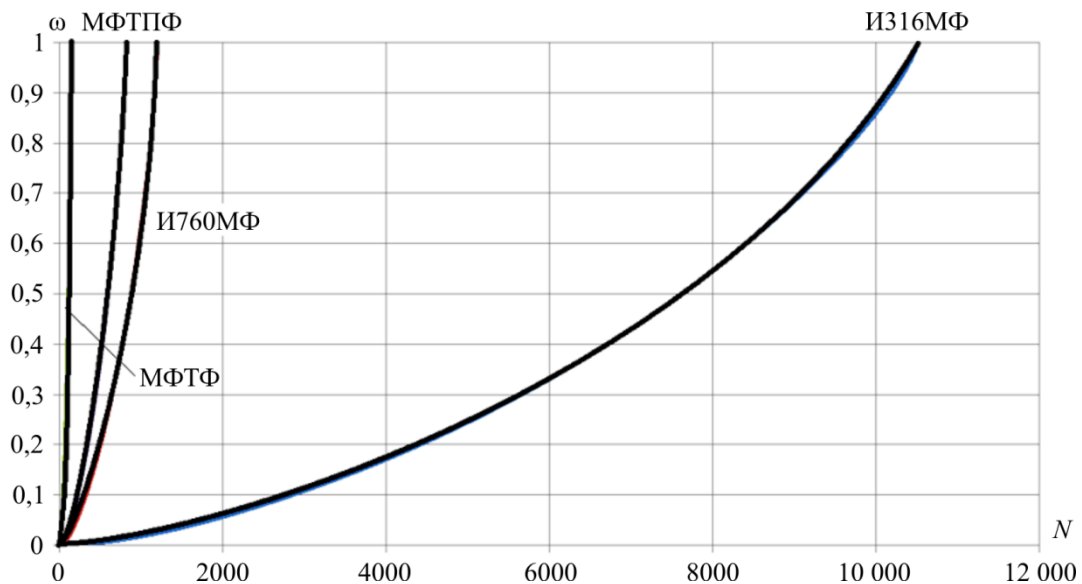


Рис. 4. Зависимость величины повреждённости  $\omega$  от числа циклов нагружения  $N$

Fig. 4. Dependence of damage value  $\omega$  on the number of loading cycles  $N$

Результаты исследований показывают следующее. Развита в работах [2, 16, 17, 24, 25] модель повреждённой среды с достаточной для инженерных расчётов точностью описывает процессы циклического изотермического и неизотермического деформирования и накопления усталостных повреждений при комбинированном термомеханическом нагружении и позволяет рассчитывать малоцикловую усталостную долговечность жаропрочных сплавов при

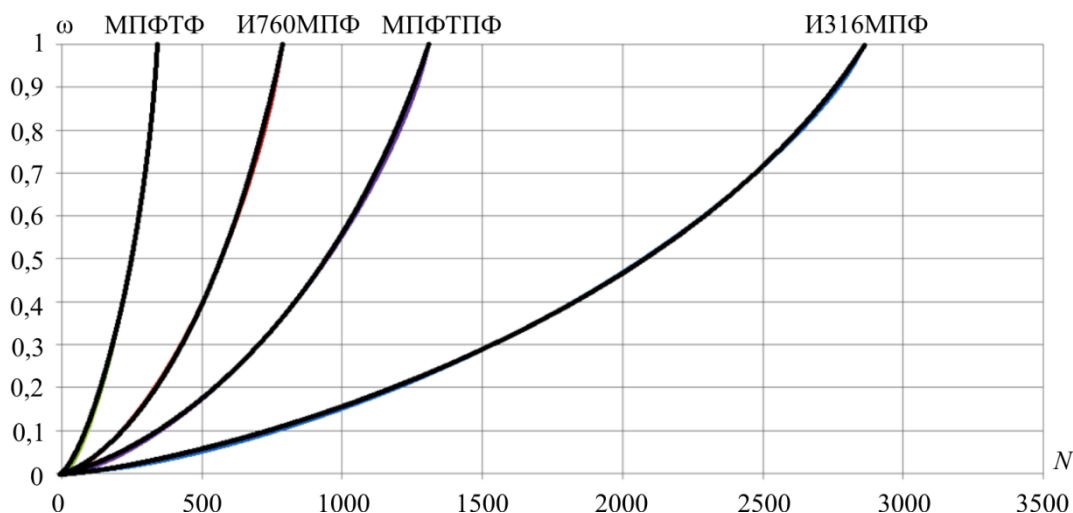


Рис. 5. Зависимость величины повреждённости  $\omega$  от числа циклов нагружения  $N$   
 Fig. 5. Dependence of damage value  $\omega$  on the number of cyclic loadings  $N$

Таблица 5

Число циклов до разрушения для различных режимов термоциклического нагружения  
 Number of cycles before fracture for different modes of thermal cyclic loading

Режим нагружения		Число циклов нагружения, $N$	
		эксперимент	расчёт
Изотермический	ИЗ16МФ	9448	10512
	ИЗ16МПФ	3410	2860
	И760МФ	910	1205
	И760МПФ	1089	785
Неизотермический	МФТФ	282	143
	МФТПФ	569	830
	МПФТФ	270	341
	МПФТПФ	1004	1307

произвольных траекториях деформирования (при сравнении опытных и расчётных данных следует иметь в виду, что информация в [27] представлена без учёта разброса экспериментальных данных в пределах каждого отдельного опыта). При изотермическом циклическом термопластическом деформировании  $T = 316 \text{ }^\circ\text{C}$  механическое непропорциональное деформирование (тест ИЗ16МПФ) приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с пропорциональным (тест ИЗ16МФ) практически в три раза. С ростом температуры  $T = 760 \text{ }^\circ\text{C}$  эта зависимость не работает. Неизотермическое циклическое термопластическое деформирование приводит к снижению усталостной долговечности по сравнению с изотермическим. Наименьшая долговечность наблюдается, когда максимальное значение температурного цикла достигается в полуцикле растяжения по механическим деформациям  $\epsilon_{11}$  и  $\epsilon_{12}$ , а минимальное значение температурного цикла – в полуцикле сжатия (тест МФТФ), что соответствует экспериментальным данным [11]. Наибольшая долговечность (тест МПФТПФ) наблюдается, когда механические деформации и температура меняются в противофазе ( $\theta = 90^\circ$  и  $\psi = 180^\circ$ ).

## Заключение

Проведена оценка достоверности модели повреждённой среды [2, 16, 17, 24, 25] путём сопоставления результатов численных расчётов с известными из литературы опытными данными по малоцикловой усталостной долговечности при изотермических и неізотермических режимах комбинированного термомеханического деформирования, которые подтверждают правильность моделирования процессов сложного циклического термомеханического деформирования и усталостной долговечности жаропрочных сплавов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (грант № 16-19-10237).

## Библиографический список

1. Методы обоснования ресурса ЯЭУ / А.М. Митенков, В.Б. Кайдалов, Ю.Г. Коротких [и др.]. – М.: Машиностроение, 2007. – 445 с.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
3. Коллинз Дж. Повреждение материалов в конструкциях. Анализ, предсказание, предотвращение. – М.: Мир, 1984. – 624 с.
4. Корум, Сартори. Оценка современной методологии проектирования высокотемпературных элементов конструкций на основе экспериментов по их разрушению // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1988. – № 1. – С. 104–118.
5. Исследование термоциклической долговечности деталей с различными углами наклона охлаждаемых каналов / Н.Г. Бычков, А.Р. Лепёшкин, А.В. Першин, А.Д. Рекин, В.П. Лукаш // Авиационно-космическая техника и технологии. – 2009. – № 10 (67). – С. 113–117.
6. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ: моногр. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2015. – 347 с.
7. Hulford G. R. Low cycle thermal fatigue. Mechanics and Mathematical Methods // F Thermal stress II. Chapter 6. Elsevier Science Publishers B.V., 1987. – P. 329–428.
8. Исследование малоцикловой прочности при высоких температурах / под. ред. С.В. Серенсена. – М.: Наука, 1975.
9. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity // Int. J. Plasticity. – 1989. – Vol. 5, No. 3. – P. 247–302.
10. Bernard-Connelly M., Biron A., Bue-Quic T. Low-cycle fatigue behaviour and cumulative damage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature // Journal Random Fatigue Life Predictions Asme Publ. – 1980. – P. 297–302.
11. Гусенков А.П., Казанцев А.Г. Прочность при малоцикловом и длительном циклическом нагружении и нагреве // Машиноведение. – 1979. – № 3. – С. 59–65.
12. Сентоглу. Влияние ограничений на термомеханическую усталость // Теоретические основы инженерных расчетов. – 1985. – № 3. – С. 74–83.
13. Liang Jin, Pellox R.M., Xie Xishan Thermomechanical fatigue behavior of a nickel base superalloy // Chin. J. Met. Sci. Technol. – 1989. – Vol. 5. – P. 1–7.
14. Temis Y.M., Azmetov K.K., Fakeev A.I. Numerical simulation of nonisothermal plasticity and thermomechanical fatigue of turbomachinery components // Computational Plasticity XII: Fundamentals and Applications – Proceedings of the 12th International Conference on Computational Plasticity – Fundamentals and Applications, COMPLAS, 2013. – С. 1130–1141.



15. Экспериментально-теоретическое исследование усталости материалов и конструкций в условиях высокотемпературных многоцикловых нагружений / А.А. Антипов, А.Н. Горохов, В.А. Горохов, Д.А. Казаков, С.А. Капустин // Проблемы прочности и пластичности. – 2014. – Т. 76, № 1. – С. 26–38.
16. Волков И.А, Коротких Ю.Г., Тарасов И.С. Моделирование сложного пластического деформирования и разрушения металлов при многоосном непропорциональном нагружении // ПМТФ. – 2009. – Т. 50, № 5. – С. 193–205.
17. Коротких Ю.Г., Волков И.А., Игумнов Л.А., Шишулин Д.Н., Тарасов И.С. Моделирование процессов неупругого деформирования и разрушения жаропрочных сплавов при циклическом термомеханическом нагружении // Проблемы прочности и пластичности. – 2015. – Вып. 77, № 4. – С. 329–343.
18. Боднер С.Р., Линдхолм У.С. Критерий приращения повреждения для зависящего от времени разрушения материалов // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Д. Теор. основы инж. расчетов. – 1976. – Т. 100, № 2. – С. 51–58.
19. Леметр Ж. Континуальная модель повреждения, используемая для расчёта разрушения пластичных материалов // Тр. Амер. о-ва инж.-мех. Сер. Д. Теор. основы инж. расчетов. – 1985. – Т. 107, № 1. – С. 90–98.
20. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification // J. Méc. Théor. Appl. – 1982. – Vol. 1. – P. 743–761.
21. Bondar' V.S., Danshin V.V. Mathematical simulation of cyclic thermoviscoplastic deformation and fracture of materials // Strength of Materials. – 2014. – Т. 46, № 5. – С. 613–618.
22. Бондарь В.С., Даншин В.В., Макаров Д.А. Математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 2. – С. 125–152.
23. Бондарь В.С., Даншин В.В., Семенов П.В. Нелинейные процессы накопления повреждений при циклических нагружениях // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Т. 75, № 2. – С. 96–104.
24. Волков И.А, Коротких Ю.Г. Моделирование процессов усталостной долговечности материалов и конструкций при малоцикловом нагружении // Механика твёрдого тела. Изв. РАН. – 2014. – № 3. – С. 66–78.
25. Оценка ресурсных характеристик конструкционных сталей с использованием модели деградации, учитывающих усталость и ползучесть материала / И.А. Волков, В.В. Егунов, Л.А. Игумнов, Д.А. Казаков, Ю.Г. Коротких, Ф.Н. Митенков // ПМТФ. – 2015. – Т. 56, № 6. – С. 70–83.
26. HAYNES® 188 ALLOY. STANDART PRODUCTS by Brand or Alloy Designation H-3001B / Global Headquarters 1020 West Park Avenue, P.O. Box 9013. Kokomo, Indiana 46904-9013 (USA).
27. Kalluri S., Bonacuse P.J. An axial-torsional thermomechanical fatigue testing technique // Preprade for the Symposium on multiaxial fatigue and deformation testing techniques. Denver, Colorado, may 15. 1995. – 25 p.
28. Маковкин Г.А. Моделирование циклического упрочнения при блочном непропорциональном деформировании // Прикладные проблемы прочности и пластичности. Методы решения: межвуз. сб. – М., 1997. – С. 62–69.
29. Бантхья, Мукерджи Об усовершенствованной схеме интегрирования по времени для системы определяющих соотношений неупругой деформации с нелинейностью жёсткого типа // Теоретические основы инженерных расчётов. – 1985. – № 4. – С. 54–60.
30. Кумар, Морджария, Мукерджи Численное интегрирование связанных определяющих моделей неупругой деформации // Journal of Eng. Mater. Technol. – 1980. – № 1. – P. 97–100.
31. Программная реализация процессов вязкопластического деформирования и накопления повреждений в конструкционных сплавах при термомеханическом нагружении / И.А. Волков, Л.А. Игумнов, Ю.Г. Коротких, Д.А. Казаков, А.А. Емельянов, И.С. Тарасов, М.А. Гусева // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. Вып. 78, № 2. – С. 119–134.

## References

1. Mitenkov A.M., Kaidalov V.B., Korotkikh Iu.G. i dr., Metody obosnovaniia resursa IaEU [Methods of study nuclear power resource]. *Moskwa: Mashinostroenie*, 2007, 445 p.
2. Volkov I.A., Korotkikh Iu.G. Uravneniia sostoianiia viazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniiami [Equations of state viscoelasticoplastic environments with injuries]. – *Moskwa: Fizmatlit*, 2008, 424 p.
3. Kollinz Dzh. Povrezhdenie materialov v konstruktsiakh. Analiz, predskazanie, predotvrashchenie [Damage to materials in structures. Analysis, prediction, prevention]. *Moskwa: Mir*, 1984, 624 p.
4. Korum. Otsenka sovremennoi metodologii proektirovaniia vysokotemperaturnykh elementov konstruktsii na osnove eksperimentov po ikh razrusheniiu [Evaluation of modern design methodology of high-temperature structural elements on the basis of experiments on their destruction] / Korum, Sartori. *Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov*, 1988, no. 1, pp. 104–118.
5. Bychkov N.G., Lepyoshkin A.R., Pershin A.V., Wrekin A.D., Lukas V.P. Issledovanie termociklicheskoy dolgovechnosti detalei s razlichnymi yglami naklona [Research thermal cycling durability of parts with different angles of inclination of the cooling channels]. *Aerospace Technology and Engineering*, 2009, no. 10 (67), pp. 113-117.
6. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorokhov V.A. Modelirovanie nelinejnogo deformirovaniia i razrusheniia konstruktsiy v usloviyakh mnogofaktornykh vozdeystviy na osnove MKJe [Modeling of Nonlinear Deformation and fracture of structures in terms of multifactor impacts on the basis of FEM]: monograph. *Nizhniy Novgorod: Publishing house of the Lower. gosuniver. them. NI Lobachevsky*, 2015, 347 p.
7. Hulford G. R. Low cycle thermal fatigue. Mechanics and Mathematical Methods / F Thermal stress II. Chapter 6. *Elsevier Science Publishers B.V.*, 1987, pp. 329-428.
8. Issledovanie malotsiklovoi prochnosti pri vysokikh temperaturakh: Pod. red. S.V. Serensena [Investigation of low cycle durability at high temperatures]. *Moskwa.: Nauka*, 1975.
9. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. *Int. J. Plasticity*, 1989, vol. 5, no. 3, pp. 247-302.
10. Bernard-Connolly M. Low-cycle fatigue behaviour and cumulative damage effect of SA-516-70 steel at room and high temperature / M. Bernard-Connolly, A. Biron, T. Bue-Quic. *Journal Random Fatigue Life Predictions Asme Publ*, 1980, pp. 297-302.
11. Gusenkov A.P. Prochnost' pri malotsiklovom i dlitel'nom tsiklicheskom nagruzhении i nagreve [Strength low-cycle and long-term cyclic loading and heating] / A.P. Gusenkov, A.G. Kazantsev. *Moskwa: Mashinovedenie*, 1979, no. 3, pp. 59-65.
12. Sentoglu. Vliianie ogranichenii na termomekhanicheskuiu ustalost' [Effect of restrictions on thermomechanical fatigue]. *Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov*, 1985, no. 3, pp. 74-83.
13. Liang Jin, Pellox R.M., Xie Xishan Thermomechanical fatigue behavior of a nickel base superalloy. *Chin. J. Met. Sci. Technol*, 1989, vol. 5, pp. 1-7.
14. Temis Y.M., Azmetov K.K., Fakeev A.I. Numerical simulation of nonisothermal plasticity and thermomechanical fatigue of turbomachinery components. *Computational Plasticity XII: Fundamentals and Applications – Proceedings of the 12th International Conference on Computational Plasticity – Fundamentals and Applications, COMPLAS*, 2013, pp. 1130-1141.
15. Antipov A.A., Gorokhov A.N., Gorokhov V.A. Kazakov D.A., Kapustin S.A. Jeksperimental'no-teoreticheskoe issledovanie ustalosti materialov i konstruktsiy v usloviyakh vysokotemperaturnykh mnogociklovykh nagruzhений [Experimental and theoretical study of fatigue of materials and structures under high multicyclic loading]. *Problems of strength and ductility*, 2014, vol. 76, no. 1, pp. 26-38.
16. Volkov I.A., Korotkikh Iu.G., Tarasov I.S. Modelirovanie slozhnogo plasticheskogo deformirovaniia i razrusheniia metallov pri mnogoosnom neproportsional'nom nagruzhении [Simulation of complex plastic deformation and fracture of metals under multiaxial non-proportional loading]. *PMTF*, 2009, vol. 50, no. 5, pp. 193-205.

17. Korotkikh Iu.G., Volkov I.A., Igumnov L.A., Shishulin D.N., Tarasov I.S. Modelirovanie protsessov neuprugogo deformirovaniia i razrusheniia zharoprochnykh splavov pri tsiklicheskom termomekhanicheskom nagruzhении [Modelling of processes of inelastic deformation and fracture of superalloys under cyclic thermomechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2015, is. 77, no. 4, pp. 329-343.

18. Bodner S.R., Lindholm U.S. Kriterii prirashcheniia povrezhdeniia dlia zavisiashchego ot vremeni razrusheniia materialov [The criterion for the increment of damage depends on the time of the destruction of materials]. *Trudy Amer. ob-va inzh.-mekh. Ser. D. Teoret. osnovy inzh. Raschetov*, 1976, vol. 100, no. 2, pp. 51-58.

19. Lemetr Zh. Kontinual'naia model' povrezhdeniia, ispol'zuemaia dlia rascheta razrusheniia plastichnykh materialov [The continuum damage model used for the calculation of the destruction of plastic materials]. *Trudy Amer. ob-va inzh.-mekh. Ser. D. Teoret. osnovy inzh. Raschetov*, 1985, vol. 107, no. 1, pp. 90-98.

20. Murakami S., Imaizumi T. Mechanical description of creep damage and its experimental verification. *J. Méc. Théor. Appl*, 1982, vol. 1, pp. 743-761.

21. Bondar' V.S., Danshin V.V. Mathematical simulation of cyclic thermoviscoplastic deformation and fracture of materials. *Strength of Materials*, 2014, vol. 46, no. 5, pp. 613-618.

22. Bondar V.S., Danshin V.V., Makarov D.A. Mathematical modelling of deformation and damage accumulation under cyclic loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2014, no. 2, pp. 125-152.

23. Bondar V.S., Danshin V.V., Semenov P.V. Nelinejnye processy nakoplenija povrezhdenij pri ciklicheskih nagruzhenijah [Nonlinear processes of damage accumulation under cyclic loading]. *Problems of strength and ductility*, 2013, vol. 75, no. 2, pp. 96-104.

24. Volkov I.A., Korotkikh Iu.G., Modelirovanie protsessov ustalostnoi dolgovechnosti materialov i konstruktsii pri malotsiklovom nagruzhении [Modelling of processes of fatigue life of materials and structures under low-cycle loading]. *Mekhanika tverdogo tela. Izvestiia RAN: Moskva*, 2013, no. 3, pp. 66-78.

25. Volkov I.A., Egunov V.V., Igumnov L.A., Kazakov D.A., Korotckih Y.G., Mitenkov F.N. Ocenka resursnykh harakteristik konstrukcionnykh stalej s ispol'zovaniem modeli degradacii, uchityvajushhih ustalost' i polzuchest' materiala [Evaluation of resource characteristics of structural steels using the degradation models that take into account fatigue and creep material]. *J. Appl.*, 2015, vol. 56, no. 6, pp. 70-83.

26. HAYNES® 188 ALLOY. STANDART PRODUCTS by Brand or Alloy Designation H-3001B / Global Headquarters 1020 West Park Avenue, P.O. Box 9013. Kokomo, Indiana 46904-9013 (USA).

27. Kalluri S., Bonacuse P.J. An axial-torsional termomechanical fatigue testing technique / Preparade for the Symposium on multiaxial fatigue and deformation testing techniques. *Denver, Colorado*, may 15. 1995. 25 p.

28. Makovkin G.A. Modelirovanie tsiklicheskogo uprochneniia pri blochnom neproportsional'nom deformirovanii [Modeling of cyclic hardening block disproportionate deformation], *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti. Metody resheniia: Mezhdvuz. sb. – M.: Tovarishch, nauch. izd. KMK*. 1997, pp. 62-69.

29. Bantkh'ia, Mukerdzhi Ob usovershenstvovannoi skheme integrirovaniia po vremeni dlia sistemy opredeliaiushchikh sootnoshenii neuprugoi deformatsii s nelineinost'iu zhestkogo tipa [On the improved scheme of integration time for the system of defining relations of inelastic deformation to the nonlinearity of the hard type], *Teoreticheskie osnovy inzhenernykh raschetov*, 1985, no. 4, pp. 54–60.

30. Kumar, Mordzharia, Mukherjee Chislennoe integrirovanie svjazannykh opredelajushhih modelej neuprugoj deformatsii [Numerical integration-related determinants of inelastic deformation models], *Journal of Eng. Mater. Technol*, 1980, no. 1, pp. 97-100.

31. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Iu.G., Kazakov D.A., Emel'ianov A.A., Tarasov I.S., Guseva M.A. Programmnaia realizatsiia protsessov viazkoplasticheskogo deformirovaniia i nakopleniia povrezhdenii v konstrukcionnykh splavakh pri termomekhanicheskom nagruzhении [Software implementation processes viscous plastic deformation and damage accumulation in structural alloys during thermomechanical loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2016, is. 78, no. 2, pp. 119-134.