



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.4.18

УДК 539.3

## УПАКОВКА И РАЗВЕРТЫВАНИЕ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ КРУПНОГАБАРИТНЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ

В.М. Пестренин<sup>1</sup>, И.В. Пестренина<sup>1</sup>, С.В. Русаков<sup>1</sup>,  
А.В. Кондюрин<sup>2</sup>, А.В. Корепанова<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Пермский государственный национальный исследовательский университет, Пермь, Россия

<sup>2</sup>Университет Сиднея, Сидней Австралия

### О СТАТЬЕ

Получена: 01 ноября 2016 г.  
Принята: 12 декабря 2016 г.  
Опубликована: 30 декабря 2016 г.

#### Ключевые слова:

упаковка конструкций,  
крупногабаритные оболочки,  
развертка конструкций,  
композитные материалы,  
ортоотропные свойства,  
сопротивление изгибу,  
геометрически нелинейные  
задачи, избыточное давление,  
термодинамическое состояние  
газа, квазистатическое состояние,  
давление развертывания.

### АННОТАЦИЯ

Рассматриваются упаковки крупногабаритных составных оболочечных конструкций (гофра, цилиндр и усеченный конус) и их развертывание посредством нагружения внутренним давлением. Полагается, что срединные поверхности составных элементов оболочек имеют развертку, с которой эти поверхности совпадают в упакованном состоянии. Составные элементы гофры – кольца, а цилиндра и конуса – трапециевидные пластины. Составные элементы изготовлены из углепластика с ортоотропными или трансверсально-изотропными упругими свойствами и скреплены (сшиты) между собой швами, не воспринимающими сопротивление повороту вокруг касательной к линии шва. Рассматриваемые конструкции, в отличие от пневматических изделий из мягких материалов (ткани, пленки), воспринимают изгибающие нагрузки. Геометрически нелинейные задачи механики деформируемого твердого тела по нагружению конструкции внутренним давлением решаются с применением инженерного вычислительного комплекса ANSYS. Изучена зависимость давлений, приводящих оболочку в рабочее состояние от материала конструкции, толщины оболочки, количества составляющих элементов. Показано, что давления развертывания крупногабаритных оболочек соизмеримы с избыточными давлениями пневматических конструкций из мягких материалов. Выявлено, что напряжения в оболочках, развертывающихся в гофру, могут достигать критических значений, а в цилиндре и усеченном конусе напряжения незначительные. Дана постановка и приведено решение задачи о термодинамическом состоянии вдуваемого газа при квазистатическом нагружении оболочки внутренним давлением. Показано, что в начале развертывания газ охлаждается в зависимости от состава на 50–80 °С, затем его температура стремится к температуре вдувания. Полученные результаты расширяют выбор материалов для изготовления пневматических изделий, включая конструкции космического назначения.

© ПНИПУ

© Пестренин Валерий Михайлович – кандидат физико-математических наук, доцент, e-mail: Pestreninvm@mail.ru  
Пестренина Ирина Владимировна – кандидат технических наук, доцент, e-mail: IPestrenina@gmail.com  
Русаков Сергей Владимирович – доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: Rusakov@psu.ru  
Кондюрин Алексей Викторович – кандидат технических наук, старший научный сотрудник, e-mail: A.Kondyurin@physics.usyd.edu.au  
Корепанова Анастасия Владимировна – магистр, e-mail: Nastya-kanavka@mail.ru

Valery M. Pestrenin – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: Pestreninvm@mail.ru  
Irina V. Pestrenina – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: iPestrenina@gmail.com  
Sergey V. Rusakov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: Rusakov@psu.ru  
Alexey V. Kondyurin – PhD in Technical Sciences, Senior Researcher, e-mail: A.Kondyurin@physics.usyd.edu.au  
Anastasia V. Korepanova – Master Student, e-mail: Nastya-kanavka@mail.ru

## PACKAGING AND DEPLOYMENT OF LARGE SHELL STRUCTURES BY INTERNAL PRESSURE LOADING

V.M. Pestrenin<sup>1</sup>, I.V. Pestrenina<sup>1</sup>, S.V. Rusakov<sup>1</sup>,  
A.V. Kondyurin<sup>2</sup>, A.V. Korepanova<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Perm State National Research University, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup>University of Sydney, Sydney, Australia

---

### ARTICLE INFO

Received: 01 November 2016

Accepted: 12 December 2016

Published: 30 December 2016

#### Keywords:

packed constructions, large shell structures, structures involutes, composite materials, orthotropic properties, resistance to bending, geometric non-linear problems, surplus pressure, the thermodynamic state of the gas, quasi-static state, the deployment pressure.

### ABSTRACT

The packaging of large composite shell structures (corrugation, a cylinder and a truncated cone) and their deployment by internal pressure loading are explored. It is believed that the medial surfaces of the constituent elements have involutes which coincide with them in a packed state. The corrugation consists of the ring components, the cylinder and cone consist of trapezoidal plane components. These components are made of carbon fiber with orthotropic or transversely isotropic elastic properties and stapled by joints. The joints do not perceive resistance to rotation about the tangent to the weld line. The contemplated structures perceive bending loads (unlike pneumatic ones) made of soft materials (fabrics, films). Geometrically nonlinear solid mechanics problems with the internal pressure loading are solved by using the engineering computing system ANSYS. The deployment pressure dependence on the shell material structure, shell thickness and amount of constituent elements are investigated. It is shown that the deployment pressure of the large shell is commensurate with the pressure of pneumatic structures of soft materials. It was found that the stresses in the corrugation shells can reach critical values but in the cylinder and the truncated cone the stresses are insignificant. The task formulation and its solution on the thermodynamic state of the injected gas under quasi-static internal pressure loading of the shell are suggested. It is shown that in the beginning of deployment the gas temperature will drop by about 50-80 degrees Celsius according to gas composition, and then its temperature is tending to increase to the injected gas temperature. These results enable to expand the choice of materials for the pneumatic products manufacturing including space applications design.

© PNRPU

---

## Введение

Пневматические крупногабаритные конструкции широко применяются в строительной практике. В частности, это здания, ангары для хранилищ, спортивные и выставочные павильоны, опалубки, емкости для хранения жидкости [1, 2, 3, 4]. Большая роль крупногабаритным пневматическим конструкциям отводится в освоении космического пространства, так как они могут доставляться на орбиту в упакованном виде и разворачиваться там посредством нагружения внутренним давлением. Прогнозируется их интенсивное использование в качестве рефлекторов космических телескопов и антенн [5, 2, 6, 7], зеркальных и линзовых концентраторов солнечного излучения [8, 9], модулей жизнеобеспечения космических экипажей (лабораторий, оранжерей, хранилищ расходных материалов и т.п.) [10, 11]. В настоящее время для изготовления пневматических изделий используются мягкие материалы (ткани, пленки) или материалы, армированные текстильными волокнами, работающими на растяжение. Конструкции из таких материалов не воспринимают сопротивление изгибу, поэтому рассчитываются по безмоментной теории оболочек [6, 3, 12–18, 20]. В работах [19, 21] показано, что давление разворачивания крупногабаритных оболочечных конструкций, изготовленных из жестких (работающих на изгиб) композитов (в частности, углепластиков), незначительно превосходит давление разворачивания оболочек из мягких материалов. Это обстоятельство существенно расширяет множество материалов, пригодных для изготовления пневматических конструкций космического на-

значения, и обуславливает исследование новых задач механики деформируемого твердого тела (МДТТ). К примеру, это задачи упаковки крупногабаритных оболочечных конструкций и изучения их напряженного состояния при разворачивании внутренним давлением в состояние эксплуатации. Постановки задач МДТТ по разворачиванию крупногабаритных пневматических оболочечных изделий в условиях космоса с учетом сопротивления изгибу приводятся в работах [19, 21], где изучены простейшие случаи упаковок, представляющие собой складывание цилиндрических и конических оболочек по двум образующим, делящим конструкцию пополам. В настоящей работе изучаются упаковки крупногабаритной оболочки, разворачивающейся в гофру, а также упаковки цилиндрических и конических оболочек, разворачивающихся подобно меху гармони или фотоаппарата соответственно. Исследуется напряженное состояние элементов конструкции, формулируются критерии достижения необходимого давления разворачивания, устанавливаются особенности термодинамического состояния газа, заполняющего оболочку при ее нагружении.

## 1. Принимаемые допущения. Постановка задачи

Задача МДТТ о разворачивании внутренним давлением оболочечной конструкции, изготовленной из упругого материала и находящейся в упакованном состоянии, рассматривается при следующих допущениях:

1) оболочка изготовлена из составных элементов, срединная поверхность которых имеет развертку;

2) составные элементы конструкции скреплены (сшиты) между собой швом, не воспринимающим сопротивление повороту вокруг касательной к линии шва, в частности, шов может быть выполнен из мягкого недополимеризованного композита, отверждение которого будет завершено после разворачивания с использованием энергии солнечного излучения (или другого способа);

3) элементы конструкции в упакованном виде находятся в естественном состоянии (не напряженном и недеформированном);

4) разворачивание оболочечной конструкции осуществляется в условиях космоса, гравитационные силы уравниваются силами инерции, внешнее давление отсутствует;

5) нагружение внутренним давлением рассматриваемых оболочек считается квазистатическим.

Принимается, что конструкционным материалом рассматриваемых изделий является многослойный пакет, отдельные слои которого представляют собой армированный угольными волокнами композит на основе эпоксидной смолы ЭДТ-10 с объемным содержанием волокон 0,6. Эффективные характеристики углепластика рассчитываются в два этапа: приведенные свойства однонаправленного материала определяются методом условных моментных функций [22]; приведенные свойства пакета определяются осреднением по его толщине [23]. Рассматриваются ортогонально армированный пакет (углы между направлениями волокон  $\pi/2$ ) и пакет с трансверсально-изотропными свойствами (углы  $\pi/n, n \geq 3$ ) [23]. Эффективные материальные характеристики пакета приведены в таблице. Доли слоев с различно ориентированными волокнами в пакете одинаковы.

Задача заключается в упаковке крупногабаритной составной оболочечной гофрированной, цилиндрической и конической конструкций и изучении их механического поведения при нагружении внутренним давлением до достижения им эксплуатационного значения;

Макроскопические материальные свойства пакета  
 Macroscopic material properties of the package

Варианты упаковки слоев в пакете	Макроскопические материальные свойства пакета								
	$E_x$ , МПа	$E_y$ , МПа	$E_z$ , МПа	$\nu_{xy}$	$\nu_{yz}$	$\nu_{xz}$	$G_{xy}$ , МПа	$G_{yz}$ , МПа	$G_{xz}$ , МПа
Ортогонально армированный	72564	72564	5885	0,022	0,328	0,328	6680	3218	3218
Трансверсально-изотропный	53795	53795	5885	0,275	0,243	0,243	21099	3218	3218

определении термодинамических параметров газа внутри оболочки в процессе ее развертывания. Рассматриваемая задача МДТТ описывается уравнениями геометрически нелинейной теории оболочек [24, 25, 26, 27]. Приведенные в работе решения задач строятся методом конечных элементов с использованием инженерного пакета ANSYS [28]. Принимается оболочечный 4-узловой элемент shell-181.

**2. Упаковка составной оболочки, развертывающейся в гофру**

Принимается, что в упакованном состоянии оболочка представляет собой совокупность наложенных друг на друга одинаковых плоских колец, соединенных швами друг с другом по образующим окружностям поочередно большого и малого радиуса (рис. 1, а). В приведенных ниже расчетах принято: внутренний радиус колец 7 м, наружный – 10 м, толщина оболочки 0,01 м, материал – трансверсально-изотропный углепластик. Задача МДТТ рассматривается для типичного элемента – половины (верхней) одного кольца. На нижнем сечении принято условие симметрии, по наружной окружности кольца задано отсутствие осевых перемещений и моментов, точки внутреннего кольца перемещаются в осевом направлении под действием распределенной по окружности нагрузки при отсутствии моментов. Суммарное значение этой осевой нагрузки равно произведению текущей площади торцевого сечения на величину соответствующего внутреннего давления  $p$ . Кольцо было разбито на 12000 элементов. Погрешность вычислений контролировалась встроенными средствами ANSYS и не превышала 1 %. При нагружении внутренним давлением рассматриваемая конструкция принимает форму гофры (рис. 1, б).



Рис. 1. Оболочка, развертывающаяся в «гофру»: а – начало развертывания внутренним давлением ( $p = 10$  Па); б – текущее состояние ( $p = 15$  кПа)

Fig. 1. Shell deploying into the “corrugation”, a is the beginning of the internal pressure deployment ( $p = 10$  Pa); b is the current state ( $p = 15$  kPa)

На рис. 2, *a* при давлении  $p = 15$  КПа приводятся окружные усилия  $N$ , а на рис. 2, *б* – изгибающий момент  $M_\varphi$ , где  $\varphi$  – угловая координата цилиндрической системы, ось  $z$  которой совпадает с осью симметрии оболочки;  $\hat{r}$  – материальная координата кольца, отсчитываемая в естественном состоянии по радиальной оси цилиндрической системы координат.

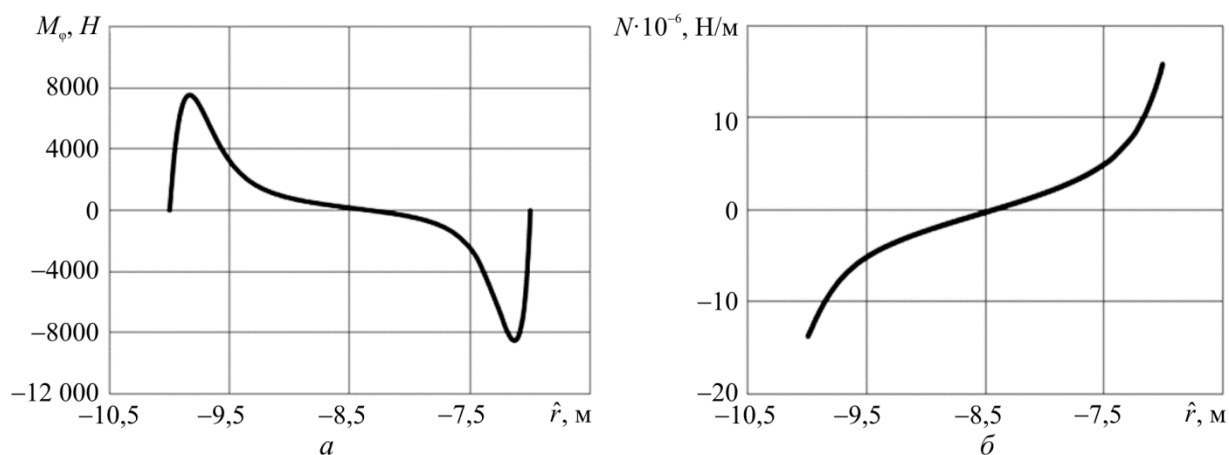


Рис. 2. Изменение изгибающего момента  $M_\varphi$  (*a*) и окружного усилия  $N$  (*б*) на одном кольце в зависимости от материальной координаты  $\hat{r}$

Fig. 2. Alteration of bending moment  $M_\varphi$  (*a*) and circumferential force  $N$  (*b*) at one ring depending on the material coordinate  $\hat{r}$

Критериями окончания разворачивания могут быть: достижение заданного давления или заданных геометрических параметров; условия, вытекающие из достижения предельного состояния и др. Достоинством данной упаковки оболочечной конструкции является простота ее изготовления. Однако она имеет и существенный недостаток – значительное напряженное состояние, ограничивающее использование таких конструкций по предельным прочностным свойствам материала.

### 3. Упаковка составной цилиндрической оболочки подобно меху гармони

Цилиндрическая оболочка может быть упакована так, как устроены меха гармони. Составляющими элементами такой конструкции служат трапециевидные пластины с углом при основании  $\pi/4$ . Из четырех пластин соединением по швам образуется замкнутая полоса (рис. 3, *a*) шириной  $l$ . Из таких полос их последовательным сшиванием по краям строится упаковка конструкции. На рис. 3, *б* представлено оригами такой упаковки. Этот способ упаковки позволяет сложить цилиндрическую конструкцию любого радиуса, причем допускается регулирование поперечных размеров. Изменение поперечных размеров достигается путем закладки продольных складок включением в составной элемент дополнительных перпендикулярных сторонам полосы швов (рис. 3, *в*).

Вычисление давления разворачивания проводится с использованием расчетной схемы, представленной на рис. 4. Рассматривается половина полосы, представляющая собой в естественном состоянии (рис. 4, *a*) прямоугольную пластину  $ABNK$  с двумя швами  $SL$  и  $QM$  (см. рис. 4, *a*).

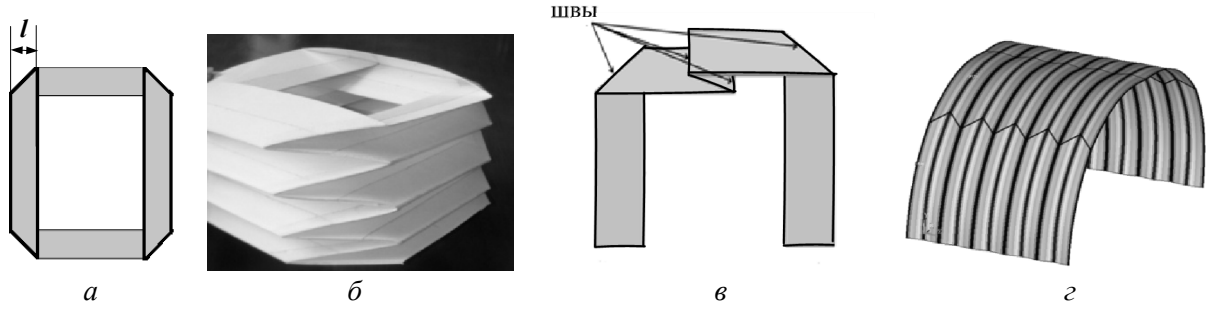


Рис. 3. Составной элемент оболочки (а); оригами цилиндрической оболочки в упакованном виде (б); закладка дополнительного долевого шва (в); половина развернутой 10-полосной конструкция (г)  
 Fig. 3. Shell component (a); origami of the cylindrical shell in a packed condition (b); making an additional longitudinal seam (c); half of the deployed 10-band structure (d)

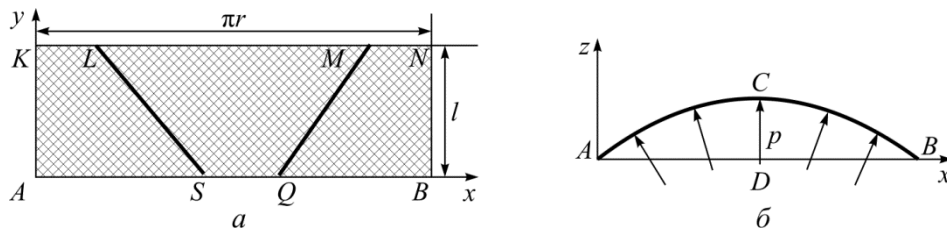


Рис. 4. Расчетная схема  
 Fig. 4. Computational model

Полагается, что при пошаговом возрастании давления  $p$  образующая  $AB$  не выходит за пределы плоскости  $y = 0$ . Точки образующей  $KN$  находятся в плоскости  $y = \text{const}$  и перемещаются в направлении  $y$  под действием приложенных в узлах ее конечно-элементной сетки усилий, уравнивающих на очередном шаге горизонтальную силу, обусловленную внутренним давлением. Вдоль образующих  $AK$  и  $BN$  принимаются условия симметрии напряженно деформированного состояния конструкции. Фактически эти условия для рассматриваемой конструкции становятся справедливыми лишь в момент окончания развертывания. Критериями окончания развертывания конструкции служат:

- 1) совпадение с заданной точностью  $\varepsilon$  отношений двух линейных размеров: длины дуги  $AB$  и удвоенной высоты  $CD$  (рис. 4, б);
- 2) достижения заданной точности  $\varepsilon_1$  отклонения от плоскости  $y = \tilde{y}$  точек дуги  $KN$

$$\left| \frac{AB}{2CD} - 1 \right| \leq \varepsilon; \quad \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i - \tilde{y})^2} \leq \varepsilon_1, \quad \tilde{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i, \quad (1)$$

где  $y_k$  – координаты узлов конечно-элементной сетки на дуге  $KN$ ;  $n$  – количество точек.

На рис. 5 приведены результаты вычислений давления развертывания упакованных подобно меху гармони цилиндрических оболочек в зависимости от их толщины и свойств материала. Радиус срединной поверхности оболочки принимался в расчетах 10 м, ширина полосы 2 м, параметры точности вычислений, входящие в критерии (1),  $\varepsilon = \varepsilon_1 = 0,01$ . Видно, что наименьшее давление развертывания требуется для оболочки, изготовленной из ортогонально армированного углепластика с ориентацией волокон  $\pm\pi/4$  к образующей. Наибольшее давление потребуется для углепластика с ориентацией волокон  $0, \pi/2$  относительно образующей. Для развертывания оболочки из трансвер-

сально-изотропного углепластика потребуется промежуточное значение давления. С увеличением толщины оболочки давление разворачивания возрастает. Изготовление продольных складок приводит к снижению необходимого давления разворачивания. Напряжения в конструкции значительно ниже предельно допустимых. Давление разворачивания соизмеримо с избыточным давлением пневматических конструкций из мягких материалов (0,001–0,1 атм) [13].

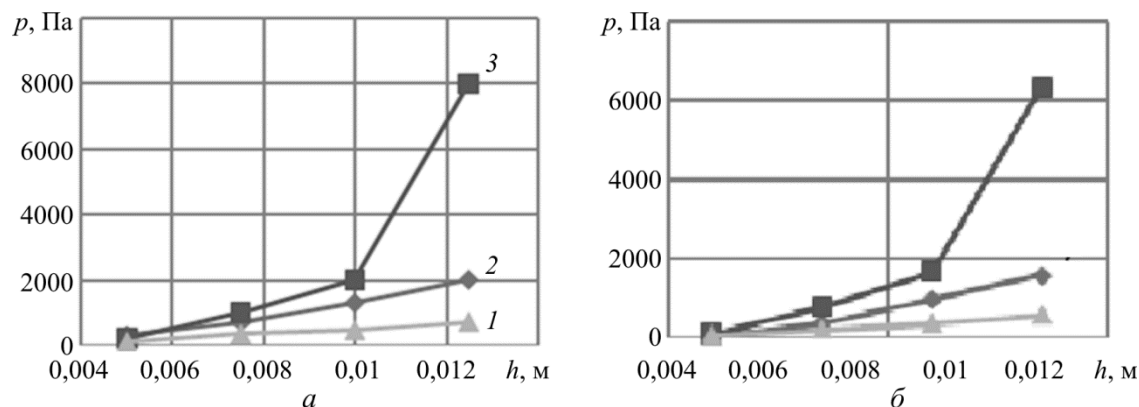


Рис. 5. Зависимость давления разворачивания для цилиндрической оболочки из углепластика от толщины оболочки:  $a$  – без продольных складок;  $b$  – с дополнительными продольными складками. Упаковка волокон: 1 –  $\pm\pi/4$ ; 2 – трансверсально-изотропная; 3 –  $0, \pi/2$

Fig. 5. Dependence of deployment pressure for a cylindrical shell made of carbon fiber on the shell thickness:  $a$  is without longitudinal folds;  $b$  is with additional longitudinal folds. Fibers packing: 1 –  $\pm\pi/4$ ; 2 is transversely isotropic; 3 –  $0, \pi/2$

#### 4. Упаковка составной конической оболочки подобно меху фотоаппарата

Усеченная коническая крупногабаритная оболочка может служить переходным конструктивным элементом, соединяющим цилиндрическую оболочку с другими объектами. Развертка упаковки конической оболочки в виде меха фотоаппарата состоит из трапециевидных плоских элементов. На рис. 6,  $a$  показана такая развертка для случая двух полос шириной  $h$ . Указанные на развертке углы вычисляются по формулам

$$\beta = \frac{3}{4}\pi - \frac{\varphi}{2}; \quad \gamma = \frac{\pi}{4} - \frac{\varphi}{2}; \quad \psi = \frac{3\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}; \quad \zeta = \frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}. \quad (2)$$

Угол  $\varphi$  задан конструкцией конуса. На рис. 6,  $b$  приводится оригами упакованной оболочки.

Разворачивание конической оболочки из упакованного состояния осуществляется посредством ее нагружения внутренним давлением. Результаты вычисления необходимого давления разворачивания двухполосной оболочки в зависимости от материала и толщины ее стенки приведены на рис. 7.

Видно, что сохраняются закономерности, обнаруженные при разворачивании цилиндрических оболочек: наименьшее давление требуется для разворачивания оболочки из ортогонально армированного углепластика с углами  $\pm\pi/4$  к образующей, максимальное – с углами  $0, \pi/2$ . Отметим также, что разворачивание конической оболочки требует большего давления, чем цилиндрической, при одинаковом максимальном диаметре конической оболочки и диаметре цилиндрической.

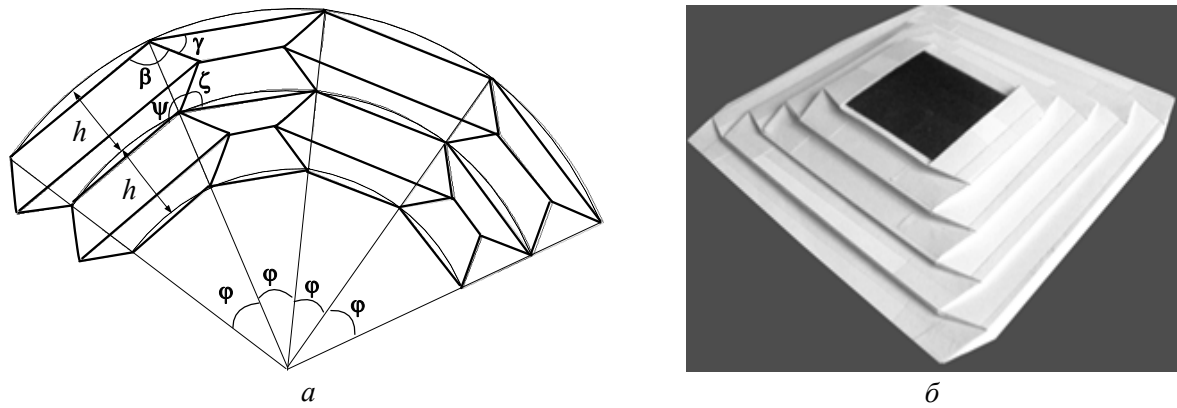


Рис. 6. Развертка двухполосной конической оболочки с нанесенными линиями сгиба (а), оригами упакованной оболочки (б)  
 Fig. 6. Deployment of a dual-band cone-shaped shell with fold lines (a), origami of the packed shell (b)

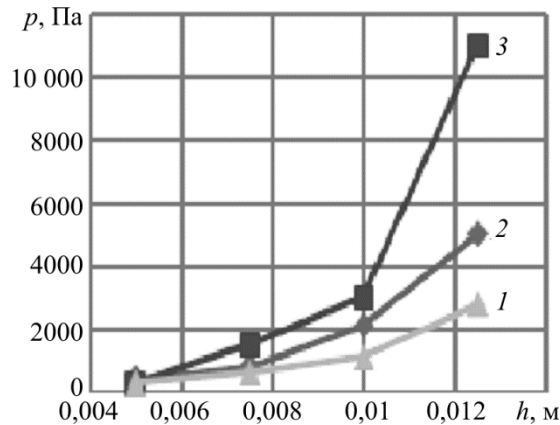


Рис. 7. Зависимость давления развертывания для конической оболочки из углепластика от толщины оболочки. Упаковка волокон: 1 –  $\pm\pi/4$ ; 2 – трансверсально-изотропная; 3 –  $0, \pi/2$   
 Fig. 7. Dependence of deployment pressure for a cone-shaped shell made of carbon fiber on the shell thickness. Fibers packing: 1 –  $\pm\pi/4$ ; 2 is transversely isotropic; 3 –  $0, \pi/2$

## 5. Состояние газа при развертывании крупногабаритных оболочек внутренним давлением

Рост внутреннего давления в процессе развертывания крупногабаритной оболочки обеспечивается нагнетанием газа. Принимается, что этот процесс квазистатический. В нем состояние газа изменяется в соответствии с законом Клапейрона и первым законом термодинамики [29, 30]:

$$p = \rho RT, \tag{3}$$

$$c_v dT + pdv = dq^e, \tag{4}$$

где  $\rho$  – массовая плотность;  $R$  – газовая постоянная;  $T$  – температура;  $c_v$  – теплоемкость;  $v$  – удельный объем;  $q^e$  – удельный приток тепла извне. Расчет текущего состояния газа реализуется по шагам по следующей схеме. Пусть на  $i$ -м шаге параметры газа имеют значения



$$V_i, T_i, \rho_i, p_i, m_i. \quad (5)$$

Через  $V_i$  и  $m_i$  обозначены объем и масса газа соответственно. В состоянии (5) осуществляется добавление в объем  $V_i$  массы газа  $m'$  с температурой  $T'$ . В результате рассматриваемая система переходит в новое состояние:

$$V_{i+1}, T_{i+1}, \rho_{i+1}, p_{i+1}, m_{i+1} = m_i + m'. \quad (6)$$

Символами «1» и «2» вверху обозначаются далее параметры основной и дополнительной частей газа. Равенство (4) проинтегрируем для каждой из этих частей, и результат умножим на соответствующую массу:

$$m_i c_v(T_{i+1} - T_i) + m_i \int_i^{i+1} p^{(1)} dv^{(1)} = Q_1^{(e)}, \quad (7)$$

$$m' c_v(T_{i+1} - T') + m' \int_i^{i+1} p^{(2)} dv^{(2)} = -Q_1^{(e)}. \quad (8)$$

Равенство (с точностью до знака) правых частей в (7) и (8) объясняется тем, что при смешивании объемов газа теплота перераспределяется лишь между ними. Принимается, что обмена теплотой с внешней средой не происходит. Складывая равенства (7) и (8), получаем

$$c_v T_{i+1} (m + m') - c_v (m T_i + m' T') + A = 0. \quad (9)$$

Через  $A$  обозначена работа, совершенная обеими частями газа над внешними телами при переходе системы из состояния  $i$  в состояние  $i+1$ . Из равенства (9) определяется температура:

$$T_{i+1} = \frac{c_v (m T_i + m' T') - A}{c_v (m + m')}. \quad (10)$$

Уравнение Клапейрона (3) служит для определения давления

$$p_{i+1} = \rho_{i+1} R T_{i+1}. \quad (11)$$

С использованием полученных равенств строится численная итерационная процедура определения параметров (6):

1) задается приращение давления  $\Delta p$ . По давлению  $p_i + \Delta p$  посредством решения задачи МДТГ вычисляется объем  $V$ ;

2) вычисляется работа газа  $A$  при переходе от  $V_i$  к  $V$ :

$$A = \int_S \bar{u} \cdot \bar{n} (p_i + \Delta p) ds,$$

где  $\bar{u}$  – вектор перемещений точек поверхности  $S$  объема  $V_i$ ;  $\bar{n}$  – нормаль к поверхности;

3) вычисляются плотность  $\rho = (m_i + m')/V$ , температура  $T$  по формуле вида (10) и давление  $p$  по формуле (11);

4) давление  $p$  сравнивается с давлением  $p_i + \Delta p$ .

Если выполняется неравенство

$$\left| \frac{p_i + \Delta p}{p} - 1 \right| < \varepsilon, \quad (12)$$

где  $\varepsilon$  – заданная точность вычислений, то принимается

$$V_{i+1} = V, \quad T_{i+1} = T, \quad \rho_{i+1} = \rho, \quad p_{i+1} = p.$$

Если неравенство (12) не выполняется, то  $\Delta p$  уточняется: уменьшается, если  $p_i + \Delta p - p > \varepsilon p$  или увеличивается при  $p_i + \Delta p - p < -\varepsilon p$ . Результаты вычислений термодинамического состояния газа (воздуха и гелия) в начале процесса разворачивания цилиндрической оболочки, упаковка которой представляет собой соединенные швами две прямоугольные пластины [18, 19], приведены на рис. 8.

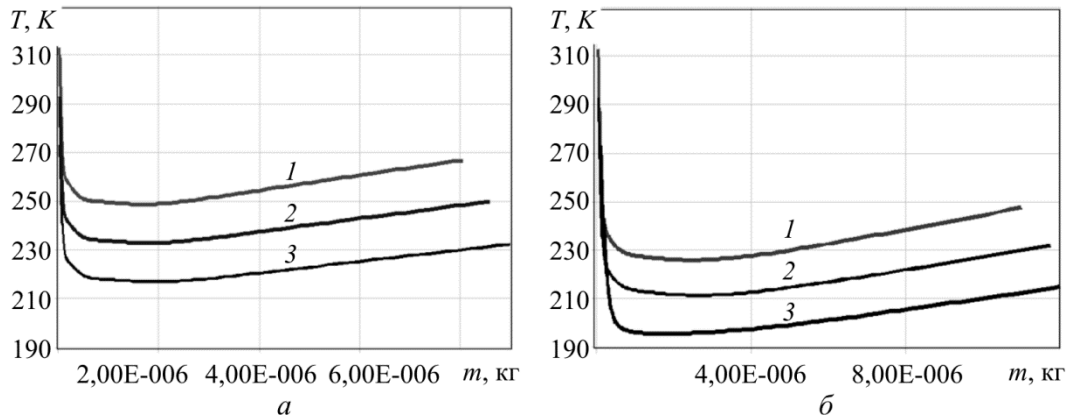


Рис. 8. Изменение температуры газа внутри оболочки в зависимости от его массы в начале процесса разворачивания: *a* – воздух; *б* – гелий. Начальная температура и температура вдуваемого газа одинакова. 1 – 273К; 2 – 293К; 3 – 303К

Fig. 8. Alteration of gas temperature inside the shell depending on its mass in the beginning of deployment process. *a* is air; *b* is helium. Initial temperature and temperature of the forced in air are the same. 1 – 273K; 2 – 293K; 3 – 303K

Видно, что на начальном этапе температура газа резко падает: для воздуха на 50, а для гелия на 80 градусов. Затем идет медленный подъем температуры газа. К концу процесса нагнетания газа его температура стремится к температуре вдувания.

## Заключение

В работе предложены способы упаковки крупногабаритных составных оболочечных конструкций, разворачивающихся внутренним давлением в гофру, цилиндр или конус. Принимается, что составные элементы оболочек сопротивляются изгибным деформациям. Определяются необходимые для приведения конструкции в состояние эксплуатации давление, напряжения в составных элементах, текущее состояние вдуваемого газа. Показано, что в надувных крупногабаритных оболочках в качестве конструктивных могут использоваться не только мягкие (работающие лишь на растяжение), но и жесткие (работающие на растяжение и изгиб) материалы. Эти результаты расширяют возможности пневматического метода изготовления крупногабаритных изделий, в том числе и космического назначения. В работе ставятся новые инженерные и исследовательские задачи. Это, в частности, задачи упаковки крупногабаритных оболочечных конструкций, а также задачи изучения в процессе квазистатического или динамического их разворачивания внутренним давлением параметров напряженно-деформированного состояния элементов конструкции и термодинамических параметров состояния вдуваемого газа.

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №14-08-96011, №15-01-07946, №16-48-590844.*

## Библиографический список

1. Белов Д.В., Югов А.М. Возведение купольных конструкций с использованием пневматических опалубок // Вестн. Донбас. акад. строит. и архит. – 2009. – № 6 (80). – С. 3–8.
2. Кривошапко С.Н. Пневматические конструкции и сооружения // Строительная механика инженерных конструкций и сооружений. – 2015. – № 3. – С. 45–53.
3. Соколовская И.Ю. Напряженно-деформированное состояние армированных пневмоопорных оболочек и наземных емкостей: автореф. дис. ... канд. техн. наук: 05.23.17 / Новосиб. гос. арх.-строит. ун-т. – Новосибирск, 2006. – 22 с.
4. Прошлое, настоящее и будущее пневматических строительных конструкций // Пневматические строительные конструкции / В.В. Ермолов, У.У. Бэрд, Э. Бубнер [и др.]. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 5–46.
5. Quinn G., Gengnagel C. A review of elastic grid shells, their erection methods and the potential use of pneumatic formwork // Mob Rapidly Assem Struct IV. – 2014. – Vol. 136. – P. 129–143. DOI: 10.2495/MAR140111
6. Бельков А.В. Моделирование крупногабаритных пневматических конструкций // Перспективы развития фундаментальных наук: сб. науч. тр. XIII Междунар. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых / Нац. исслед. Том. политехн. ун-т. – 2016. – Т. 3. – С. 21–23.
7. Рефлекторы антенн космических аппаратов на базе гибкой формообразующей структуры // Актуальные проблемы авиации и космонавтики / И.С. Морозков, С.В. Ромашенко, Е.А. Шевцов, А.К. Шатров. – 2010. – Т. 1, № 6. – С. 100–101.
8. Леонов В.В., Жаренов И.С. Анализ особенностей конструкции крупногабаритных надувных концентраторов солнечного излучения // Наука и образование: науч. изд. МГТУ им. НЭ Баумана. – 2013. – № 10. – С. 177–192. DOI:10.7463/1013.0618788
9. Леонов В.В., Жарёнов И.С. Особенности проектирования крупногабаритных космических зеркальных концентраторов солнечного излучения // Сб. тр. Шестой Рос. нац. конф. по теплообмену. – 2014. – С. 1233–1236.
10. Creation of biological module for self-regulating ecological system by the way of polymerization of composite materials in free space / A. Kondyurin, B. Lauke, I. Kondyurina, E. Orba // Advances in Space Research. – 2004. – No. 34. – P. 1585–1591.
11. Polymerisation of composite materials in space environment for development of a Moon base / I. Kondyurina, A. Kondyurin, B. Lauke, Ł. Figiel, R. Vogel, U. Reuter // Advances in Space Research. – 2006. – Vol. 37. – P. 109–115.
12. Хауг Э. Проектирование и расчет пневматических конструкций с использованием метода конечных элементов // Пневматические строительные конструкции / В.В. Ермолов, У.У. Бэрд, Э. Бубнер [и др.]. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 333–360.
13. Проектирование и расчет пневматических сооружений // Пневматические строительные конструкции / К. Ишии, В.В. Ермолов, У.У. Бэрд, Э. Бубнер [и др.]. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 273–298.
14. Чесноков А.В. Влияние изменения температуры на работу фрагментов пневматических оболочек [Электронный ресурс] // Интернет-вестник ВолгАСУ. Сер.: Строит. информатика. – 2013. – Вып. 9 (26). – 11 с. (<http://vestnik.vgasu.ru/?source=4&coverno=93>) (дата обращения: 28.10.2016).
15. Бельков А.В., Пономарев С.В. Моделирование напряженно-деформированного состояния надувной конструкции космического рефлектора // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2008. – № 1 (12). – С. 83–89.
16. Ким А.Ю. Итерационный метод приращений параметров для расчета нелинейных мембранно-пневматических систем с учетом упругой работы воздуха: дис. ... д-ра техн. наук: 05.23.17. – Саратов, 2005. – 568 с.
17. Onate E., Kroplin B. Textile composites and inflatable structures II. Computational Methods in Applied Sciences. – Berlin: Springer, 2008. – 272 p.

18. Усюкин В.И. Техническая теория мягких оболочек и ее применение для расчета пневматических конструкций // В.В. Ермолов, У.У. Бэрд, Э. Бубнер [и др.] / Пневматические строительные конструкции / под ред. В.В. Ермолова. – М.: Стройиздат, 1983. – С. 299–332.
19. Развертывание крупногабаритных оболочечных конструкций внутренним давлением / В.М. Пестренин, И.В. Пестренина, С.В. Русаков, А.В. Кондюрин // Механика композитных материалов. – Рига. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 889–898.
20. Паймушин В.Н. Об уравнениях геометрически нелинейной теории упругости и безмоментных оболочек при произвольных перемещениях // Прикладная математика и механика. – 2008. – Т. 72, № 5. – С. 822–841.
21. Deployment of large-size shell constructions by internal pressure / V.M. Pestrenin, I.V. Pestrenina, S.V. Rusakov, A.V. Kondyurin // Mechanics of Composite Materials. – 2015. – Vol. 51, No. 5. – P. 629–636.
22. Хорошун Л.П., Маслов В.П. Методы автоматизированного расчета физико-механических постоянных композиционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1980. – 156 с.
23. Пестренин В.М., Пестренина И.В. Механика композитных материалов и элементов конструкций / Перм. ун-т. – Пермь, 2005. – 364 с.
24. Беляев В.М., Миронов В.М. Конструирование и расчет элементов оборудования отрасли. Ч. 1: Том. политех. ун-т. – Томск, 2003. – 168 с.
25. Клочков Ю.В., Николаев А.П., Шубович А.А. Анализ геометрически нелинейной оболочки вращения на основе МКЭ с вариативным формированием матрицы упругости на шаге нагружения // Строительная механика и расчет сооружений. – 2011. – № 3. – С. 40–44.
26. Кузнецов В.Н., Кузнецова Т.А., Чумакова С.В. О численной реализации метода последовательных нагружений при расчете геометрически нелинейных оболочек // Исследования по алгебре, теории чисел, функциональному анализу и смежным вопросам. – 2010. – № 6. – С. 27–43.
27. Куликов Г.М., Плотникова С.В. Расчет композитных конструкций под действием следящих нагрузок с использованием геометрически точного элемента оболочки // Механика композитных материалов. – 2009. – Т. 45, № 6. – С. 789–804.
28. Применение системы ANSYS к решению задач механики сплошной среды: практ. руководство. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. ун-та, 2006. – 115 с.
29. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1. – М.: Наука, 1973. – 536 с.
30. Бородачев С.М., Никишкин С.И., Халатов Е.М. Основы термодинамики реальных газов: учеб. пособие / Ковр. гос. технол. акад. – Ковров, 2004.

## References

1. Belov D.V., Iugov A.M. Vozvedenie kupol'nykh konstruksii s ispol'zovaniem pnevmaticheskikh opalubok [The erection of dome structures using pneumatic formwork]. *Vestnik Donbasskoi akademii stroitel'stva i arkhitektury*, 2009, no. 6(80), pp. 3-8.
2. Krivoshapko S.N. Pnevmaticheskie konstruksii i sooruzheniia [Pneumatic structures and buildings]. *Stroitel'naia mekhanika inzhenernykh konstruksii i sooruzhenii*, 2015, no. 3, pp. 45-53.
3. Sokolovskaia I. Iu. Napriazhenno-deformirovannoe sostoianie armirovannykh pnevmoopornykh obolochek i nazemnykh emkosteï. [The stress-strain state of reinforced shells and pneumotomy ground tanks]. Abstract of the PhD thesis. Novosibirskii gosudarstvennyi arkhitekturno-stroitel'nyi universitet, 2006. 22 p.
4. Ermolov V.V., Berd U.U., Bubner Je. Pnevmaticheskie stroitel'nye konstruksii [Pneumatic building structure]. Moscow: Stroizdat, 1983, 439 p.
5. Quinn G., Gengnagel C. A review of elastic grid shells, their erection methods and the potential use of pneumatic formwork. *Mob Rapidly Assem Struct IV*, 2014, vol. 136, pp. 129-143. DOI: 10.2495/MAR140111

6. Bel'kov A.V. Modelirovanie krupnogabaritnykh pnevmaticheskikh konstruksii. [Modeling large pneumatic structures]. Sbornik nauchnykh trudov XIII Mezhdunarodnoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh «Perspektivy razvitiia fundamental'nykh nauk». Natsional'nyi issledovatel'skii Tomskii politekhnicheskii universitet, 2016, vol. 3, pp. 21-23

7. Morozkov I.S., Romashchenko S.V., Shevtsov E.A., Shatrov A.K. Reflektory antenn kosmicheskikh apparatov na baze gibkoi formoobrazuiushchei struktury [The antenna reflectors spacecraft on the basis of the flexible forming structure]. *Aktual'nye problemy aviatsii i kosmonavтики*, 2010, vol. 1, no. 6, pp. 100-101.

8. Leonov V.V., Zharenov I.S. Analiz osobennosti konstruksii krupnogabaritnykh naduvnykh kontsentratorov solnechnogo izlucheniia. [Analysis of the design features of large inflatable concentrators of solar radiation]. *Nauka i obrazovanie: nauchnoe izdanie Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta imeni N.E. Baumana*, 2013, no. 10, pp. 177-192. DOI:10.7463/1013.0618788

9. Leonov V.V., Zharenov I.S. Osobennosti proektirovaniia krupnogabaritnykh kosmicheskikh zerkal'nykh kontsentratorov solnechnogo izlucheniia [Features of design of large space mirror concentrators of solar radiation]. *Sbornik trudov VI Rossiiskoi natsional'noi konferentsii po teploobmenu*, 2014, pp. 1233-1236.

10. Kondyurin A., Lauke B., Kondyurina I., Orba E. Creation of biological module for self-regulating ecological system by the way of polymerization of composite materials in free space. *Advances in Space Research*, 2004, no. 34, pp. 1585-1591

11. Kondyurina I., Kondyurin A., Lauke B., Figiel L., Vogel R., Reuter U. Polymerisation of composite materials in space environment for development of a Moon base. *Advances in Space Research*, no. 37 (2006), pp.109-115.

12. Khaug E. Proektirovanie i raschet pnevmaticheskikh konstruksii s ispol'zovaniem metoda konechnykh elementov. [Design and calculation of pneumatic structures using finite element method]. *Ermolov V.V., Berd U.U., Bubner E. [et al.]. Pnevmaticheskie stroitel'nye konstruksii*. Moscow: Stroizdat, 1983, pp. 333-360.

13. Ishii K. Proektirovanie i raschet pnevmaticheskikh sooruzhenii. *Pnevmaticheskie stroitel'nye konstruksii*. Ermolov V.V., Berd U.U., Bubner E. [et al.]. Moscow: Stroizdat, 1983, pp. 273-298.

14. Chesnokov A.V. Vliianie izmeneniia temperatury na rabotu fragmentov pnevmaticheskikh obolochek [The effect of temperature changes on the operation of the pneumatic fragments of shells]. *Internet-vestnik Volgogradskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Stroitel'naia informatika*, 2013, iss. 9 (26), 11 p. available at: <http://vestnik.vgasu.ru/?source=4&coverno=93> (accessed 28 October 2016).

15. Bel'kov A.V., Ponomarev S.V. Modelirovanie napriazhenno-deformirovannogo sostoiianiia naduvnoi konstruksii kosmicheskogo reflektora. [Modeling of the stress-strain state of an inflatable design of a space reflector]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2008, no. 1(12), pp. 83-89.

16. Kim A. Iu. Iteratsionnyi metod prirashchenii parametrov dlia rascheta nelineinykh membranno-pnevmaticheskikh sistem s uchetom uprugoi raboty vozdukh. [Iteration method increment parameters to calculate non-linear membrane pneumatic systems taking into account elastic behavior of air]. Doctor's degree. Saratov: 2005. 568 p.

17. Onate E., Kroplin B. Textile composites and inflatable structures II. Computational Methods in Applied Science. Berlin: Springer, 2008, 272 p.

18. Usiukin V.I. Tekhnicheskaiia teoriia miagkikh obolochek i ee primenenie dlia rascheta pnevmaticheskikh konstruksii. *Pnevmaticheskie stroitel'nye konstruksii*. Ermolov V.V., Berd U.U., Bubner E. [et al.]. Moscow: Stroizdat, 1983, pp.299–332.

19. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V., Rusakov S.V., Kondiurin A.V. Razvertyvanie krupnogabaritnykh obolocheknykh konstruksii vnutrennim davleniem [Deployment of large-size shell construction with internal pressure]. *Mekhanika kompozitnykh materialov*. Riga, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 889-898.

20. Paimushin V.N. Ob uravneniakh geometricheski nelineinoi teorii uprugosti i bezmomentnykh obolochek pri proizvol'nykh peremeshcheniakh [On the equations of geometrically nonlinear theory of elasticity and momentless shells for arbitrary displacements]. *Prikladnaia matematika i mekhanika*. 2008, vol. 72, no. 5, pp. 822-841.
21. Pestrenin V. M., Pestrenina I. V., Rusakov S. V., Kondyurin A. V. Deployment of large-size shell constructions by internal pressure, *Mechanics of Composite Materials*, 2015, vol. 51, no. 5, pp. 629-636.
22. Khoroshun L.P., Maslov V.P. Metody avtomatizirovannogo rascheta fiziko-mekhanicheskikh postoiannykh kompozitsionnykh materialov [Methods for automated calculation of physical-mechanical constant of composite materials]. Kiev: Naukova dumka, 1980. 156 p.
23. Pestrenin V.M., Pestrenina I.V. Mekhanika kompozitnykh materialov i elementov konstruksii [Mechanics of composite materials and structural elements]. Permskii gosudarstvennyi universitet, 2005, 364 p.
24. Beliaev VM., Mironov V.M. Konstruirovaniie i raschet elementov oborudovaniia otrasli. Chast' 1 [Designing and calculation of elements of the equipment industry. Part 1]. Tomskii politekhnicheskii universitet, 2003, 168 p.
25. Klochkov Iu.V., Nikolaev A.P., Shubovich A.A. Analiz geometricheski nelineinoi obolochki vrashcheniia na osnove MKE s variativnym formirovaniem matritsy uprugosti na shage nagruzheniia. [Analysis of geometrically nonlinear shells of rotation on the basis of the FEM with the variational formation of the matrix of elasticity at the loading step]. *Stroitel'naia mekhanika i raschet sooruzhenii*, 2011, no. 3, pp. 40-44.
26. Kuznetsov V.N., Kuznetsova T.A., Chumakova S.V. O chislennoi realizatsii metoda posledovatel'nykh nagruzhenii pri raschete geometricheski nelineinykh obolochek. *Issledovaniia po algebre, teorii chisel, funktsional'nomu analizu i smezhnym voprosam*, 2010, no. 6, pp. 27-43.
27. Kulikov G.M., Plotnikova S.V. Raschet kompozitnykh konstruksii pod deistviem slediashchikh nagruzok s ispol'zovaniem geometricheski tochnogo elementa obolochki [Calculation of composite structures under the action of servo loads using a geometrically exact shell element]. *Mekhanika kompozitnykh materialov*, 2009, vol. 45, no. 6, pp. 789-804.
28. Primenenie sistemy ANSYS k resheniiu zadach mekhaniki sploshnoi sredy. Prakticheskoe rukovodstvo [Application of the system in ANSYS for solution of problems of continuum mechanics: pract. guide]. Nizhegorodskii gosudarstvennyi universitet, 2006, 115 p.
29. Sedov L.I. Mekhanika sploshnoi sredy. Tom 1 [Mechanics of the continuous environment. Vol. 1]. Moskow: Nauka, 1973, 536 p.
30. Borodachev S.M., Nikishkin S.I., Khalatov E.M. Osnovy termodinamiki real'nykh gazov [Fundamentals of thermodynamics of real gases]. Kovrovskaia gosudarstvennaia tekhnologicheskaiia akademiia, 2004.