

Селяев В.П., Низина Т.А., Бальков А.С., Низин Д.Р., Балбакин А.В. Фрактальный анализ кривых деформирования дисперсно-армированных мелкозернистых бетонов при сжатии // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 1. – С. 129–146. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.09

Selyaev V.P., Nizina T.A., Balykov A.S., Nizin D.R., Balbalin A.V. Fractal analysis of deformation curves of fiber-reinforced fine-grained concretes under compression. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2016. No. 1. Pp. 129-146. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.09



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.1.09

УДК 691.32:620.178.73

ФРАКТАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ КРИВЫХ ДЕФОРМИРОВАНИЯ ДИСПЕРСНО-АРМИРОВАННЫХ МЕЛКОЗЕРНИСТЫХ БЕТОНОВ ПРИ СЖАТИИ

В.П. Селяев, Т.А. Низина, А.С. Бальков, Д.Р. Низин, А.В. Балбакин

Национальный исследовательский Мордовский государственный университет
им. Н.П. Огарева, Саранск, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 16 ноября 2015 г.
Принята: 17 февраля 2016 г.
Опубликована: 30 марта 2016 г.

Ключевые слова:

кривые деформирования, композиционные строительные материалы, дисперсное армирование, мелкозернистые бетоны, метод минимального покрытия, метод Херста, индекс фрактальности, фрактальная размерность, параметрические точки кривых разрушения

АННОТАЦИЯ

Изложена методика определения фрактальной размерности кривых деформирования на основе метода минимального покрытия, позволяющая получать интегральную количественную оценку процесса разрушения строительных композиций при сжатии и определять положение параметрической точки кривой разрушения. Проведено сравнение предлагаемого метода с алгоритмами определения показателя Херста и фрактальной размерности методом покрытия квадратами. Показано преимущество методики, основанной на определении фрактальной размерности с помощью метода минимального покрытия.

Для проведения механических испытаний составов мелкозернистых дисперсно-армированных бетонов использовался программно-аппаратный комплекс WilleGeotechnik®, дополнительно оборудованный климатической камерой с возможностью регулирования температуры (от –40 до +100 °С) и влажности (от 10 до 96 %) в процессе нагружения. Изменение напряжений и деформаций образцов в процессе нагружения фиксировалось с шагом 0,01 с.

В качестве основных компонентов дисперсно-армированных мелкозернистых бетонов использовались: цемент класса ЦЕМ I 42,5Б, речной песок, микрокремнезем конденсированный уплотненный МКУ-85, поликарбоксилатный суперпластификатор Melflux 1641 F. Дисперсное армирование бетонов обеспечивалось раздельным введением трех видов фибр: полипропиленовое мультифиламентное волокно, полиакрилонитрильное синтетическое волокно FibARM Fiber WB и модифицированная астраленами базальтовая микрофибра «Астрофлекс-МБМ».

Определены значения индексов фрактальности и фрактальной размерности прироста напряжений и деформаций кривых деформирования мелкозернистого

© **Селяев Владимир Павлович** – академик РААСН, доктор технических наук, профессор, e-mail: nform80@mail.ru
Низина Татьяна Анатольевна – доктор технических наук, профессор, e-mail: nizinata@yandex.ru
Бальков Артемий Сергеевич – аспирант, e-mail: artbalrun@yandex.ru
Низин Дмитрий Рудольфович – аспирант, e-mail: nizindi@yandex.ru
Балбакин Алексей Владимирович – аспирант, e-mail: 06.89@mail.ru

Vladimir P. Selyaev – Academician of the RAACS, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: nform80@mail.ru
Tatyana A. Nizina – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: nizinata@yandex.ru
Artemy S. Balykov – Postgraduate Student, e-mail: artbalrun@yandex.ru
Dmitriy R. Nizin – Postgraduate Student, e-mail: nizindi@yandex.ru
Alexey V. Balbalin – Postgraduate Student, e-mail: 06.89@mail.ru

бетона с помощью метода минимального покрытия. На основе фрактального анализа временных рядов определено положение и окрестности точки перехода бетонного образца из состояния покоя в состояние выраженного тренда. Выявлено изменение положения параметрической точки и значений фрактальных размерностей в зависимости от вида применяемой фибры. Установлено, что введение 1%-го полипропиленового мультифиламентного волокна или 5%-й модифицированной астраленами базальтовой микрофибры «Астрофлекс-МБМ» приводит к существенному повышению первого «критического» уровня соответственно до 54 и 47 % как при анализе прироста напряжений и деформаций по сравнению с 19 и 28 % для составов, содержащих 1,5%-го полиакрилонитрильного синтетического волокна.

Предлагаемая методика фрактального анализа кривых деформирования на основе метода минимального покрытия позволяет получить ценную информацию о процессе разрушения композиционных материалов различной природы.

© ПНИПУ

FRACTAL ANALYSIS OF DEFORMATION CURVES OF FIBER-REINFORCED FINE-GRAINED CONCRETES UNDER COMPRESSION

V.P. Selyaev, T.A. Nizina, A.S. Balykov, D.R. Nizin, A.V. Balbalin

National Research Mordovian State University named after N.P. Ogaryov,
Saransk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 16 November 2015
Accepted: 17 February 2016
Published: 30 March 2016

Keywords:

deformation curves, composite building materials, dispersed reinforcement, fine-grained concretes, method of minimum coverage, Hurst method, fractal index, fractal dimension, parametric points of destruction curves

ABSTRACT

The authors set out the methodology of determining the fractal dimension of deformation curves based on the minimum coverage method, allowing to obtain an integral quantitative estimation of destruction process of building composites under compression; and determine the position of the parametric point of destruction curve. The proposed method was compared with the algorithms of the Hurst exponent determination and fractal dimension by the coverage squares method. It became possible to show the advantage of the method based on the determination of the fractal dimension by the minimum coverage method.

For the realization of mechanical tests of compositions of fine-grained fiber-reinforced concretes we used hardware-software complex WilleGeotechnik®, which was additionally equipped by a climatic chamber with the possibility of adjusting the temperature (from – 40 to + 100 °C) and humidity (10 to 96 %) in the process of loading. The change of stresses and deformations of samples in the process of load was fixed with a step of 0.01 sec.

The following components were used as basic ones in fiber-reinforced fine-grained concretes: cement of CEM I 42,5R class, river sand, densified condensed microsilica DCM-85, polycarboxylate superplasticizer Melflux 1641 F. The dispersed reinforcement of concretes was provided by a separate injection of three types of fibers: polypropylene multifilament fiber, polyacrylonitrile synthetic fiber FibARM Fiber WB and basalt microfiber “Astroflex-MBM” modified by astralene.

As a result, we defined values of fractality index and fractal dimension of the growth stress and strain curves of deformation of fine-grained concrete by the minimal cover method. Based on fractal analysis of time series, the position and neighborhood of the point of transition of the concrete sample from the resting state to the state of the pronounced trend were determined. The position change of parametric point was detected using the dependence of types in the applied fibers. It was established that the introduction of 1 % polypropylene multifilament fiber or 5 % modified astralene basalt microfiber “Astroflex-MBM” leads to a significant increase of the first “critical” level, respectively, to 54 and 47 % as in the analysis of growth stresses and deformations compared with 19 and 28 % for the formulations containing 1,5 % polyacrylonitrile synthetic fiber.

The suggested method of fractal analysis of deformation curves based on the method of minimal coverage allows obtaining valuable information about the process related to destruction of composite materials of different natures.

© PNRPU

Введение

Известно, что разрушение композиционных материалов, в том числе цементных бетонов и растворов, представляет собой процесс множественного зарождения, развития и агрегации различного рода дефектов и микротрещин вплоть до появления макротрещин. На сегодняшний день не вызывает сомнений тот факт, что неоднородность структуры цементных композитов приводит к формированию ослабленных зон, с которых впоследствии и начинается разрыхление и разрушение материала. Анализ механизмов разрушения бетона как процесса прогрессирующего разрушения сплошности был предложен в работах А.А. Гвоздева, О.Я. Берга, Ю.В. Зайцева, Н.И. Карпенко и др. [1–3].

Процесс разрушения бетона под действием силовых факторов зарождается на микроуровне как дискретный акт продвижения первичной микротрещины до поры или частицы заполнителя. Достижение микротрещиной включения (поры или заполнителя) приводит к сбросу критической плотности энергии в устье трещины и переходу системы к неустойчивому состоянию (точке бифуркации). В точке бифуркации возможно ветвление, изменение механизма и направления развития трещины разрушения. Процесс разрушения образца складывается из дискретных актов разрушения на микромасштабном уровне [4]. При этом разрушение имеет вероятностную природу, а сам процесс накопления повреждений самоподобен, что позволяет использовать аппарат теории фракталов [5].

В научной литературе приводятся различные способы определения фрактальной размерности структуры реальных композиционных материалов на основе цементных вяжущих и полимерных связующих [6–10]. Выявлено, что использование фрактального анализа для количественной оценки структурной неоднородности полимерных материалов и поровой структуры цементных композитов позволяет найти компактный способ описания подобных объектов. Предложены модифицированные методы определения фрактальной размерности наполненных полимерных композитов по длине профиля и площади поверхности, являющиеся более удобными и легко реализуемыми по сравнению с традиционным методом покрытия квадратами [6, 8].

В работах [11, 12] приведены результаты применения фрактальных методов исчисления для оценки роста усталостных трещин в металлах. Исследован процесс зарождения и распространения усталостных трещин в титановых сплавах методом инфракрасной термографии в условиях воздействия циклической нагрузки с помощью анализа поверхности разрушения [11], а также локализации деформаций при высокоскоростном деформировании и распространении усталостных трещин в режиме гигациклового нагружения в сплаве алюминия и магния АМг6 [12].

Программное обеспечение современного испытательного оборудования представляет собой высокоточную систему сбора и регистрации результатов с возможностью получения обширного объема данных. Фиксирование изменения силы и деформации в процессе нагружения образца может происходить с интервалом не только в доли минуты, но и доли секунды [4]. В зависимости от режима испытания скорость нагружения при использовании современных испытательных комплексов может быть задана в виде постоянной величины, характеризующей нарастание напряжений или деформаций во времени, что позволяет использовать теорию фрактального анализа временных рядов. К подобным временным рядам относят широкий спектр различных процессов – от стохастических (броуновского движения) до детерминированных [13–16]. Широкая распространенность

фрактальных свойств временных рядов свидетельствует о наличии единого универсального механизма, приводящего к возникновению фрактальности в совершенно различных реальных системах.

1. Используемое оборудование и методика определения фрактальной размерности кривых деформирования

В данной работе для проведения механических испытаний составов мелкозернистых дисперсно-армированных бетонов использовался программно-аппаратный комплекс WilleGeotechnik® (модель 13-PD/401), дополнительно оборудованный климатической камерой с возможностью регулирования температуры и влажности в процессе нагружения. Используемый комплекс позволяет проводить и отслеживать параметры испытаний в режиме реального времени и включает в себя высокоточную систему с разрешением более 1.000.000 шагов (20 бит) с тремя свободно переключаемыми каналами для каждой оси (усилие, перемещение, давление) и возможностью подключения до 16 дополнительных измерительных каналов. Климатическая камера позволяет проводить исследования в интервале температур от -40 до $+100$ °C и влажности в диапазоне 10–96 %. Настройка параметров и обработка полученных данных осуществлялась с применением программного обеспечения GEOSYS 8.7.8. Изменение напряжений и деформаций композиционных материалов в процессе нагружения фиксировалось с шагом 0,01 с, скорость нагружения 2 мм/мин (рис. 1, а).

При построении фрагментов кривой деформирования в более крупном масштабе видно, что процесс нарастания деформаций сопровождается дискретными актами повышения и падения напряжений (рис. 1, б). Также для ряда участков диаграммы деформирования наблюдается прирост и снижение относительных деформаций без существенного прироста напряжений. Учитывая, что прирост напряжений и деформаций в образце при проведении механических испытаний с помощью программно-аппаратного комплекса WilleGeotechnik® развивается во времени с определенным заданным шагом (0,01 с), применим для анализа кривых деформирования теорию фрактального анализа временных рядов.

Рассмотрим способы определения фрактальной структуры временных рядов $y(t)$. Пусть Δ – окрестность точки $t \in [0, T]$. Тогда фрактальная размерность функции $y(t)$ на промежутке $[t - \Delta, t + \Delta]$, определяемая методом покрытия квадратов со стороной $\delta < \Delta$, будет определяться по формуле

$$D(\Delta, t) = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{N(\delta)}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)} = 1 + \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(A(\delta))}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)}, \quad (1)$$

где $N(\delta)$ – количество квадратов со стороной δ , покрывающих график функции $y(t)$ на промежутке $[t - \Delta, t + \Delta]$; $A(\delta)$ – площадь покрытия, определяемая как $A(\delta) = N(\delta) \times \delta$.

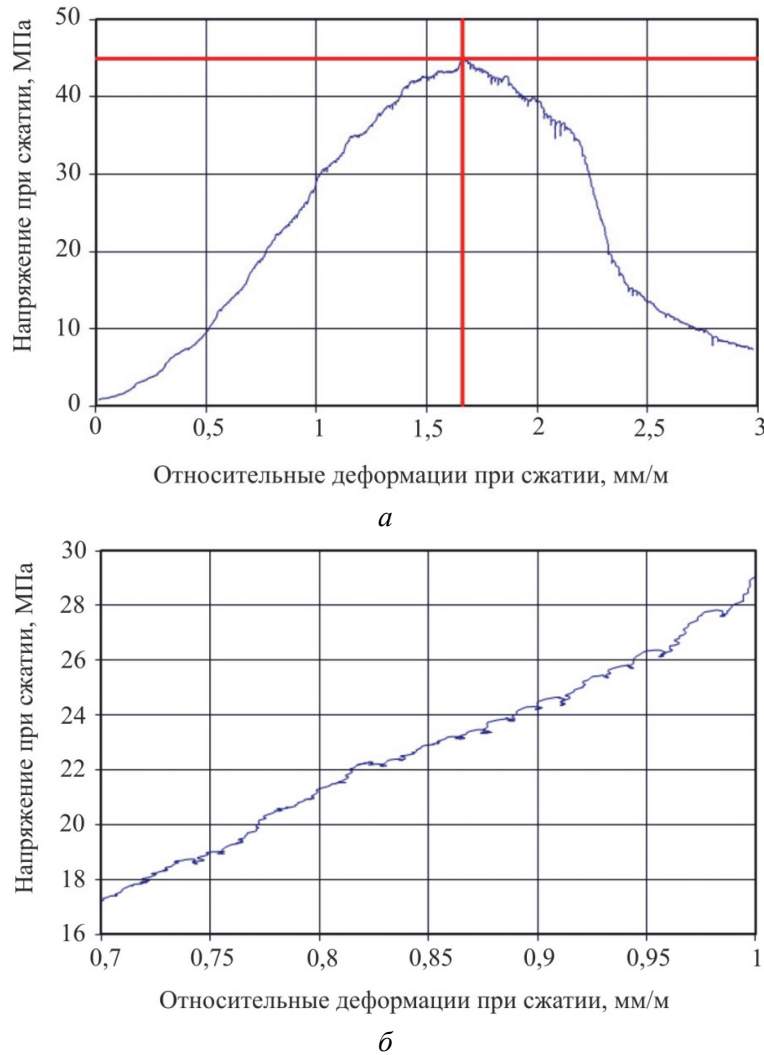


Рис. 1. Общий вид (а) и фрагмент (б) кривой деформирования составов дисперсно-армированных мелкозернистых бетонов при сжатии

Фрактальная размерность $D(\Delta, t)$ является интегральной характеристикой функции на промежутке $[t - \Delta, t + \Delta]$, зависит от длины промежутка Δ и существует для любой непрерывной функции $y(t)$. Если функция непрерывно дифференцируема, то [17]

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(A(\delta))}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)} = 0 \text{ и } D(\Delta, t) = 1.$$

Следовательно, если $D(\Delta, t) > 1$, то это свидетельствует о наличии фрактальной структуры рассматриваемого временного процесса.

Выберем в промежутке $[t - \Delta, t + \Delta]$ совокупность точек $t_0 = t - \Delta < t_1 < \dots < t_n = t + \Delta$ и определим длину ломаной

$$L_n = \sum_{i=1}^n l_i, \tag{2}$$

соединяющей прямыми отрезками последовательные соседние точки $(t - \Delta, y_0)$, $(t_1, y_1), \dots, (t + \Delta, y_n)$, где l_i – длина отрезка, соединяющего на плоскости $y(t) - t$ точки (t_{i-1}, y_{i-1}) , (t_i, y_i) , определяемая по формуле

$$l_i = \sqrt{(t_i - t_{i-1})^2 + (y_i - y_{i-1})^2}. \quad (3)$$

В случае равномерной сетки разбиения интервала $[t - \Delta, t + \Delta]$ имеем

$$t_i = t_{i-1} + \delta.$$

Пусть количество точек неограниченно увеличивается ($n \rightarrow \infty$) так, что $\delta \rightarrow 0$. Если функция не имеет фрактальной структуры, то

$$\lim_{\delta \rightarrow 0} L_n(\delta) = L,$$

где L – длина кривой, соответствующей графику функции $y(t)$.

Пусть функция $y(t)$ такова, что $L_n(\delta) \rightarrow +\infty$ при $\delta \rightarrow +0$, причем

$$L_n(\delta) \sim \delta^{-\gamma}; \gamma > 0; \delta \rightarrow 0. \quad (4)$$

Тогда функция $y(t)$ имеет фрактальную структуру, а величина $\gamma > 0$ является ее показателем и определяет степень фрактальной структуры: чем больше величина γ , тем больше степень фрактальной структуры исследуемой функции. Величину γ называют индексом длины и определяют как

$$\gamma = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(L(\delta))}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)}. \quad (5)$$

Геометрически индекс длины определяется как тангенс угла наклона прямой в двойном логарифмическом масштабе при малых $\delta > 0$:

$$\ln(L(\delta)) = a + \gamma \times \ln\left(\frac{1}{\delta}\right). \quad (6)$$

Из определения фрактальной размерности функции $y(t)$ следует, что исследуемая функция должна быть определена на всем множестве точек промежутка $[t - \Delta, t + \Delta]$. Однако временные ряды во многих областях техники представляют собой последовательности y_i , где индекс $i = 1, \dots, n$ указывает на дискретные фиксации времени, для которых известны значения исследуемого временного интервала.

Рассмотрим дискретный временной процесс в виде временного ряда

$$y_1, \dots, y_n. \quad (7)$$

Произведем разбиение совокупности чисел $i = 1, \dots, n$ на группы с делителем m_1 :

$$j = 1: i = 1, \dots, m_1; \quad j = 2: i = m_1 + 1, \dots, 2 \times m_1;$$

$$j = n_1 : i = (n_1 - 1) \times m_1 + 1, \dots, n_1 \times m_1,$$

где $n_1 = \left\lceil \frac{n}{m_1} \right\rceil$.

Аналогично проведем разбиение совокупности чисел $i = 1, \dots, n$ на n_2 групп $\left(n_2 = \left\lceil \frac{n}{m_2} \right\rceil \right)$ с делителем m_2 и т.д. вплоть до m_k . Рассмотрим для временного дискретного ряда аналог индекса длины γ , определяемого для функции непрерывного аргумента равенством (5). Соединим соседние последовательности точек

$$(0, y_1), \left(\frac{m_1}{n}, y_{m_1} \right), \left(\frac{2 \times m_1}{n}, y_{2 \times m_1} \right), \dots, \left(\frac{(n_1 - 1) \times m_1}{n}, y_{(n_1 - 1) \times m_1} \right), \left(\frac{n_1 \times m_1}{n}, y_{n_1 \times m_1} \right)$$

прямыми отрезками.

Обозначим $L(m_i)$ длину ломаной, соединяющей последовательно пары соседних точек. Тогда соответственно для m_1 , m_2 и m_k имеем

$$L(m_1) = \sum_{i=1}^{n_1} \sqrt{\frac{m_1^2}{n^2} + (y_{i \times m_1} - y_{(i-1) \times m_1})^2};$$

$$L(m_2) = \sum_{i=1}^{n_2} \sqrt{\frac{4 \times m_1^2}{n^2} + (y_{i \times m_2} - y_{(i-1) \times m_2})^2};$$

...

$$L(m_k) = \sum_{i=1}^{n_k} \sqrt{\frac{m_1^2 \times n_k^2}{n^2} + (y_{i \times m_k} - y_{(i-1) \times m_k})^2}.$$

Очевидно, что справедливы неравенства

$$L(m_k) < L(m_{k-1}) < \dots < L(m_1).$$

Тогда индекс длины дискретного временного ряда (7) определим как тангенс угла наклона прямой в двойном логарифмическом масштабе $\ln(m) - \ln(L(m))$.

Наиболее широко применяемым на сегодняшний день методом определения фрактальной размерности временных рядов является метод Херста. Однако исходный метод вычисления показателя Херста H через R/S достаточно трудоемок, поэтому для его определения достаточно часто используют степенную зависимость [17, 18]

$$|X_{i+\delta} - X_i| \sim \delta^H. \tag{8}$$

При этом величину показателя Херста определяют как коэффициент наклона графика функции $f(\delta) = |X_{i+\delta} - X_i|$, построенного в двойном логарифмическом масштабе. Основным недостатком данного метода является необходимость экспериментального определения большого количества данных, а также достаточно медленный выход на асимптотику при анализе реальных фрактальных структур [17, 18].

В работе [19] предложен численный алгоритм определения локальной фрактальной размерности временных рядов на основе последовательности аппроксимаций, которые позволяют достаточно быстро найти выход функции на асимптотический режим

$$S(\delta) \sim \delta^{2-D} \text{ при } \delta \rightarrow 0. \quad (9)$$

Произведя преобразование уравнения

$$D = \lim_{\delta \rightarrow 0} \frac{\ln(N(\delta))}{\ln\left(\frac{1}{\delta}\right)}, \quad (10)$$

умножив обе части на $1/\delta$ и введя D под знак логарифма, получаем

$$N(\delta) \sim \delta^{-D} \text{ при } \delta \rightarrow 0. \quad (11)$$

Если теперь умножить обе части (11) на δ^2 , то уравнение для определения фрактальной размерности можно переписать в виде степенного закона (9) через площадь аппроксимации $S(\delta)$.

Рассмотрим временной ряд $y(t)$, определенный на некотором участке $[a, b]$. Для вычисления фрактальной размерности был использован более точный по сравнению с методом клеточной размерности метод минимального покрытия, основные положения которого изложены в работах [19–21]. Суть метода заключается в равномерном разбиении отрезка

$$\omega_m = [a = t_0 < t_1 < \dots < t_m = b]$$

на m частей и подсчете функции $y = f(t)$ в классе покрытий, состоящих из прямоугольников с основанием $\delta = \frac{b-a}{m}$ (рис. 2) [19]. Тогда высота прямоугольника на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$ будет равна разности между максимальным и минимальным значением функции $f(t)$ на этом отрезке – $K_i(\delta)$. Введя величину амплитудной вариации функции $f(t)$, соответствующей масштабу разбиения δ на отрезке $[a, b]$

$$V_f(\delta) = \sum_{i=1}^m K_i(\delta), \quad (12)$$

получим зависимость для определения полной площади покрытия

$$S_\mu(\delta) = V_f(\delta) \times \delta. \quad (13)$$

Согласно (1)

$$V_f(\delta) \sim \delta^{-\mu} \text{ при } \delta \rightarrow 0, \quad (14)$$

где μ – индекс фрактальности, связанный с размерностью минимального покрытия D_μ как

$$\mu = D_\mu - 1. \quad (15)$$

Для сопоставления фрактальной размерности D_μ , определенной методом минимального покрытия, с клеточной размерностью D_c , рассмотрим клеточное разбиение плоскости графика функции $f(t)$ (см. рис. 2). Пусть $N_i(\delta)$ – число клеток, покрывающих график функции $f(t)$ внутри отрезка $[t_{i-1}, t_i]$. Тогда из рис. 2 видно, что

$$0 < N(\delta) \times \delta^2 - K_i(\delta) \times \delta < 2 \times \delta^2. \quad (16)$$

Разделив это соотношение на δ и просуммировав по i с учетом (12), получим

$$0 < N(\delta) \times \delta - V_f(\delta) < 2 \times (b - a), \quad (17)$$

где $N(\delta) = \sum N_i(\delta)$ – полное число клеток размером δ , покрывающих график функции $f(t)$ на отрезке $[a, b]$. Переходя к пределу при $\delta \rightarrow 0$, с учетом (14) и (15) имеем

$$N(\delta) \times \delta \sim V_f(\delta) \sim \delta^{-\mu} = \delta^{1-D_\mu}. \quad (18)$$

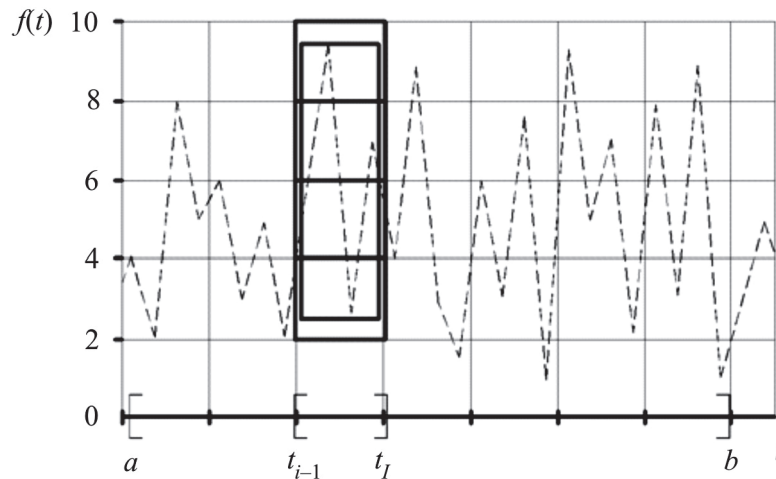


Рис. 2. Фрагмент клеточного (квадраты) и минимального (прямоугольник) покрытий графика фрактальной функции на отрезке $[t_{i-1}, t_i]$

С другой стороны, согласно уравнению (10)

$$N(\delta) \times \delta = S_c(\delta) \times \delta^{-1} \sim \delta^{1-D_c}. \quad (19)$$

Следовательно $D_c = D_\mu$.

Учитывая, что метод минимального покрытия для анализа временных рядов является более простым в реализации и дает более быстрый выход на асимптотический режим, будем использовать его для фрактального анализа кривых деформирования дисперсно-армированных бетонов при сжатии.

2. Применяемые материалы

Для получения составов мелкозернистых фибробетонов с полифункциональными модифицирующими добавками был использован портландцемент класса ЦЕМ I 42,5Б производства ОАО «Мордовцемент». В качестве мелкозернистого заполнителя применялся речной песок с размером зерна менее 5 мм, добываемый в поселке Смольный Ичалковского района Республики Мордовии. Доля мелкозернистого наполнителя составляла 65 % от массы твердой фазы.

Дисперсное армирование бетонов обеспечивалось отдельным введением трех следующих видов фибр в количестве соответственно 1, 1,5 и 5 % от массы вяжущего:

1) низко модульное полипропиленовое мультифиламентное волокно с длиной резки 12 мм, диаметром 25–35 мкм, плотностью 0,91 г/см³;

2) высоко модульное полиакрилонитрильное синтетическое волокно специальной обработки для бетонов FibARM Fiber WB с длиной резки 12 мм, диаметром 14–31 мкм, плотностью (1,17±0,03) г/см³;

3) модифицированная астраленами базальтовая микрофибра под фирменным названием «Астрофлекс-МБМ» длиной 100–500 мкм, средним диаметром 8–10 мкм, насыпной плотностью 800 кг/м³, с содержанием астраленов 0,0001–0,01 % от массы фибры.

С целью полифункциональной модификации мелкозернистых бетонов применялся микрокремнезем конденсированный уплотненный (МКУ-85) производства ОАО «Кузнецкие ферросплавы», вводимый в количестве 20 % от массы цемента. Для обеспечения необходимых реологических свойств использовался поликарбоксилатный суперпластификатор Melflux 1641 F (BASF Construction Polymers, Германия) – 0,5 % от массы вяжущего.

3. Фрактальный анализ кривых деформирования при сжатии

Произведем анализ кривых деформирования составов мелкозернистых дисперсно-армированных бетонов до точки разрушения с помощью метода минимального покрытия, представив данные в виде временных рядов, описывающих прирост в процессе нагружения напряжений (рис. 3) и относительных деформаций с разным шагом (0,01, 0,04 и 0,16 с). Для определения индекса фрактальности μ использовалась последовательность m вложенных разбиений, где $m = 2^n$, $n = 0, 1, 2, \dots, 12$. Каждое разбиение состояло из 2^n интервалов, содержащих 2^{12-n} экспериментальных точек. Для каждого разбиения ω_m вычислялась амплитудная вариация $V_f(\delta)$ по формуле (12), где $K_i(\delta)$ определялась как разница между максимальным и минимальным приростом напряжения (деформации) при сжатии на временном интервале $[t_{i-1}, t_i]$. Из анализа рис. 4 видно, что данные обработки достаточно точно ложатся на прямую линию. По коэффициенту a уравнения регрессии $y = a \times x + b$, определенному с помощью метода наименьших квадратов, определялся индекс фрактальности и размерность минимального покрытия:

$$\mu = -a; D_\mu = 1 + \mu.$$

Индексы фрактальности кривой деформирования при анализе прироста напряжений и деформаций контрольного состава мелкозернистого бетона, определенные по рис. 4,

соответственно $\mu_{\sigma} = 0,638$ и $\mu_{\varepsilon} = 0,789$; размерности минимального покрытия $D_{\mu_{\sigma}} = 1,638$ и $D_{\mu_{\varepsilon}} = 1,789$. Значения фрактальных размерностей для исследуемых составов бетона с содержанием трех видов фибры приведены в табл. 1. Коэффициенты детерминации R^2 варьируются в интервале 0,982–0,996, что подтверждает высокую достоверность аппроксимации полученных данных линейной моделью.

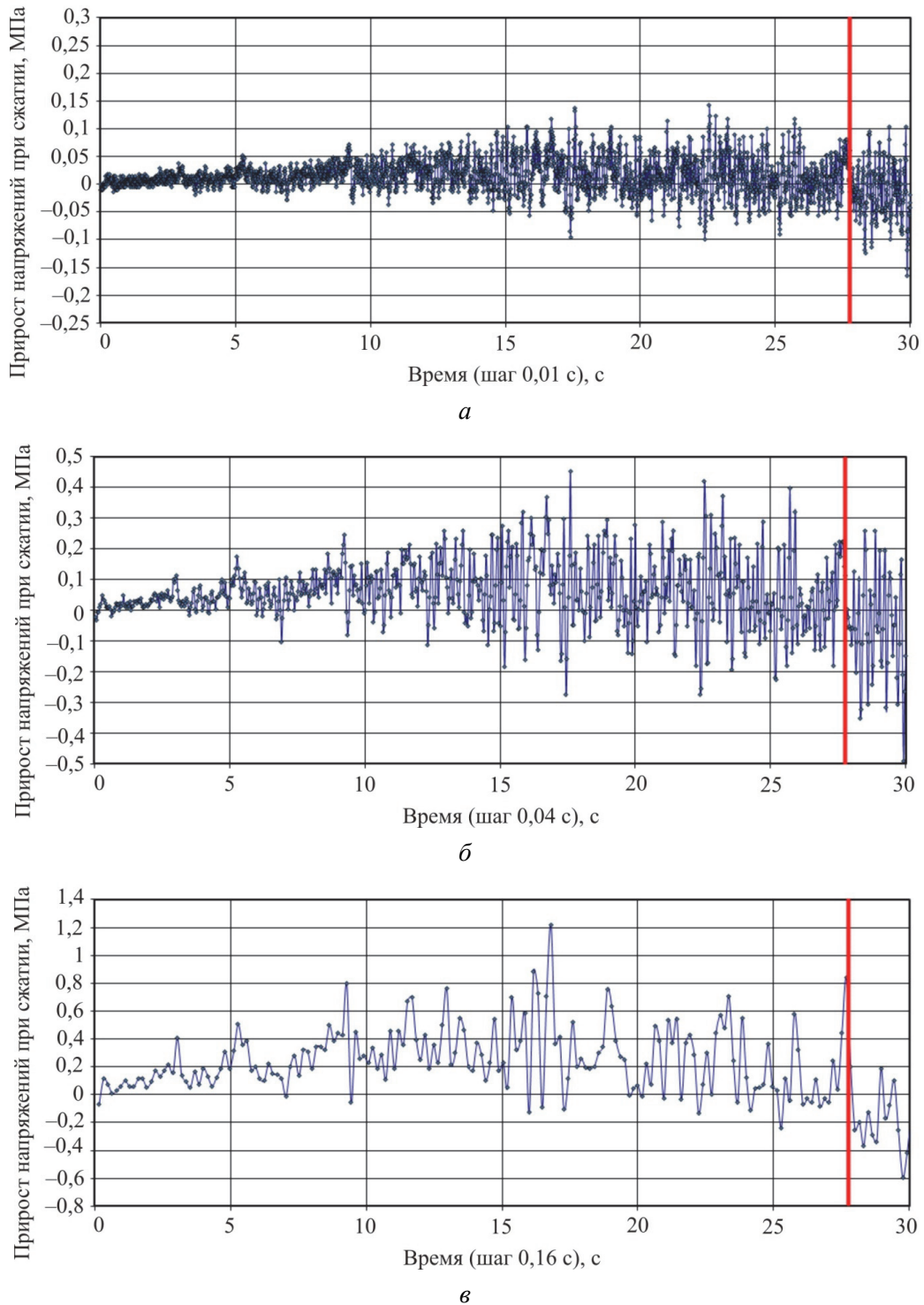


Рис. 3. Временные ряды прироста напряжений в зависимости от шага фиксации показаний: а – 0,01; б – 0,04; в – 0,16 с (вертикальной линией обозначен момент разрушения образца)

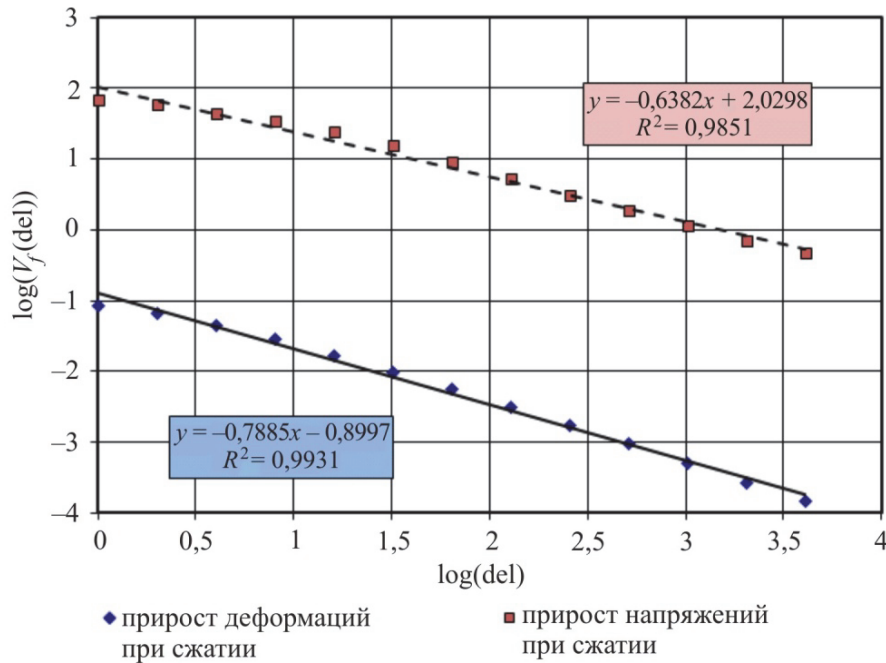


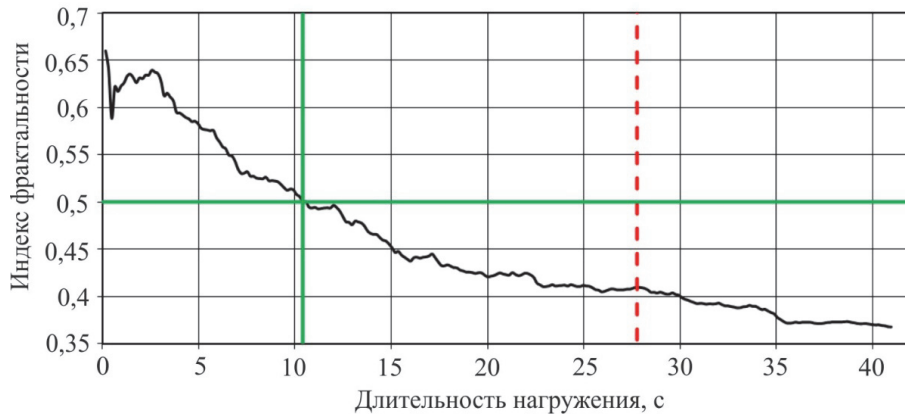
Рис. 4. Изменение амплитуды вариации в зависимости от шага аппроксимации кривых деформирования контрольного состава мелкозернистого бетона при сжатии в двойных логарифмических координатах

Таблица 1

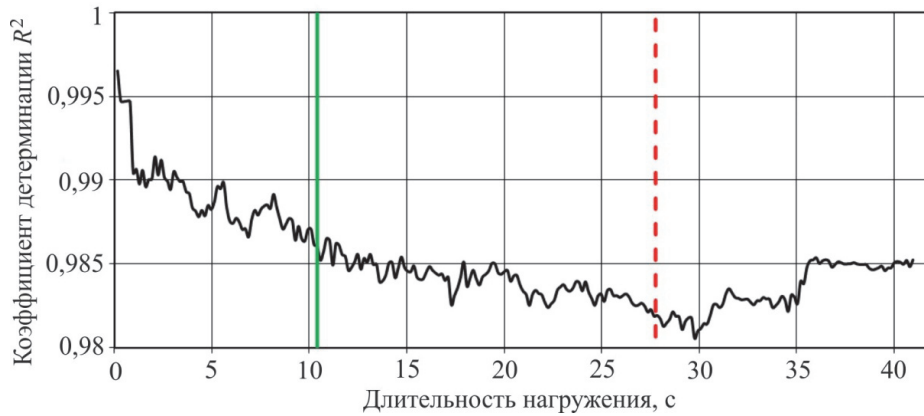
Значения индекса фрактальности и фрактальной размерности кривых деформирования дисперсно-армированных мелкозернистых бетонов при сжатии

Номер состава	Вид фибры	Индекс фрактальности				Фрактальная размерность	
		μ_σ	R^2	μ_ϵ	R^2	D_{μ_σ}	D_{μ_ϵ}
1	Вид 1	0,681	0,982	0,799	0,993	1,681	1,799
2	Вид 2	0,665	0,988	0,743	0,996	1,665	1,743
3	Вид 3	0,657	0,991	0,793	0,994	1,657	1,793

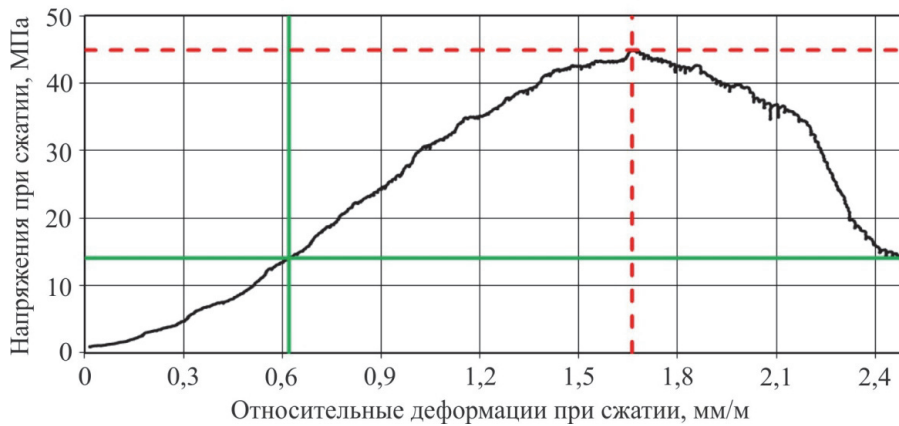
Полученные результаты свидетельствуют о целесообразности использования индексов фрактальности μ_σ и μ_ϵ кривой разрушения, определенных с помощью метода минимального покрытия, в качестве локальной характеристики, определяющей динамику процесса нагружения. Для описания состояния композиционного строительного материала в процессе деформирования необходимо соотнести значение μ с поведением анализируемого ряда, т.е. ввести функцию $\mu(t)$ как значение μ , определенное на минимальном, предшествующем t , интервале τ_μ . В случае непрерывного аргумента t выбирают произвольно малый интервал [19–21]; в нашем случае, так как временной ряд получен с шагом 0,01 с, выберем интервал, содержащий $2^4 = 16$ точек, $\tau_\mu = 0,16$ с. Результаты расчета приведены на рис. 5.



а



б



в

Рис. 5. Изменение индекса фрактальности (а) и коэффициента детерминации (б) прироста напряжений кривой деформирования (в) контрольного состава мелкозернистого бетона в зависимости от длительности нагружения (вертикальная штриховая линия – время разрушения образца; вертикальная сплошная линия – точка перехода состояния образца в промежуточное состояние между «флэтом» и «трендом»; горизонтальная сплошная линия соответствует $\mu = 0,5$):
 - - момент разрушения; — точка перехода системы их состояния «флэт» в состояние «тренд»

Проанализируем представленные на рис. 5, а данные изменения индекса фрактальности прироста напряжений с позиции анализа временных рядов. Известно [18], что чем больше значение μ , тем стабильнее ряд. Если $\mu < 0,5$ – то ряд интерпретируют как

«тренд» (период относительно длительного движения вверх или вниз); если $\mu > 0,5$, то как «флэт» (период относительного спокойствия). При $\mu \approx 0,5$ говорят о соответствии происходящих изменений броуновскому движению. Из анализа рис. 5, а видно, что переход образца мелкозернистого бетона из состояния «флэт» в «тренд» происходит через 10,4 с от начала деформирования. Данная временная точка на кривой деформирования соответствует достижению 31 % от разрушающего напряжения и 37 % от максимальной деформации (рис. 5, в). Значения коэффициента детерминации R^2 для используемых при определении индекса фрактальности μ линейных зависимостей варьируются в интервале 0,98–0,997 (рис. 5, б), что также подтверждает достоверность используемого метода минимального покрытия.

Основные параметры момента разрушения и точки перехода образцов дисперсно-армированного мелкозернистого бетона из состояния «флэт» в состояние «тренд» приведены в табл. 2. Предлагается использовать данные величины как числовые координаты параметрической точки процесса разрушения, свидетельствующей о накоплении в объеме композита определенного уровня микродефектов, приводящих к появлению первых трещин.

Таблица 2

Параметры момента разрушения и точки перехода образцов дисперсно-армированного мелкозернистого бетона из состояния «флэт» в состояние «тренд»

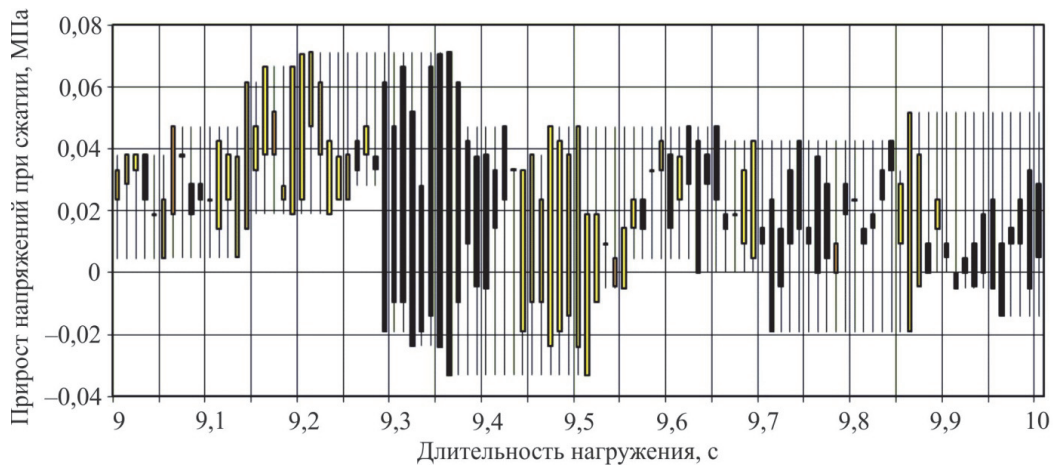
Номер состава	Параметры момента разрушения			Параметры точки перехода					
				абсолютные величины			относительные величины		
	$t_{\text{разр}}, \text{ с}$	$\sigma_{\text{сж}}, \text{ МПа}$	$\varepsilon_{\text{сж}}, \text{ мм/м}$	$t_{\text{пер}}, \text{ с}$	$\sigma_{\text{пер}}, \text{ МПа}$	$\varepsilon_{\text{пер}}, \text{ мм/м}$	$\frac{t_{\text{пер}}}{t_{\text{разр}}}, \%$	$\frac{\sigma_{\text{пер}}}{\sigma_{\text{сж}}}, \%$	$\frac{\varepsilon_{\text{пер}}}{\varepsilon_{\text{сж}}}, \%$
1	21,1	29,03	1,234	11,52	16,07	0,667	54,59	55,35	54,07
2	20,34	28,58	1,215	5,92	5,40	0,345	29,11	18,91	28,42
3	21,23	23,90	1,278	10,08	10,42	0,600	47,48	43,60	46,95

Проведем анализ окрестностей точки перехода бетонного образца из состояния относительного покоя в состояние выраженного тренда на основе графических зависимостей в виде «японской свечи» (рис. 6). Обычно подобные графики применяют для анализа колебания цены, используя 4 вида данных: цена открытия, максимальная и минимальная цены, цена закрытия [22]. Применительно к анализу кривых деформирования эти 4 столбца данных будут представлять собой прирост напряжений (или деформаций) в начальной точке исследуемого временного интервала, максимальное и минимальное значения анализируемой величины, прирост напряжений в последней точке интервала. Тело свечи, имеющее форму прямоугольника, показывает колебания параметра в течение изучаемого интервала; верхняя точка тени – максимум; нижняя – минимум в изучаемом временном промежутке. Если тело свечи окрашено в черный цвет, то наблюдается понижение характеристики; если светлое – повышение.

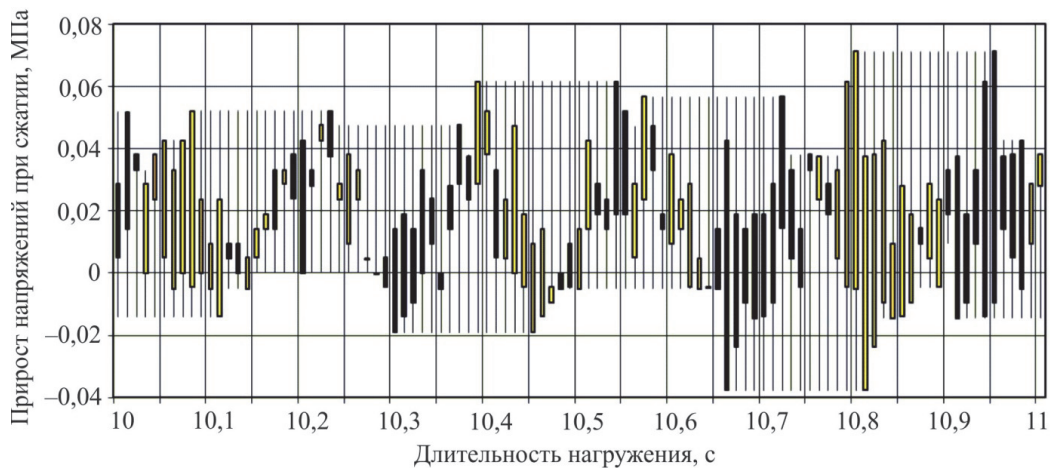
Из анализа ряда составов мелкозернистого бетона установлено, что точке перехода образца из относительно спокойного состояния «флэт» в состояние «тренд» в окрестностях точки при $\mu \approx 0,5$ предшествует этап снижения прироста напряжений – например, участок кривой деформирования в интервале от 9,28 до 9,43 с (рис. 6, а). Подобная картина свидетельствует о появлении определенных «трудностей» при перераспределении на-

пряжений по объему композита, о возникновении процесса разуплотнения структуры и зарождении процесса микроразрушений (по Бергу – первая параметрическая точка). Данный этап связан с зарождением опасной активной трещины (дефекта структуры в виде пор, отверстий или включений заполнителя).

С увеличением нагрузки на участке от точки перехода до точки разрушения наблюдается все большая структуризация этапов увеличения и снижения прироста напряжений. Дискретные акты повышения и падения напряжений при монотонном нарастании деформаций и усилий, воспринимаемых образцом, а также увеличение упорядоченности структуризации этапов увеличения и снижения прироста напряжений на данном этапе можно объяснить дискретным характером роста трещин, что проявляется в локальном продвижении трещины на минимальную критическую длину. Для текущего временного интервала характерны: нелинейность диаграммы деформирования [1, 23], дальнейшее развитие процесса разуплотнения структуры, зарождение очагов локального разрушения, формирование точек бифуркации и магистральной трещины вплоть до разрушения образца.



а



б

Рис. 6. Анализ окрестностей точки перехода образца контрольного состава мелкозернистого бетона из состояния «флэт» в «тренд» с помощью графика в виде «японских свечей» (прирост напряжений при сжатии)

Выявлено, что наиболее быстрый процесс формирования первого «критического» состояния наблюдается для мелкозернистых бетонов с содержанием 1,5 % от массы вяжущего высокомодульного полиакрилонитрильного синтетического волокна FibARM Fiber WB. Данное состояние характеризуется достижением напряжений порядка 19 % от несущей способности и предельных деформаций около 28 %. Введение 1%-го низкомодульного полипропиленового мультифиламентного волокна (длина резки 12 мм, диаметр 25–35 мкм) или 5%-ной модифицированной астраленами базальтовой микрофибры «Астрофлекс-МБМ» (длина 100–500 мкм, диаметр 8–10 мкм) приводит к существенному повышению первого «критического» уровня – порядка 54 и 47 %, как при анализе прироста напряжений, так и деформаций.

Заключение

Предлагаемая методика фрактального анализа кривых деформирования на основе метода минимального покрытия и ее реализация на составах дисперсно-армированного мелкозернистого бетона дает возможность количественно определять положение параметрических точек, что является важной информативной характеристикой при изучении процессов разрушения композиционных материалов различной природы. Построение кривых деформирования с минимальным шагом фиксирования показаний « σ – ϵ » и их фрактальный анализ с позиции временных рядов открывает новые возможности для исследования механики разрушения строительных композитов.

Библиографический список

1. Берг О.Я., Щербаков Е.Н., Писанко Е.Н. Высокопрочный бетон. – М.: Стройиздат, 1971. – 208 с.
2. Зайцев Ю.В. Моделирование деформации и прочности бетона методами механики разрушения. – М.: Стройиздат, 1982. – 196 с.
3. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
4. Фрактальные модели разрушения бетонов / В.П. Селяев [и др.] // Региональная архитектура и строительство. – 2015. – № 1. – С. 11–22.
5. Синергетика и фракталы в материаловедении / В.С. Иванова, А.С. Баланкин, И.Ж. Бунин, А.А. Оксогоев. – М.: Наука, 1994. – 384 с.
6. Селяев В.П., Низина Т.А., Ланкина Ю.А. Фрактальный анализ структуры наполненных полимерных композитов / Изв. вузов. Строительство. – 2007. – № 4. – С. 43–48.
7. Хахардин А.Н., Ходыкин Е.И. Фрактальная размерность дисперсных и пористых материалов // Строительные материалы. – 2007. – № 8. – С. 62–63.
8. Определение фрактальной размерности как структурного параметра при анализе полимерных композитов / В.П. Селяев, Т.А. Низина, Ю.А. Ланкина, В.В. Цыганов // Достижения, проблемы и перспективные направления развития теории и практики строительного материаловедения: Десятые Академические чтения РААСН. – Казань: Изд-во Казан. гос. архит.-строит. ун-та, 2006. – С. 73–76.
9. Топологическая оптимизация процессов формирования микроструктуры цементного камня и бетона / В.Т. Перцев [и др.] // Науч. вестн. Воронеж. гос. архит.-строит. ун-та. Серия: Физико-химические проблемы и высокие технологии строительного материаловедения. – 2015. – № 1. – С. 21–28.

10. Хамидулина Д.Д., Шишкин И.В. Применение теории фрактальной геометрии в строительном материаловедении // Актуальные проблемы современной науки, техники и образования. – 2015. – Т. 2, № 1. – С. 5–8.
11. Экспериментальное исследование фрактальных закономерностей роста усталостной трещины и диссипации энергии в ее вершине / М.В. Банников [и др.] // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 2. – С. 21–36.
12. Фрактальный анализ поверхности разрушения сплава АМгб при усталостном и динамическом нагружении / В.А. Оборин, М.В. Банников, Ю.В. Баяндин, М.А. Сокоиков, Д.А. Биалов, О.Б. Наймарк // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 2. – С. 116–126. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.2.07
13. Кривоносова Е.К., Первадчук В.П. Использование фрактального подхода для анализа стабильности многоуровневых структур // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2013. – № 1(15). – С. 63–69.
14. Krivonosova E.A., Schicin Y.D., Krivonosova E.K. Fractal analysis of multilevel structure formation // The International Symposium on visualization throught advanced measurements and simulation. – Osaka, 2014. – P. 287–289.
15. Масловская А.Г., Осокина А.Г., Барабаш Т.К. Применение фрактальных методов для анализа динамических данных // Вестн. Амур. гос. ун-та. – 2010. – Вып. 51: Сер. Естеств. и экон. науки. – С. 13–20.
16. Владимирова Д.Б. Индекс фрактальности в исследованиях детерминированности дискретных временных рядов // Наука и бизнес: пути развития. – 2015. – № 8(50). – С. 86–91.
17. Федер Е. Фракталы: пер. с англ. – М.: Мир, 1991. – 254 с.
18. Mandelbrot B. B. The fractal geometry of nature. – N.Y.: Freeman, 1983. – 480 p.
19. Старченко Н.В. Индекс фрактальности и локальный анализ хаотических временных рядов: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М., 2005. – 122 с.
20. Dubovikov M.M., Starchenko N.S. Variation index and its applications to analysis of fractal structures // Sci. Almanac Gordon. – 2003. – Vol. 1. – P. 1 – 30.
21. Dubovikov M.M., Starchenko N.S., Dubovikov M.S. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series // Physica. – 2004. – A 339. – P. 591–608.
22. Нисон С. Японские свечи: графический анализ финансовых рынков / пер. с англ. Т. Дозорова, М. Волкова. – М.: Диаграмма, 1998. – 336 с.
23. Бондаренко В.М., Селяев В.П., Селяев П.В. Физические основы прочности бетона // Бетон и железобетон. – 2014. – № 4. – С. 2–5.

References

1. Berg O.Y., Shcherbakov E.N., Pisanko E.N. Vysokoprochnyi beton [High-strength concrete]. Moscow: Stroizdat, 1971. 208 p.
2. Zaitsev Y.V. Modelirovanie deformatsii i prochnosti betona metodami mekhaniki razrusheniia [Modelling of deformation and strength of the concrete by methods fracture mechanics]. Moscow: Stroizdat, 1982. 196 p.
3. Karpenko N.I. Obshchie modeli mekhaniki zhelezobetona [General models of mechanics of reinforced concrete]. Moscow: Stroizdat, 1996. 416 p.
4. Seliaev V.P. [et al.] Fraktal'nye modeli razrusheniia betonov [Fractal models of destruction of concretes]. *Regional'naiia arkhitektura i stroitel'stvo*, 2015, no. 1, pp. 11–22.
5. Ivanova V.S., Balankin A.S., Bunin I.J., Oksogoev A.A. Sinergetika i fraktaly v materialovedenii [Synergetics and fractals in science of materials]. Moscow: Nauka, 1994. 384 p.
6. Seliaev V.P., Nizina T.A., Lankina Y.A. Fraktal'nyi analiz struktury napolnennykh polimernykh kompozitov [Fractal analysis of the structure of filled polymer composites]. *Izvestiia vuzov. Stroitel'stvo*, 2007, no. 4, pp. 43–48.

7. Khakhardin A.N., Khodykin E.I. Fraktal'naia razmernost' dispersnykh i poristykh materialov [Fractal dimension of dispersed and porous materials]. *Stroitel'nye materialy*, 2007, no. 8, pp. 62-63.

8. Selyaev V.P., Nizina T.A., Lankina Y.A., Tsyganov V.V. Opredelenie fraktal'noi razmernosti kak strukturnogo parametra pri analize polimernykh kompozitov [Determination of fractal dimension as a structural parameter in the analysis of polymer composites]. *Desiatye Akademicheskie chteniia RAASN "Dostizheniia, problemy i perspektivnye napravleniia razvitiia teorii i praktiki stroitel'nogo materialovedeniia"*. Kazanskii gosudarstvennyi arkhitekturno-stroitelnyi universitet, 2006, pp. 73-76.

9. Pertsev V.T. Topologicheskaiia optimizatsiia protsessov formirovaniia mikrostruktury tsementnogo kamnia i betona [Topological optimization of the processes of microstructure formation of cement stone and concrete]. *Nauchnyi vestnik Voronezhskogo gosudarstvennogo arkhitekturno-stroitel'nogo universiteta. Fiziko-himicheskie problemy i vysokie tekhnologii stroitel'nogo materialovedeniia*, 2015, no. 1, pp. 21-28.

10. Khamidulina D.D., Shishkin I.V. Primenenie teorii fraktal'noi geometrii v stroitel'nom materialovedenii [Application of the theory of fractal geometry in building materials science]. *Aktual'nye problemy sovremennoi nauki, tekhniki i obrazovaniia*, 2015, vol. 2, no. 1, pp. 5-8.

11. Bannikov M.V. Eksperimental'noe issledovanie fraktal'nykh zakonomernostei rosta ustalostnoi treshchiny i dissipatsii energii v ee vershine [Experimental study of fractal properties of fatigue crack growth and energy dissipation in crack tip]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2013, no. 2, pp. 21-36.

12. Oborin V.A., Bannikov M.V., Bayandin Y.V., Sokovikov M.A., Bilalov D.A., Naimark O.B. [Fractal analysis of fracture surface of aluminum alloy AMg6 under fatigue and dynamic loading]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 2, pp. 116-126. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.2.07

13. Krivonosova E.K., Pervadchuk V.P. Ispol'zovanie fraktal'nogo podkhoda dlia analiza stabil'nosti mnogourovnevnykh struktur [Fractal approach to the multilevel structure stability analysis]. *Vestnik Permskogo natsionalnogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Mashinostroenie, materialovedenie*, 2013, no. 1(15), pp. 63-69.

14. Krivonosova E.A., Schitsin Y.D., Krivonosova E.K. Fractal analysis of multilevel structure formation. *The International Symposium on visualization through advanced measurements and simulation. Osaka*, 2014, pp. 287-289.

15. Maslovskaiia A.G., Osokina A.G., Barabash T.K. Primenenie fraktal'nykh metodov dlia analiza dinamicheskikh dannykh [Application of fractal methods to analysis dynamic data]. *Vestnik Amurskogo gosudarstvennogo universiteta. Estestvennye i ekonomicheskie nauki*, 2010, vol. 51, pp. 13-20.

16. Vladimirova D.B. Indeks fraktal'nosti v issledovaniiah determinirovannosti diskretnykh vremennykh riadov [Index of fractality in the study of deterministic discrete time series]. *Nauka i biznes: puti razvitiia*, 2015, no. 8(50), pp. 86-91.

17. Feder E. Fraktaly [Fractals]. Moscow: Mir, 1991. 254 p.

18. Mandelbrot B.B. The fractal geometry of nature. N.Y.: Freeman, 1983. 480 p.

19. Starchenko N.V. Indeks fraktal'nosti i lokal'nyi analiz khaoticheskikh vremennykh riadov [Index of fractality and local analysis of chaotic time series]. *Thesis of doctor's degree dissertation*. Moscow, 2005. 122 p.

20. Dubovikov M.M., Starchenko N.S. Variation index and its applications to analysis of fractal structures. *Sci. Almanac Gordon*, 2003, vol. 1, pp. 1-30.

21. Dubovikov M.M., Starchenko N.S., Dubovikov M.S. Dimension of the minimal cover and fractal analysis of time series. *Physica*, 2004, A 339, pp. 591-608.

22. Nison S. Iaponskie svechi: graficheskii analiz finansovykh rynkov [Japanese candlesticks: graphical analysis of financial markets]. Moscow: Diagram, 1998. 336 p.

23. Bondarenko V.M., Seliayev V.P., Seliayev P.V. Fizicheskie osnovy prochnosti betona [Physical basis of concrete strength]. *Beton i zhelezobeton*, 2014, no. 4, pp. 2-5.