



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2016

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI 10.15593/perm.mech/2016.4.21

УДК 621.452.3.034

ДИНАМИКА НЕУРАВНОВЕШЕННОГО ГИБКОГО РОТОРА В АНИЗОТРОПНЫХ ОПОРАХ ПРИ КОНТАКТЕ СО СТАТОРОМ

А.Д. Куракин, М.Ш. Нихамкин, С.В. Семенов

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 15 октября 2016 г.
Принята: 17 декабря 2016 г.
Опубликована: 30 декабря 2016 г.

Ключевые слова:

роторная динамика,
роторная система,
анизотропия жесткости
опор, задевание ротора
о статор, математическое
моделирование.

АННОТАЦИЯ

Одна из важных проблем механики роторных систем – динамика ротора при его контактном взаимодействии со статорными элементами (задевании) в процессе движения. Известны случаи, когда задевание ротора о статор в турбомашинах приводило к серьезным авариям.

Цель описанного в настоящей работе исследования – получение детальных экспериментальных данных о движении ротора с задеванием о статор, пригодных для верификации расчетных моделей, математическое моделирование и выявление диагностических признаков задевания по характеристикам вибрации применительно к роторным системам с анизотропией жесткости опор.

Разработана методика и проведено экспериментальное исследование поведения гибкого неуравновешенного ротора, установленного на шариковых подшипниках, при его контакте со статором с учетом взаимного влияния анизотропии жесткости опор, величины дисбаланса, условий трения в контакте, упругой податливости статора. На основе модели Джеффкотта разработана и идентифицирована по экспериментальным данным расчетная методика, которая позволяет моделировать динамику ротора при его контакте со статором с учетом перечисленных выше факторов. Данная модель объясняет появление дополнительных гармоник, появляющихся на диаграмме Кэмпбелла и амплитудно-частотных характеристиках при задевании ротора о статор, позволяя использовать их в качестве диагностического признака.

Разработанная экспериментальная методика и полученные данные могут быть использованы для верификации и отработки расчетных методик. Разработанная методика математического моделирования может быть использована для выяснения и устранения причин задевания ротора о статор, а также как основа более сложных моделей, разрабатываемых с целью повышения вибрационной надежности роторных систем.

© ПНИПУ

© Куракин Антон Дмитриевич – аспирант, e-mail: dj-anton-pstu-2010@mail.ru
Нихамкин Михаил Шмерович – доктор технических наук, профессор, e-mail: nikhamkin@mail.ru
Семенов Сергей Валерьевич – ассистент, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru

Anton D. Kurakin – Postgraduate Student, e-mail: dj-anton-pstu-2010@mail.ru
Mikhail Sh. Nihamkin – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: nikhamkin@mail.ru
Sergey V. Semenov – Assistant, e-mail: sergey.semyonov@mail.ru

DYNAMICS OF UNBALANCED FLEXIBLE ROTOR WITH ANISOTROPIC SUPPORTS DURING CONTACT WITH THE STATOR

A.D. Kurakin, M.Sh. Nikhamkin, S.V. Semenov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 15 October 2016
Accepted: 17 December 2016
Published: 30 December 2016

Keywords:

Rotor dynamics, rotor system, support anisotropy, rotor-stator rubbing, experimental modeling, mathematical modeling.

ABSTRACT

One of the important problems of rotor systems mechanics is rotor dynamics when it contacts stator elements. There are well-known cases when rotor - stator rubbing led to serious accidents.

The main aim of the work is to gather data about movement of rotor upon contact with the stator suitable for verification of mathematical models. Also diagnostic features of rubbing in the rotor system with anisotropic stiffness were determined.

Vibration behavior of the unbalanced flexible rotor with two ball bearings when it contacts the stator was experimentally investigated. The influence of support stiffness anisotropy, unbalance value, contact properties and stator elastic flexibility were taken into consideration.

The calculation method of rotor dynamics with the stator rubbing was created and identified via experimental data. This method is based on Jeffcott model and allows taking into consideration the support stiffness anisotropy, unbalance value, contact properties, rpm and stator elastic flexibility. The model explains the mechanism of additional harmonics appearing in Campbell diagram and the presence of frequency response when the rotor contacts the stator. It makes possible to use phenomena of additional harmonics appearing as a diagnostic feature.

The created experimental method and gathered data can be used for the verification and tuning of mathematical models. The suggested mathematical method of rotor-stator interaction modelling is suitable for the detection and elimination of rotor stator contacting situations. Also, it can be used as a basis for more complicated rotor system models.

© PNRPU

Введение

Роторные машины, основным узлом которых является вращающийся в опорах вал с закрепленными на нем элементами (роторная система), обширный класс машин тяжелого машиностроения, энергетики, двигателестроения, приборостроения. Снижение вибрации роторных машин – необходимое условие их надежной и безопасной эксплуатации [1]. Одна из ключевых проблем механики роторных систем – динамика ротора при его контактном взаимодействии с элементами статора (задевании) в процессе движения (в англоязычной литературе – rotor-to-stator rubbing). Закономерности поведения роторов при задевании о статор представляют интерес с точки зрения обеспечения вибрационной безопасности турбомашин, авиационных двигателей, электрических машин, насосов и т.п. Возникновение усилий на поверхностях контакта между ротором и статором может привести к резкому повышению уровня вибрации, а также износу ротора, что, в свою очередь, может стать причиной катастрофических последствий (см., например, [2–5]).

Задевание ротора о статор возможно по разным причинам [6–8]: недостаточность радиальных зазоров между ротором и статором, вызванная, например, в турбомашине, стремлением к повышению к.п.д; значительная неуравновешенность ротора и как следствие его вынужденные колебания с амплитудами, превышающими величину радиального зазора; нарушение соосности ротора с корпусом при сборке или в процессе эксплуатации; импульсное воздействие при ударах.

Проблема динамики роторов в условиях контакта со статором неоднократно рассматривалась в работах отечественных и зарубежных ученых. Задевание ротора о статор может сопровождаться изменением собственных частот и форм колебаний, увеличением демпфирования, появлением в спектре вибрации супер- и субгармоник, интенсивным износом контактирующих поверхностей, неравномерным нагревом ротора и обусловленным им эффектом термического дисбаланса [3].

Выделяют два принципиально различных типа движения ротора при контакте со статором: виброударное с систематическими или хаотическими ударами о статор и безотрывное (с постоянным контактом – full annular rub) [3, 9]. В свою очередь, безотрывное движение может представлять собой обкатку с прецессией в направлении, обратном направлению вращения – backward rolling, прямое синхронное или обратное скольжение роторов (forward slipping и backward slipping) [3, 5, 9]. Факторами, определяющими эти движения, являются [3, 9–15]: коэффициент трения скольжения, частота вращения, величина зазора между ротором и статором, эксцентриситет ротора, его массово-жесткостные характеристики, а также жесткость статора.

Математическое моделирование динамики ротора в условиях контакта со статором обычно проводится с использованием простейшей модели Джеффкотта (Jeffcott rotor model), представляющей собой невесомый упругий вал с одним диском посередине, которая приводит к системе обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений (см., например, [3]). В рамках такой простой модели, дополненной условиями силового взаимодействия ротора со статором, выявлены основные закономерности динамики ротора в условиях задевания о статор [3, 5, 9, 13–15, 16].

Особенности ротора как колебательной системы при контакте со статором состоят в ее переменной кусочно-непрерывной жесткости и возникновении в зоне контакта силы трения. В момент контакта ротора со статором жесткость колебательной системы резко возрастает [3], что и определяет нелинейность системы. Модели, исследованные в [3, 5, 9, 13, 16], описывают виброударное движение ротора, происходящее непосредственно после задевания о статор и переходящее в движение с обкаткой по статору. Особую роль играют эффекты, связанные с трением и проскальзыванием в контакте. Если ротор совершает обратную прецессию, резко возрастает давление в контакте [5], что может приводить к износу контактирующих поверхностей. При обратном проскальзывании также происходит интенсивный износ [15]. В работе [17] показано существенное влияние податливости статора на динамику ротора при задевании о статор. В работе [9] предложена обобщенная модель ротора с тремя степенями свободы, которая наряду с описанными выше эффектами учитывает падение частоты вращения при задевании, обусловленное действием момента сил трения в контакте, и окружную неравномерность зазора между ротором и статором, обусловленную их несоосностью. Как и в упомянутых выше работах, показано, что движение ротора после соприкосновения со статором может иметь качественно разный характер в зависимости от величины коэффициента трения. В спектре вибрации ротора при слабом трении имеется только один пик, соответствующий частоте вращения, при реализации виброударного режима появляется второй пик, соответствующий второй гармонике, при высоком коэффициенте трения второй пик появляется на частоте обратной прецессии [9].

Экспериментальные исследования динамики ротора при задевании о статор обычно проводятся на лабораторных установках, что позволяет реализовать различные эффекты поведения роторов, изменять параметры эксперимента, снизить влияние погрешностей [3, 5, 10–12, 18, 19]. В экспериментах, обобщенных в работе [3], приведены временные зависимости радиальных перемещений ротора при контакте со статором. Показано, что при

задевании ротора о статор искажается их гармоническая форма, в результате чего в спектре вибрации ротора появляются высшие гармоники. Автором [11] в эксперименте реализованы режимы виброударного движения ротора при задевании. При низком коэффициенте трения на диаграмме Кэмпбелла видны субгармонические компоненты $1/2x$, $1/3x$, $1/4x$, и $1/5x$. В случае высокого коэффициента трения – только субгармоническая компонента $1/2x$, а также высшие гармоники $2x$, $3x$ с низкими амплитудами; при некоторых частотах вращения после задевания о статор возникает обратная прецессия ротора. В спектрах колебаний, полученных в работе [12], при задевании ротора о статор также появлялись высшие гармоники и субгармоники $1/3x$, $2/3x$.

В работах [20, 21] экспериментально исследовано задевание о статор лопаток ротора турбомашин. И в этом случае экспериментально установлено, что при таком контакте наряду с общим возрастанием амплитуды вибрации возбуждаются высокочастотные колебания с частотами, кратными частоте вращения, в исследованном примере – вплоть до $38x$.

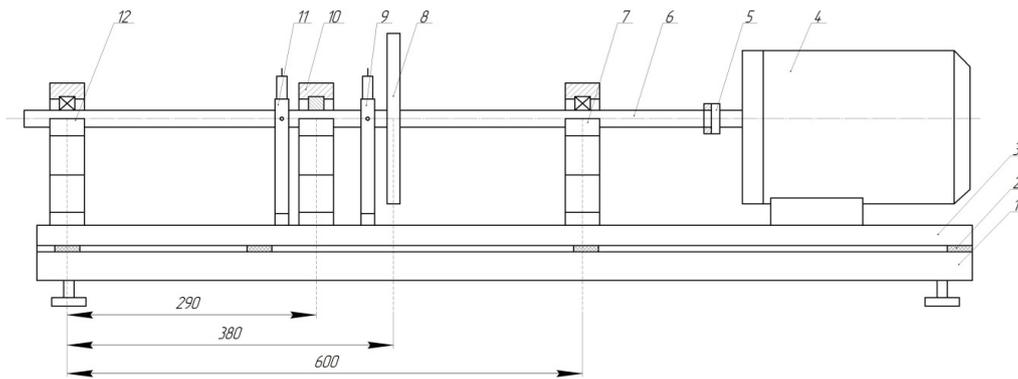
Отклонение от нормального режима работы роторных машин вызывает изменение спектра вибрации. Это широко используется для диагностики технического состояния изделий, в частности, в турбостроении и авиационной технике [22–24]. Эффективность методов вибрационной диагностики зависит от правильного выбора параметров, поддающихся выделению на фоне помех, присущих измерению вибрации, и наиболее чувствительных к диагностируемым дефектам. В работе [18] спектр вибрации используется для диагностики задевания ротора за статор. В работе [25] для выявления задевания ротора о статор натурной турбины использован метод акустической эмиссии.

Экспериментальные и расчетные данные о поведении роторов при контакте со статором, описываемые различными авторами, показывают многообразие режимов взаимодействия ротора со статором и существенное влияние на эти режимы многочисленных конструктивных факторов, дисбаланса, частоты вращения, условий трения в контакте. Даже наиболее полные математические модели не описывают всего этого многообразия. В частности, не описаны эффекты, связанные с задеванием ротора о статор в роторных системах с анизотропией жесткости. В связи с этим проблема разработки математических моделей поведения роторов при контакте со статором остается актуальной, и для верификации таких моделей необходимы детальные экспериментальные данные.

Цель описанного в настоящей работе исследования – получение детальных экспериментальных данных о движении ротора с задеванием за статор, пригодных для верификации расчетных моделей, выявление диагностических признаков задевания по характеристикам вибрации применительно к роторным системам с анизотропией жесткости опор.

1. Методика и результаты экспериментального исследования

Экспериментальное исследование проводилось на специальной установке (рис. 1) [26–29]. Основные элементы установки смонтированы на раме 3, которая закреплена на основании 1. Ротор установки представляет собой стальной вал 6 диаметром 20 мм с закрепленным на нем диском массой 4 кг. Вал ротора закреплен в опорных узлах 7 и 12. Каждый из них представляет собой закрепленный на раме корпус, в котором находится самоустанавливающийся двухрядный шариковый подшипник 2205 E-2RS1KTN9. Ротор приводится во вращение асинхронным двигателем 4, который соединяется с валом 6 через упругую муфту 5. Для моделирования задевания ротора о статор используется закрепленная на раме бронзовая втулка-имитатор статора 10 с внутренним диаметром 21 мм (рис. 2).



a



б

Рис. 1. Схема (а) и внешний вид (б) экспериментальной установки: 1 – основание; 2 – виброопора; 3 – рама; 4 – электродвигатель; 5 – упругая муфта; 6 – вал; 7, 12 – опоры; 9, 11 – кронштейны с вихретоковыми датчиками; 8 – диск; 10 – корпус с втулкой

Fig. 1. Scheme (a) and appearance (b) of experimental unit: 1 – base; 2 – anti-vibration mountings; 3 – frame; 4 – electric motor; 5 – flexible coupling, 6 – shaft; 7, 12 – supports; 9, 11 – frames with eddy current sensors; 8 – disc; 10 – bush housing

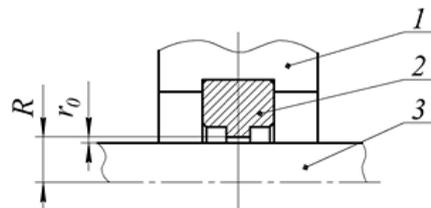


Рис. 2. Втулка, имитирующая статор: 1 – корпус, закрепленный на раме установки; 2 – бронзовая втулка; 3 – вал ротора

Fig. 2. Stator imitating bush: 1 body, fixed on the frame of the unit, 2 – bronze bushing; 3 – rotor shaft

Установка препарирована двумя парами вихретоковых датчиков AP2100A, установленных в кронштейнах 9 и 11 (рис. 1) и измеряющих две компоненты радиальных виброперемещений вала u_x и u_y в горизонтальном и вертикальном направлениях соответственно; относительная погрешность измерения перемещений по паспорту датчика 2 %. Кроме того, на каждой опоре ротора и на корпусе втулки установлены по три акселерометра РСВ 352С33, измеряющие виброускорения в горизонтальном и вертикальном направлениях и под углом 45° к горизонтали. Для измерения частоты вращения ротора используется датчик E60H20-T-1024; погрешность измерения не более 1 об/мин.

Установка имеет систему управления экспериментом и регистрации параметров на базе модулей National Instruments. Управление экспериментом и обработка результатов измерений осуществляется с помощью программного обеспечения, разработанного в среде LabView [30]. Система управления обеспечивает изменение частоты вращения ротора по заданному закону, регистрацию и обработку сигналов с акселерометров и датчиков перемещений, а также контроль частоты вращения. Результаты эксперимента могут быть представлены в виде временных функций перемещений и ускорений, амплитудно-частотных характеристик (АЧХ), а также (после спектрального анализа) в виде спектров и диаграмм Кемпбелла.

В первой серии экспериментов движение ротора происходило без задевания о статор. Изменение частоты вращения ротора проводилась в диапазоне от 1200 до 4200 об/мин с ускорением 30 (об/мин) /с.

На рис. 3 приведены АЧХ, полученные обработкой сигнала с датчиков виброперемещений u_y и u_x . На АЧХ, полученной по виброперемещениям u_y , виден пик, соответствующий резонансным колебаниям в вертикальном направлении при частоте вращения 3100 об/мин, а на частоте вращения 2915 об/мин имеется резонансный пик на АЧХ, полученной по перемещениям u_x в горизонтальном направлении. На рис. 3 показаны также

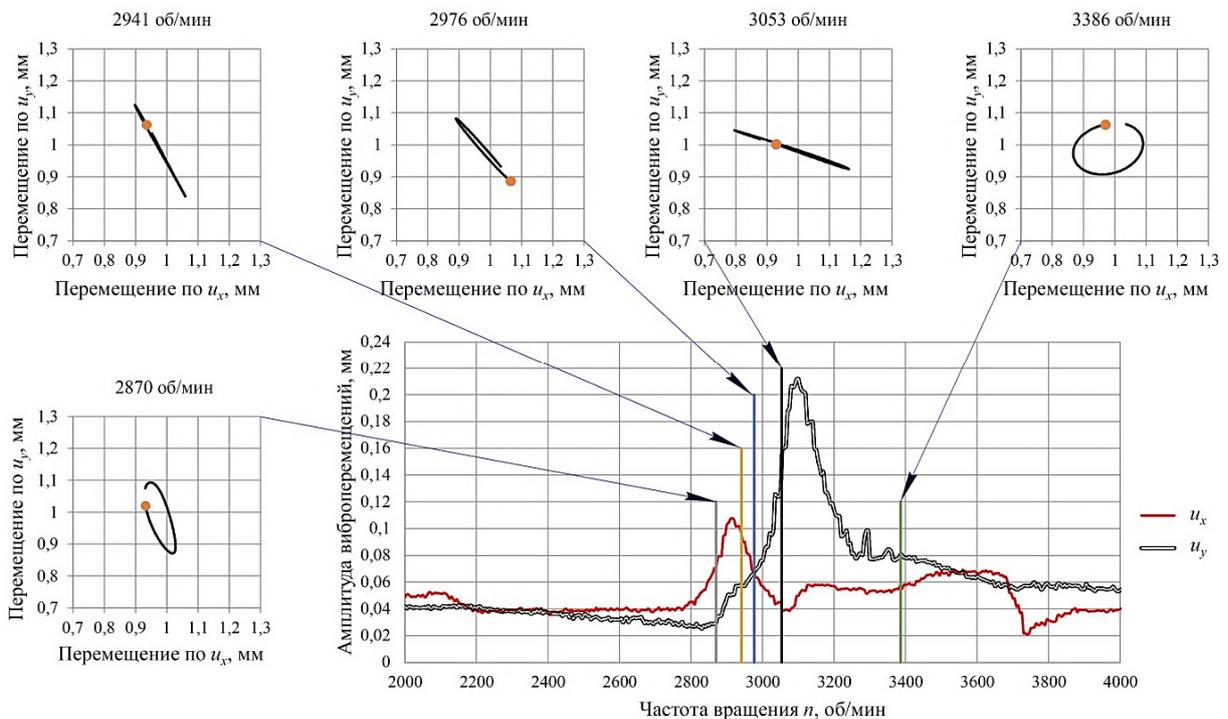


Рис. 3. АЧХ, полученные с датчиков u_y и u_x в первой серии экспериментов (движение ротора без задевания о статор)

Fig. 3. Amplitude-frequency characteristic obtained from sensors u_y and u_x in the first series of experiments (motion of the rotor without stator rubbing)

орбиты движения изогнутой оси ротора, построенные по измеренным виброперемещениям u_y и u_x для частот вращения 2870, 2941, 2976, 3053, 3386 об/мин. При частоте вращения 2870 об/мин (докритической) наблюдается прямая прецессия вала с эллиптической орбитой. Эллиптическая форма орбиты свидетельствует об анизотропии жесткости опор. При частоте вращения 2941 об/мин прямая прецессия сменяется обратной, это выражается в вырождении эллиптической траектории движения в линию. На частоте вращения 2976 об/мин имеет ме-

сто обратная прецессия. На частоте вращения 3053 об/мин происходит переход от обратной прецессии к прямой, это снова выражается в вырождении траектории движения в линию. На частоте вращения 3386 об/мин ротор возвращается к прямой прецессии. Такое поведение характерно для роторных систем с анизотропией жесткости опор (см., например, [3]).

На рис. 4 приведена диаграмма Кэмпбелла, полученная обработкой сигнала с акселерометра, измеряющего горизонтальную составляющую виброускорения на корпусе опоры втулки-имитатора.

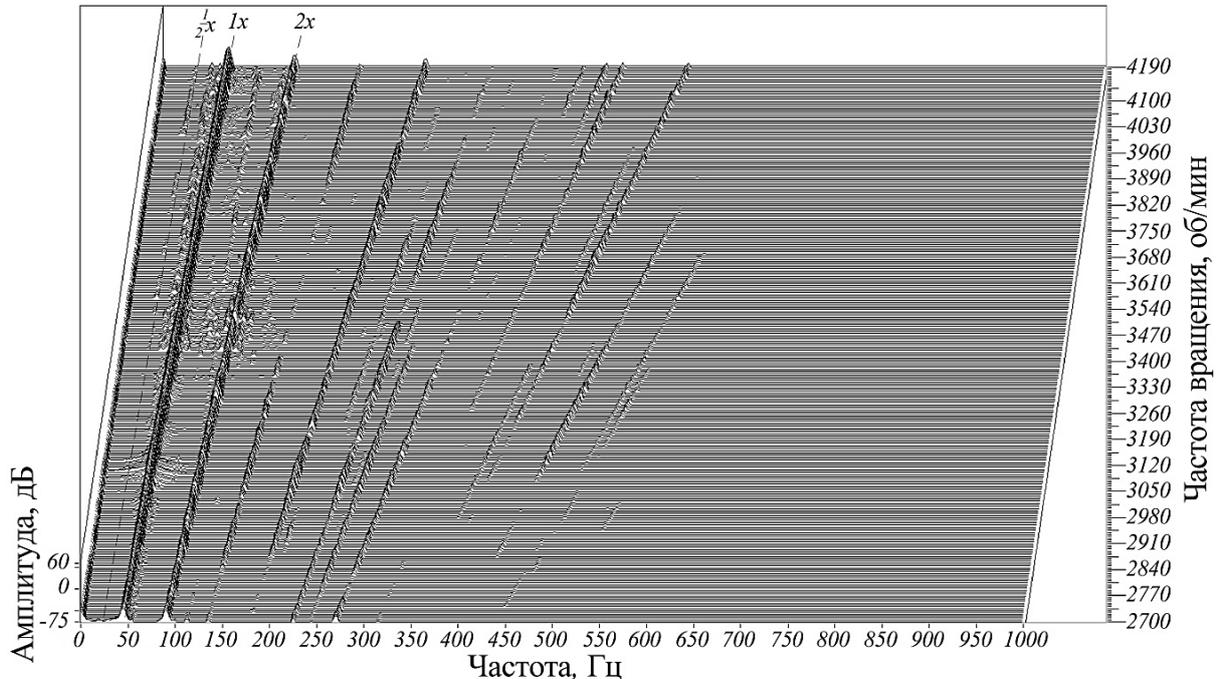


Рис. 4. Диаграмма Кэмпбелла для первой серии экспериментов (движение ротора без задевания о статор)

Fig. 4. Campbell diagram for first set of experiments (motion of the rotor without stator rubbing)

В спектре выделяется составляющая, имеющая частоту, совпадающую с частотой вращения. Несколько меньшую амплитуду имеет вторая гармоника, появление которой обусловлено, по-видимому, влиянием силы тяжести или несоосностью ротора и двигателя [1]. Более высокие гармоники с незначительной амплитудой вызваны, по-видимому, общей вибрацией установки.

Во второй серии экспериментов было реализовано задевание ротора о втулку-имитатор статора. При этом величина дисбаланса ротора была увеличена до 80 г·мм, для чего на периферию диска был установлен дисбалансный винт массой около 1 г. Изменение частоты вращения ротора осуществлялась в диапазоне от 1200 до 4200 об/мин с ускорением 30 (об/мин) /с.

На рис. 5 приведены АЧХ, полученные обработкой сигналов с датчиков виброперемещений u_y и u_x . Возрастание амплитуды колебаний на обеих АЧХ происходит на частоте вращения около 2950 об/мин. Ширина пиков больше, чем на рис. 3, то есть по сравнению со случаем, когда задевания ротора о статор не было, расширилась область высоких амплитуд колебаний. На рис. 5 видно, что на частотах вращения ниже критической 2711 об/мин, на критической 2950 об/мин и выше критической 3208 и 3426 об/мин движение ротора представляет собой прямую прецессию. Обратная прецессия, характерная для ани-

зотропных систем, не обнаружена. Таким образом, признаки влияния анизотропии жесткости опор исчезли. Это объясняется изменением жесткости и снижением анизотропии жесткости системы при контакте ротора со статором.

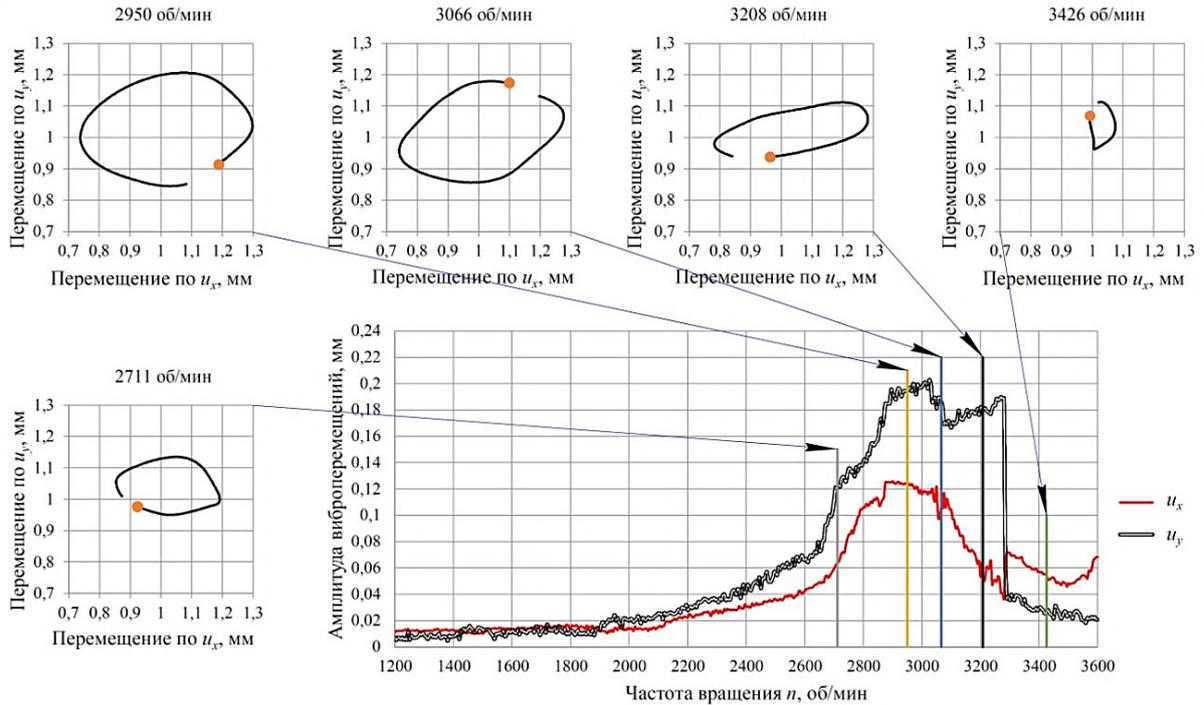


Рис. 5. АЧХ, полученные с датчиков u_y и u_x во второй серии экспериментов (движение ротора с задеванием о статор)

Fig. 5. Amplitude-frequency characteristic obtained from sensors u_y and u_x in the first series of experiments (motion of the rotor with stator rubbing)

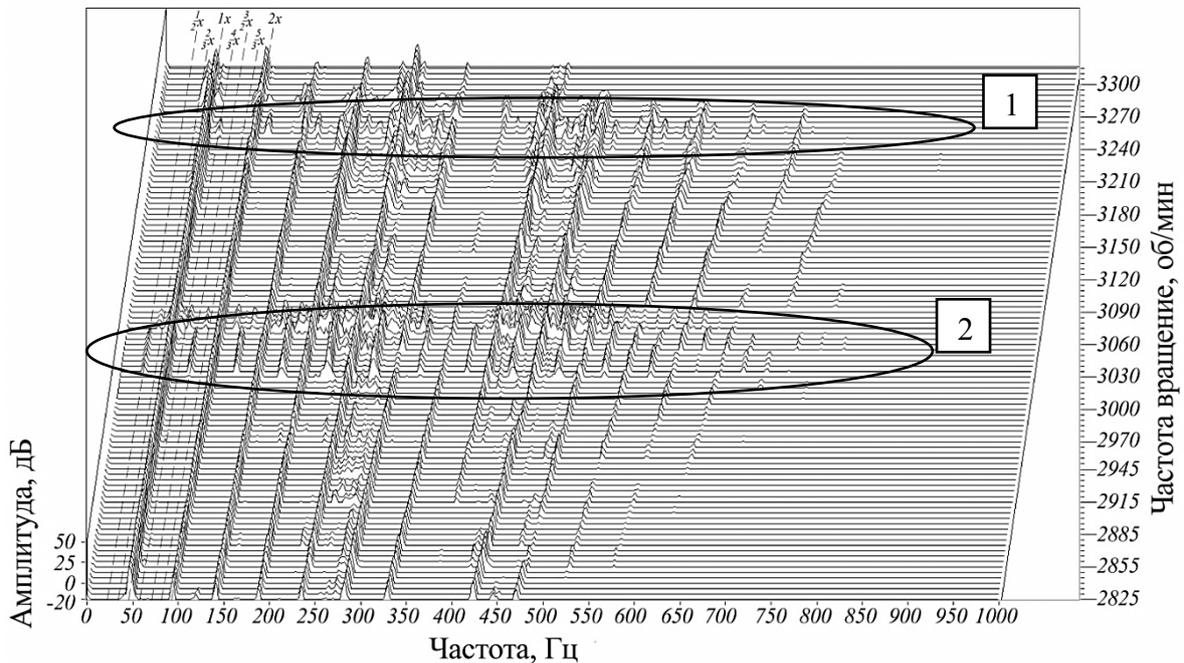


Рис. 6. Диаграмма Кэмпбелла для второй серии экспериментов (движение ротора с задеванием о статор)

Fig. 6. Campbell diagram for first set of experiments (motion of the rotor with stator rubbing)

На рис. 6 приведена диаграмма Кэмпбелла, полученная во второй серии экспериментов по виброускорениям, измеренным, как и в первой серии, в горизонтальном направлении на корпусе втулки-имитатора статора. На ней выделяются первая, вторая и последующие гармоники вплоть до десятой и субгармоники с кратностью $1/2x$, $1/3x$, $2/3x$ и т.д.

Появление таких компонент в спектре колебаний характерно для движения ротора с задеванием за статор, что отмечалось в работах [3, 11, 12]. В диапазоне от 3030 до 3070 об/мин (область отмечена на рис. 6 номером 2) и в диапазоне от 3250 до 3265 об/мин (область отмечена номером 1) видно также появление компонент, частота которых не кратна частоте вращения ротора.

2. Математическое моделирование движения ротора с задеванием за статор

Цель описанного ниже математического моделирования движения ротора с задеванием о статор состояла в воспроизведении, детальном анализе и объяснении описанных выше экспериментальных данных.

Чтобы сосредоточиться на эффектах контактного взаимодействия ротора со статором воспользуемся простейшей из используемых в роторной динамике моделью Джеффкотта [3, 9]. Расчетная схема включает в себя упругий ротор и податливый статор (рис. 7). Ротор моделируется невесомым валом с тонким жестким диском радиусом R и массой m . Между геометрическим центром ротора O' и его центром масс имеется эксцентриситет e . Радиус статора $R+r_0$. Влиянием силы тяжести и гироскопического эффекта пренебрегаем.

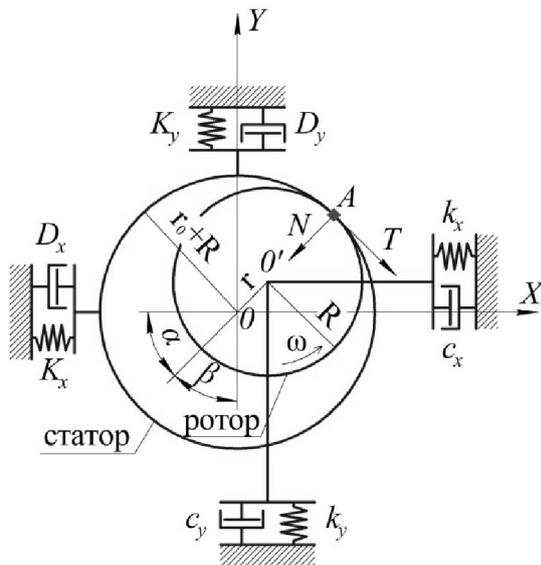


Рис. 7. Расчетная схема

Fig. 7. Mathematical model scheme

Введем декартову систему координат XOY с началом в геометрическом центре статора O (см. рис. 7). Ротор вращается вокруг своей оси O' с постоянной угловой скоростью ω . При этом его ось O' смещается относительно центра статора O на величину r , которая имеет проекции x и y .

Рассмотрим случай, когда система обладает неподвижной анизотропией жесткости, обусловленной различием жесткости опор в направлениях X и Y . Демпфирование ротора будем считать пропорциональным скорости смещения r . Эквивалентная жесткость вала (учитывающая податливость вала и опор) k_x и k_y и коэффициенты демпфирования c_x и c_y , приведенные к центру ротора O' , считаются известными.

Статор считается упругоподатливым, он имеет в общем случае анизотропную жесткость K_x и K_y в направлениях x и y и демпфирование D_x и D_y . Принимается, что трение на поверхностях контакта соответствует модели Кулона с постоянным коэффициентом трения μ .

Если контакта со статором нет, движение ротора описывается двумя уравнениями относительно координат его центра x и y как функций времени t (см., например, [1, 3]):

$$m\ddot{x} + c_x\dot{x} + k_x x = em\omega^2 \cos \omega t, \quad (1)$$

$$m\ddot{y} + c_y\dot{y} + k_y y = e\omega^2 \sin \omega t, \quad (2)$$

Здесь и далее точка обозначает производную по времени.

Решение уравнений (1), (2) известно [1, 3]:

$$x(t) = A_x \cos \omega t, \quad y(t) = A_y \cos \omega t,$$

$$A_x = \frac{e\omega^2}{\sqrt{(p_1^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_1^2 p_1^2 \omega^2}}, \quad A_y = \frac{e\omega^2}{\sqrt{(p_2^2 - \omega^2)^2 + 4\xi_2^2 p_2^2 \omega^2}},$$

$$p_1 = \sqrt{k_x / m}; \quad p_2 = \sqrt{k_y / m}; \quad \xi_1 = \frac{c_x}{2\sqrt{mk_x}}; \quad \xi_2 = \frac{c_y}{2\sqrt{mk_y}}. \quad (3)$$

Если при движении ротора возникает контакт со статором, в уравнениях (1), (2) добавляются дополнительные слагаемые, обусловленные наличием сил, действующих в точке контакта A со стороны статора. В точке контакта A возникает радиальное перемещение статора:

$$\Delta = \begin{cases} 0 & \text{при } r < r_0, \\ r - r_0 & \text{при } r \geq r_0, \end{cases} \quad (4)$$

где

$$r = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (5)$$

Нормальная к поверхности ротора в точке A сила N (см., рис. 7), обусловленная упругой податливостью статора, пропорциональна Δ ; ее проекции на оси x и y

$$N_x = K_x \cdot \Delta \cdot \cos \alpha, \quad N_y = K_y \cdot \Delta \cdot \sin \alpha. \quad (6)$$

Учитывая, что

$$\cos \alpha = x/r, \quad \sin \alpha = y/r,$$

получаем

$$N_x = K_x \cdot \Delta \frac{x}{r}, \quad N_y = K_y \cdot \Delta \frac{y}{r}. \quad (7)$$

Касательная к поверхности ротора сила T в точке A (см., рис. 7) обусловлена трением, для модели Кулона

$$T = \mu N, \quad (8)$$

где μ – коэффициент трения.

Проекция силы трения на оси x и y по аналогии с (6), (7)

$$T_x = K_x \cdot \Delta \frac{y}{r}, \quad T_y = K_y \cdot \Delta \frac{x}{r}. \quad (9)$$

Демпфирование колебаний статора будем считать пропорциональным скорости с коэффициентами D_x и D_y (см., рис. 7). Проекция соответствующей силы демпфирования на координатные оси

$$F_{D,x} = D_x \dot{x}\lambda, \quad F_{D,y} = D_y \dot{y}\lambda, \quad (10)$$

где

$$\lambda = \begin{cases} 0 & \text{при } r < r_0, \\ 1 & \text{при } r \geq r_0. \end{cases} \quad (11)$$

После добавления в уравнения (1), (2) дополнительных слагаемых (7), (9), (10), обусловленных контактом ротора со статором, получаем систему уравнений

$$\begin{aligned} m\ddot{x} + c_x \dot{x} + k_x x + K_x \cdot \Delta \left(\frac{x}{r} \right) + K_x \cdot \mu \cdot \Delta \left(\frac{y}{r} \right) + D_x \dot{x}\lambda &= em\omega^2 \cos \omega t, \\ m\ddot{y} + c_y \dot{y} + k_y y + K_y \cdot \Delta \left(\frac{y}{r} \right) + K_y \cdot \mu \cdot \Delta \left(\frac{x}{r} \right) + D_y \dot{y}\lambda &= em\omega^2 \sin \omega t. \end{aligned} \quad (12)$$

Примем, что в начальный момент времени $t = 0$ ось ротора O' смещена по оси X и Y в пределах радиального зазора относительно геометрического центра статора O на величину δ . Тогда система уравнений (12) дополняется начальными условиями:

$$\begin{aligned} x(0) &= \delta; \quad \dot{x}(0) = 0, \\ y(0) &= \delta; \quad \dot{y}(0) = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

Нелинейная система уравнений (12) вместе с соотношениями (4), (5), (11) и начальными условиями (13) описывает движение центра масс ротора как при отсутствии контакта ротора со статором, так и при задевании. Для ее численного интегрирования использовали метод Рунге-Кутты четвертого порядка с фиксированным шагом.

Расчеты выполнены для приведенных в таблице значений параметров роторной системы. Они были определены из серии независимых предварительных экспериментов, проведенных на описанной экспериментальной установке. Частота вращения ротора варьировалась, как и в эксперименте, в диапазоне 2000–4000 об/мин.

На рис. 8 и 9 приведены АЧХ, построенные по перемещениям ротора u_x и u_y для случаев, когда задевание ротора о статор отсутствует и когда оно есть. Сравнение расчетной АЧХ при отсутствии контакта ротора со статором (см. рис. 8) с экспериментальной (см. рис. 3) показывает их хорошее согласование. При отсутствии задевания ротора о статор пики, соответствующие собственным частотам колебаний в направлении осей X и Y (2920 и 3100 об/мин соответственно), смещены друг относительно друга. На орбитах центра ротора, построенных по расчетным виброперемещениям u_y и u_x для частот вращения 2750, 2875, 2950, 3075 и 3400 об/мин, видно, как прямая прецессия сменяется обратной в диапазоне частот вращения от 2920 до 3100 об/мин. Таким образом, в расчете динамики ротора без контакта со статором качественно и количественно воспроизведены полученные в соответствующих экспериментах результаты, что свидетельствует о правильном выборе заложенных в расчет массовых и жесткостных параметров ротора.

Значения параметров роторной системы, принятых в расчете
The parameters of the rotor system adopted in the calculation

Параметр	Значение	Параметр	Значение	Параметр	Значение
m , кг	6,45	k_{x_2} , МН/м	0,6	D_{x_2} , Н/м*с	100
c_{x_2} , Н/м*с	80	k_{y_2} , МН/м	0,68	D_{y_2} , Н/м*с	100
c_{y_2} , Н/м*с	50	K_x , МН/м	0,7	e , мм	0,01
r_0 , мм	0,3	K_y , МН/м	0,7	μ	0,4
R , мм	20	δ , мм	0,1		

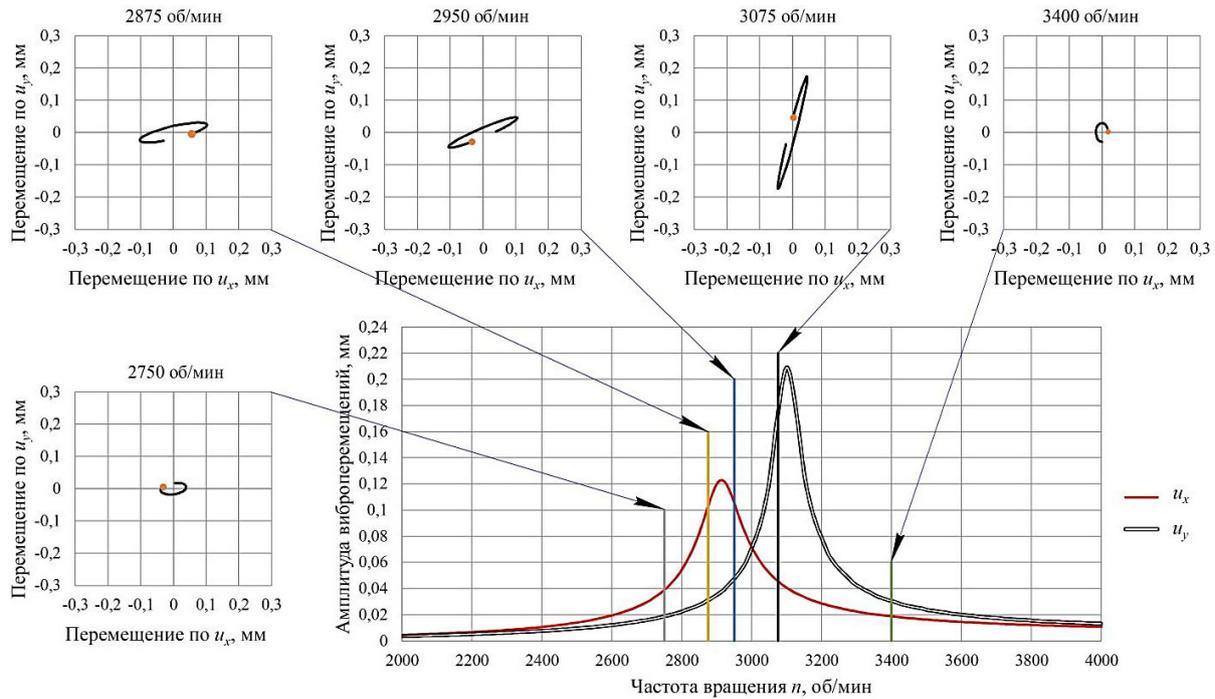


Рис. 8. Расчетная АЧХ по перемещениям ротора u_x и u_y при отсутствии задевания ротора за статор
 Fig. 8. Amplitude-frequency characteristic for u_y and u_x displacements obtained numerically (motion of the rotor without stator rubbing)

В случае когда в процессе разгона ротора происходит его задевание о статор, расчетная АЧХ (см. рис. 9) также согласуется с экспериментальной (см. рис. 5). Амплитуда колебаний на обеих АЧХ, построенных по перемещениям ротора u_x и u_y , возрастает на частоте вращения около 2800 об/мин, то есть нет характерного для анизотропии наличия двух критических частот вращения. По сравнению со случаем, когда задевания не было, ширина области высоких амплитуд на АЧХ больше, что наблюдалось и в экспериментах. На орбитах центра ротора, построенных по перемещениям u_x и u_y для частот вращения 2750, 2875, 2950, 3075 и 3400 об/мин, видно, что ротор совершает только прямую прецессию, обратная прецессия, характерная для анизотропных систем, как и в эксперименте, не обнаружена. Эффект ослабления влияния анизотропии опор при задевании ротора о статор отмечался и в описанных выше экспериментах.

На рис. 10 приведена полученная расчетом по описанной выше математической модели диаграмма Кэмпбелла, построенная по виброперемещениям u_x . До частоты вращения 2750 об/мин на рис. 10 видна только первая гармоника, кратная частоте вращения. На траектории движения ротора (см. рис. 9) видно отсутствие задевания о статор. Временные зависимости $x(t)$ и $y(t)$ – гармонические.

При более высоких частотах вращения 2800–3200 об/мин на диаграмме Кэмпбелла появляются пики, соответствующие компонентам колебаний ротора с частотами, кратными частоте вращения: вторая, третья, четвертая гармоники ($2x$, $3x$, $4x$). Это связано с искажением гармонического характера зависимостей $x(t)$ и $y(t)$ в момент контакта ротора со статором. Кроме того, в этом же диапазоне частот вращения на диаграмме Кэмпбелла (см. рис. 10) видны области 1 и 2, в которых имеют место компоненты колебаний ротора с частотами выше и ниже частоты вращения и не кратными ей. Наличие на диаграмме Кэмпбелла таких областей в этом же диапазоне частот вращения было обнаружено и в описанных выше экспериментах (см. рис. 6).

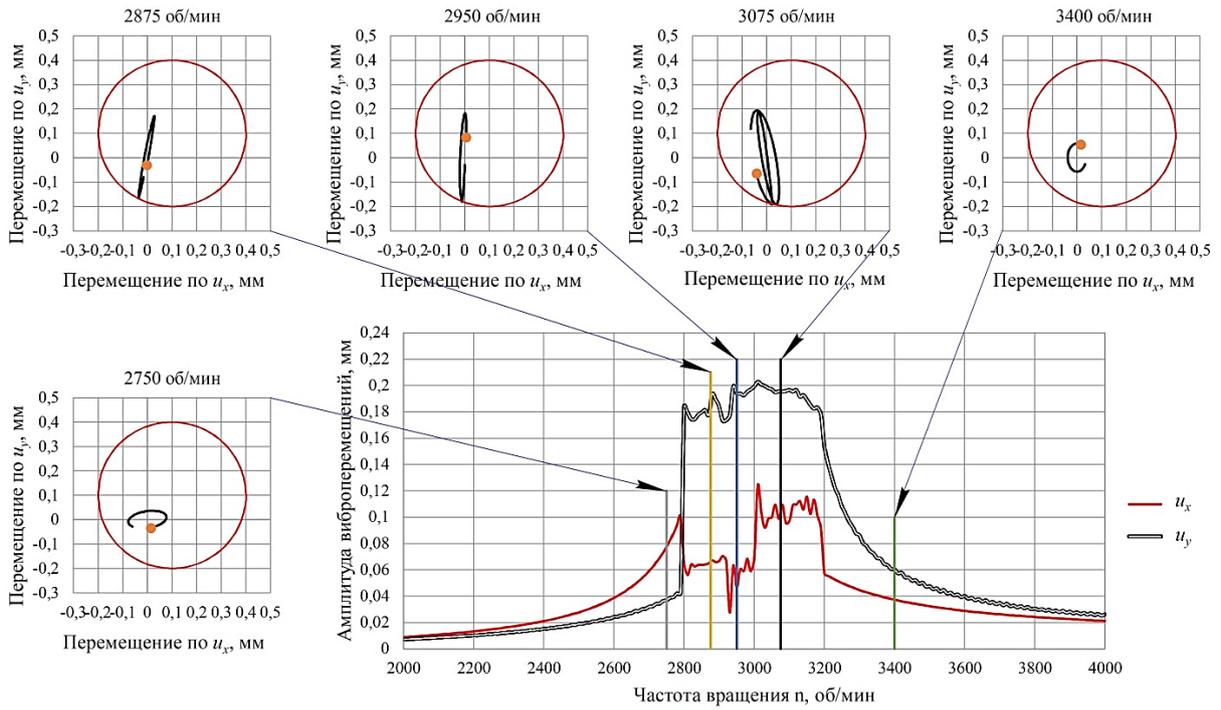


Рис. 9. Расчетная АЧХ по перемещениям ротора u_x и u_y при задевании ротора о статор
 Fig. 9. Amplitude-frequency characteristic for u_y and u_x displacements obtained numerically
 (motion of the rotor with stator rubbing)

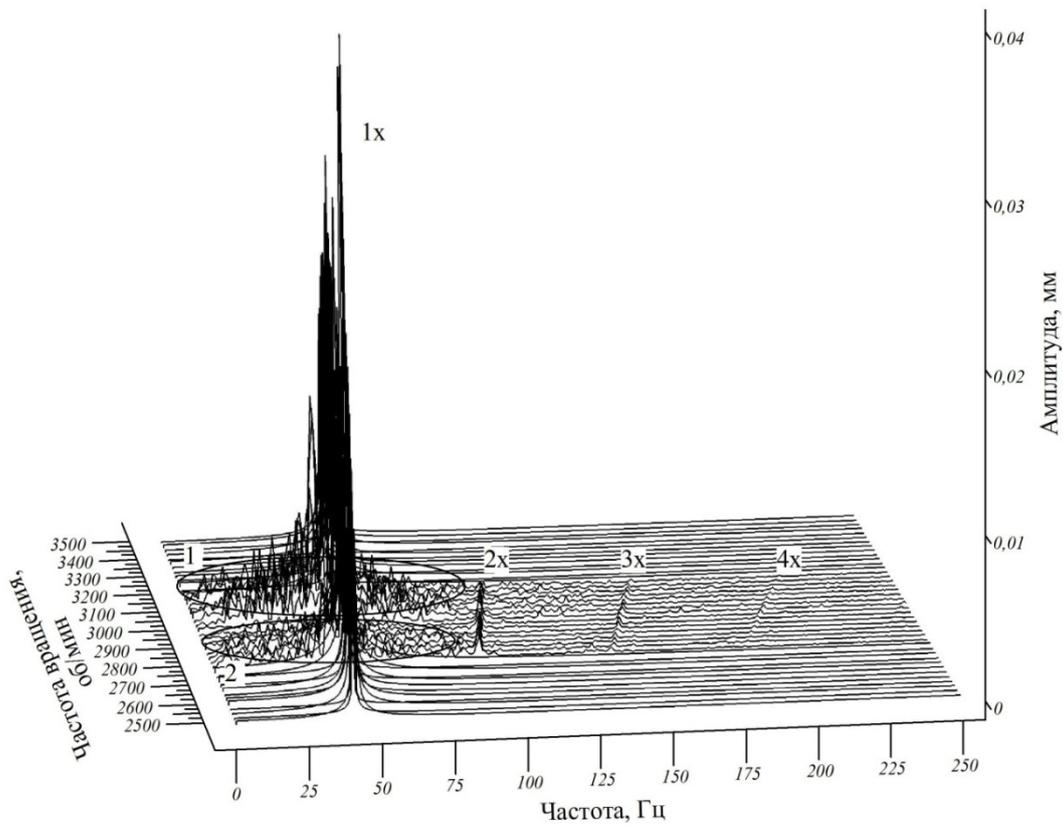


Рис. 10. Диаграмма Кэмпбелла, построенная по расчетным виброперемещениям u_x
 Fig. 10. Campbell diagram for u_x displacements obtained numerically

На рис. 11 показан фрагмент спектра виброперемещений u_x на частоте вращения 3150 об/мин. На нем наряду с первой гармоникой видны пики, соответствующие более низким частотам колебаний, например $7/8$ частоты вращения.

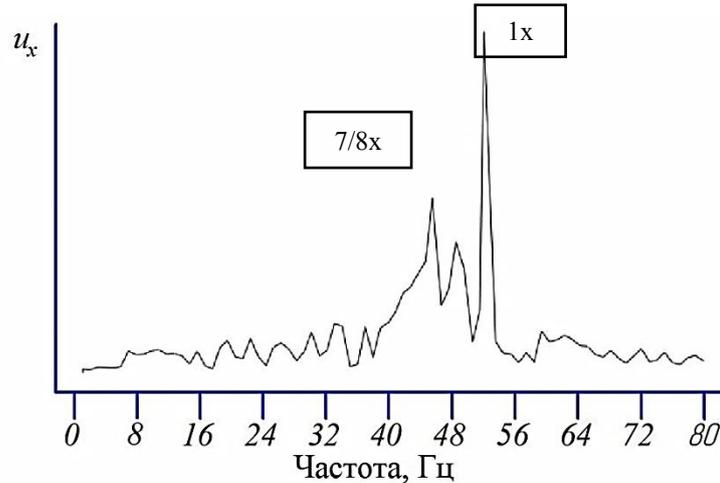


Рис. 11. Спектр виброперемещений u_x на частоте вращения ротора 3150 об/мин

Fig. 11. u_x displacements spectre for 3150 rpm

Орбиты оси ротора (см. рис. 9) подтверждают, что в этом диапазоне частот вращения имеет место задевание ротора за статор. Оно может происходить как несколько раз за оборот, так и один раз за несколько оборотов. То есть в рассмотренном случае при задевании о статор возникает виброударное движение ротора. Это объясняет появление в спектре колебаний ротора компонент с различными частотами, в том числе не кратными частоте вращения.

Появление на диаграмме Кемпбелла областей, в которых видны компоненты колебаний ротора с частотами выше и ниже частоты вращения не кратные ей, может служить диагностическим признаком виброударного движения вследствие задевания ротора о статор.

Заключение

Проведено экспериментальное исследование и математическое моделирование движения неуравновешенного гибкого ротора в анизотропных опорах при задевании его о статор. Экспериментальные и расчетные результаты согласуются между собой, и в расчете, и в эксперименте выявлены следующие закономерности динамики ротора:

- при контакте область частот вращения, при которых вследствие резонанса возрастает амплитуда колебаний ротора, шире, чем при отсутствии задевания;
- контактное взаимодействие со статором приводит к появлению в спектре вибрации ротора не только высших гармоник, но и пиков, для которых частота колебаний выше и ниже частоты вращения и не кратна ей; такие пики возникают при виброударном движении ротора;
- влияние на динамику ротора анизотропии жесткости опор, которое при отсутствии контакта со статором приводит к появлению двух критических частот вращения и к явлению обратной прецессии, при задевании может ослабляться и даже исчезать; это объясняется изменением жесткости и снижением анизотропии системы при контакте ротора со статором.

На основе модели Джеффкотта разработана и идентифицирована по экспериментальным данным простая расчетная методика, которая позволяет моделировать динамику ротора при его контакте со статором с учетом перечисленных выше факторов. В проведенном исследовании эта модель позволила объяснить механизм виброударного движения ротора при его задевании о статор.

Разработанная методика экспериментального исследования динамики ротора при его контакте со статором позволяет воспроизводить особенности вибрации с учетом взаимного влияния таких факторов, как анизотропия жесткости опор, величина дисбаланса, условия трения в контакте, упругая податливость статора.

При задевании ротора о статор на диаграмме Кемпбелла и АЧХ появляются описанные выше характерные изменения, которые могут служить диагностическими признаками при вибрационной диагностике.

Разработанная экспериментальная методика и полученные данные могут быть использованы для проверки и настройки расчетных методик. Разработанная методика математического моделирования может быть использована для выяснения и устранения причин задевания ротора за статор, анализа влияния конструктивных и эксплуатационных факторов на динамику ротора, а также как основа более сложных моделей, разрабатываемых с целью повышения вибрационной надежности роторных систем.

Работа выполнена в рамках реализации государственного задания № 9.576.2014/К Министерства образования и науки России.

Библиографический список

1. Кельзон А.С., Журавлев Ю.Н., Январев Н.В. Расчет и конструирование роторных машин. – Л.: Машиностроение. 1977. – 288 с.
2. Bently D. Fundamentals of rotating machinery diagnostics. – Bently pressurized bearing press. NW, USA. 2002. – 726 p.
3. Muszynska A. Rotordynamics. Taylor & Francis Group. – NW, USA, 2005. – 1054 p.
4. Разрушение турбоагрегата 300 МВт Каширской ГРЭС: причины, последствия и выводы / И.Ш. Загретдинов, А.Г. Костюк, А.Д. Трухний, П.Р. Должанский // Теплоэнергетика. – 2004. – № 5. – С. 5–15.
5. Банах Я.Л. Проблемы колебаний и устойчивости роторных систем // Динамика виброударных (сильно нелинейных) систем: сб. тр. XVIII Междунар. симпозиума / Ин-т машиностр. им. А.А. Благодрава РАН. – М., 2015. – С. 34–41.
6. Костюк А.Г., Шатохин В.Ф., Волоховская О.А. Движение неуравновешенного ротора с задеванием о статор // Теплоэнергетика. – 2012. – № 2. – С. 3–11.
7. Иноземцев А.А., Нихамкин М.Ш., Сандрацкий В.Л. Динамика и прочность авиационных двигателей и энергетических установок. – М.: Машиностроение, 2008. – Т. 4. – 192 с.
8. Белоусов А.И., Балякин В.Б., Новиков Д.К. Теория и проектирование гидродинамических демпферов опор роторов / под ред. А.И. Белоусова. – Самара: Изд-во Самар. науч. центра РАН, 2002. – 335 с.
9. Никифоров А.Н. Обобщенная математическая модель ротора Джеффкотта-Лавала с учетом его проскальзывания при контакте и несоосности со статором // Вестник научно-технического развития. – 2012. – № 5 (57). – С. 41–56.
10. Hamit Saruhan, Suat Saridemir, Ömer Erkan. The effect of full annular rub on the rotating machinery system considering different rub materials and shaft running speeds // U.P.B. Sci. Bull., Series D. – 2013. – Vol. 75. – Iss. 4. – P. 198–209.

11. Grissom Robert. Partial rotor-to-stator rub demonstration // Proceedings of a symposium Instability in Rotating Machinery. Carson City, Nevada June 10-14, 1985. – No. 86–30197. – P. 427–430.
12. Mohamed A.A., Mohamed E.E., Mohamed G.Z. Effect of partial rotor-to-stator rub on shaft vibration // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2009. – No. 23. – P. 170–182.
13. Баландин Д.В., Никифоров А.Н., Шохин А.Е. Влияние вибрации статора на движение неуравновешенного гибкого ротора при их контактном взаимодействии // Вестн. Нижегород. ун-та им. Н.И. Лобачевского. – 2013. – № 1 (3). – С. 47–54.
14. Dynamic response of a rub-impact rotor system under axial thrust / An Xueli, Zhou Jianzhong, Xiang Xiuqiao, Li. Chaoshun, Luo Zhimeng // Archive of Applied Mechanics. November. – 2009. – Vol. 79. – Iss. 11. – P. 1009–1018.
15. Шатохин В.Ф. Стационарные и нестационарные колебания роторов турбоагрегатов с обкатом ротором статора при задеваниях (методы математического моделирования и программные средства): дис. ... д-ра техн. наук. – Калуга, 2014. – 283 с.
16. Feng Z.C., Zhang Xiao-Zhang. Rubbing phenomena in rotor–stator contact // Chaos, Solitons and Fractals. – 2002. – Vol. 14. – P. 257–267.
17. Костюк А.Г., Шатохин В.Ф., Циммерман С.Д. Численное моделирование нестационарных колебаний после внезапной разбалансировки многоопорного ротора с обкатом неуравновешенного ротора по статору // Электрические станции. – 2012. – № 9. – С. 33–41.
18. Seung-Mock Lee, Yeon-Sun Choi. Fault diagnosis of partial rub and looseness in rotating machinery using Hilbert-Huang transform // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2008. – Vol. 22. – P. 2151–2162.
19. Tchomeni B.X., Alugongo A.A., Masu L.M. A fault analysis cracked-rotor-to-stator rub and unbalance by vibration analysis technique. International // Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering. – 2015. – Vol. 9. – No. 11. – P. 1811–1820.
20. Hee L.M., Leong M.S., Keng N.W. Vibration analysis of rub in rotating machinery // Applied Mechanics and Materials. – 2013. – Vol. 390. – P. 215–219.
21. Vibration response analysis caused by rubbing between rotating blade and casing / H. Ma, F. Yin, X. Tai, Di Wang, B. Wen // Journal of Mechanical Science and Technology. – 2016. – Vol. 30. – Iss. 5. – P. 1983–1995.
22. Русов В.А. Диагностика дефектов вращающегося оборудования по вибрационным сигналам. – Пермь: Вибро-Центр, 2012. – 200 с.
23. Вибрационная диагностика технического состояния ГТД в составе газоперекачивающих агрегатов / А.А. Дегтярев, М.Е. Колотников, В.Г. Кульчихин, М.К. Леонтьев, С.С. Некрасов // Вестн. Моск. авиац. ин-та, 2001. – Т. 4. – № 4. – С. 12–28.
24. Раннее обнаружение и локализация скрытых дефектов узлов ГТД по данным многомерного дискриминатного анализа корпусной вибрации / А.Г. Соколова, Ф.Я. Балицкий, Г.В. Долаберидзе, М.А. Иванова // Вестн. науч.-техн. развития. – 2013. – № 11 (75). – С. 50–59.
25. Detection of shaft-seal rubbing in large-scale power generation turbines with acoustic emissions. Case study. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers. Part A. / D. Mba, A. Cooke, D. Roby, G. Hewitt. // Journal of Power and Energy. – 2004. – Vol. 218. – No. 2. – P. 71–81.
26. Нихамкин М.Ш., Семенов С.В., Мехоношин Г.В. Экспериментальное исследование демпфирования колебаний двухвальной роторной системы газотурбинного двигателя // Фундаментальные исследования. – 2014. – № 11 (ч. 2). – С. 280–284.
27. Experimental investigation of rotor dynamics in aircraft engine with two-axis stiffness anisotropy of supports / S.V. Semenov, M.Sh. Nikhamkin, O.V. Korepanova, Y.A. Berendorf // 29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS 2014 CD-ROM PROCEEDINGS. 2014.
28. Twin Shaft Rotor System Vibration Damping Experimental Investigation / M.S. Nikhamkin, S.V. Semenov, G.V. Mekhonoshin, I.V. Semenova, N.A. Sazhenkov // Applied Mechanics and Materials. – 2015. – P. 918–921.

29. Особенности модального анализа роторов с цапговыми соединениями деталей / М.Ш. Нихамкин, Г.В. Мехоношин, С.В. Семенов, Б.П. Болотов // *Фундаментальные исследования*. – 2015. – № 10 (ч. 2). – С. 280–288.

30. Семенов С.В., Мехоношин Г.В. Информационно-измерительная система управления модельной двухвальной роторной установкой [Электронный ресурс] / *Инновационные технологии: теория, инструменты, практика (InnoTech 2013)*. – Пермь: Изд-во Перм. нац. исслед. политехн. ун-та, 2013. – URL: http://conference.msa.pstu.ru/sekcia_1/informatsionno-izmeritelnaya.

References

1. Kel'zon A.S., Zhuravlev Iu.N., Ianvarev N.V. Raschet i konstruirovaniye rotornykh mashin. [Calculation and design of rotating machines]. Leningrad: Mashinostroenie, 1977. 288 p.

2. Bently D. Fundamentals of rotating machinery diagnostics. Bently pressurized bearing press. NW, USA. 2002, 726 p.

3. Muszynska A. Rotordynamics. Taylor & Francis Group. NW, USA, 2005, 1054 p.

4. Zagretidinov I.Sh., Kostiuk A.G., Trukhnii A.D., Dolzhanskii P.R. Razrusheniye turboagregata 300 MVt Kashirskoi GRES: prichiny, posledstviya i vyvody. [The destruction of the 300 MW turbine unit of Kashirskaya GRES: causes, consequences and conclusions]. *Thermal Engineering*. 2004, no. 5, pp. 5-15.

5. Banakh Ia.L. Sbornik trudov 18 Mezhdunarodnogo simpoziuma «Dinamika vibroudarnykh (sil'no nelineinykh) sistem». *Collection of works XVIII International Symposium "Dynamics of Vibroimpact (strong nonlinear) Systems"*. Moscow: Institut mashinovedeniia imeni A.A. Blagonravova Rossiiskoi akademii nauk, 2015. pp. 34-41

6. Kostiuk A.G., Shatokhin V.F., Volokhovskaia O.A. Dvizheniye neuravnoveshennogo rotora s zadevaniem o stator. [Motion of unbalanced rotor with interference on the stator]. *Thermal Engineering*. 2012. no. 2, pp. 3-11.

7. Inozemtsev A.A., Nikhamkin M.Sh., Sandratskii V.L. Dinamika i prochnost' aviatsionnykh dvigatelei i energeticheskikh ustanovok. [Dynamics and strength of aircraft engines and power plants]. Moscow: Mashinostroenie, 2008, vol. 4, 192 p.

8. Belousov A.I., Baliakin V.B., Novikov D.K. Teoriya i proektirovaniye gidrodinamicheskikh dempferov opor rotorov [Theory and design of a hydrodynamic damper supports rotors]. Samarskii nauchnyi tsentr Rossiiskoi akademii nauk, 2002. 335 p.

9. Nikiforov A.N. Obobshchennaia matematicheskaya model' rotora Dzheffkotta-Lavalia s uchedom ego proskal'zyvaniya pri kontakte i nesoosnosti so statorom [Generalized mathematical model of the rotor Jeffcott-Laval with its slippage in contact and misalignment with the stator]. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiia*, 2012, no.5 (57), pp. 41-56.

10. Hamit Saruhan, Suat Saridemir, Ömer Erkan. The effect of full annular rub on the rotating machinery system considering different rub materials and shaft running speeds/ *U.P.B. Sci. Bull., Series D*, vol. 75, iss. 4, 2013 pp. 198-209.

11. Grissom R. Partial rotor-to-stator rub demonstration. *Proceedings of a symposium Instability in Rotating Machinery*, June 10-14. Carson City, 1985, no. 86-30197, pp. 427-430.

12. Mohamed. A. Abuzaid, Mohamed E. Eleshaky, Mohamed G. Zedan. Effect of partial rotor-to-stator rub on shaft vibration. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 23 (2009), pp.170-182.

13. Balandin D.V., Nikiforov A.N., Shokhin A.E. Vliianie vibratsii statora na dvizheniye neuravnoveshennogo gibkogo rotora pri ikh kontaktnom vzaimodeistvii [The effect of vibration of the stator on the motion of an unbalanced flexible rotor under their contact interaction]. *Vestnik Nizhegorodskij universiteta im. N.I. Lobachevskogo*, 2013, no.1 (3), pp. 47-54.

14. Xueli An, Jianzhong Zhou, Xiuqiao Xiang, Chaoshun Li, Zhimeng Luo. Dynamic response of a rub-impact rotor system under axial thrust. *Archive of Applied Mechanics*. November 2009, vol. 79, iss. 11, pp. 1009-1018.

15. Shatokhin V.F. Statsionarnye i nestatsionarnye kolebaniia rotorov turboagregatov s obkatom rotorom statora pri zadevaniikh (metody matematicheskogo modelirovaniia i programmnye sredstva). [Stationary and non-stationary vibrations of rotor of turbine with a running rotor in the stator when grazing (methods of mathematical modeling and software tools)]. *Doctor's degree*. Kaluga, 2014. 283 p.

16. Z.C. Feng, Xiao-Zhang Zhang. Rubbing phenomena in rotor–stator contact. *Chaos, Solitons and Fractals*. 14 (2002), pp. 257–267.

17. Kostiuk A.G., Shatokhin V.F., Tsimmerman S.D. Chislennoe modelirovanie nestatsionarnykh kolebaniy posle vnezapnoi razbalansirovki mnogoopornogo rotora s obkatom neuravnovesennogo rotora po statoru [Numerical simulation of transient oscillations after a sudden imbalance multisupporting rotor unbalanced rotor running in the stator]. *Jelektricheskie stancii*, 2012. no. 9. pp. 33-41.

18. Seung-Mock Lee and Yeon-Sun Choi. Fault diagnosis of partial rub and looseness in rotating machinery using Hilbert-Huang transform. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2008, vol. 22, pp. 2151-2162.

19. B. X. Tchomeni, A. A. Alugongo, L. M. Masu. A fault analysis cracked-rotor-to-stator rub and unbalance by vibration analysis technique. *International Journal of Mechanical, Aerospace, Industrial, Mechatronic and Manufacturing Engineering*. 2015, no. 11, vol. 9, pp. 1811-1820.

20. L. M. Hee, M. S. Leong, N. W. Keng. Vibration analysis of rub in rotating machinery. *Applied mechanics and materials*, 2013, vol. 390, pp. 215-219.

21. Ma H., Yin F., Tai X., Wang Di, Wen B. Vibration response analysis caused by rubbing between rotating blade and casing. *Journal of Mechanical Science and Technology*. 2016, vol. 30, iss. 5, pp. 1983-1995.

22. Rusov V.A. Diagnostika defektov vrashchaiushchegosia oborudovaniia po vibratsionnym signalam [Diagnostics of defects of rotating equipment for vibration signals]. Perm: "Vibro-Tsentr", 2012. 200 p.

23. Degtiarev A.A., Kolotnikov M.E., Kul'chikhin V.G., Leont'ev M.K., Nekrasov S.S. Vibratsionnaia diagnostika tekhnicheskogo sostoianiia GTD v sostave gazoperekachivaiushchikh agregatov [Vibration diagnostics of technical condition GTE in the composition of the gas pumping units]. *Vestnik Moskovskogo aviatsionnogo institute*. 2001, no. 2, vol. 4, pp. 12-28.

24. Sokolova A.G., Balitskii F.Ia., Dolaberidze G.V., Ivanova M.A.. Rannee obnaruzhenie i lokalizatsiia skrytykh defektov uzlov GTD po dannym mnogomernogo diskriminatnogo analiza korpusnoi vibratsii [Early detection and localization of hidden defects of the TBG nodes according discriminative multivariate analysis of Cabinet vibration]. *Vestnik nauchno-tekhnicheskogo razvitiia*, 2013, no. 11 (75), pp. 50-59.

25. Mba D., Cooke A., Roby D., Hewitt G.. Detection of shaft-seal rubbing in large-scale power generation turbines with acoustic emissions. Case study. Proceeding of the Institution of Mechanical Engineers, part A. *Journal of Power and Energy*. 2004, no. 2, vol. 218, pp.71-81.

26. Nikhamkin M.Sh., Semenov S.V., Mekhonoshin G.V. Eksperimental'noe issledovanie dempfirovaniia kolebaniy dvukhval'noi rotornoi sistemy gazoturbinnogo dvigatel'ia. Fundamental'nye issledovaniia [Experimental investigation of damping of vibrations of two-shaft rotor system of a gas turbine engine]. 2014, no. 11, part 2, pp. 280-284.

27. Semenov S.V., Nikhamkin M.Sh., Korepanova O.V., Berendorf Y.A. Experimental investigation of rotor dynamics in aircraft engine with two-axis stiffness anisotropy of supports. *29th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences, ICAS 2014. CD-ROM Proceedings*, 2014.

28. Nikhamkin M.Sh., Semenov S.V., Mekhonoshin G.V., Semenova I.V., Sazhenkov N.A., "Twin Shaft Rotor System Vibration Damping Experimental Investigation", *Applied Mechanics and Materials*. 2015, pp. 918-921.

29. Nikhamkin M.Sh., Mekhonoshin G.V., Semenov S.V., Bolotov B.P. Osobennosti modal'nogo analiza rotorov s tsangovymi soedineniiami detalei [Features modal analysis of the rotors with collet connection details]. *Fundamental'nye issledovaniia*. 2015, no. 10, part 2, pp. 280-288.

30. Cemenov S.V., Mekhonoshin G.V. Informatsionno-izmeritel'naia sistema upravleniia model'noi dvukhval'noi rotornoi ustanovkoi / *Innovatsionnye tekhnologii: teoriia, instrumenty, praktika (InnoTech 2013)*. Permskij nacional'nyj issledovatel'skij politehnicheskij universitet, 2013. http://conference.msa.pstu.ru/sekcia_1/informatsionno-izmeritelnaya