



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2015

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.04

УДК 621.372.82:621.383.8-752.4:536.7

## УЧЕТ ПЬЕЗООПТИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ ТЕПЛООВОГО ДРЕЙФА ВОЛОКОННО-ОПТИЧЕСКОГО ГИРОСКОПА

К.С. Галягин, М.А. Ошивалов, М.А. Савин

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 1 июля 2015 г.

Принята: 13 октября 2015 г.

Опубликована: 25 декабря 2015 г.

#### Ключевые слова:

волоконно-оптический гироскоп, фазовая невязанность, дрейф, эффект Саньяка, разностные методы, схемы укладки, пьезооптика, термоупругость, коэффициент преломления, главные напряжения, число витков

### АННОТАЦИЯ

Проблема прогноза и компенсации погрешностей волоконно-оптических гироскопов, вызванных влиянием внешних факторов, существует довольно давно, и до сих пор является актуальной. Особое внимание к ней проявилось в связи с необходимостью увеличить точность приборов для установки в прецизионных устройствах. В статье подробно рассматриваются теоретические аспекты возникновения термически индуцированной фазовой невязанности волоконно-оптического гироскопа (ВОГ). Вкратце поясняется основной принцип работы ВОГ, а также определяется проблема исследования. Содержится базовая классификация дрейфов ВОГ по причинам, их вызывающим. Приводятся основные определяющие соотношения пьезооптических эффектов, возникающих в кварцевом волокне, кроме того, демонстрируется процедура получения расчетного теплового дрейфа ВОГ. Суть методики расчета сведена к разрешению дифференциального уравнения движения разностным методом. На основании соотношений пьезооптики строится итерационный процесс для расчета времени хода лучей по оптическому контуру ВОГ. В работе также подробно излагается поэтапная методика расчета дрейфа с привлечением как сторонних программных продуктов, так и авторского программного кода. Устанавливается взаимосвязь и очередность выполнения расчетов для получения результата. Так, задача термоупругости ВОГ разрешается в инженерном пакете STAR-CCM+, а собственно расчет дрейфа ведется независимо в среде MATLAB. Приводится и анализируется качественная картина дрейфа ВОГ, полученная прямым численным моделированием без привлечения алгоритмов анализа сигнала. Преимуществом вынесенного отдельно постпроцессора является многократная обработка исходных данных, полученных из расчета термоупругости, любыми методами и способами, запрограммированными пользователем в постпроцессор.

© ПНИПУ

© Галягин Константин Спартакович – кандидат технических наук, доцент, e-mail: abins@pstu.ru  
Ошивалов Михаил Анатольевич – кандидат технических наук, доцент, e-mail: abins@pstu.ru  
Савин Максим Анатольевич – аспирант, старший преподаватель, e-mail: abins@pstu.ru

Konstantin S. Galyagin – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: abins@pstu.ru  
Michael A. Oshivalov – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: abins@pstu.ru  
Maxim A. Savin – Doctoral Student, Assistant Professor, e-mail: abins@pstu.ru

## SIMULATION OF THERMAL DRIFT OF FIBER-OPTIC GYROSCOPE TAKING INTO ACCOUNT PIEZO-OPTICAL EFFECTS

K.S. Galyagin, M.A. Oshivalov, M.A. Savin

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

---

### ARTICLE INFO

Received: 1 July 2015  
Accepted: 13 October 2015  
Published: 25 December 2015

#### Keywords:

fiber-optic gyroscope,  
phase independence, drift,  
Sagnak effect, difference method,  
packing diagram, piezo-optics,  
thermoelasticity, refraction  
coefficient, principle stresses,  
number of turns

### ABSTRACT

The prediction and compensation of the fiber-optic gyro errors caused by the influence of the environmental factors has been the subject of many studies for a long time, but still remains an urgent problem. In the past few years an interest in this problem has been increased due to a need in improving the precision of instruments incorporated into sensitive equipment. The theoretical aspects of thermally induced phase non-reciprocity of fiber-optic gyroscope phase (FOG) are considered in detail by the authors. The operating principle of the fiber-optic gyros is outlined and the main objective of the study is formulated. The paper presents the basic classification of the FOG drifts based on the drift root causes. The main constitutive relations for piezo-optical effects occurring in silica fiber are derived and the procedure of evaluating the design value of the FOG thermal drift is described. The key idea of the computational procedure is the development of solution to the differential equation of motion by the finite difference method. The peizo-optical relations are used to elaborate the iterative scheme to calculate the time of the ray traveling through the FOG optical loop (optical path length). The paper also presents a detailed (step-wise) procedure for the temperature drift computation, which employs both the third-party programs and authors' codes. The interrelation of computational steps and the precedence of operations to be made for obtaining the required estimates have been determined. Thus, the problem of FOG thermoelasticity was solved based on the STAR-CCM+ applied package, whereas the drift computation was done separately in the MATLAB environment. A qualitative picture of the FOG drift obtained by direct numerical simulation without using the algorithms for signal analysis has been obtained and analyzed. The advantage of the externally connected processor is multiple processing of the initial data obtained from thermoelastic computations by any of the methods and algorithms which have been programmed by users in the processors.

© PNRPU

---

## Введение

В настоящее время в гироскопических и навигационных системах широко применяются волоконно-оптические гироскопы (ВОГ). Они малы, надежны, точны, лишены недостатков, присущих инерциальным гироскопам, таких как масса движущихся частей, склонных к изнашиванию, а также существенное время готовности устройства (здесь время, затраченное на разгон маховика) [1]. Отсутствие подвижных деталей объясняется устройством ВОГ или же его минимальной конфигурацией. Волоконно-оптический гироскоп в своей минимальной конфигурации включает в себя источник света (суперлюминесцентный диод, лазер или активные эрбиевые волокна), светоделитель, модулятор, оптоволоконный контур, собиратель и детектор [2]. Импульс света, проходя светоделитель, делится на два в идеале абсолютно одинаковых луча, которые, встречно распространяясь, обходят оптоволоконный контур, затем собираются и регистрируются детектором. Далее гироскопом обрабатывается полученный сигнал, и на основе зарегистрированной интерференционной картины от световых лучей рассчитывается значение угловой скорости [3–5]. В сущности, это и есть так называемый эффект Саньяка.

Но за всеми положительными качествами ВОГ скрывается довольно существенный недостаток – дрейф показаний ввиду воздействия внешних факторов.

Так как принцип работы гироскопа основан на эффекте Саньяка, устанавливающим прямую пропорциональную зависимость между скоростью вращения контура и фазовым набегом, различные паразитные дрейфы тесно с ним связаны.

$$\Omega = c\lambda\Delta\varphi / (8\pi S_v), \quad (B1)$$

где  $c$  – скорость света;  $\lambda$  – длина волны излучения;  $\Delta\varphi$  – разность фаз встречно бегущих лучей;  $S_v$  – суммарная площадь витков [6].

Дрейфы проявляют себя в состоянии покоя ВОГ в виде кратковременного либо значительного по времени ухода полезного сигнала. Проще говоря, ВОГ регистрирует фиктивную угловую скорость. Источником дрейфа может служить множество факторов. Кратковременные уходы чаще всего бывают вызваны ударной либо вибрационной нагрузкой, длительные по времени – изменением теплового состояния оптоволоконного контура. Дрейф также могут порождать различные включения в сердцевине оптического волокна, вызывающие рэлеевское рассеяние, приводящее к непредсказуемому изменению фазы лучей. Радиационное и электромагнитное возмущения также влияют на показания ВОГ, но на сегодняшний день эти проблемы практически решены. С рэлеевским рассеянием борются, совершенствуя процесс изготовления волокна, от воздействия радиации избавляют специальные радиационно-стойкие волокна, а электромагнитные возмущения подавляются специальными экранами, установленными на изделии [6–8].

Актуальной по-прежнему остается проблема термически и механически индуцированных дрейфов [9; 10]. В основе обоих лежит зависимость коэффициента преломления кварцевой жилы оптического волокна от его напряженно-деформированного состояния (НДС).

При нестационарном неравномерном температурном возмущении оптоволоконный контур ввиду высокой жесткости кварца деформируется с крайне интенсивным ростом напряжений (порядка 0,039 МПа/мин), что приводит к значительному по амплитуде дрейфу (от 0,1 до 4 град/ч и выше в зависимости от темпа нагрева). Малые коэффициенты температуропроводности усиливают эффект, растягивая его во времени. В среднем на прогрев оптоволоконного контура от 20 °С до 60 °С и выход его на квазистационарный режим требуется не менее 40 минут при темпе нагрева изделия 1 °С/мин.

Ударные и вибрационные нагрузки не менее опасны. Здесь в первую очередь важна амплитуда дрейфа, достигающая сотен градусов в час, что совершенно неприемлемо.

Существуют как конструктивные, так и программные способы уменьшения подобных погрешностей прибора. Конструктивный путь ведет к оптимизации конструкции, геометрии изделия, подбору материалов с близкими коэффициентами температурного расширения, программные методы борьбы в основном используются для снижения термических дрейфов. Это прежде всего так называемые алгоритмы коррекции показаний гироскопа в виде прогноза и компенсации дрейфа [11; 12], основанные на анализе сигнала ВОГ в реальном времени. Этот способ довольно успешен, но он не снимает саму проблему, а лишь маскирует ее.

Таким образом, целью данной работы является исследование природы возникновения дрейфа ВОГ в условиях внешних тепловых нестационарных воздействий и разработка алгоритмов численного моделирования погрешностей прибора.

## 1. Математическая постановка

Одним из наименее затратных в финансовом плане путей решения возникшей проблемы является прямое численное моделирование, не привязанное к анализу сигнала. В текущей работе демонстрируется алгоритм получения сигнала ВОГ при нестационар-

ном термическом возмущении непосредственно по оценке НДС оптического волокна, уложенного на каркасе гироскопа.

Вся процедура расчета и получения дрейфа с целью верификации модели разделена на два основных этапа. Первый этап не столь интересен и подразумевает обычный расчет термо-НДС конструкции ВОГ. Здесь стоит лишь отметить, что решается осесимметричная задача термоупругости (рис. 1), а оптическое волокно представлено не анизотропным усредненным материалом, а дискретизовано с учетом собственной микроструктуры [13]. Это означает наличие подробной конечно-объемной сетки на каждом витке оптического волокна. Сеткой покрываются оба защитно-упрочняющих покрытия, кварцевая оболочка и силовые нагрузочные стержни из боросиликатного стекла (рис. 2). Сам волновод, или светопроводящая жила, не моделируется ввиду ничтожно малого отличия термомеханических свойств от свойств кварцевой оболочки.

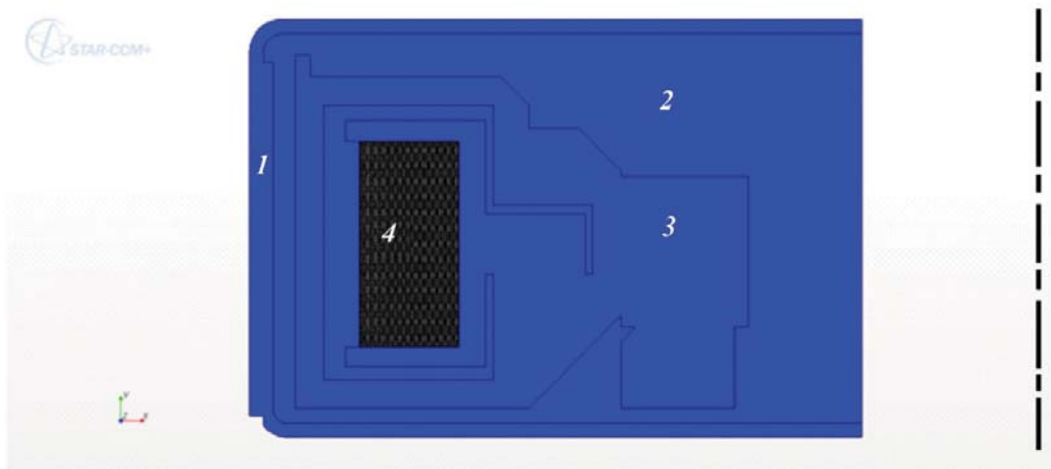


Рис. 1. Компьютерная модель: 1 – электромагнитный экран; 2 – воздух; 3 – корпус; 4 – оптическое волокно

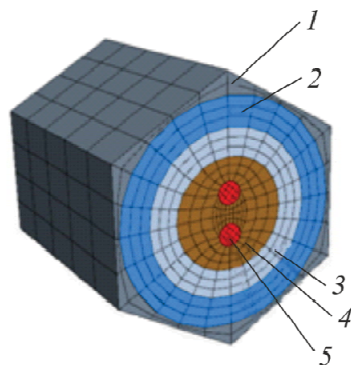


Рис. 2. Сеточная модель оптического волокна: 1 – компаунд; 2 – вторичное защитно-упрочняющее покрытие; 3 – первичное защитно-упрочняющее покрытие; 4 – кварцевая оболочка; 5 – боросиликатные силовые стержни

Построение сетки практически полностью автоматизировано как на геометрии корпуса ВОГ, так и на геометрии оптического волокна. Расчет также автоматизирован и проходит под управлением специально разработанных макросов, своевременно экспортирующих необходимые данные в табличные файлы.

Далее происходит обработка полученных файлов в среде MATLAB по специальному алгоритму. Перед непосредственным рассмотрением алгоритма стоит более подробно пояснить причины возникновения термически индуцированного дрейфа.

В оптоволоконном контуре ВОГ всегда существуют механические напряжения. Их наличие обусловлено как конструкцией чувствительного элемента, так и технологией его изготовления. В частности, напряжения в оптическом волокне возникают при изгибе и натяжении во время намотки, а также после полимеризации компаундной заливки. В большинстве современных гироскопов используется волокно с устойчивой поляризацией. Это делается для увеличения двулучепреломления и как следствие обеспечения работы световода на данной собственной поляризационной моде. Такие волокна имеют асимметричный профиль показателя преломления, который достигается созданием в области сердечника волокна поля остаточных напряжений соответствующей структуры [14, 15]. При суперпозиции их с технологическими напряжениями образуется результирующее НДС оптоволоконного контура.

В условиях внешних тепловых воздействий на оптоволоконный контур изменение температуры волокна приводит к появлению термонапряжений, изменяющих величину показателя преломления. В этом случае его следует считать функцией двух параметров – температуры и напряжений (или деформаций)  $n = n(t, \sigma)$ . Изменение показателя преломления можно представить в виде

$$dn = \frac{\partial n}{\partial t} dt + \frac{\partial n}{\partial \sigma} d\sigma = \left( \frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial n}{\partial \sigma} \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) dt. \quad (1.1)$$

Наличие механических напряжений в волокне может изменить первоначальное состояние поляризации излучения. В световодах с устойчивой поляризацией две ортогональные компоненты фундаментальной моды имеют разные фазовые постоянные распространения. Это уменьшает связь по мощности между двумя поляризациями и, следовательно, связь между поляризационными модами. В таких световодах двулучепреломление создано, как правило, за счет анизотропии остаточных напряжений. Мерой этой анизотропии является модальное двулучепреломление [3]:

$$\mathbf{B} = (\beta_x - \beta_y) / (2\pi / \lambda), \quad (1.2)$$

где  $\beta_x, \beta_y$  – фазовые постоянные распространения для двух направлений поляризации.

Результирующее НДС в области сердечника волокна может изменить первоначальную ориентацию площадок главных напряжений и связанную с ними ориентацию главных осей тензора диэлектрической проницаемости, в результате чего линейно поляризованное излучение становится эллиптически поляризованным и усиливается связь между поляризационными модами.

Внешние тепловые воздействия приводят к температурным деформациям каркаса и залитой компаундом катушки оптоволоконного контура. Деформации вызывают изменение площади витков, а так как от этого параметра зависит фаза Саньяка, то возникает сигнал ошибки. Экспериментальные исследования ВОГ показали, что для минимизации ошибки нужно согласовывать коэффициенты теплового расширения материала каркаса и компаунда. Тогда деформация витков контура становится симметричной относительно середины волокна, и индуцированная напряжениями невзаимность уменьшается.

Практически у всех волоконно-оптических гироскопов наблюдается дрейф сигнала в течение довольно продолжительного времени после включения. Это вызвано тем, что источник излучения размещается, как правило, вблизи оптоволоконного контура и его начальный разогрев до стационарного рабочего режима аналогичен внешнему тепловому воздействию на контур. Для оценки влияния пьезооптических эффектов на дрейф ВОГ нужно установить связь между возникающим в волокне напряженно-деформированным состоянием и его поляризационно-оптическими характеристиками.

В основе метода фотоупругости лежит явление искусственного двойного лучепреломления, связанное с тем, что прозрачные материалы под воздействием напряжений приобретают оптическую анизотропию. Степень этой анизотропии зависит от НДС материала и характеризуется тензором диэлектрической проницаемости. В связи с постановкой задачи фотоупругости для оптического волокна рассмотрим некоторые основные положения метода.

Напряженное состояние в точке определяют девять компонент напряжений, которые являются составляющими тензора второго ранга

$$\mathbf{T} = \begin{pmatrix} \sigma_x & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{yx} & \sigma_y & \tau_{yz} \\ \tau_{zx} & \tau_{zy} & \sigma_z \end{pmatrix}. \quad (1.3)$$

Здесь  $\sigma$  – нормальные,  $\tau$  – касательные напряжения. Эти напряжения на каждой грани мысленно вырезанного параллелепипеда представляют собой составляющие вектора полного напряжения на соответствующей площадке. Для касательных напряжений выполняется закон парности:

$$\tau_{yx} = \tau_{xy}, \tau_{zx} = \tau_{xz}, \tau_{yz} = \tau_{zy}, \quad (1.4)$$

и, следовательно, только 6 компонент тензора напряжений независимы [16].

Напряжения на площадках, произвольно ориентированных относительно осей координат, определяются по формулам преобразования компонент тензора второго ранга при повороте координатных осей.

При любом виде напряженного состояния через каждую точку можно провести три взаимно перпендикулярные главные площадки. Нормальные напряжения на этих площадках называются главными, а касательные напряжения отсутствуют. Главные напряжения обозначаются через  $\sigma_1$ ,  $\sigma_2$ ,  $\sigma_3$  и нумеруются так, что  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ .

В фотоупругости важную роль играют так называемые квазиглавные напряжения. Пусть система координат  $x_1, y_1, z_1$  повернута на угол  $\alpha$  вокруг оси  $z_1$ , совпадающей с осью  $z$  системы  $x, y, z$  (рис. 3). Запишем формулы для напряжений по двум взаимно перпендикулярным площадкам BC и AB, которые параллельны оси  $z$  (перпендикулярной плоскости рисунка) и внешние нормали к которым параллельны осям  $x_1$  и  $y_1$ . Для площадки BC

$$\begin{cases} \sigma_{x_1} = \sigma_x \cos^2 \alpha + \sigma_y \sin^2 \alpha + \tau_{xy} \sin 2\alpha, \\ \tau_{x_1 y_1} = -\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \sin 2\alpha + \tau_{yx} \cos 2\alpha, \\ \tau_{x_1 z} = \tau_{zy} \sin \alpha + \tau_{zx} \cos \alpha. \end{cases} \quad (1.5)$$

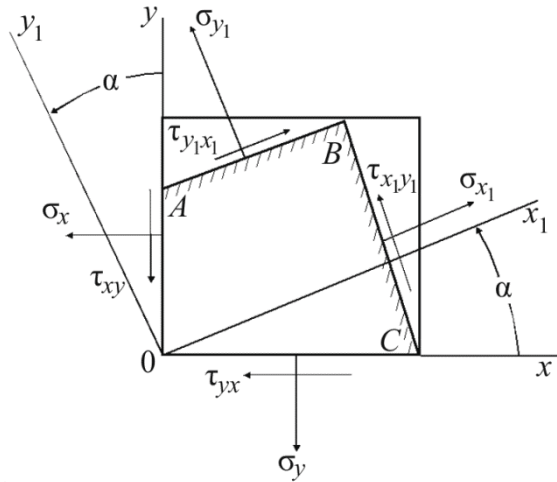


Рис. 3. Напряжения по площадкам, параллельным оси z

Для площадки АВ

$$\begin{cases} \sigma_{y1} = \sigma_x \sin^2 \alpha + \sigma_y \cos^2 \alpha - \tau_{xy} \sin 2\alpha, \\ \tau_{y1x1} = \tau_{x1y1}, \\ \tau_{y1z} = \tau_{zy} \cos \alpha - \tau_{zx} \sin \alpha. \end{cases} \quad (1.6)$$

Выберем  $\alpha$  таким, чтобы напряжения  $\sigma_{x1}$  и  $\sigma_{y1}$  принимали экстремальное значение:

$$\begin{aligned} & \left( \frac{d\sigma_{x1}}{d\alpha} = 0, \quad \frac{d\sigma_{y1}}{d\alpha} = 0 \right), \\ & -(\sigma_x - \sigma_y) \sin 2\alpha_\sigma + 2\tau_{xy} \cos 2\alpha_\sigma = 0. \end{aligned} \quad (1.7)$$

Если угол  $\alpha = \alpha_\sigma$ , то на площадках АВ и ВС отсутствуют касательные напряжения  $\tau_{xy}$ . Эти площадки называются квазиглавными. В отличие от главных площадок на квазиглавных площадках касательные напряжения  $\tau_{xz}$  в общем случае не равны нулю. Нормальные напряжения на этих площадках  $\sigma_1^{(z)}$  и  $\sigma_2^{(z)}$  называются квазиглавными для выбранного направления z. Угол  $\alpha_\sigma$  измеряется относительно  $\sigma_1^{(z)}$  (большее напряжение) и осью x.

Выбирая оси  $x_1$  и  $y_1$  так, чтобы они совпали с направлениями квазиглавных направлений, из (1.6) и (1.7) получим (полагая  $\alpha = -\alpha_\sigma$ )

$$\begin{cases} \sigma_x = \sigma_1^{(z)} \cos^2 \alpha_\sigma, \\ \sigma_y = \sigma_1^{(z)} \sin^2 \alpha_\sigma + \sigma_2^{(z)} \cos^2 \alpha_\sigma, \\ \tau_{xy} = \frac{\sigma_1^{(z)} - \sigma_2^{(z)}}{2} \sin 2\alpha_\sigma. \end{cases} \quad (1.8)$$

Разрешая (1.8) относительно квазиглавых напряжений, получим

$$\begin{cases} \sigma_1^{(z)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \\ \sigma_2^{(z)} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2}, \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_\sigma = \frac{\tau_{xy}}{\sigma_2^{(z)} - \sigma_x}. \quad (1.10)$$

Выражения (1.9) и (1.10) определяют квазиглавные напряжения и угол наклона площадок в системе координат  $x, y, z$  для направления  $z$ . Для данного направления эта пара квазиглавных напряжений является единственной.

Оптические свойства немагнитных анизотропных сред характеризуются тензором диэлектрической проницаемости. Аналогично тензорам напряжений и деформаций он является симметричным тензором второго ранга:

$$\mathbf{A} = \begin{vmatrix} \chi_{11} & \chi_{12} & \chi_{13} \\ \chi_{21} & \chi_{22} & \chi_{23} \\ \chi_{31} & \chi_{32} & \chi_{33} \end{vmatrix}. \quad (1.11)$$

Аналогично квазиглавным напряжениям вводится понятие о квазиглавных компонентах диэлектрического тензора. Квазиглавные диэлектрические проницаемости определяют свойства оптической среды для заданного направления просвечивания (например,  $z$ , как для напряжений). Их величины определяются выражениями типа (1.9), а направления – формулами типа (1.10).

В оптически анизотропных средах направления плоскостей поляризации совпадают с квазиглавными направлениями тензора диэлектрической проницаемости [17, 18]. В частности, для направления просвечивания  $z$  скорости и показатели преломления двух лучей, поляризованных в квазиглавных направлениях, определяются следующим образом [19]:

$$\begin{aligned} u_1 &= c / n_1; & n_1 &= \sqrt{\chi_1^{(z)}}, \\ u_2 &= c / n_2; & n_2 &= \sqrt{\chi_2^{(z)}}, \end{aligned} \quad (1.12)$$

где  $c$  – скорость света.

Механически изотропная среда, находящаяся в напряженно-деформированном состоянии, приобретает оптическую анизотропию. Поэтому плоскополяризованные в квазиглавных направлениях диэлектрического тензора волны при прохождении через такую среду получают сдвиг фаз или оптическую разность хода, величина которой зависит от НДС среды.

Основы теории пьезооптического эффекта для упругих тел, подчиняющихся законам Гука, изложены в работах Неймана и Максвелла. В соответствии с ними главные значения тензора диэлектрической проницаемости линейно связаны с главными деформациями (Нейман) и главными напряжениями (Максвелл). Для напряжений эти зависимости выглядят следующим образом:



$$\begin{cases} \chi_1 = \chi_0 + c_1\sigma_1 + c_2(\sigma_2 + \sigma_3), \\ \chi_2 = \chi_0 + c_1\sigma_2 + c_2(\sigma_3 + \sigma_1), \\ \chi_3 = \chi_0 + c_1\sigma_3 + c_2(\sigma_1 + \sigma_2), \end{cases} \quad (1.13)$$

где  $c_1, c_2$  – оптические (фотоупругие) постоянные материала для света с колебаниями соответственно параллельными и перпендикулярными действию главных напряжений. Они характеризуют вклад в изменение показателя преломления от соответствующих напряжений;  $\chi_0$  – диэлектрическая проницаемость в ненапряженном состоянии.

Разность фаз двух поляризованных волн при просвечивании напряженного элемента вдоль направления  $x_3$

$$\Delta\varphi = 2\pi \frac{\delta}{\lambda}, \quad (1.14)$$

где оптическая разность хода  $\delta$  при толщине элемента  $d$

$$\delta = d(\sqrt{\chi_1} - \sqrt{\chi_2}) = d(c/u_1 - c/u_2). \quad (1.15)$$

Из (1.13) находим

$$\sqrt{\chi_1} = \sqrt{\chi_0} \sqrt{1 + \frac{c_1\sigma_1 + c_2(\sigma_2 + \sigma_3)}{\chi_0}}. \quad (1.16)$$

Для всех известных материалов второе слагаемое под радикалом  $\ll 1$ , поэтому

$$\sqrt{\chi_1} \approx \sqrt{\chi_0} \left[ 1 + \frac{c_1\sigma_1 + c_2(\sigma_2 + \sigma_3)}{2\chi_0} \right]. \quad (1.17)$$

Получая аналогичное выражение для  $\sqrt{\chi_2}$ , из (1.16) и (1.17), находим

$$\delta = \sqrt{\chi_0} \frac{c(\sigma_1 - \sigma_2)d}{2\chi_0} = c_\sigma (\sigma_1 - \sigma_2)d, \quad (1.18)$$

где

$$c_\sigma = \frac{c}{2n_0} = \frac{c_1 - c_2}{2n_0} \quad (1.19)$$

оптический коэффициент напряжений.

Как видно из (1.18), размерность у  $c_\sigma$  обратна размерности напряжений. Таким образом, по теории Максвелла оптическая разность хода пропорциональна разности главных напряжений, а направления главных диэлектрических проницаемостей соосны с главными напряжениями.

Для оптических волокон с устойчивой поляризацией показатели преломления в квази главных направлениях обусловлены полем остаточных напряжений. При изготовлении волоконного контура ВОГ внутри волокна возникают технологические напряжения, а в условиях внешних воздействий (температура, вибрации и т.д.) – индуцированное или «внешнее» поле напряжений. Суперпозиция всех этих полей и создает результирующие напряжения внутри волокна, которые определяют реальное значение показателей в каждый момент времени.

## 2. Постпроцессор

В условиях нестационарного теплового режима дрейф определяется изменением показателей преломления волокна за время пробега по контуру встречно бегущих лучей [20]. Для расчета результирующей разности фаз необходимо определить оптические пути обоих лучей либо время, в течение которого они пробегают контур.

После разрешения задачи термоупругости ВОГ в пакете STAR-CCM+ имеется ряд файлов с исходной информацией для постпроцессора, рассчитывающего дрейф. Эта информация представляет собой неупорядоченный массив данных, включающий в себя значения трех главных напряжений и величину температуры в центрах каждого витка осесимметричной модели. С использованием специальной процедуры «разворачивания» осесимметричные поля искомым функций в соответствии с принятой схемой намотки волокна преобразуются в одномерные функции по длине уложенного в катушку волокна. Алгоритм «разворачивания» сортирует исходный массив данных по координатам витков в последовательности намотки для каждой ветви контура. Отметим, что существует несколько основных схем укладки оптического волокна на каркас ВОГ. Оптимальной с точки зрения минимизации теплового дрейфа является квадрупольная намотка [6, 8] или укладка (рис. 4, *a*), она же и используется при расчете дрейфа. Существуют также и менее удачные схемы: дипольная, шахматная и др.

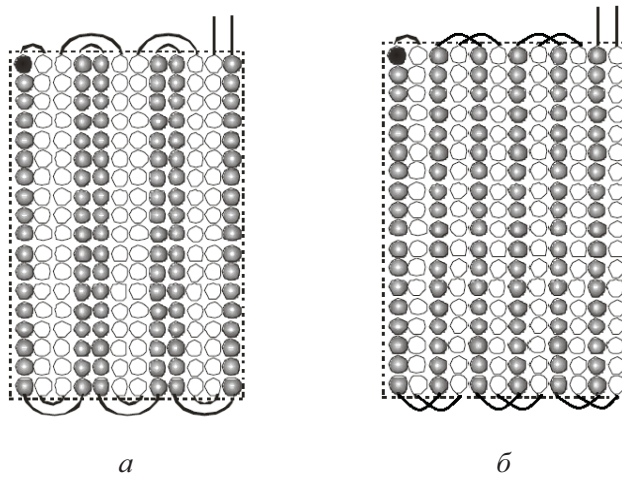


Рис. 4. Схемы укладки: *a* – квадрупольная; *b* – дипольная. Черная точка – начальный виток середины контура, серые точки – «левая ветвь» контура, белые точки – «правая ветвь» контура

Расчет оптического пути (или времени пробега) для каждого луча иллюстрирует рис. 5.

$$n_i = n_{0i} \sqrt{1 + \frac{c_1 \sigma_1 + c_2 (\sigma_2 + \sigma_3)}{n_{0i}^2}}, \quad (2.1)$$

где  $n_{0i}$  – показатель преломления при начальной температуре;  $c_1, c_2$  – фотоупругие постоянные материала.

По волокну в направлении  $x$  бежит луч со скоростью  $w$ . В начале и в конце каждого витка длиной  $l$  по формулам типа (2.1) рассчитываются показатели преломления  $n_H^{k-1}, n_K^{k-1}, n_H^k, n_K^k$ . Здесь верхние индексы указывают на принадлежность соответствующей

щему временному слою, а нижние – началу (н) и концу (к) витка. В формуле (2.1)  $n_{0i}$  является линейной функцией температуры и вычисляется в зависимости от температуры в данной точке и в данный момент времени.

При расчетах предполагается, что шаг интегрирования  $h_\tau$  много больше времени пробега луча по контуру. Для произвольного витка время входа луча в виток соответствует на рисунке точке  $a$ , а выхода – точке  $b$ . Время пробега витка лучом равно  $\Delta\tau$ . Для его определения нужно проинтегрировать уравнение

$$\frac{dx}{d\tau} = \frac{c}{n(x, \tau)}, \quad (2.2)$$

где  $c$  – скорость света в вакууме.

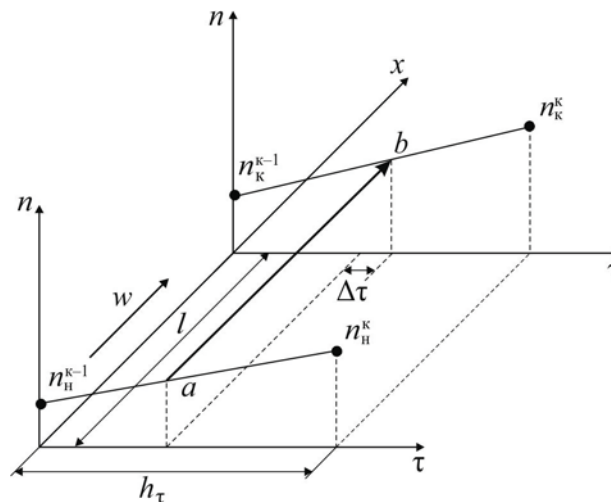


Рис. 5. Схема интегрирования

Численное интегрирование уравнения выполняется в следующем порядке. Определяются скорости изменения показателей преломления в начале и в конце витка:

$$\begin{aligned} dn_n &= \frac{n_n^k - n_n^{k-1}}{h_\tau}, \\ dn_k &= \frac{n_k^k - n_k^{k-1}}{h_\tau}. \end{aligned} \quad (2.3)$$

Виток разбивается на  $m$  участков длиной  $H = l/m$ , и для центра  $x_m$  каждого участка вычисляется значение показателя преломления:

$$n_m = \left( n_n^k + \frac{n_k^k - n_n^k}{l} x_m \right) + \left( dn_n + \frac{dn_k - dn_n}{l} x_m \right) \tau_m, \quad (2.4)$$

где  $\tau_m$  – время входа луча в данный участок.

Это время для каждого последующего участка вычисляется по формуле

$$\tau_m = \tau_m + \frac{n_m \cdot H/c}{1 - 0,5 [dn_n + x_m (dn_k - dn_n)/l]}. \quad (2.5)$$

После выхода из процедуры интегрирования время  $\tau_m$  равно времени прохождения лучом данного витка  $\Delta\tau$ . Суммируя эти величины для всех витков, находим общее время

пробега лучом контура  $\tau_1$ . Аналогично вычисляется время пробега встречного луча  $\tau_2$ . Результирующую разность фаз встречно бегущих лучей можно определить следующим образом:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi \cdot c}{\lambda} \sum_{i=1}^N (\Delta\tau_{1_i} - \Delta\tau_{2_i}), \quad (2.6)$$

где  $N$  – число витков в контуре;  $\Delta\tau_{1_i}$ ,  $\Delta\tau_{2_i}$  – время пробега  $i$ -го витка контура лучами;  $\lambda$  – длина волны излучения.

Далее по найденной фазовой невзаимности рассчитывается «кажущаяся» угловая скорость вращения гироскопа в соответствии с известной формулой Саньяка (В1).

В настоящее время соотношение для вычисления показателя преломления витка упрощено ввиду осесимметричности задачи и неоправданности в таком случае деления витка на участки, так как нет информации об НДС в промежуточных точках. Однако эта формула потенциально применима при решении задачи о дрейфе в трехмерной постановке.

На рис. 6 можно видеть результат так называемой размотки оптического волокна в постпроцессоре. Здесь демонстрируется распределение температуры по общей длине оптического волокна. Центральные витки расположены на середине общей длины оптического волокна, от середины в обе стороны расходятся «левая» и «правая» ветви. Пульсации соответствуют переходу со слоя на слой либо через два слоя, гладкие впадины соответствуют распределению температуры по слою. Прослеживается явная асимметрия нагрева относительно центральных витков катушки, расположенных на середине общей длины оптического волокна. Подобные распределения относительно длины оптоволокна можно получить и для главных напряжений (например, рис. 7 демонстрирует распределение первого главного напряжения).

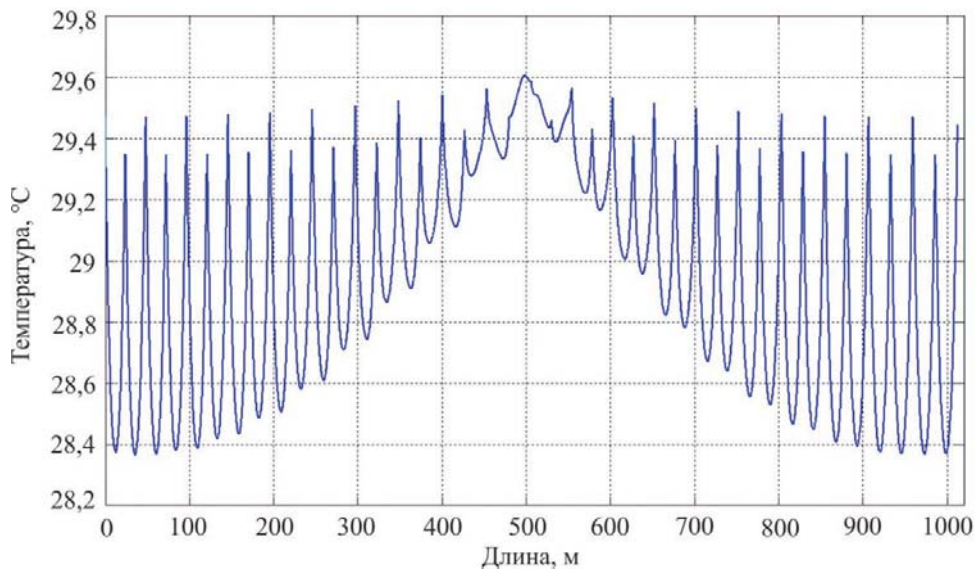


Рис. 6. Распределение температуры по длине волокна

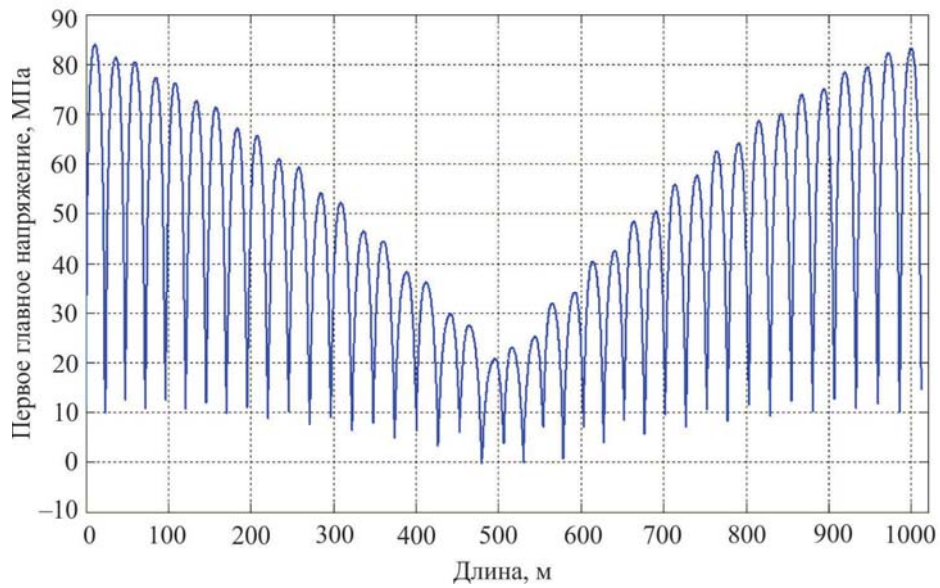


Рис. 7. Распределение первого главного напряжения

Основной задачей является получение фазовой картины и дрейфа в целом. Так, на рис. 8 изображено распределение времени пробега одного из лучей по каждому витку в зависимости от длины волокна с учетом квадрупольной схемы намотки. Отчетливо видны переходы со слоя на слой – малые скачки соответствуют переходу на соседний слой, большие скачки – переходу через два слоя. Ожидаемо и снижение времени хода луча при приближении к центру оптического волокна – центральные витки расположены непосредственно на катушке ВОГ.

При нахождении разности времен хода получена фазовая картина, изображенная на рис. 9. Симметричное изменение фазового набега из отрицательной области в положительную соответствует обгону встречно распространяющимся лучом нормального луча на первой половине оптического пути, а затем отставанию встречного луча на второй половине пути.

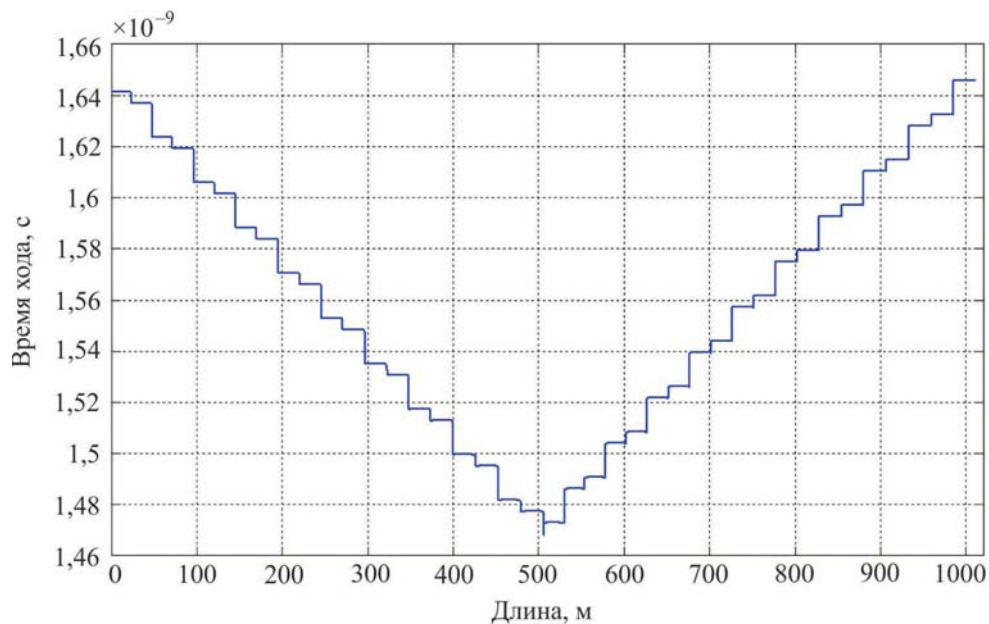


Рис. 8. Время хода луча

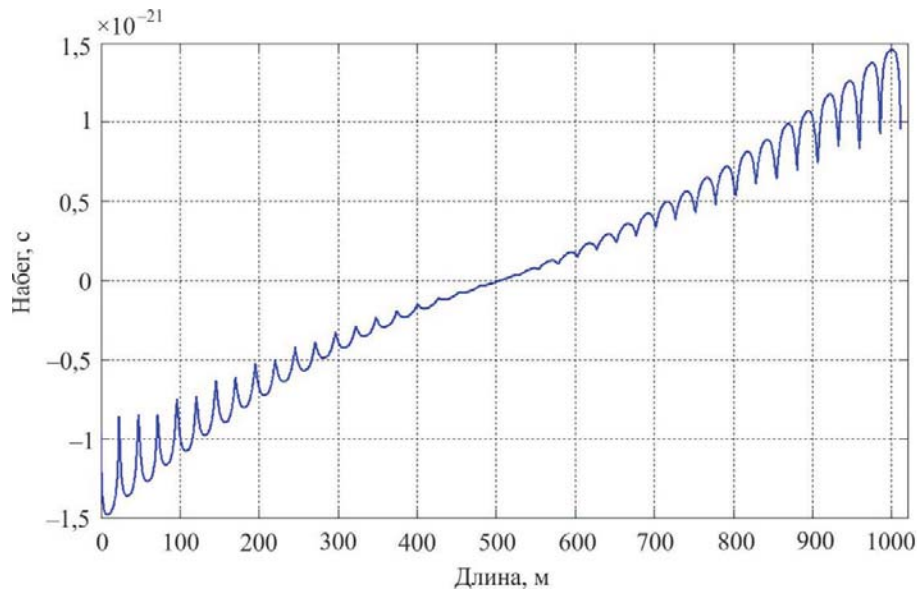


Рис. 9. Фазовый набег

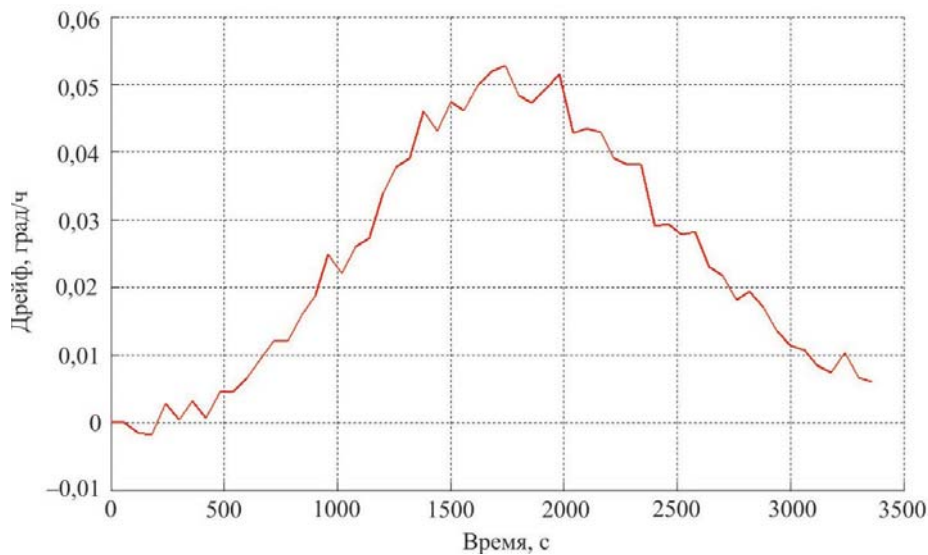


Рис. 10. Дрейф ВОГ

Анализ полученной разности фаз с помощью соотношений Саньяка (В1) с учетом перевода единиц измерения приводит к получению расчетного дрейфа ВОГ (рис. 10).

Разработанная компьютерная модель позволяет оценить на качественном уровне величину дрейфа ВОГ при заданной геометрии и граничных условиях. Так как задача термоупругости разрешается в специализированном инженерном пакете, то возможно широкое варьирование граничных и начальных условий. Возможно также любое варьирование геометрических размеров конструкции и числа витков/слоев оптического волокна в волоконном контуре. Это позволяет оценить качество геометрии как катушки, так и датчика чувствительности ВОГ в целом для каждой конкретной конструкции.

Апробация разработанной модели для различных расчетных вариантов показала возможность адекватного прогноза дрейфа, вызванного изменением НДС оптоволоконного контура и конструкции датчика чувствительности ВОГ, при условии заведомо известных достоверных свойств всех материалов.

## Библиографический список

1. Жижин В. Волоконно-оптические датчики: перспективы промышленного применения // Электронные компоненты. – 2010. – № 12. – С. 17–23.
2. Малыкин Г.Б., Андропова И.А. Физические проблемы волоконной гироскопии на эффекте Саньяка // Успехи физических наук. – 2002. – Т. 172, № 8. – С. 849–873.
3. Логозинский В.Н., Листвин В.Н. Волоконно-оптический датчик вращения [Электронный ресурс] // Физоптика, 2011. – URL: [www.fizoptika.ru/description/book\\_bind.pdf](http://www.fizoptika.ru/description/book_bind.pdf) (дата обращения: 18.11.1014)
4. Czommer R. Leistungsfähigkeit fahrzeugautonomer Ortungsverfahren auf der Basis von Map-Matching-Techniken. Von der Fakultät für Bauingenieur und Vermessungswesen der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors-Ingenieurs (Dr.-Ing.) Genehmigte Dissertation. – Stuttgart, 2000.
5. Neuhierl T. Eine neue Methode zur Richtungsübertragung durch Koppelung von Inertialmesstechnik und Autokollimation. Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.) Genehmigten Dissertation. – München, 2005.
6. Шереметьев А.Г. Волоконный оптический гироскоп. – М.: Радио и связь, 1987. – 152 с.
7. Окоси Т. Волоконно-оптические датчики. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 256 с.
8. Lefevre, Herve Fiber-optic Gyroscopes. – ARTECH HOUSE, INC., 1993.
9. Тепловой дрейф волоконного оптического гироскопа / Е.И. Вахрамеев, К.С. Галягин, А.С. Ивонин, М.А. Ошивалов, Т.А. Ульрих // Изв. вузов. Приборостроение. – 2011. – Т. 54, № 1. – С. 32–37.
10. Рупасов А.В. Исследование метода локального температурного воздействия и его применение для компенсации дрейфа волоконно-оптического гироскопа: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – СПб., 2014.
11. Шарков И.А. Исследование и пути компенсации тепловых воздействий на сигнал волоконно-оптического гироскопа: дис. ... канд. техн. наук. – СПб., 2013.
12. Прогноз и коррекция теплового дрейфа волоконно-оптического гироскопа / Е.И. Вахрамеев, К.С. Галягин, А.С. Ивонин, М.А. Ошивалов // Изв. вузов. Приборостроение. – 2013. – Т. 56, № 5. – С. 79–84.
13. Савин М.А. Дрейф волоконно-оптического гироскопа // Современные техника и технологии: сб. докл. XX Междунар. науч.-практ. конф. студентов, аспирантов и молодых ученых / НИТ-ПУ. – Томск, 2014. – Т. 1. – С. 133–134.
14. Филатов Ю.В. Волоконно-оптический гироскоп: учеб. пособие. – СПб.: Изд-во С.Петербур. гос. электротехн. ун-та «ЛЭТИ», 2003. – 52 с.
15. Ebeling K.J., Michalzik R., Mähnß J. Optische Informationstechnik. – Universität Ulm: Abteilung Optoelektronik, 2009. – 191 s.
16. Лехницкий С.Г. Теория упругости анизотропного тела. – М.: Наука, 1977. – 416 с.
17. Александров А.Я., Ахметзянов М.Х. Поляризационно-оптические методы механики деформируемого тела. – М.: Наука, 1973. – 576 с.
18. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. – М.: Физматлит, 2005. – 792 с.
19. Смоленский Г.А., Писарев Р.В., Синий И.Г. Двойное лучепреломление света в магнитоупорядоченных кристаллах // Успехи физических наук. – 1975. – Т. 116, № 2. – С. 231–270.
20. Драницына Е.В., Егоров Д.А. Исследование зависимости выходного сигнала волоконно-оптического гироскопа от температуры в составе бескарданного инерциального измерительного модуля // Навигация и управление движением: материалы XIV конференции молодых ученых. – СПб., 2012. – С. 447–452.

## References

1. Zhizhin V. Volokonno-opticheskie datchiki: perspektivy promyshlennogo primeneniia [Fiber Optic Sensors: Prospects for industrial applications]. *Elektronnye komponenty*, 2010, no. 12, pp. 17-23.
2. Malykin G.B., Andronova I.A. Fizicheskie problemy volokonnoi giroskopii na effekte San'iaaka [Physical problems of fiber gyroscope on the Sagnac effect]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 2002, vol. 172, no. 8, pp. 849-873.
3. Logozinskii V.N., Listvin V.N. Volokonno-opticheskii datchik vrashcheniia [The fiber optic rotation sensor]. *Fizoptika*, 2011, available at: [www.fizoptika.ru/description/book\\_bind.pdf](http://www.fizoptika.ru/description/book_bind.pdf), svobodnyi. Iaz. rus. (accessed 18 November 2014).
4. Czommer R. Leistungsfähigkeit fahrzeugautonomer Ortungsverfahren auf der Basis von Map-Matching-Techniken. Von der Fakultät für Bauingenieur und Vermessungswesen der Universität Stuttgart zur Erlangung der Würde eines Doktors-Ingenieurs (Dr.-Ing.) Genehmigte Dissertation. Stuttgart, 2000.
5. Neuhierl T. Eine neue Methode zur Richtungsübertragung durch Koppelung von Inertialmesstechnik und Autokollimation. Vollständiger Abdruck der von der Fakultät für Bauingenieur- und Vermessungswesen der Technischen Universität München zur Erlangung des akademischen Grades eines Doktor-Ingenieurs (Dr.-Ing.). Genehmigte Dissertation. München, 2005.
6. Sheremet'ev A.G. Volokonnyi opticheskii giroskop [The fiber optic gyroscope]. Moscow: Radio i sviaz', 1987. 152 p.
7. Okosi T. Volokonno-opticheskie datchiki [Fiber Optic Sensors]. Leningrad: Energoatomizdat, 1990. 256 p.
8. Lefevre, Herve Fiber-optic Gyroscopes. ARTECH HOUSE, INC., 1993.
9. Vakhrameev E.I., Galiagin K.S., Ivonin A.S., Oshivalov M.A., Ul'rikh T.A. Teplovoi dreif volokonno opticheskogo giroskopa [The thermal drift of the fiber optic gyroscope]. *Izvestiia vuzov. Priborostroenie*, 2011, vol. 54, no. 1, pp. 32-37.
10. Rupasov A.V. Issledovanie metoda lokal'nogo temperaturnogo vozdeistviia i ego primeneniie dlia kompensatsii dreifa volokonno-opticheskogo giroskopa [The research method of local temperature effects and its application for compensation of the drift of the fiber optic gyroscope]. Thesis of doctor's degree dissertation. Saint Petersburg, 2014.
11. Sharkov I.A. Issledovanie i puti kompensatsii teplovykh vozdeistvii na signal volokonno-opticheskogo giroskopa [Research and ways of compensating thermal effects on the signal of the fiber optic gyroscope]. Thesis of doctor's degree dissertation. Saint Petersburg, 2013.
12. Vakhrameev E.I., Galiagin K.S., Ivonin A.S., Oshivalov M.A. Prognoz i korrektsiia teplovogo dreifa volokonno-opticheskogo giroskopa [Prediction and correction of thermal drift of the fiber optic gyroscope]. *Izvestiia vuzov. Priborostroenie*, 2013, vol. 56, no. 5, pp. 79-84.
13. Savin M.A. Dreif volokonno-opticheskogo giroskopa [The drift of the fiber optic gyroscope]. *Sbornik dokladov XX mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchennykh "Sovremennye tekhnika i tekhnologii"*. Tomsk, 2014, vol. 1, pp. 133-134.
14. Filatov Iu.V. Volokonno-opticheskii giroskop [Fiber Optic Gyroscope]. S. Peterburgskii gosudarstvennyi elektrotekhnicheskii universitet, 2003. 52 p.
15. Ebeling K.J., Michalzic R., Mähnbß J. Optische Informationstechnik. Universität Ulm: Abteilung Optoelektronik, 2009. 191 p.
16. Lekhnitskii S.G. Teoriia uprugosti anizotropnogo tela [The theory of elasticity of an anisotropic body]. Moscow: Nauka, 1977. 416 p.
17. Aleksandrov A.Ia., Akhmetzianov M.Kh. Poliarizatsionno-opticheskie metody mekhaniki deformiruemogo tela [The polarization-optical methods for solid mechanics]. Moscow: Nauka, 1973. 576 p.



18. Sivukhin D.V. *Obshchii kurs fiziki. Optika* [The general course of physics. Optics]. Moscow: Fizmatlit, 2005. 792 p.

19. Smolenskii G.A., Pisarev R.V., Sinii I.G. *Dvoinoe lucheprelomlenie sveta v magnitouporiadobchennykh kristallakh* [The birefringence of light in magnetically ordered crystals]. *Uspekhi fizicheskikh nauk*, 1975, vol. 116, no. 2, pp. 231-270.

20. Dranitsyna E.V., Egorov D.A. *Issledovanie zavisimosti vykhodnogo signala volokonno-opticheskogo giroskopa ot temperatury v sostave beskardannogo inertsiial'nogo izmeritel'nogo modulia* [The dependence of the output signal of the fiber optic gyroscope with temperature as part of strapdown inertial measurement unit]. *Materialy dokladov XIV konferentsii molodykh uchenykh "Navigatsiia i upravlenie dvizheniem"*. Saint Petersburg, 2012, pp. 447-452.