

Зеньков Е.В., Цвик Л.Б. Формирование разнонаправленных испытательных усилий и экспериментальная оценка прочности материала в условиях двухосного растяжения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 4. – С. 110–120. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.07

Zenkov E.V., Tsvik L.B. Formation of divergent testing efforts and experimental evaluation of material strength under biaxial stretching. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2015. No. 4. Pp. 110-120. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.07



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2015

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.07

УДК 629.4.015

## ФОРМИРОВАНИЕ РАЗНОНАПРАВЛЕННЫХ ИСПЫТАТЕЛЬНЫХ УСИЛИЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ПРОЧНОСТИ МАТЕРИАЛА В УСЛОВИЯХ ДВУХОСНОГО РАСТЯЖЕНИЯ

Е.В. Зеньков<sup>1</sup>, Л.Б. Цвик<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Иркутский национальный исследовательский технический университет, Иркутск, Россия

<sup>2</sup>Иркутский государственный университет путей сообщения, Иркутск, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 16 июля 2015 г.

Принята: 13 октября 2015 г.

Опубликована: 25 декабря 2015 г.

#### Ключевые слова:

лабораторный образец, разнонаправленные усилия, одноприводная машина, контактная реакция, метод конечных элементов, прочностные параметры, двухосное растяжение, конструкционная прочность, моделирование, критерий прочности, напряженно-деформированное состояние

### АННОТАЦИЯ

Предложена методика формирования разнонаправленных испытательных усилий при проведении механических испытаний лабораторных образцов материала на типовой одноприводной испытательной машине. В предлагаемой методике указанная система усилий, действующих на образец, создается с помощью наклонных граней этого образца и возникающих на них контактных реакций при его взаимодействии с призматической опорой, имеющей соответствующие скосы. Рассматривается схема опирания и нагружения призматического образца, реализующая рассматриваемое формирование испытательных усилий. Обосновывается выбор углов наклонных граней образца на основе расчетного моделирования процесса деформирования его модели с использованием численного аппарата метода конечных элементов и решения контактной задачи деформируемого твердого тела. Даны рекомендации по использованию на практике оптимальных углов наклона опорных поверхностей для создания схемы двухосного растяжения. Приведены результаты расчетного анализа НДС призматических образцов в зависимости от его основных геометрических параметров. Описано испытание предложенных образцов при определении прочностных параметров закаленной пружинно-рессорной стали 50ХФА, находящейся в условиях двухосного растяжения. Анализ результатов, полученных при разрушении образцов, осуществляется на основе уравнения предельного состояния Писаренко-Лебедева. Указанные параметры определяются на основе численного анализа НДС испытанных серий образцов в момент их разрушения. Выполненный анализ учитывал контактный характер взаимодействия образца с опорными элементами и возможность возникновения в материале образца пластических деформаций. Дана экспериментальная оценка уменьшения предельного значения первого главного напряжения в очаге разрушения образцов из стали 50ХФА при двухосном растяжении по сравнению с одноосным растяжением.

© ПНИПУ

© Зеньков Евгений Вячеславович – кандидат технических наук, старший преподаватель, e-mail: [jovanny1@yandex.ru](mailto:jovanny1@yandex.ru)  
Цвик Лев Беркович – доктор технических наук, профессор, e-mail: [tsvik\\_l@mail.ru](mailto:tsvik_l@mail.ru)

Evgeniy V. Zenkov – PhD in Technical Sciences, Assistant Professor, e-mail: [jovanny1@yandex.ru](mailto:jovanny1@yandex.ru)  
Lev B. Tsvik – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: [tsvik\\_l@mail.ru](mailto:tsvik_l@mail.ru)

## FORMATION OF DIVERGENT TESTING EFFORTS AND EXPERIMENTAL EVALUATION OF MATERIAL STRENGTH UNDER BIAXIAL STRETCHING

E.V. Zenkov<sup>1</sup>, L.B. Tsvik<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Irkutsk National Research Technical University, Irkutsk, Russian Federation

<sup>2</sup>Irkutsk State University of Railway Transport, Irkutsk, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 16 July 2015  
Accepted: 13 October 2015  
Published: 25 December 2015

#### Keywords:

laboratory model, multidirectional efforts, one driving machine, contact reaction, finite element method, strength parameters, biaxial stretching, structural strength, modeling, test strength, stress-strain state

### ABSTRACT

A method for forming multidirectional testing efforts during the mechanical testing of laboratory samples using the typical one-driving testing machine is suggested here. In the proposed method, this system of forces acting on the sample is created by the inclined faces of the sample and the resulting contact reactions on them when it interacts with parallel support having appropriate ramps. The authors consider the scheme of supporting and the loading of the prismatic sample which implements the considered formation of the test efforts. The justification of choice of angles of the sample inclined faces based on the numerical simulation of model deformation using the numerical finite element method apparatus and solving the contact problem of deformable solids is provided here. Recommendations for using optimum angles of inclination of the supporting surface for creating circuitry biaxial stretching have been given. The results of computational analysis of VAT prismatic samples depending on its basic geometric parameters are described here. The testing of the proposed models is described in determining the strength parameters of spring-tempered spring steel 50HFA located in a biaxial stretching. The analysis of the results obtained by the destruction of the samples is based on the limit state equation of Pisarenko-Lebedev. The determination of these parameters is based on the numerical analysis of VAT tested series of samples at the time of their destruction. The analysis includes consideration of the nature of the contact interaction of the sample with the support elements and the possible occurrence of plastic deformation in the sample. It became possible to present the experimental evaluation of reducing the limit value of the first principal stress in the hearth of destruction of samples of steel 50HFA under biaxial stretching compared to uniaxial tension.

© PNRPU

## Введение

Оценка конструкционной прочности деталей машин должна в ряде случаев осуществляться с учетом вида их напряженно-деформированного состояния (НДС) [1–4]. Такой учет важен, например, при оценке статической прочности штуцерных узлов сосудов давления, прочности различных деталей в виде пластин и оболочек, изгибаемых в двух различных направлениях, при действии температурных перепадов и в других случаях. Ряд соответствующих методик расчета на прочность [5–10] опирается при этом на результаты лабораторных испытаний образцов, имеющих в очаге их разрушения тот же вид НДС, что и в рассматриваемой детали. Для этого обычно используется испытательное оборудование с несколькими силовыми приводами, создающими разнонаправленные воздействия на испытываемый образец. В данной статье рассматривается методика, позволяющая с помощью типовых одноприводных испытательных машин учесть характеристики НДС рассматриваемой детали, предварительно определенные [5] с помощью численного моделирования методом конечных элементов (МКЭ).

Далее, для определенности, в качестве уравнения предельного состояния (критерия прочности) материала детали используется уравнение Писаренко-Лебедева [2, 3]

$$\alpha \sigma_i^{\text{пред}} + (1 - \alpha) \sigma_1^{\text{пред}} A^{1-\Pi} = \sigma_B, \quad (1)$$

где  $\alpha$  и  $A$  – эмпирические константы, характеризующие прочность материала и не зависящие от вида и уровня НДС материала детали в очаге ее разрушения (далее – прочностные параметры материала);  $\sigma_i$  – интенсивность напряжений,

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}, \quad (2)$$

$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$  – главные напряжения – характеристики НДС детали в очаге ее возможного разрушения. В качестве критерия подобия НДС детали, прочность которой оценивается, и НДС рабочей зоны образца, используемого для механических испытаний, в соотношении (1) входит величина  $\Pi$  [4, 5]:

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sigma_i}. \quad (3)$$

При использовании критерия (1) для определения входящих в него прочностных параметров, как правило, применяются испытательные машины принципиально различных типов или машины с несколькими силовыми приводами, создающими разнонаправленные усилия, действующие на образец [6–9]. Это обстоятельство существенно усложняет испытания. Выбор величины  $\Pi$ , определяемой равенством (3), в качестве характеристики вида НДС используемой в общих критериях прочности [2], связан с тем, что ее значение существенно влияет на расположение очага разрушения и величину соответствующего предельного значения характеристик НДС [11].

## 1. Постановка задачи и методика формирования испытательных усилий

Расчетно-экспериментальная оценка прочности элемента конструкции [3, 5], основанная на соотношении (1), включает в себя испытание до разрушения выбранных образцов и определение по результатам этих испытаний прочностных параметров, входящих в соотношения (1).

Возможность использования одноприводных испытательных машин определяется в предлагаемой методике тем, что необходимые разнонаправленные испытательные усилия, действующие на образец, создаются с помощью контактных сил [12]. Конструктивная схема одного из известных образцов, используемых для испытаний на машинах с двумя силовыми приводами [6], приведена на рис. 1, а. В его рабочей зоне в момент разрушения создается двухосное растяжение. Из этой схемы видно, что одно из испытательных усилий – усилие  $P$  – может быть создано реакцией, действующей на испытываемый образец, если его боковые выступы разместить на соответствующей призматической опоре со скосами (рис. 1, б).

Схема опирания и нагружения призматического образца, реализующая указанный принцип, представлена на рис. 1, б, его геометрические параметры – на рис. 2, соответствующая расчетная модель – на рис. 3.

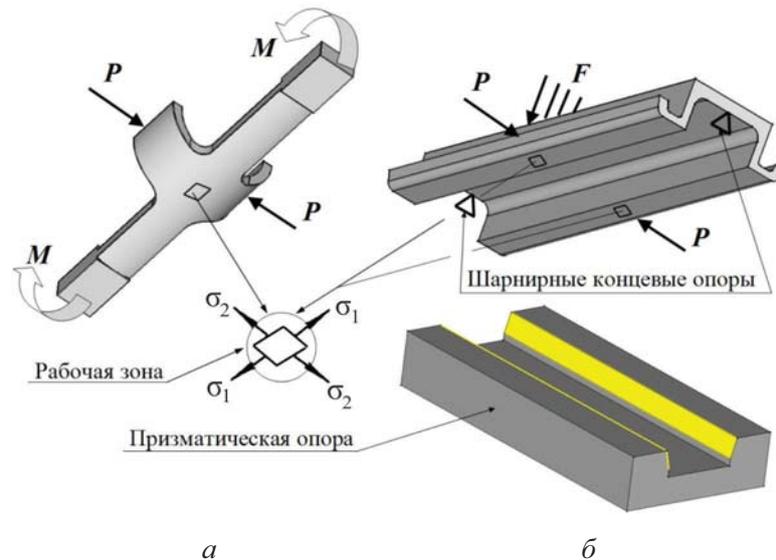


Рис. 1. Схемы нагружения образцов с боковыми выступами: *a* – поперечные усилия  $P$  создаются приводом испытательной машины; *б* – поперечные усилия  $P$  являются контактными реакциями, возникающими на наклонных опорных поверхностях образца

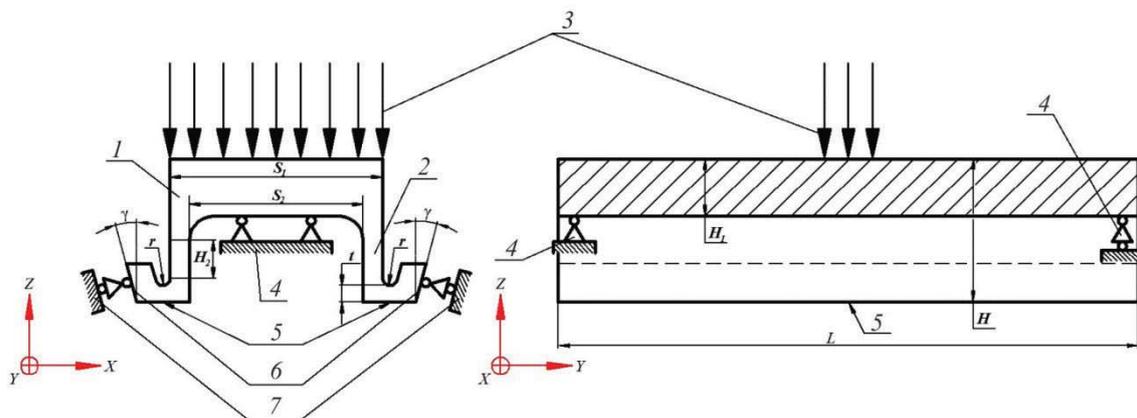


Рис. 2. Геометрические параметры и схема нагружения образца с наклонными опорными поверхностями: 1 – образец; 2 – боковые выступы образца; 3 – усилие, создаваемое толкателем испытательной машины; 4 – концевые опоры; 5 – рабочая зона; 6 – наклонные поверхности образца; 7 – наклонные поверхности призматической опоры

К конструктивным особенностям предлагаемого призматического образца относится наличие наклонных опорных поверхностей, необходимых для формирования разнонаправленных испытательных усилий. Обеспечение работоспособности образца требует определенных ограничений углов отклонения указанных поверхностей от вертикали (см. рис. 2 – углы  $\gamma$ ). При этом углы  $\gamma$  являются приемлемыми, если в процессе контактного взаимодействия обеспечивается условие, при котором в зоне контакта силы этого взаимодействия лежат за пределами соответствующего конуса трения [13]. В случае малых значений коэффициента трения между контактирующими поверхностями указанное условие выполняется при достаточно малых значениях  $\gamma$ .

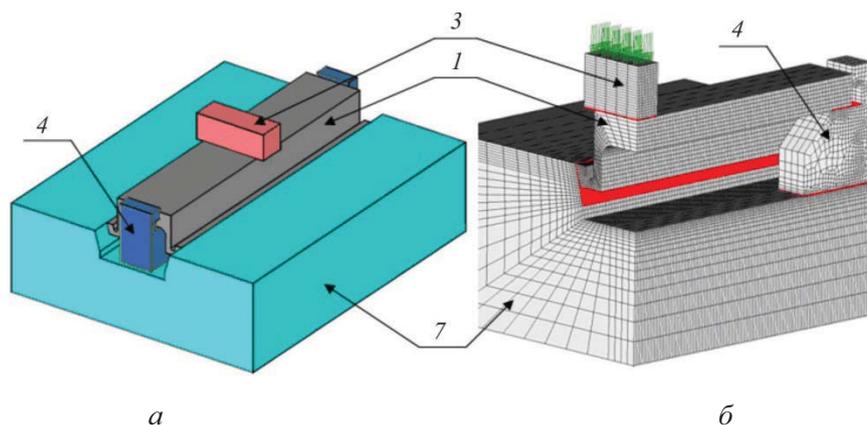


Рис. 3. Реализация схемы нагружения призматического образца: *a* – вид полной геометрической модели; *б* – расчетная КЭ-модель, используемая для вариантных исследований (нумерация деталей соответствует рис. 2)

## 2. Расчетные исследования

Для оценки влияния величины угла  $\gamma$  и контактных сил трения на НДС в рабочей зоне образца была выполнена расчетная оценка указанного НДС, осуществленная с помощью МКЭ. Формирование расчетных конечно-элементных (КЭ) моделей контактирующих тел выполнялось с помощью программного комплекса MSC.PATRAN. При проведении численного анализа осуществлялась КЭ дискретизация как самого образца, так и его опорных элементов. В силу симметрии образца относительно продольной и поперечной плоскостей для расчетного моделирования контактного взаимодействия с опорами рассматривалась его четверть с заданием соответствующих граничных условий (см. рис. 3, б). В зонах контакта образца с опорой в процессе моделирования использовался метод согласованных сеток и необходимое сгущение КЭ-разбивки по мере приближения к поверхности контакта (рис. 3, б). Сходимость получаемых КЭ-решений к искомому оценивалась на последовательности сгущающихся разбивок с последовательным уменьшением максимального размера использованных конечных элементов вдвое по каждому из координатных направлений [5]. Решение задачи контактного взаимодействия проводилось с помощью решателя MSC.NASTRAN с использованием билинейной модели трения Кулона [14].

Для расчетной оценки влияния величины угла  $\gamma$  был выбран вариант конструктивного оформления образца со следующими геометрическими характеристиками – длина образца в продольном направлении  $L = 220$  мм (см. рис. 2), его высота  $H = 30$  мм, толщина  $S_1 = 44$  мм,  $S_2 = 36$  мм,  $t = 4$  мм. Призматическая опора характеризовалась при этом значениями: длина в продольном направлении  $L_{оп} = 250$  мм, высота  $H_{оп} = 70$  мм, толщина  $S_{оп} = 200$  мм. Величина угла  $\gamma$

$$0^\circ \leq \gamma \leq 20^\circ \quad (4)$$

изменялась при проведении вариантных исследований с шагом  $5^\circ$ . При проведении расчетного моделирования принималось, что образец и опора изготовлены из стали, для которой модуль Юнга  $E = 210000$  МПа и коэффициент Пуассона  $\nu = 0,3$ . Величина коэффициента трения принималась равной 0,2, что соответствует [13] трению относительно гладких стальных поверхностей (параметр шероховатости  $Ra = 1,25$ ). На рис. 4 представлено поперечное (для призматического образца) сечение дискретной модели зоны контакта.

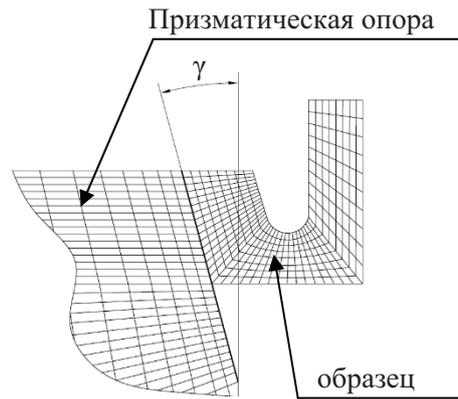


Рис. 4. Дискретная модель зоны контакта

Анализ результатов вычислительных экспериментов показал, что при значениях угла  $\gamma$ , не превышающих  $20^\circ$ , учет сил трения изменяет как значения максимальных контактных давлений на поверхностях контакта, так и максимальное значение интенсивности напряжений в рабочей зоне рассмотренных образцов не более чем на 5 %.

Для оценки применимости призматических образцов при определении параметров  $\alpha$  и  $A$ , входящих в уравнение (1), был осуществлен расчетный анализ их НДС в зависимости от основных геометрических параметров [5]. На рис. 5 приведены результаты расчетов величины  $\Pi$  для значений  $L = 220$  мм,  $S_1 = 44$  мм,  $S_2 = 36$  мм,  $t = 4$  мм,  $h_1 = 0,25$ ,  $h_2 \in [0; 0,28]$ ,  $\rho \in [0,03; 0,06]$  и угла  $\gamma = 15^\circ$ , где

$$h_1 = \frac{H_1}{S_1} \in [0,25; 0,4]; \quad h_2 = \frac{H_2}{S_1} \in [0; 0,28]; \quad \rho = \frac{r}{S_1} \in [0,03; 0,06]. \quad (5)$$

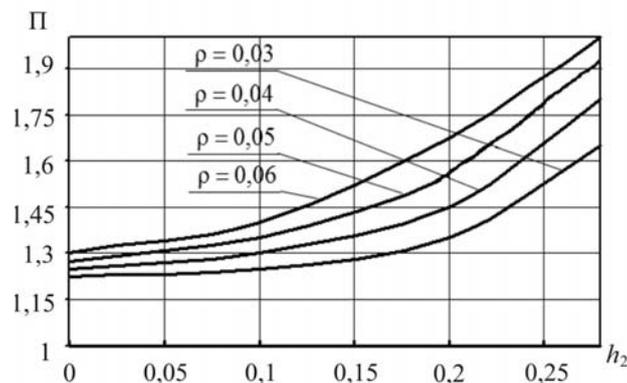


Рис. 5. Зависимость величины  $\Pi$  от значения геометрических параметров призматических образцов  $\rho$  и  $h_2$

Из них следует, что увеличение  $h_2$  приводит к увеличению значения  $\Pi$  вплоть до максимально возможного при двухосном растяжении значения  $\Pi = 2$ . Анализ этих и подобных зависимостей показал, что для любого НДС элемента конструкции с известным значением  $\Pi$ , работающего в условиях двухосного растяжения, всегда возможно выбрать один или несколько образцов рассматриваемого типа, моделирующих вид этого НДС с тем же значением  $\Pi$ .

### 3. Результаты экспериментальных исследований

В работе [1] на специальной установке экспериментально было изучено снижение значения  $\sigma_1^{\text{пред}}$  в условиях двухосного растяжения – разрушены образцы из относительно пластичной стали 12Х18Н10Т. При этом оказалось, что значение  $\sigma_1^{\text{пред}}$  в очаге разрушения снизилось более чем на 25 % по сравнению с традиционным пределом прочности этого материала, определяемым в условиях одноосного растяжения. Предложенный в [12] образец может быть использован для исследования в подобной ситуации прочностных свойств различных материалов. Представляет, в частности, интерес изучение поведения относительно более хрупких сталей. С этой целью в данной работе осуществлено испытание до разрушения (рис. 6) образцов, изготовленных из закаленной пружинно-рессорной стали 50ХФА и находящихся при испытании до разрушения в условиях двухосного растяжения. Было осуществлено разрушение стандартных круглых образцов этой стали в условиях одноосного растяжения. Их результаты показали, что сталь характеризуется значениями предела текучести  $\sigma_T = 1050$  МПа, предела прочности  $\sigma_B = 1300$  МПа и относительным удлинением  $\delta = 7,5$  %. По схеме рис. 2 были изготовлены две серии образцов – № 1 и 2 – по три образца в каждой серии. Размеры образцов (табл. 1) подбирались так, чтобы в рабочей зоне образцов их НДС характеризовалось значением  $\Pi$ , близким к 1,9, что характерно, например, для прямоугольных пластин, шарнирно опертых по контуру и нагруженных равномерным давлением.

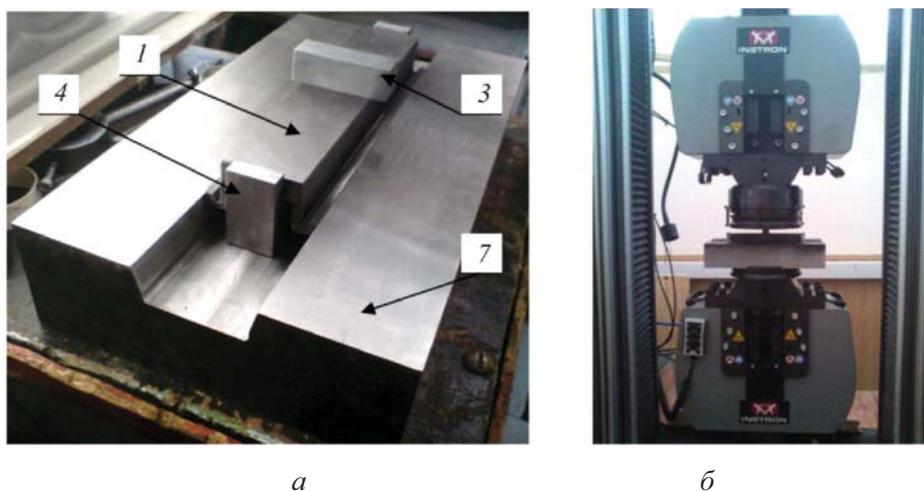


Рис. 6. Лабораторная установка для испытания призматических образцов: *а* – позиционирование образца в призматической опоре (нумерация деталей соответствует рис. 2); *б* – позиционирование призматической опоры с образцом на рабочем столе одноприводной испытательной машины Instron 5989

Таблица 1

Основные размеры экспериментальных призматических образцов

$H$ , мм	$H_1$ , мм	$H_2$ , мм	$H_3$ , мм	$S$ , мм	$L$ , мм	$t$ , мм № 1/№ 2	$r$ , мм	$\gamma$ , град
33	12	11	21	44	220	4/6	2	15

Для оценки достоверности расчетной схемы, приведенной на рис. 2, сопоставлялись экспериментальные значения деформаций для образцов первой серии и соответствующие расчетные значения в контрольных точках боковой поверхности образца с использованием метода корреляции цифровых изображений [15, 16, 17]. Сопоставление показало, что их расхождение не превысило 10 % [16].

Этапы экспериментального разрушения одного из испытанных образцов представлены на рис. 7.



Рис. 7. Начальная трещина и разрушенный призматический образец:  
*а* – появление трещины в рабочей зоне; *б* – разрушенный образец

Результаты, полученные при разрушении образцов, интерпретировались на основе уравнения предельного состояния (1), которое рассматривалось как эмпирическая формула, ее коэффициенты  $\alpha$  и  $A$  определяются по результатам разрушения лабораторных образцов, рабочая зона характеризуется определенным значением величины  $\Pi$ , определяемой конструктивными особенностями испытанных образцов. Для определения значений двух указанных коэффициентов предварительно необходимо осуществить разрушение двух конструктивных вариантов образцов, отличающихся друг от друга размерами и соответствующими значениями величин  $\sigma_i^1 \text{ пред}$ ,  $\sigma_1^1 \text{ пред}$  и  $\sigma_i^2 \text{ пред}$ ,  $\sigma_1^2 \text{ пред}$ , но совпадающих (или близких) по значению коэффициенту  $\Pi$  в своих рабочих зонах. В этом случае уравнения вида (1), соответствующие двум выбранным конструктивным вариантам, образуют систему алгебраических уравнений, которая решалась в рассматриваемом случае методом последовательных приближений.

Разрушение призматических образцов, размеры которых для серий № 1 и 2 приведены в табл. 1, осуществлялось на одноприводной испытательной машине Instron 5989 (рис. 6, б). Усилия  $F_1$  и  $F_2$  (на рис. 1 – усилия  $F$ ), прикладывавшиеся со стороны толкателя испытательной машины к испытываемым образцам первой и второй серии соответственно, в момент разрушения (по результатам усреднения экспериментальных данных для трех испытанных образцов в каждой серии) составляли:

$$F_1 = 205 \text{ кН}; F_2 = 235 \text{ кН}. \quad (6)$$

Относительное среднеквадратическое отклонение приведенных значений для обеих серий не превысило 5 %. Полученные значения усилий  $F_1$  и  $F_2$  были использованы как исходные величины для численного анализа НДС образцов в момент их разрушения. Указанный анализ осуществлялся с помощью метода конечных элементов с учетом возможного возникновения в материале образца упругопластических деформаций. При этом

в качестве математической модели процесса развития упругопластических деформаций использованы уравнения пластического течения с изотропным упрочнением (уравнения Прандтля–Рейсса [18]).

Полученные на основе экспериментально установленных значений усилий  $F_1$  и  $F_2$  расчетные данные, соответствующие моменту, непосредственно предшествующему разрушению, представлены в табл. 2. Они позволили, используя уравнение предельного состояния (1), определить для стали 50ХФА входящие в эти уравнения значения прочностных параметров  $\alpha$  и  $A$ . Соответствующие вычисления показали, что они определяются равенствами

$$\alpha = 0,73; A = 0,40. \quad (7)$$

Таблица 2

Расчетные характеристики НДС в очаге разрушения испытанных образцов

Номер серии	$\sigma_1$ , МПа	$\sigma_2$ , МПа	$\sigma_i$ , МПа	$\Pi$
1	985	743	892	1,9
2	1050	615	917	1,8

Полученные значения полностью определяют значения прочностных параметров рассматриваемой стали, входящих в уравнение (1), и позволяют с его помощью рассчитывать на прочность изготовленные из нее элементы конструкций, характеризующиеся в своих опасных сечениях равенством  $\Pi \approx 1,85$ .

## Выводы

Призматические лабораторные образцы для испытаний до разрушения материалов, имеющие боковые наклонные опорные поверхности, опирающиеся на соответствующие призматические опоры и испытываемые на типовой одноприводной машине, подвергаются в процессе их нагружения действию разнонаправленных испытательных усилий, вызывающих в рабочей зоне этих образцов двухосное растяжение. Это позволяет упростить испытания образцов в условиях такого растяжения за счет отказа от применения испытательных машин с несколькими однотипными или принципиально различными силовыми приводами, а также учесть на стадии лабораторных исследований реальный характер НДС конструктивного элемента, прочность которого оценивается.

Экспериментальное опробование предложенных призматических образцов, изготовленных из закаленной пружинно-рессорной стали 50ХФА, подтвердило их применимость при исследовании прочностных свойств материалов в условиях двухосного растяжения. Это позволило, в частности, установить, что для указанной относительно хрупкой стали предельное значение первого главного напряжения  $\sigma_1$  при двухосном растяжении с коэффициентом вида напряженного состояния  $\Pi = 1,85$  существенно (почти на четверть) ниже величины ее предела прочности  $\sigma_b$ , определенного в условиях одноосного растяжения.

## Библиографический список

1. Вилимок Я.А., Назаров К.А., Евдокимов А.К. Напряженное состояние и прочность плоских образцов при одноосном и двухосном растяжении // Известия Тул. гос. ун-та. Технические науки. – 2013. – № 11. – С. 388–393.

2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов – Киев: Дельта, 2008. – 816 с.
3. Механические свойства конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии / А.А. Лебедев, Б.И. Ковальчук [и др.] / под ред. А.А. Лебедева. – Киев: Ин Юре, 2003. – 540 с.
4. Когаев В.П., Махутов Н.А., Гусенков А.П. Расчеты деталей машин и конструкций на прочность и долговечность. – М.: Машиностроение., 1985. – 224 с.
5. Цвик Л.Б. Зеньков Е.В. Определение прочностных характеристик материалов экспериментальных призматических образцов при двухосном растяжении // Вестник машиностроения. – 2015. – № 1. – С. 42–46.
6. Пат. 2073842 РФ. Образец для испытания металла при двухосном напряженном состоянии / Есиев Т.С., Басиев К.Д., Стеклов О.И.; опубл. 20.02.1997; Бюл. № 7.
7. Вансович К.А., Ядров В.И. Усталостные испытания стальных крестообразных образцов с трещиной при двухосном нагружении // Омский научный вестник. – 2012. – № 3. – С. 117–122.
8. Вансович К.А., Ядров В.И. Экспериментальное изучение скорости роста поверхностных трещин в алюминиевом сплаве АК6 и в стали 20 при двухосном нагружении // Изв. Самар. науч. центра РАН. – 2013. – № 4. – С. 436–438.
9. О влиянии характера напряженного состояния на пластичность и разрушение конструкционных сталей / Ю.А. Гагарин [и др.] // Проблемы прочности. – 1978. – № 6. – С. 70–75.
10. А.с. 1793320 СССР. А1, кл. G 01 N3/28. Призматический образец для оценки механических свойств материала / Важенцев О.Г.; опубл. 07.02.93; Бюл. № 5.
11. Укрепление отверстий и статическая прочность осесимметричных штуцерных узлов / Л.Б. Цвик [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993. – № 1. – С. 58–65.
12. Пат. 2516599 РФ. Призматический образец для оценки прочности материала / Зеньков Е.В., Цвик Л.Б., Запольский Д.В.; опубл. 27.03.2014; Бюл. № 9.
13. Тарг С.М. Краткий курс теоретической механики. – М.: Высш. шк., 1986. – 416 с.
14. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости и вязкоупругости. – М.: Наука, 1980. – 304 с.
15. Зеньков Е.В., Андреева А.А. Методика экспериментального исследования полей деформаций на основе использования цифровой оптической системы // Проблемы транспорта Восточной Сибири: сб. науч. тр. IV Всерос. науч.-практ. конф. ИрГУПС. – Иркутск, 2013. – Ч. 1. – С. 95–99.
16. Зеньков Е.В., Цвик Л.Б. Расчетно-экспериментальная оценка напряженно-деформированного состояния лабораторного образца с галтельным // Вестн. ИрГТУ. – Иркутск, 2013. – № 9. – С. 70–78.
17. Sutton M.A., J.-J.Orteu, H.Schreier. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. – University of South Carolina, Columbia, SC, USA, 2009. – 364 p.
18. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 398 с.

## References

1. Vilimok Ia.A., Nazarov K.A, Evdokimov A.K. Napriazhennoe sostoianie i prochnost' ploskikh obraztsov pri odnoosnom i dvukhosnom rastiazhenii [Intense condition and strength of flat specimens under uniaxial and biaxial tension]. *Izvestiia Tuls'kogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2013, no.11, pp. 388-393.
2. Pisarenko G.S., Iakovlev A.P., Matveev V.V. Spravochnik po soprotivleniiu materialov [Handbook of resistance of materials]. Kiev: Del'ta, 2008. 816 p.
3. Lebedev A.A., Koval'chuk B.I. [et al.] Mekhanicheskie svoistva konstruktsionnykh materialov pri slozhnom napriazhennom sostoianii [The mechanical properties of structural materials under complex stress state]. Ed. by A.A. Lebedev. Kiev: In Iure, 2003. 540 p.

4. Kogaev V.P., Makhutov N.A., Gusenkov A.P. Raschety detalei mashin i konstruktsii na prochnost' i dolgovechnost' [The calculations of machine parts and structures for strength and durability]. Moscow: Mashinostroenie, 1985. 224 p.

5. Tsvik L.B. Zen'kov E.V. Opredelenie prochnostnykh kharakteristik materialov eksperimental'nykh prizmaticheskikh obraztsov pri dvukhosnom rastiashenii [Determining the strength characteristics of materials prismatic samples with experimental biaxial stretching]. *Vestnik mashinostroeniia*, 2015, no. 1, pp. 42-46.

6. Esiev T.S., Basiev K.D., Steklov O.I. Obrazets dlia ispytaniia metalla pri dvukhosnom napriazhennom sostoianii [The test piece of metal under biaxial stress state]. *Patent RF 2073842*, opubl. 20.02.1997, biulleten' no. 7.

7. Vansovich K.A., Iadrov V.I. Ustalostnye ispytaniia stal'nykh krestoobraznykh obraztsov s treshchinoi pri dvukhosnom nagruzhении [Fatigue testing of steel cruciform specimens with a crack under biaxial loading]. *Omskii nauchnyi vestnik*, 2012, no. 3, pp. 117-122.

8. Vansovich K.A., Iadrov V.I. Eksperimental'noe izuchenie skorosti rosta poverkhnostnykh treshchin v aluminievom splave AK6 i v stali 20 pri dvukhosnom nagruzhении [Experimental study of the rate of growth of surface cracks in the aluminum alloy and steel AK6 20 under biaxial loading]. *Izvestiia Samarskogo nauchnogo tsentra Rossiiskoi akademii nauk*, 2013, no. 4, pp. 436-438.

9. Iu.A Gagarin [i dr.] O vliianii kharaktera napriazhennogo sostoianiia na plastichnost' i razrushenie konstruktsionnykh stali [On the influence of the nature of the stress state on the ductility and fracture of structural steel]. *Problemy prochnosti*, 1978, no. 6, pp. 70-75.

10. Vazhentsev O.G. Prizmaticheskii obrazets dlia otsenki mekhanicheskikh svoistv materiala [Prismatic sample for evaluation of mechanical properties of materials]. *Avtorskoe svidetel'stvo SSSR № 1793320 A1*, kl. G 01 N3/28, opubl. 07.02.93, biulleten' no. 5.

11. Tsvik L.B. [et al.] Ukreplenie otverstii i staticheskaiia prochnost' osesimmetrichnykh shtutsernykh uzlov [Strengthening holes and static strength of axially symmetric choke assemblies]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin*, 1993, no. 1, pp. 58-65.

12. Zen'kov E.V., Tsvik L.B., Zapol'skii D.V. Prizmaticheskii obrazets dlia otsenki prochnosti materiala [Prismatic sample to estimate the strength of the material]. *Patent RF 2516599*, opubl. 27.03.2014, biulleten' no. 9.

13. Targ S.M. Kratkii kurs teoreticheskoi mekhaniki [A short course of theoretical mechanics]. Moscow: Visshaya shkola, 1986. 416 p.

14. Galin L.A. Kontaktnye zadachi teorii uprugosti i viazkouprugosti. [Contact problems of the theory of elasticity and viscoelasticity]. Moscow: Nauka, 1980. 304 p.

15. Zenkov E.V., Andreev A.A. Metodika eksperimental'nogo issledovaniia polei deformatsii na osnove ispolzovaniia cifrovoi opticheskoi sistemi [Methods of experimental study of deformation fields through the use of digital optical system]. *Materialy IV Vserossiskoi nauchno-prakticheskoi konferentsii "Problemy transporta Vostochnoi Sibiri"* [Problems of transport of Eastern Siberia: Proceedings of the IV All-Russian scientific-practical conference]. Irkutsk, 2013, ch. 1, pp. 95-99.

16. Zen'kov E.V., Tsvik L.B. Raschetno-eksperimental'naia otsenka napriazhenno-deformirovannogo sostoianiia laboratornogo obraztsa s galtel'nym [Calculation-experimental evaluation of the stress-strain state of the laboratory sample to fillet]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2013, no. 9, pp. 70-78.

17. Sutton M.A., Orteu J.-J., Schreier H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. USA, University of South Carolina, Columbia, SC, 2009. 364 p.

18. Malinin N.N. Prikladnaia teoriia plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]. Moscow: Mashinostroenie, 1975. 398 p.