



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2015

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.08

УДК 539.3 + 539.422 + 666.3:539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ И ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК И ПРОЧНОСТИ ПОРИСТОЙ КЕРАМИКИ

А.В. Игнатова, О.А. Кудрявцев, С.Б. Сапожников

Южно-Уральский государственный университет, Челябинск, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 22 июня 2015 г.
Принята: 13 октября 2015 г.
Опубликована: 25 декабря 2015 г.

Ключевые слова:

техническая керамика,
пористость, прочность,
модуль упругости,
коэффициент Пуассона,
конечно-элементный анализ

АННОТАЦИЯ

Техническая керамика широко применяется в ответственных конструкциях, работающих в условиях высоких перепадов температур, сильных электрических полей и ударных нагрузок. Спеченная керамика, как правило, пористая, что оказывает существенное влияние на ее прочностные и упругие свойства. В статье представлены результаты экспериментального и расчетного исследования прочности алюмооксидной керамики, изготовленной методом горячего прессования. Образцы в форме дисков разной пористости (4–23 %) испытывали на осесимметричный изгиб до разрушения. Предел прочности на растяжение варьировался от 180 до 490 МПа. Анализ напряженного состояния дисков при изгибе был проведен методом конечных элементов. В расчете были использованы упругие свойства пористой керамики, определенные по известным из литературы аппроксимационным зависимостям «свойство – пористость» и некоторым экспериментальным данным. Была разработана численная микромодель пористой керамики в пакете ANSYS. Эта модель представляет собой куб с множественными порами в виде сфер, распределение диаметров которых задавали по закону Вейбулла с математическим ожиданием $m = 0,139$ мкм и среднеквадратическим отклонением $s = 0,075$ мкм (определены путем анализа изломов по снимкам со сканирующего электронного микроскопа). Параметры масштаба $\lambda = 0,156$ мкм и формы $k = 1,919$ в распределении Вейбулла определили методом наименьших квадратов. Для каждой средней пористости было сгенерировано от трех до шести реализаций ансамбля пор, проведен анализ напряженного состояния трехмерной модели (куб с числом пор до 160) при одноосном растяжении, определены величины наибольших нормальных напряжений и соответствующие коэффициенты концентрации напряжений, вычислены модули упругости и коэффициенты Пуассона керамики в зависимости от средней пористости. Считая керамику хрупким материалом, авторы определили величины пределов прочности при растяжении в зависимости от пористости, которые хорошо согласуются с экспериментальными результатами до пористости 15 %.

© ПНИПУ

© Игнатова Анастасия Валерьевна – инженер, e-mail: ignatovaav@susu.ac.ru
Кудрявцев Олег Александрович – аспирант, e-mail: kudriavtcevoa@susu.ac.ru
Сапожников Сергей Борисович – доктор технических наук, профессор, e-mail: ssb@susu.ac.ru

Anastasia V. Ignatova – Engineer, e-mail: ignatovaav@susu.ac.ru
Oleg A. Kudryavtsev – Doctoral Student, e-mail: kudriavtcevoa@susu.ac.ru
Sergei B. Sapozhnikov – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: ssb@susu.ac.ru

EXPERIMENTAL INVESTIGATION AND NUMERICAL MODELING OF ELASTIC PROPERTIES AND STRENGTH OF POROUS CERAMICS

A.V. Ignatova, O.A. Kudryavtsev, S.B. Sapozhnikov

South Ural State University, Chelyabinsk, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 22 June 2015
Accepted: 13 October 2015
Published: 25 December 2015

Keywords:

advanced ceramics, porosity, strength, elastic module, Poisson ratio, finite element analysis

ABSTRACT

Advanced ceramics are widely used in responsible structures that work at conditions of high temperature changes, strong electrical fields and impact loads. Sintered ceramics are usually porous which affects their strength and elastic properties. In the first part of this work the results of experimental and numerical strength investigations of hot-pressed alumina ceramic are presented. The disk-shaped specimens with different porosity (4–23 %) were subjected to Piston-on-Ring bending test up to failure. Ultimate tensile strength is varied in the range of 180...490 MPa. Finite element method was used for stress state analysis of ceramic disk during bending test. Elastic properties of porous ceramic for numerical simulations were determined by using the known approximation of dependences "property – porosity" and some experimental data. In the second part of this work three-dimensional numerical micro-model was created in ANSYS. This model is a cube with set pores up to 160 of spherical forms. The diameter of sphere is given by Weibull distribution with mean value $m = 0,139 \mu\text{m}$ and standard deviation $s = 0,075 \mu\text{m}$ (defined by SEM analysis of fracture surfaces). Scale parameter $\lambda = 0,156 \mu\text{m}$ and shape parameter $k = 1,919$ of the Weibull distribution was determined by the least squares method. The authors generated three to six models with a random distribution of pores for each average porosity; and analyzed stress state under axial tension for each case. The maximum normal stress, stress concentration factor, elastic modulus and Poisson's ratio are dependent on the average porosity. The values of the tensile strength were defined for different porosity according to the Rankine criterion (maximum normal stress criterion). These values are in a good agreement with the experimental results.

© PNRPU

Введение

Керамические материалы обладают рядом уникальных свойств: высокой твердостью, износостойкостью, низкой плотностью, высокой прочностью при сжатии и т.д. Они широко применяются в промышленности, аэрокосмической отрасли, в производстве защитных структур [1, 2]. В то же время низкая прочность керамики при растяжении (примерно на порядок ниже, чем прочность при сжатии) и хрупкое поведение керамики значительно ограничивает их применение. Предел прочности при растяжении является одним из главных параметров, определяющих качество керамики [3] в связи с наличием в ней дефектов структуры (пор и микротрещин).

Существует несколько подходов, которые учитывают деформирование и разрушение хрупких материалов. При решении задач взаимодействия керамики и высокоскоростных ударников (в первую очередь в контексте защитных структур) наиболее популярными являются модели непрерывно повреждающегося однородного материала [4] и ее модификации [5]. Примеры применения данной модели можно найти в работах [6–12]. Однако данные модели требуют определения значительного числа параметров, нахождение которых является весьма нетривиальной задачей, требующей проведения большого числа экспериментов, например, таких как Edge-On-Impact (EOI) или Depth-Of-Penetration (DOP) tests.

Для учета стохастических особенностей деформирования и разрушения керамических материалов хорошее согласование с экспериментальными данными наблюдается при использовании в расчетах когезионных элементов (cohesive/volumetric finite element – CVFE) [13–16]. В работах [17, 18] авторы непосредственно учитывали микроструктуру

керамического материала, получая качественное и количественное соответствие с экспериментальными данными при статическом и динамическом нагружениях. Кроме того, в работах [19, 20] был использован метод когезионных элементов для моделирования разрушения и распространения трещин в керамике при высокоскоростном ударе. Однако обоснование и выбор параметров когезионных элементов по-прежнему остается предметом изучения. Необходимо сказать, что «когезионный» подход требует значительных вычислительных затрат в связи с ростом размерности решаемых задач по сравнению с традиционным подходом в LS-DYNA на основе анализа исключения разрушенных элементов (death-of-element analysis).

Важно отметить, что для прогнозирования механизма разрушения пористой керамики необходимо учитывать размер и форму дефектов, их количество, расположение в объеме [21–24]. Авторы отмеченных работ моделировали микроструктуру материала, рассматривая стохастическое распределение пор в двух- и трехмерной постановке. Согласно их результатам наличие нескольких дефектов разных размеров, расположенных рядом, приводит к резкому снижению прочности материала.

В данной работе на примере Al_2O_3 керамики различной плотности проведена расчетно-экспериментальная оценка предела прочности при растяжении. Для этого были проведены испытания на осесимметричный изгиб дисков на кольцевой опоре. Далее сравнивали предел прочности и упругие характеристики керамики различной плотности с результатами, полученными с помощью метода конечных элементов на моделях со случайным распределением сферических пор и известными из литературы зависимостями «модуль упругости – пористость».

1. Экспериментальная часть

1.1. Изготовление образцов

Для прессования керамики использовали нанопорошок оксида алюминия (Al_2O_3), полученный методом электрофильной конденсации паров. На рис. 1 представлена микроструктура порошкового материала. Средний размер агломератов наночастиц 220 нм.

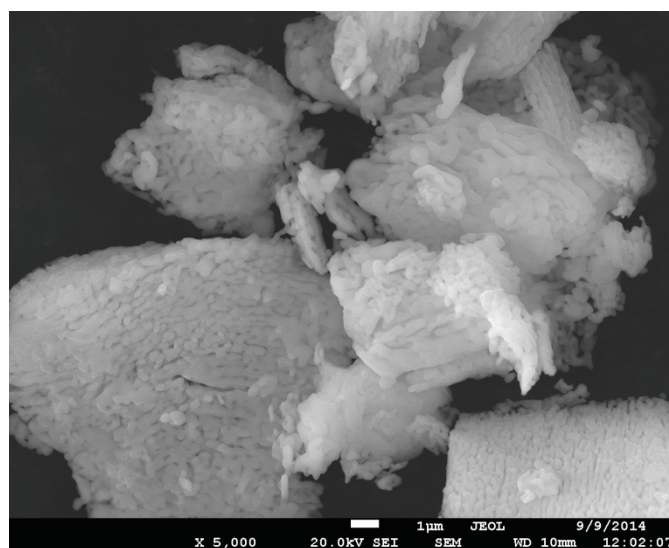


Рис. 1. Исходный порошок Al_2O_3 (агломераты)

Для изготовления образцов был использован пресс горячего прессования HP20-4560-20 фирмы Thermal Technology LLC. Подготовленную для компактирования навеску порошка массой $(5,95 \pm 0,05)$ г засыпали в матрицу, установленную на нижний пуансон, и предварительно сжимали верхним пуансоном усилием 75 кг. Пуансоны, матрица и термоизоляция были изготовлены из графита, диаметр получаемой заготовки 25,4 мм. Далее запускали следующую программу обжига и прессования:

– откачка воздуха из печи с помощью форвакуумного насоса до остаточного давления в камере $\sim 0,2$ мм рт. ст.;

– нагрев до 1200 °С со скоростью 20 °С/мин при постоянном усилии прессования F (использовали четыре уровня нагрузки F для получения заготовок разной пористости – 1000, 1500, 2000 и 2500 кг);

– выдержка при температуре 1200 °С и постоянном усилии прессования F в течение 20 мин;

– разгрузка и охлаждение до комнатной температуры вместе с печью в течение 3 часов.

Варьирование нагрузки прессования позволило получить образцы керамики с различной пористостью, характеристики образцов представлены в табл. 1. Было изготовлено по 7 образцов при каждом уровне нагрузки. Плотность условно беспористого материала принимали $\rho_0 = 3,99$ г/см³ [2].

Таблица 1

Характеристики горячепрессованных образцов

Группа образцов	Нагрузка прессования F , кг	Масса, г	Высота, мм	Плотность ρ , г/см ³	Относительная средняя плотность ρ/ρ_0
1	1000	$5,93 \pm 0,03$	$3,83 \pm 0,05$	$3,06 \pm 0,04$	0,77
2	1500	$5,94 \pm 0,01$	$3,32 \pm 0,04$	$3,53 \pm 0,04$	0,89
3	2000	$5,94 \pm 0,02$	$3,12 \pm 0,03$	$3,75 \pm 0,03$	0,94
4	2500	$5,92 \pm 0,02$	$3,05 \pm 0,02$	$3,82 \pm 0,01$	0,96

1.2. Определение констант упругости

Для оценки предела прочности при осесимметричном изгибе дисковых образцов нет простых аналитических зависимостей, связывающих нагрузку разрушения с размерами и механическими свойствами материала, поэтому мы использовали метод конечных элементов, в котором для анализа напряженного состояния необходимо вводить значения констант упругости при каждом уровне плотности керамики (см. п. 2.3). Ниже приводятся результаты анализа литературных источников по определению этих констант.

В работе [25] предложены зависимости модуля сдвига G и модуля всестороннего сжатия K для $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ керамики от пористости как изотропного упругого материала в диапазоне пористости 0–40 %:

$$K = K_0 \exp\left(-3,96 \frac{P}{1-P}\right), \quad (1)$$

$$G = G_0 \exp\left(-1,617 \frac{P}{1-P}\right), \quad (2)$$

где P – пористость (безразмерная величина). Для беспористого материала константы упругости K_0 и G_0 (табл. 2) были заимствованы из работы [2].

Таблица 2

Упругие константы для беспористого $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$

Модуль упругости E_0 , ГПа	Модуль всестороннего сжатия K_0 , ГПа	Модуль сдвига G_0 , ГПа	Коэффициент Пуассона ν_0
402	251	163	0,233

В соответствии с формулами (1) и (2) для каждого уровня относительной средней плотности (пористости) образцов были рассчитаны значения модулей сдвига и всестороннего сжатия, представленные в табл. 3. Величины коэффициентов Пуассона и модулей упругости вычисляли с помощью известных формул теории изотропной упругости.

Таблица 3

Упругие константы для материала с разной пористостью

Группа образцов	Относительная средняя плотность ρ/ρ_0	Модуль упругости E , ГПа	Модуль всестороннего сжатия K , ГПа	Модуль сдвига G , ГПа	Коэффициент Пуассона ν
1	0,77	214	78	103	0,04
2	0,89	317	155	136	0,16
3	0,94	359	197	150	0,195
4	0,96	376	216	156	0,208

Из табл. 3 следует, что коэффициент Пуассона достигает значения 0,04 при пористости 23 % и при дальнейшем увеличении пористости становится отрицательным. В настоящее время нет общепринятой зависимости «коэффициент Пуассона – пористость» для различных плотностей материала [26]. Экспериментальные исследования для $\alpha\text{-Al}_2\text{O}_3$ показали [26, 27], что коэффициент Пуассона несколько снижается при увеличении пористости от 0 до 25 % (табл. 4). Эти данные (интерполяция) были использованы в текущей работе.

Таблица 4

Используемые в расчетах упругие константы и найденные величины пределов прочности керамики

Группа образцов	Относительная средняя плотность ρ/ρ_0	Пористость P	Модуль упругости E , ГПа	Коэффициент Пуассона ν [31]	Средняя величина разрушающей нагрузки F , Н	Среднее значение предела прочности σ_B , МПа
1	0,77	0,23	205	0,199	2455	182
2	0,89	0,11	300	0,222	3115	299
3	0,94	0,06	345	0,229	3521	377
4	0,96	0,04	363	0,230	3902	429

Для определения зависимости модуля упругости от плотности $E(P)$ предложен ряд выражений [27–31]. Отметим, что достоверные экспериментальные данные по модулю упругости оксида алюминия получены ультразвуковыми методами при пористости не более 40 %.

Полуаналитическая зависимость $E(P)$, предложенная в работе [31], является применимой до пористости не более 0,3, так как при большей пористости функция начинает

возрастать, что не соответствует экспериментальным данным. Остальные зависимости (рис. 2) имеют схожий характер. Обобщая результаты анализа литературных источников, авторы данной статьи пришли к заключению, что в численных расчетах следует использовать зависимость из работы [29]

$$E = E_0 (1 - P) \left(1 - \frac{P}{0,684} \right), \quad (3)$$

которая дает средние результаты между зависимостями, приведенными в работах [25] и [27].

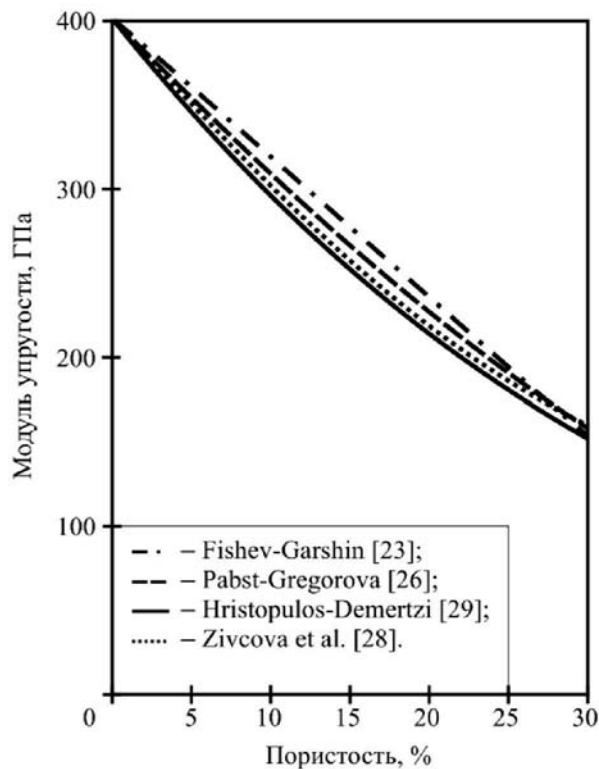


Рис. 2. Зависимости, описывающие изменение модуля упругости α - Al_2O_3 при различной пористости

В табл. 4 представлены величины модуля упругости при фиксированных уровнях пористости, полученные по зависимости (3).

1.3. Испытания до разрушения и анализ прочности

Для определения предела прочности материала керамических образцов были проведены испытания до разрушения. Испытания проводили по схеме осесимметричного изгиба на кольцевой опоре (рис. 3). Методика подробно изложена в работе [32]. При таком нагружении в центре нижней поверхности образца возникает двухосное растяжение, вызывающее развитие радиальных трещин. Величину наибольшего растягивающего напряжения (первое главное напряжение – критерий разрушения) можно с достаточной для инженерных приложений точностью использовать при оценке предела прочности при одноосном растяжении. Параметры опор: диаметр верхней 5 мм; диаметр опорной поверхности 19,0 мм. На рис. 4 представлены образцы после испытаний.

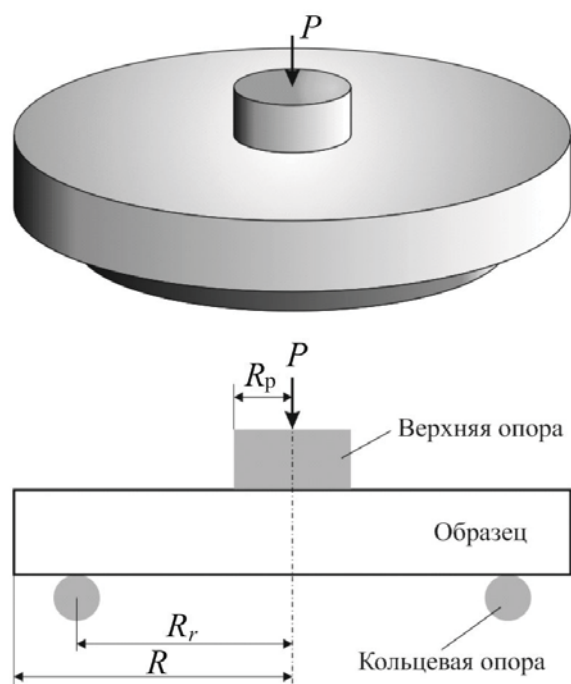


Рис. 3. Схема изгиба образца на кольцевой опоре



Рис. 4. Образцы после испытаний по схеме изгиба на кольцевой опоре

Напряженно-деформированное состояние образца и величину наибольшего растягивающего напряжения определяли в пакете ANSYS, реализующем метод конечных элементов (МКЭ). В месте контакта между экспериментальной установкой и образцом задавали сухое трение с коэффициентом 0,1. Материал считали изотропным и линейно-упругим. В расчете МКЭ из соображений симметрии была рассмотрена только 1/4 часть модели для экономии вычислительных ресурсов. На рис. 5 представлен пример распределения первых главных напряжений по толщине образца при изгибе на кольцевой опоре. Для групп с другими плотностями были проведены аналогичные расчеты.

Полученные расчетные значения величин пределов прочности образцов с различной пористостью представлены в табл. 4.

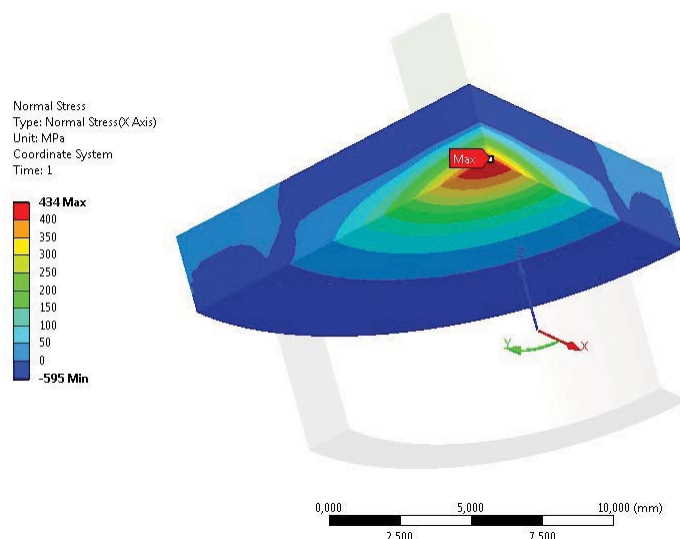


Рис. 5. Распределение первых главных напряжений по толщине образца с пористостью 4 %

При описании зависимости прочности материала керамических образцов при растяжении/сжатии от пористости хорошее соответствие с экспериментальными данными дает зависимость [33]

$$\sigma = \sigma_0 \exp(-n \cdot P), \quad (4)$$

где σ_0 – предел прочности беспористого материала; P – пористость (объемная доля пор); n – эмпирическая константа.

На рис. 6 представлены экспериментальные значения пределов прочности в функции пористости исследованных керамик и аппроксимирующая кривая (4), в которой параметры $\sigma_0 = 510$ МПа, $n = 4,63$ определены с помощью метода наименьших квадратов.

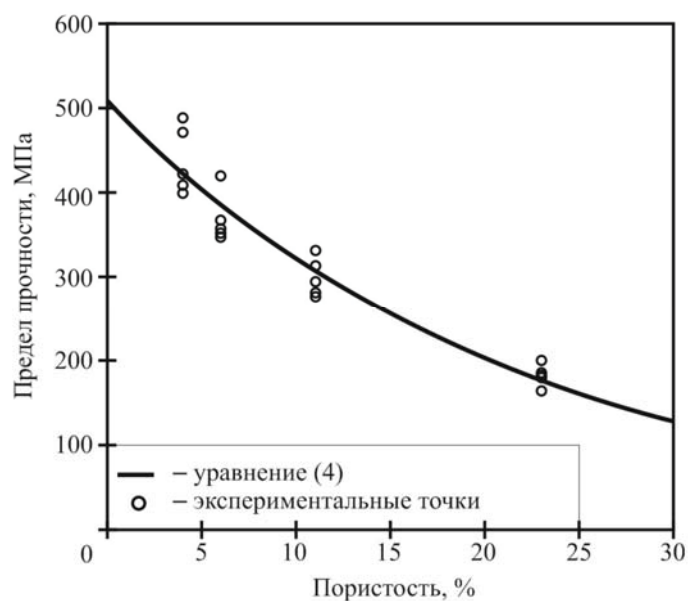


Рис. 6. Зависимость предела прочности материала керамических образцов от пористости

Показательным является тот факт, что для высокоплотной керамики незначительное повышение пористости (на 5–10 %) приводит к резкому снижению предела прочности (на 25–30 %).

1.4. Исследование микроструктуры керамики

Анализ микроструктуры керамики были выполнен по фотографиям поверхности разрушения, полученным с помощью сканирующего электронного микроскопа (Jeol JEM 2100). На поверхности излома образцов керамики отчетливо видны поры, размеры которых составляют 15–380 нм. Статистическая обработка размеров пор на снимках показала, что керамики различной пористости имеют близкое распределение пор по размерам и различное их количество (рис. 7, а–з).

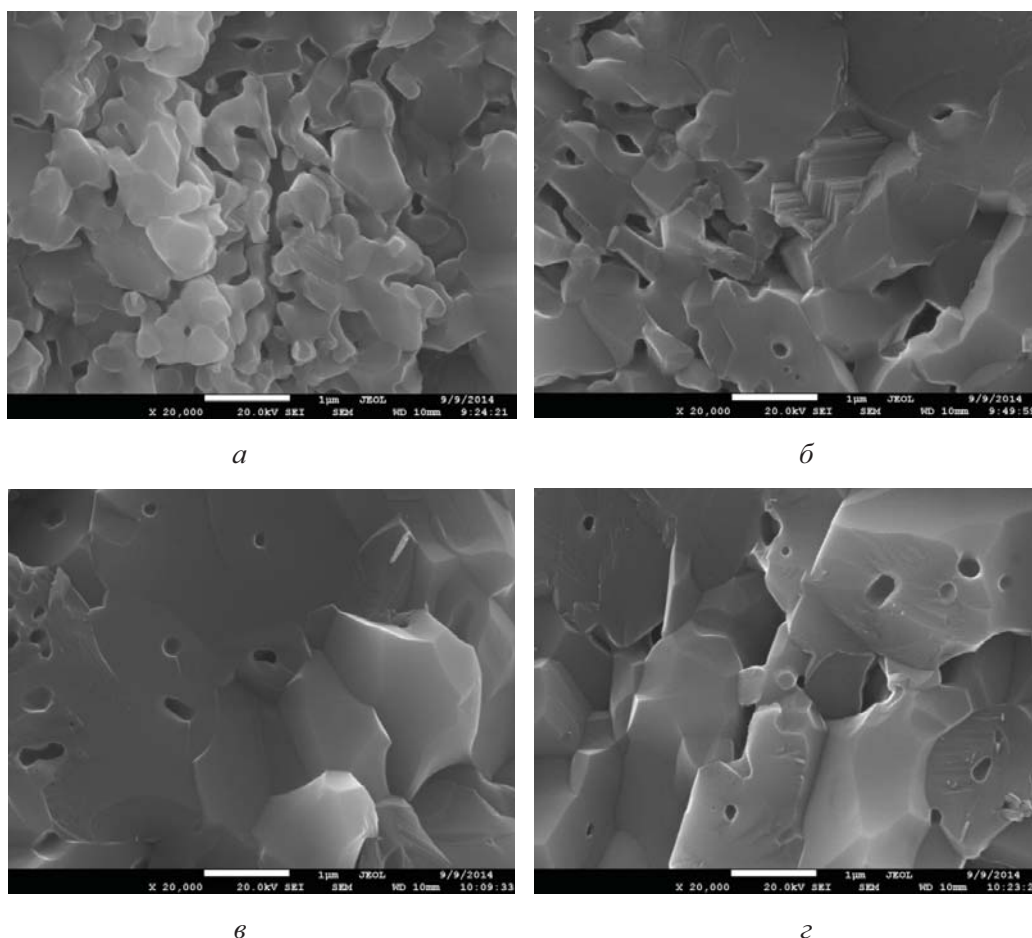


Рис. 7. Поверхности излома образцов керамики при различной пористости:
 а – 0,24; б – 0,11; в – 0,06; г – 0,04

По полученным выборочным значениям диаметров пор построена эмпирическая функция распределения с использованием стандартной формулы

$$F^*(x) = \frac{n_x}{n}, \quad (5)$$

где n_x – число пор с диаметром меньше x ; n – объем выборки [34, 35]. Далее эту функцию распределения аппроксимировали двухпараметрическим законом распределения плотности вероятности Вейбулла

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k\right). \quad (6)$$

Здесь λ – коэффициент масштаба; k – параметр формы. Параметр масштаба $\lambda = 0,156$ мкм и параметр формы $k = 1,919$ определили методом наименьших квадратов при сравнении эмпирического и теоретического законов распределения. По формулам, приведенным в [35], для распределения Вейбулла получили математическое ожидание $m = 0,139$ мкм и среднеквадратическое отклонение $s = 0,075$ мкм. На рис. 8 представлено эмпирическое (более 300 измерений) распределение $F(x)$ значений диаметра пор и теоретическое распределение Вейбулла.

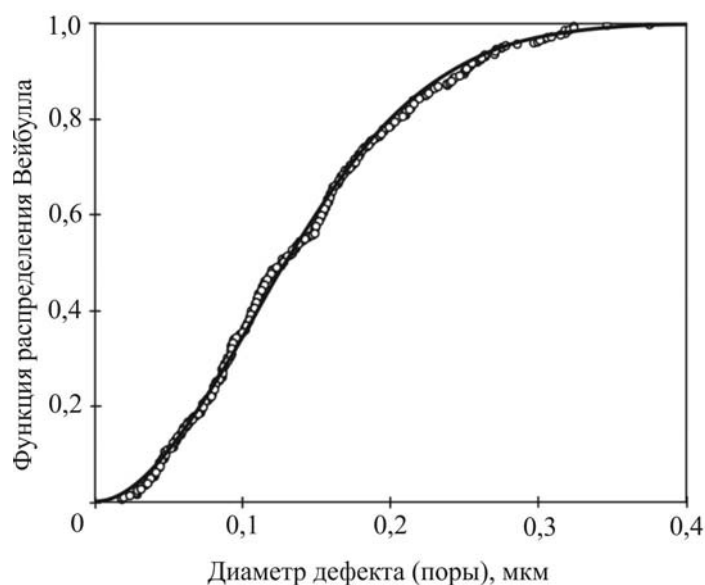


Рис. 8. Функция распределения Вейбулла диаметра пор

2. Расчетная часть

Для прогнозирования механических характеристик (предел прочности, модуль упругости, коэффициент Пуассона) пористой керамики была разработана численная модель с множественными порами. Были приняты допущения об изотропной упругости и хрупкости керамики; все поры имеют сферическую форму, координаты центров пор заданы генератором случайных чисел с равномерной плотностью распределения. Диаметр пор задавали по закону Вейбулла (см. п. 1.4). Все параметры (координаты центра поры и диаметр) были записаны в Excel-файле, и затем в пакете SolidWorks были построены трехмерные модели в виде куба (рис. 9), содержащего до 160 пор. Анализ напряженного состояния модели проведен в пакете ANSYS методом конечных элементов. Прочность пористой керамики оценивали величиной приложенного среднего растягивающего напряжения, при котором максимальное нормальное напряжения равно пределу прочности бездефектной керамики.

Общий вид ячейки ($100 \times 100 \times 100$ мм) с сеткой конечных элементов приведен на рис. 9, размер грани конечного элемента (тетраэдр второго порядка) равен ~ 8 мм.

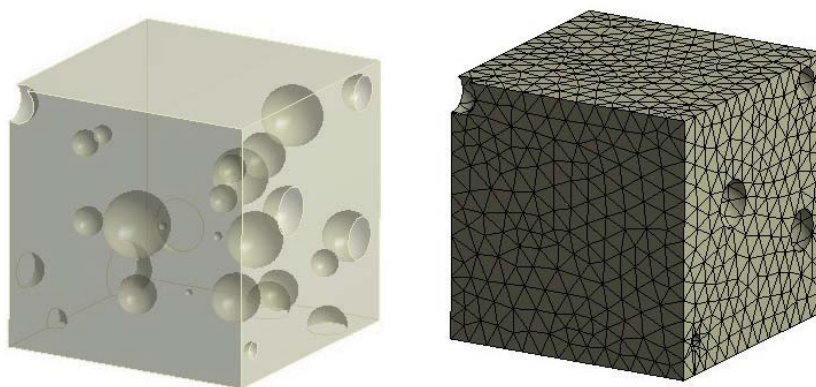


Рис. 9. Модель (прозрачная) и сетка КЭ для пористости 6 %

На рис. 10 представлены результаты расчета первых главных напряжений при приложенном одноосном растягивающем напряжении 1,0 МПа.

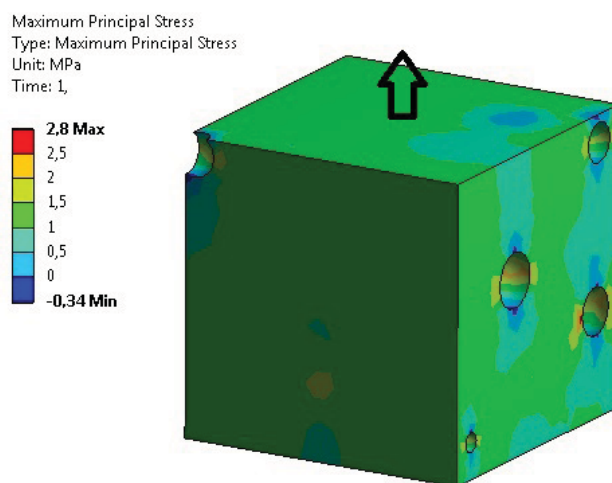


Рис. 10. Распределение первых главных напряжений в ячейке при одноосном растяжении (пористость 6 %)

Коэффициент концентрации вычисляли по формуле $\alpha = \frac{\max(\sigma_1)}{\sigma_{\text{НОМ}}}$, где $\max(\sigma_1)$ – максимальное значение первого главного напряжения, $\sigma_{\text{НОМ}} = 1,0$ МПа – номинальное приложенное напряжение.

Предел прочности керамики $\sigma(P)$ можно вычислить с использованием зависимости

$$\sigma(P) = \frac{\sigma_*}{\alpha(P)}, \quad (7)$$

где σ_* – теоретическая прочность беспористой керамики (в данном случае это эмпирически определяемый параметр). На рис. 11 представлены полученные расчетные значения предела прочности (точки) при $\sigma_* = 1300$ МПа и эмпирическая зависимость (4).

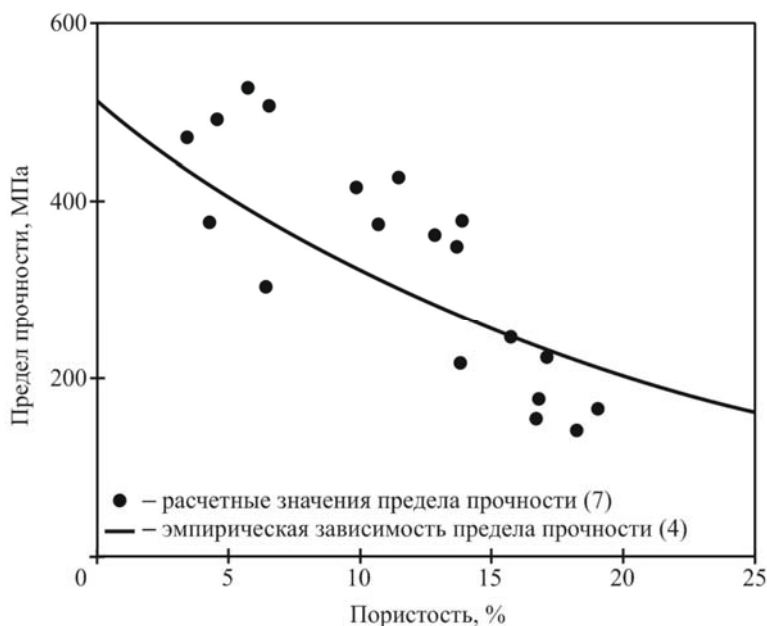


Рис. 11. Зависимость прочности материала керамических образцов от их пористости

Расчетные (МКЭ) значения модулей упругости и коэффициентов Пуассона в зависимости от пористости керамики представлены на рис. 12 точками, а соответствующие эмпирические зависимости – линиями.

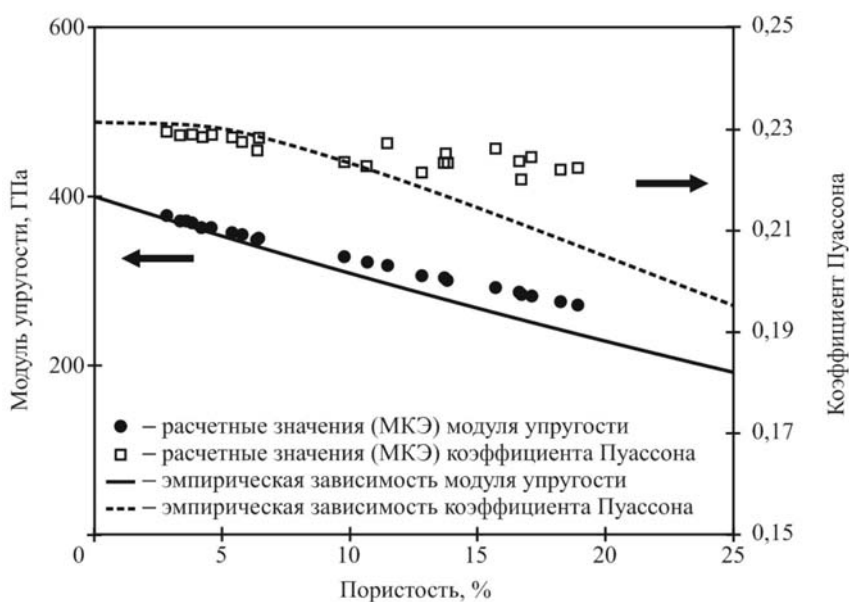


Рис. 12. Зависимости модуля упругости и коэффициента Пуассона керамики от пористости

По представленным данным можно сделать вывод, что разработанная модель со случайным распределением пор вполне удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными: погрешности определения всех механических характеристик не превышают 10 % до пористости 15 %.

Заключение и выводы

Отработана технология горячего спекания в вакууме нанопорошка оксида алюминия и изготовлены дискообразные образцы с пористостью 4, 6, 11 и 23 %. Испытания образцов на изгиб показали, что предел прочности на растяжение пористой керамики варьируется в диапазоне 180–490 МПа.

Анализ (сканирующий электронный микроскоп) поверхностей излома образцов с различной пористостью показал, что в керамике присутствуют округлые поры, размеры которых лежат в диапазоне 15–380 нм, а функция распределения едина в рассмотренном диапазоне пористостей и может быть аппроксимирована двухпараметрическим законом Вейбулла с параметром масштаба $\lambda = 0,156$ мкм и параметром формы $k = 1,919$.

Разработана трехмерная численная модель со случайным распределением пор в объеме изотропного упругого хрупкого материала. Эта модель позволила получить зависимость модуля упругости, коэффициента Пуассона керамики, а также предела прочности от пористости материала, имея лишь один эмпирический параметр – предел прочности на растяжение бездефектной керамики.

Разработанная модель и полученные на ее основе результаты могут быть использованы в инженерной практике.

Исследование выполнено в Южно-Уральском государственном университете (национальном исследовательском университете) за счет гранта Российского научного фонда (проект №14-19-00327). Все эксперименты проведены на оборудовании научно-образовательного центра «Нанотехнологии» ЮУрГУ.

Библиографический список

1. Hazell P.J. Ceramic Armour: Design and Defeat Mechanisms. – Canberra: Argos Press, 2006. – 168 p.
2. Carter C.B., Norton M.G. Ceramic materials: Science and Engineering. – New York: Springer, 2007. – 716 p.
3. Danzer R. On the relationship between ceramic strength and the requirements for mechanical design // Journal of the European Ceramic Society. – 2014. – Vol. 34. – No. 15. – P. 3435–3460. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2014.04.026
4. Johnson G.R., Holmquist T.J. A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates, and high pressures / eds. M.A. Meyers, L.E. Murr, K.P. Staudhammer // Proceedings of EXPLOMET Conference, San Diego, California. – New York: Marcel Dekker Inc., 1992. – P. 1075–1081.
5. Johnson G.R. Numerical algorithms and material models for high-velocity impact computations // International Journal of Impact Engineering. – 2011. – Vol. 38. – P. 456–472. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2010.10.017
6. Advanced layered personnel armor / C.W. Ong, C.W. Boey, R.S. Hixson, J.O. Sinibaldi // International Journal of Impact Engineering. – 2011. – Vol. 38. – P. 369–383. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2010.12.003
7. Ballistic impact simulation of an armour-piercing projectile on hybrid ceramic/fiber reinforced composite armours / D. Bürger, A.R. de Faria, S.F.M. de Almeida, F.C.L. de Melo, M.V. Donadon // International Journal of Impact Engineering. – 2012. – Vol. 43. – P. 63–77. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2011.12.001

8. Feli S., Asgari M.R. Finite element simulation of ceramic/composite armor under ballistic impact // *Composites: Part B*. – 2011. – Vol. 42. – P. 771–780. DOI: 10.1016/j.compositesb.2011.01.024
9. Influence of adhesive thickness on high velocity impact performance of ceramic/metal composite targets / A. Prakash, J. Rajasankar, N. Anandavalli, M. Verma, N.R. Iyer // *International Journal of Adhesion & Adhesives*. – 2013. – Vol. 41. – P. 186–197. DOI: 10.1016/j.ijadhadh.2012.11.008
10. Tan P. Numerical simulation of the ballistic protection performance of a laminated armor system with pre-existing debonding/delamination // *Composites: Part B*. – 2014. – Vol. 59. – P. 50–59. DOI: 10.1016/j.compositesb.2013.10.080
11. Holmquist T.J., Johnson G.R. Response of boron carbide subjected to high-velocity impact // *International Journal of Impact Engineering*. – 2008. – Vol. 35. – P. 742–752. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2007.08.003
12. Deshpande V.S., Evans A.G. Inelastic deformation and energy dissipation in ceramics: A mechanism-based constitutive model // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2008. – Vol. 56. – P. 3077–3100. DOI: 10.1016/j.jmps.2008.05.002
13. Zhou F., Molinari J.F. Stochastic fracture of ceramics under dynamic tensile loading // *International Journal of Solids and Structures*. – 2004. – Vol. 41. – P. 6573–6596. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2004.05.029
14. Yu R.C., Ruiz G., Pandolfi A. Numerical investigation on the dynamic behavior of advanced ceramics // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2004. – Vol. 71. – P. 897–911. DOI: 10.1016/S0013-7944(03)00016-X
15. Maiti S., Rangaswamy K., Geubelle P.H. Mesoscale analysis of dynamic fragmentation of ceramics under tension // *Acta Materialia*. – 2005. – Vol. 53. – P. 823–834. DOI: 10.1016/j.actamat.2004.10.034
16. Levy S., Molinari J.F. Dynamic fragmentation of ceramics, signature of defects and scaling of fragment sizes // *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*. – 2010. – Vol. 58. – P. 12–26. DOI: 10.1016/j.jmps.2009.09.002
17. Clayton J.D., Kraft R.H., Leavy R.B. Mesoscale modeling of nonlinear elasticity and fracture in ceramic polycrystals under dynamic shear and compression // *International Journal of Solids and Structures*. – 2012. – Vol. 49. – P. 2686–2702. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2012.05.035
18. Extended finite element modeling of crack propagation in ceramic tool materials by considering the microstructural features / D. Wang, J. Zhao, Y.H. Zhou, X.X. Chen, A.H. Li, Z.C. Gong // *Computational Materials Science*. – 2013. – Vol. 77. – P. 236–244. DOI: 10.1016/j.commatsci.2013.04.045
19. A scalable 3D fracture and fragmentation algorithm based on a hybrid, discontinuous Galerkin, cohesive element method / R. Radovitzky, A. Seagraves, M. Tupek, L. Noels // *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*. – 2011. – Vol. 200. – P. 326–344. DOI: 10.1016/j.cma.2010.08.014
20. Lee M., Kim E.Y., Yoo Y.H. Simulation of high speed impact into ceramic composite systems using cohesive-law fracture model // *International Journal of Impact Engineering*. – 2008. – Vol. 35. – P. 1636–1641. DOI: 10.1016/j.ijimpeng.2008.07.031
21. Компьютерное исследование зависимости механических свойств хрупкого материала от парциальной концентрации пор разного размера в его структуре / И.С. Коноваленко, А.Ю. Смолин, И.С. Коноваленко, В.В. Промахов, С.Г. Псахье // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика*. – 2013. – № 6 (26). – С. 79–87.
22. Численное моделирование механического поведения модельных хрупких пористых материалов на мезоуровне / И.Ю. Смолин, М.О. Еремин, П.В. Макаров, С.П. Бужкова, С.Н. Кульков, Е.П. Евтушенко // *Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика*. – 2013. – № 5 (25). – С. 78–90.
23. Влияние микропористости на прочностные свойства SiC-керамики / А.И. Слуцкер, А.Б. Синани, В.И. Бетехтин, А.А. Кожушко, А.Г. Кадомцев, С.С. Орданьян // *Физика твердого тела*. – 2008. – Т. 50, вып. 8. – С. 1395–1401.

24. Локальные разрушающие напряжения и твердость микропористой SiC-керамики / А.Г. Кадомцев, А.И. Слущер, А.Б. Синани, В.И. Бетехтин, Е.Е. Дамаскинская // Вестн. Тамбов. ун-та. Естественные и технические науки. – 2013. – Т. 18, вып. 4. – С. 1533–1534.

25. Керамика для машиностроения / А.П. Гаршин, В.М. Гропянов, Г.П. Зайцев, С.С. Семенов. – М.: Научтехлитиздат, 2003. – 384 с.

26. Influence of porosity on Young's modulus and Poisson's ratio in alumina ceramics / M. Asmani, C. Kermel, A. Leriche, M. Ourak // Journal of the European Ceramic Society. – 2001. – Vol. 21. – P. 1081–1086. DOI: 10.1016/S0955-2219(00)00314-9

27. Elastic properties of porous oxide ceramics prepared using starch as a pore-forming agent / Z. Zivcova, M. Cerny, W. Pabst, E. Gregorova // Journal of the European Ceramic Society. – 2009. – Vol. 29. – P. 2765–2771. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2009.03.033

28. Phani K.K., Sanyal D. The relations between the shear modulus, the bulk modulus and Young's modulus for porous isotropic ceramic materials // Materials Science and Engineering A. – 2008. – Vol. 490. – P. 305–312. DOI: 10.1016/j.msea.2008.01.030

29. Pabst W., Gregorova E., Ticha G. Elasticity of porous ceramics – A critical study of modulus – porosity relations // Journal of the European Ceramic Society. – 2006. – Vol. 26. – P. 1085–1097. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2005.01.041

30. Dorey R.A., Yeomans J.A., Smith P.A. Effect of pore clustering on the mechanical properties of ceramics // Journal of the European Ceramic Society. – 2002. – Vol. 22. – P. 403–409. DOI: 10.1016/S0955-2219(01)00303-X

31. Hristopulos D.T., Demertzi M. A semi-analytical equation for the Young's modulus of isotropic ceramic materials // Journal of the European Ceramic Society. – 2008. – Vol. 28. – P. 1111–1120. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2007.10.004

32. Huang C.W., Hsueh C.H. Piston-on-three-ball versus piston-on-ring in evaluating the biaxial strength of dental ceramics // Dental materials. – 2011. – Vol. 27. – P. 117–123. DOI: 10.1016/j.matdes.2013.03.090

33. Duckworth W. Discussion of Ryshkewitch paper by Winston Duckworth // Journal of the American Ceramic Society. – 1953. – Vol. 36. – P. 68–69.

34. Гмурман В.Е. Теория вероятности и математическая статистика: учеб. пособие для вузов. – 9-е изд. – М.: Высш. шк., 2003. – 479 с.

35. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.

References

1. Hazell P.J. Ceramic Armour: Design and Defeat Mechanisms. Canberra: Argos Press, 2006. 168 p.
2. Carter C.B., Norton M.G. Ceramic materials: Science and Engineering. New York: Springer, 2007. 716 p.
3. Danzer R. On the relationship between ceramic strength and the requirements for mechanical design. *Journal of the European Ceramic Society*, 2014, vol. 34, no. 15, pp. 3435–3460.
4. Johnson G.R., Holmquist T.J. A computational constitutive model for brittle materials subjected to large strains, high strain rates, and high pressures. *Proceedings of EXPLOMET Conference, San Diego, California*. New York: Marcel Dekker Inc., 1992, pp. 1075–1081.
5. Johnson G.R. Numerical algorithms and material models for high-velocity impact computations. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, vol. 38, pp. 456–472.
6. Ong C.W., Boey C.W., Hixson R.S., Sinibaldi J.O. Advanced layered personnel armor. *International Journal of Impact Engineering*, 2011, vol. 38, pp. 369–383.
7. Bürger D., de Faria A.R., de Almeida S.F.M., de Melo F.C.L., Donadon M.V. Ballistic impact simulation of an armour-piercing projectile on hybrid ceramic/fiber reinforced composite armours. *International Journal of Impact Engineering*, 2012, vol. 43, pp. 63–77.

8. Feli S., Asgari M.R. Finite element simulation of ceramic/composite armor under ballistic impact. *Composites: Part B*, 2011, vol. 42, pp. 771-780.

9. Prakash A., Rajasankar J., Anandavalli N., Verma M., Iyer N.R. Influence of adhesive thickness on high velocity impact performance of ceramic/metal composite targets. *International Journal of Adhesion & Adhesives*, 2013, vol. 41, pp. 186-197.

10. Tan P. Numerical simulation of the ballistic protection performance of a laminated armor system with pre-existing debonding/delamination. *Composites: Part B*, 2014, vol. 59, pp. 50-59.

11. Holmquist T.J., Johnson G.R. Response of boron carbide subjected to high-velocity impact. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, pp. 742-752.

12. Deshpande V.S., Evans A.G. Inelastic deformation and energy dissipation in ceramics: A mechanism-based constitutive model. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2008, vol. 56, pp. 3077-3100.

13. Zhou F., Molinari J.F. Stochastic fracture of ceramics under dynamic tensile loading. *International Journal of Solids and Structures*, 2004, vol. 41, pp. 6573-6596.

14. Yu R.C., Ruiz G., Pandolfi A. Numerical investigation on the dynamic behavior of advanced ceramics. *Engineering Fracture Mechanics*, 2004, vol. 71, pp. 897-911.

15. Maiti S., Rangaswamy K., Geubelle P.H. Mesoscale analysis of dynamic fragmentation of ceramics under tension. *Acta Materialia*, 2005, vol. 53, pp. 823-834.

16. Levy S., Molinari J.F. Dynamic fragmentation of ceramics, signature of defects and scaling of fragment sizes. *Journal of the Mechanics and Physics of Solids*, 2010, vol. 58, pp. 12-26.

17. Clayton J.D., Kraft R.H., Leavy R.B. Mesoscale modeling of nonlinear elasticity and fracture in ceramic polycrystals under dynamic shear and compression. *International Journal of Solids and Structures*, 2012, vol. 49, pp. 2686-2702.

18. Wang D., Zhao J., Zhou Y.H., Chen X.X., Li A.H., Gong Z.C. Extended finite element modeling of crack propagation in ceramic tool materials by considering the microstructural features. *Computational Materials Science*, 2013, vol. 77, pp. 236-244.

19. Radovitzky R., Seagraves A., Tupek M., Noels L. A scalable 3D fracture and fragmentation algorithm based on a hybrid, discontinuous Galerkin, cohesive element method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2011, vol. 200, pp. 326-344.

20. Lee M., Kim E.Y., Yoo Y.H. Simulation of high speed impact into ceramic composite systems using cohesive-law fracture model. *International Journal of Impact Engineering*, 2008, vol. 35, pp. 1636-1641.

21. Konovalenko I.G., Smolin A.Yu., Konovalenko I.V., Promakhov V.V., Psakhie S.G. Komp'uternoe issledovanie zavisimosti mekhanicheskikh svoystv khrupkogo materiala ot partial'noi kontsentratsii por raznogo razmera v ego strukture [Computer-based study of the dependence of mechanical properties of brittle porous material on the partial concentration of pores of different size]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i mekhanika*, 2013, no. 6 (26), pp. 79-87.

22. Smolin I.Yu., Eremin M.O., Makarov P.V., Buyakova S.P., Kul'kov S.N., Evtushenko E.P. Chislennoe modelirovanie mekhanicheskogo povedeniia model'nykh khrupkikh poristykh materialov na mezourovne [Numerical modelling of mechanical behaviour of model brittle porous materials at the mesoscale]. *Vestnik Tomskogo gosudarstvennogo universiteta. Matematika i Mekhanika*, 2013, no. 5 (25), pp. 78-90.

23. Slutsker A.I., Sinani A.B., Betekhtin V.I., Kozhushko A.A., Kadomtsev A.G., Ordanyan S.S. Influence of microporosity on the strength properties of SiC ceramic materials. *Physics of the Solid State*, 2008, vol. 50, no. 8, pp. 1450-1457.

24. Kadomtsev A.G., Slutsker A.I., Sinani A.B., Betekhtin V.I., Damaskinskaya E.E. Lokal'nye razrushaiushchie napriazheniia i tverdosť mikroporistoi SiC-keramiki [Local breaking stresses and hardness of microporous SiC-ceramics]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2013, vol. 18, no. 4, pp. 1533-1534.

25. Garshin A.P., Gropoyanov V.M., Zaytsev G.P., Semenov S.S. *Keramika dlia mashinostroeniia* [Ceramics for engineering]. Moscow: Nauchtekhlitizdat, 2003. 384 p.
26. Asmani M., Kermel C., Leriche A., Ourak M. Influence of porosity on Young's modulus and Poisson's ratio in alumina ceramics. *Journal of the European Ceramic Society*, 2001, vol. 21, pp. 1081-1086.
27. Zivcova Z., Cerny M., Pabst W., Gregorova E. Elastic properties of porous oxide ceramics prepared using starch as a pore-forming agent. *Journal of the European Ceramic Society*, 2009, vol. 29, pp. 2765-2771.
28. Phani K.K., Sanyal D. The relations between the shear modulus, the bulk modulus and Young's modulus for porous isotropic ceramic materials. *Materials Science and Engineering A*, 2008, vol. 490, pp. 305-312.
29. Pabst W., Gregorova E., Ticha G. Elasticity of porous ceramics – A critical study of modulus – porosity relations. *Journal of the European Ceramic Society*, 2006, vol. 26, pp. 1085-1097.
30. Dorey R.A., Yeomans J.A., Smith P.A. Effect of pore clustering on the mechanical properties of ceramics. *Journal of the European Ceramic Society*, 2002, vol. 22, pp. 403-409.
31. Hristopulos D.T., Demertzi M. A semi-analytical equation for the Young's modulus of isotropic ceramic materials. *Journal of the European Ceramic Society*, 2008, vol. 28, pp. 1111-1120.
32. Huang C.W., Hsueh C.H. Piston-on-three-ball versus piston-on-ring in evaluating the biaxial strength of dental ceramics. *Dental materials*, 2011, vol. 27, pp. 117-123.
33. Duckworth W. Discussion of Ryshkewitch paper by Winston Duckworth. *Journal of the American Ceramic Society*, 1953, vol. 36, pp. 68-69.
34. Gmurman V.E. *Teoriia veroiatnosti i matematicheskaiia statistika* [Probability theory and mathematical statistics]. Moscow: Vysshiaia shkola, 2003. 479 p.
35. Stepnov M.N. *Statisticheskie metody obrabotki rezul'tatov mekhanicheskikh ispytanii: spravochnik* [Statistical methods for processing the results of mechanical tests: a guide]. Moscow: Mashinostroenie, 1985. 232 p.