



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2015

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.03

УДК 514.86

АНАЛИТИЧЕСКИЙ МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ ОБЛАСТИ ВОЗМОЖНОГО ИЗМЕНЕНИЯ ТЕКСТУРНЫХ ПАРАМЕТРОВ

С.А. Берестова, Н.Е. Мисюра, Е.А. Митюшов

Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина,
Екатеринбург, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 29 сентября 2014 г.
Принята: 23 февраля 2015 г.
Опубликована: 31 марта 2015 г.

Ключевые слова:

анизотропия упругих свойств,
текстурные параметры,
интегральные характеристики
текстуры, траектория
текстурных состояний

АННОТАЦИЯ

Объектом исследования являются поликристаллические материалы с кубической симметрией решетки, подвергнутые термомеханической обработке и обладающие кристаллографической текстурой. Предметом исследования служит рассмотрение связи анизотропии упругих свойств с интегральными характеристиками текстуры. В качестве интегральных характеристик текстуры (текстурных параметров) выбраны усредненные значения определенных комбинаций направляющих косинусов, задающих положения кристаллографических осей зерен поликристалла в лабораторной системе координат. На основе выполненного анализа литературных данных поставлена задача о нахождении границ области распределения текстурных параметров, определяющих анизотропию упругих свойств текстурированных поликристаллов. Предложен оригинальный векторно-матричный алгоритм построения искомой кусочно-гладкой замкнутой поверхности. Исходными данными для построения области служили ограничения, накладываемые на текстурные параметры, которые вытекают из условия положительности весовых коэффициентов в соответствующей задаче усреднения – определении средних степенных взвешенных собственных значений оператора упругости текстурированного поликристалла. Установлено, что область распределения текстурных параметров имеет ось симметрии третьего порядка и ограничена плоскими и коническими элементами. Впервые в аналитической форме получены уравнения элементов граничной поверхности и линий их пересечения.

Проверка достоверности математической модели построения области распределения текстурных параметров выполнена путем сравнения результатов аналитического решения с эмпирическими данными. Эмпирические данные об эволюции текстуры получены ранее независимыми структурными исследованиями листов из алюминиевых сплавов, произведенных прокаткой на многоклетевом стане. Установлено, что экспериментально найденные значения текстурных параметров лежат внутри найденной области. Информация о возможных изменениях текстурных параметров позволяет целенаправленно управлять технологическими процессами при получении изделий и полуфабрикатов из металлических материалов.

© ПНИПУ

© **Берестова Светлана Александровна**, доктор физико-математических наук, доцент, e-mail: s.a.berestova@urfu.ru
Мисюра Наталья Евгеньевна, старший преподаватель, e-mail: n_misura@mail.ru
Митюшов Евгений Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, e-mail: mityushov-e@mail.ru

Svetlana A. Berestova, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Assistant Professor, e-mail: s.a.berestova@urfu.ru
Natalia E. Misura, Senior Lecturer, e-mail: n_misura@mail.ru
Evgeny A. Mityushov, Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: mityushov-e@mail.ru

ANALYTICAL METHOD OF CONSTRUCTING FIELD OF POSSIBLE TEXTURE PARAMETERS CHANGES

S.A. Berestova, N.E. Misyura, E.A. Mityushov

Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin, Ekaterinburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 29 September 2014
Accepted: 23 February 2015
Published: 31 March 2015

Keywords:

elastic properties anisotropy,
textural parameters,
integral texture characteristics,
trajectory textural states

ABSTRACT

The proposed work is focused on polycrystalline materials with cubic symmetry of the lattice, subjected to thermomechanical treatment and having a crystallographic texture. As a subject of study the link of physical and mechanical properties anisotropy with integral characteristics of texture was examined. As integral texture characteristics (texture parameters) the authors selected average values of certain combinations of the direction cosines defining the provisions of the crystallographic axes grain polycrystalline, in the laboratory system of axes. On the basis of the published data analysis a problem of finding borders of distribution of texture parameters that determine the anisotropy of the elastic properties of textured polycrystals was formulated. A vector-matrix algorithm for constructing the required piecewise smooth enclosed surface was proposed. The initial data for the area construction was used as restrictions imposed on the textural parameters, which derived from the condition of positivity of the weight coefficients in the corresponding problem of averaging – determining the weighted average degree of eigenvalues of a textured polycrystal elasticity operator. It was established that the distribution area of textural parameters has a fold symmetry axis and is limited by flat and conical elements. In the analytical form the equations of boundary surface elements and the lines of their intersection were obtained. Validation of the mathematical model for constructing the distribution area of texture parameters was performed by comparison with the empirical data. The empirical data on the evolution of the texture was obtained earlier, by an independent research in rolling of sheets of aluminum alloys at a multistand camp. It was established that the experimentally determined values of texture parameters belong to the trajectory lying inside the found analytical field. This will lead to a targeted control of technological processes in manufacturing items and semi-finished products of metal materials.

© PNRPU

Введение

Одним из традиционных направлений науки о металлах является создание материалов с заданным комплексом служебных характеристик, т.е. таких сплавов, которые обеспечивают необходимый уровень тех или иных технологических или эксплуатационных свойств – пластичности, прочности, вязкости, долговечности. Помимо классических методов управления свойствами за счет изменения состава и структуры сплава, в некоторых случаях создание требуемых характеристик осуществляется за счет наведенной анизотропии, которая обусловлена кристаллографической текстурой и возникает вследствие той или иной термомеханической обработки. Широко известны, в частности, примеры создания оптимальной текстуры в листах малоуглеродистой стали для повышения их штампуемости в автомобильном производстве и оптимальной текстуры холоднокатаного кремнистого железа для уменьшения потерь энергии при перемагничивании в производстве трансформаторов. Применение математических моделей высокого уровня [1], связывающих внутренние параметры материала с возникающей в процессе глубокой пластической деформации текстурой, позволяет научно обоснованно управлять анизотропией физико-механических свойств [2–10].

Как показано в исследованиях [11, 12], многие физико-механические свойства макроскопически ортотропных текстурированных металлов и сплавов с кубической симметри-

ей кристаллической решетки определяются текстурными параметрами, которые имеют вероятностно-геометрический смысл и определяются равенствами

$$\Delta_i = \langle Q_{i1}^2 Q_{i2}^2 + Q_{i2}^2 Q_{i3}^2 + Q_{i3}^2 Q_{i1}^2 \rangle, \quad (i = 1, 2, 3), \quad (1)$$

где Q_{ij} – элементы матрицы поворота, определяющей положение кристаллографических осей случайным образом ориентированных зерен поликристалла в лабораторной системе координат, связанной с ототропным образцом; $\langle \dots \rangle$ – операция осреднения по представительному объему текстурированного поликристалла.

Тектурные параметры (1) под названием «ориентационные факторы» впервые были введены в работе [13] для установления количественной связи кристаллографической текстуры с упругими свойствами металлических материалов, имеющих объемно-центрированную и гранецентрированную симметрию кристаллической решетки. В дальнейшем этим параметрам давались и другие названия – инварианты анизотропии, интегральные характеристики текстуры, параметры деформационной анизотропии, отражающие их математическую и физическую сущность [14,15].

В частности, связь средних значений коэффициентов податливости с текстурными параметрами в приближении Ройса, когда поле напряжений в поликристалле считается однородным, т.е. не изменяется при переходе от зерна к зерну, устанавливается равенствами

$$\begin{aligned} s_{11}^R &= s_{11} - 2s\Delta_1, & s_{22}^R &= s_{11} - 2s\Delta_2, & s_{33}^R &= s_{11} - 2s\Delta_3, \\ s_{12}^R &= s_{12} + s(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3), & s_{23}^R &= s_{12} + s(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1), & s_{13}^R &= s_{12} + s(\Delta_1 + \Delta_3 - \Delta_2), \\ s_{44}^R &= s_{44} + 4s(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1), & s_{55}^R &= s_{44} + 4s(\Delta_1 + \Delta_3 - \Delta_2), & s_{66}^R &= s_{44} + 4s(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3). \end{aligned}$$

Здесь $s = s_{11} - s_{12} - 0,5s_{44}$, s_{11}, s_{12}, s_{44} – коэффициенты податливости монокристалла.

Другой предельный случай расчета упругих свойств реализуется в схеме Фойгта, когда предполагается, что кристаллиты одинаково деформируются. В этом случае связь средних значений модулей упругости с текстурными параметрами определяется соотношениями

$$\begin{aligned} c_{11}^V &= c_{11} - 2c\Delta_1, & c_{22}^V &= c_{11} - 2c\Delta_2, & c_{33}^V &= c_{11} - 2c\Delta_3, \\ c_{12}^V &= c_{12} + c(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3), & c_{23}^V &= c_{12} + c(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1), & c_{13}^V &= c_{12} + c(\Delta_1 + \Delta_3 - \Delta_2), \\ c_{44}^V &= c_{44} + c(\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1), & c_{55}^V &= c_{44} + c(\Delta_1 + \Delta_3 - \Delta_2), & c_{66}^V &= c_{44} + c(\Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3). \end{aligned}$$

Здесь $c = c_{11} - c_{12} - 2c_{44}$, c_{11}, c_{12}, c_{44} – модули упругости монокристалла.

Как показано в монографии [11], в случае трансверсальной изотропии текстурированного поликристалла между текстурными параметрами существует связь:

$$\Delta_{1,2} = \frac{1}{8}(1 + 3\Delta_3).$$

Здесь индекс 3 относится к оси трансверсальной изотропии анизотропного материала.

Если поликристалл квазиизотропен, то

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = 0,2.$$

Зависимость модуля Юнга от направления в плоскости Ox_1x_2 лабораторной системы координат имеет следующий вид:

$$E^{-1}(\varphi) = s_{11} - 0,25 s \left[1 + 3\Delta_3 + 4(\Delta_1 - \Delta_2) \cos 2\varphi + (4\Delta_1 + 4\Delta_2 - 3\Delta_3 - 1) \cos 4\varphi \right].$$

Угловая зависимость коэффициента Пуассона в плоскости Ox_1x_2 ортотропного текстурированного материала определяется равенством

$$\nu(\varphi) = \frac{s \left[1 - \Delta_3 + (4\Delta_1 + 4\Delta_2 - 3\Delta_3 - 1) \cos 4\varphi \right] + 4s_{12}}{s \left[1 + 3\Delta_3 + 4(\Delta_1 - \Delta_2) \cos 2\varphi + (4\Delta_1 + 4\Delta_2 - 3\Delta_3 - 1) \cos 4\varphi \right] - 4s_{11}}.$$

1. Построение области возможного изменения текстурных параметров

В общем случае возможная анизотропия ортотропного текстурированного поликристалла с кубической симметрией структуры определяется положением точки в замкнутой области распределения текстурных параметров. Эта область может быть построена аналитически, исходя из следующих ограничений [16]:

$$\begin{aligned} \Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 - 2\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 - \Delta_1\Delta_2 - \Delta_2\Delta_3 - \Delta_3\Delta_1} &\leq 1, \\ 0 \leq \Delta_1 + \Delta_2 - \Delta_3, \quad 0 \leq \Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1, \quad 0 \leq \Delta_3 + \Delta_1 - \Delta_2. \end{aligned} \quad (2)$$

Эти равенства вытекают из условия положительности весовых коэффициентов в соответствующей задаче усреднения – определении средних степенных взвешенных собственных значений оператора упругости текстурированного поликристалла [17,18].

Инвариантность этих неравенств к циклической перестановке индексов означает, что искомая область, построенная в декартовой системе координат $O\Delta_1\Delta_2\Delta_3$, имеет ось симметрии третьего порядка, одинаково наклоненную к декартовым осям.

Переходя в первом уравнении системы (2) к равенству

$$\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3 - 2\sqrt{\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2 - \Delta_1\Delta_2 - \Delta_2\Delta_3 - \Delta_3\Delta_1} = 1$$

и выполняя тождественные преобразования, находим

$$3(\Delta_1^2 + \Delta_2^2 + \Delta_3^2) - 6(\Delta_1\Delta_2 + \Delta_2\Delta_3 + \Delta_3\Delta_1) + 2(\Delta_1 + \Delta_2 + \Delta_3) - 1 = 0. \quad (3)$$

Уравнение (3) задает коническую поверхность, и искомая область находится путем построения линий пересечения этой поверхности с плоскостями, определяемыми тремя последними неравенствами системы (2). Дальнейшее построение всех элементов кусочно-гладкой поверхности, ограничивающей область изменения текстурных параметров, может быть выполнено путем перехода к цилиндрическим координатам с использованием векторно-матричного алгоритма.

На первом этапе, полагая в уравнении (3) $\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3$, определяются координаты вершины конуса

$$\Delta_1 = \Delta_2 = \Delta_3 = \frac{1}{3}.$$

Далее, находятся координаты пересечения конической поверхности с осью $O\Delta_1$: $\Delta_1 = \frac{2}{3}$, и угол α при вершине конической поверхности,

$$\alpha = \arcsin \left(\frac{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{1}{3}}}} \right). \quad (4)$$

Уравнение конической поверхности в цилиндрической системе координат может быть представлено в следующей векторно-матричной форме:

$$\hat{r}(s, \varphi) = \hat{n}s + \hat{l}(\varphi)\rho(s),$$

где $\hat{n} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix}$ – единичный вектор, определяющий положение оси конуса;

$\hat{l}(\varphi) = A \begin{pmatrix} \sqrt{2/3} \\ -1/\sqrt{6} \\ -1/\sqrt{6} \end{pmatrix}$ – азимутальный вектор при произвольном значении полярного угла φ ,

ортогональный вектору \hat{n} ; A – матрица поворота на угол φ вокруг вектора \hat{n} ,

$$A = \begin{pmatrix} \cos \varphi & -\frac{n_z}{|\vec{n}|} \sin \varphi & \frac{n_y}{|\vec{n}|} \sin \varphi \\ \frac{n_z}{|\vec{n}|} \sin \varphi & \cos \varphi & -\frac{n_x}{|\vec{n}|} \sin \varphi \\ -\frac{n_y}{|\vec{n}|} \sin \varphi & \frac{n_x}{|\vec{n}|} \sin \varphi & \cos \varphi \end{pmatrix},$$

$$\rho(s) = \left(\sqrt{\left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2} - s \right) \tan \alpha - \text{полярный радиус.}$$

После выполнения тождественных преобразований находится вид азимутального вектора $\hat{l}(\varphi)$,

$$\hat{l}(\varphi) = \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \end{pmatrix},$$

а с учетом равенства (4) находится функция $\rho(s)$:

$$\rho(s) = c \left(\frac{\sqrt{3}}{3} - s \right), c = \frac{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{1}{3}}}} \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{\frac{2}{3} \sqrt{\frac{2}{3}}}{\sqrt{\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2 - 2\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right)\left(\frac{2}{3}\right)\sqrt{\frac{1}{3}}}} \right)^2}.$$

В итоге уравнение конической поверхности, ограничивающей область изменения текстурных параметров, может быть представлено в следующем виде:

$$\begin{pmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \\ \Delta_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} s + \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \end{pmatrix} \rho(s). \quad 0 \leq s \leq \frac{\sqrt{3}}{3}, \quad 0 \leq \varphi \leq 2\pi. \quad (5)$$

Для определения линии пересечения плоскости $\Delta_2 + \Delta_3 - \Delta_1 = 0$ и конической поверхности выполняется переход к цилиндрическим координатам в уравнении этой плоскости с помощью соотношения (5):

$$\frac{1}{\sqrt{3}} s - \frac{4}{\sqrt{6}} \cos \varphi \rho(s) = 0.$$

Отсюда

$$s(\varphi) = \frac{\frac{4c}{\sqrt{6}} \cos \varphi}{1 + \frac{4c}{\sqrt{2}} \cos \varphi}.$$

Путем подстановки этой функции в уравнение конуса (5) находится уравнение линии пересечения плоскости с конической поверхностью

$$\hat{r}(\varphi) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} s(\varphi) + \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \end{pmatrix} c \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - s(\varphi) \right).$$

Тогда уравнение первой грани области распределения текстурных параметров имеет вид

$$\hat{r}_1(v, \varphi) = v \left[\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} \end{pmatrix} s(\varphi) + \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{2}{3}} \cos \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi + \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \\ -\frac{1}{\sqrt{6}} \cos \varphi - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \varphi \end{pmatrix} c \left(\frac{1}{\sqrt{3}} - s(\varphi) \right) \right], \quad 0 \leq v \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$$

Две оставшиеся грани находятся преобразованием поворота первой грани на угол $\frac{2\pi}{3}$ и $\frac{4\pi}{3}$ вокруг оси симметрии с помощью уравнений

$$\hat{r}_2(v, \varphi) = \hat{r}_1(v, \varphi) + \left(L^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{3} \right) + L \sin \frac{2\pi}{3} \right) \hat{r}_1(v, \varphi), \quad 0 \leq v \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3},$$

$$\hat{r}_3(v, \varphi) = \hat{r}_1(v, \varphi) + \left(L^2 \left(1 - \cos \frac{4\pi}{3} \right) + L \sin \frac{4\pi}{3} \right) \hat{r}_1(v, \varphi), \quad 0 \leq v \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3},$$

где

$$L = \begin{pmatrix} 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 & -\frac{1}{\sqrt{3}} \\ -\frac{1}{\sqrt{3}} & \frac{1}{\sqrt{3}} & 0 \end{pmatrix}.$$

Участки конической поверхности, ограничивающей область распределения текстурных параметров, определяются уравнениями

$$\hat{r}_{1к}(\nu, \varphi) = (1 - \nu)\hat{r}(\varphi) + \nu \begin{pmatrix} 1 \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix}, \quad 0 \leq \nu \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3},$$

$$\hat{r}_{2к}(\nu, \varphi) = \hat{r}_{1к}(\nu, \varphi) + \left(L^2 \left(1 - \cos \frac{2\pi}{3} \right) + L \sin \frac{2\pi}{3} \right) \hat{r}_{1к}(\nu, \varphi), \quad 0 \leq \nu \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3},$$

$$\hat{r}_{3к}(\nu, \varphi) = \hat{r}_{1к}(\nu, \varphi) + \left(L^2 \left(1 - \cos \frac{4\pi}{3} \right) + L \sin \frac{4\pi}{3} \right) \hat{r}_{1к}(\nu, \varphi), \quad 0 \leq \nu \leq 1, \quad -\frac{\pi}{3} \leq \varphi \leq \frac{\pi}{3}.$$

Два элемента поверхности, ограничивающие область изменения текстурных параметров, заданных уравнениями $\hat{r}_1 = \hat{r}_1(\nu, \varphi)$ и $\hat{r}_{1к} = \hat{r}_{1к}(\nu, \varphi)$, изображены на рис. 1.

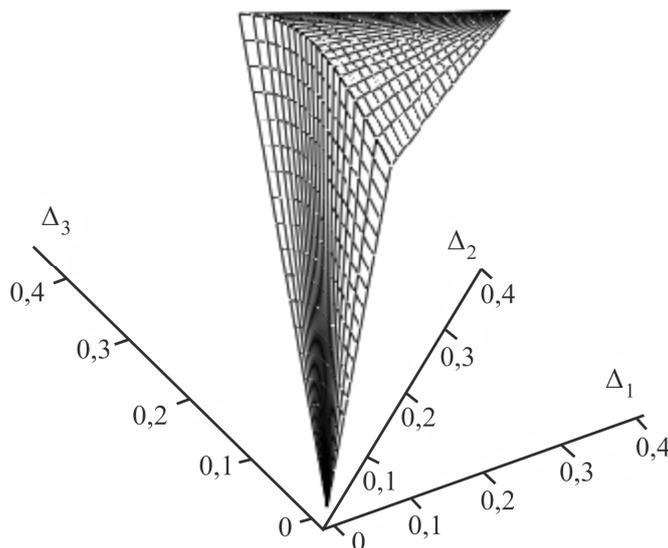


Рис. 1. Формообразующие элементы поверхности, ограничивающей область изменения текстурных параметров

2. Траектория текстурных состояний при непрерывной горячей прокатке алюминиевых сплавов

Как известно, различные режимы термомеханической обработки приводят к изменению текстуры металлического материала, что сопровождается изменением соответствующих текстурных параметров. Это изменение позволяет в общем случае построить траекторию текстурных состояний, которая не будет выходить за границы найденной области. При этом каждой точке траектории соответствует определенная анизотропия как упругих, так и пластических свойств. В работе [19] в рамках решения задачи получения в металле эффективной пластической анизотропии было выполнено исследование трансформации кристаллографической текстуры в процессе непрерывной горячей прокатки

алюминиевых сплавов в 5-клетевом стане «2800», и выполнен расчет соответствующих текстурных параметров (таблица).

Эволюция текстурных состояний при прокатке алюминиевого сплава в 5-клетевом стане непрерывной прокатки представлена изменением положений соответствующих точек в найденной области возможных значений текстурных параметров (рис. 2).

Изменение параметров текстуры Δ_i на выходе из клеток непрерывной группы стана «2800»

Номер клетки	Толщина подката, мм	Текстурные параметры Δ_i		
		Δ_1	Δ_2	Δ_3
Исходный раскат	52	0,13	0,118	0,147
1	27,7	0,136	0,12	0,147
2	14,07	0,147	0,158	0,164
3	7,97	0,15	0,16	0,184
4	5,09	0,186	0,192	0,242
5	3,0	0,216	0,205	0,282

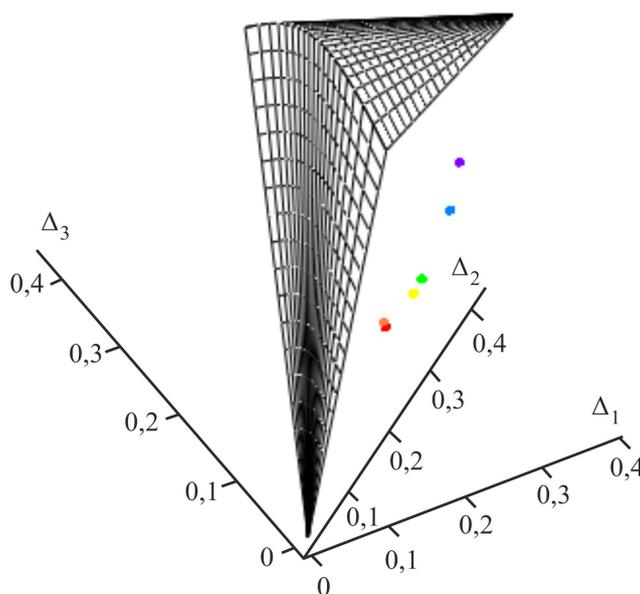


Рис. 2. Траектория текстурных состояний на выходе из клеток непрерывной группы стана «2800», • – исходный раскат, • – 1 клеть, • – 2 клеть, • – 3 клеть, • – 4 клеть, • – 5 клеть

Заключение

Для текстурированных поликристаллических материалов с кубической симметрией структуры найдены в аналитической форме границы области изменения текстурных параметров, являющихся интегральными характеристиками текстуры и определяемых с помощью косвенных или прямых методов текстурного анализа. Показано, что эволюция текстуры на различных стадиях термомеханической обработки металлических материалов может быть геометрически представлена траекторией текстурных состояний. При

этом каждой точке траектории соответствует уникальное анизотропное состояние, которое может быть охарактеризовано известными соотношениями между константами анизотропии соответствующих физико-механических свойств и текстурными параметрами. Предложенный подход может быть использован при решении задач целенаправленного достижения комплекса требуемых технологических или конструкционных свойств полуфабрикатов и изделий из металлических материалов с ОЦК и ГЦК-структурами [20]. Достаточно перспективна возможность установления связи рассмотренных в данной работе текстурных параметров с коэффициентами функции распределения ориентации (ФРО), широко используемой в современных методах количественного текстурного анализа. В рамках этого подхода возможно решение принципиально новой важной в теоретическом и практическом плане задачи – построение границ области возможного изменения трех значимых коэффициентов разложения ФРО.

Библиографический список

1. Моделирование эволюции структуры поликристаллических материалов при упругопластическом деформировании / П.В. Трусов, В.Н. Ашихмин, П.С. Волегов, А.И. Швейкин // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2010. – № 4 – С. 225–237.
2. Ашихмин В.Н. Определение эффективных упругих свойств поликристаллов методом вычислительного эксперимента // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2010. – № 4 – С. 5–16.
3. Jöchen K., Böhlke T., Fritzen F. Influence of the crystallographic and the morphological texture on the elastic properties of fcc crystal aggregates // Solid State Phenomena Trans Tech Publications. – 2010. – Vol. 160. – P. 83–86.
4. Elastic properties of pyrolytic carbon with axisymmetric textures / T. Bohlke, K. Jochen, R. Piat, T. Langhoff, I. Tsukrov, B. Reznik // Technische mechanik. – 2010. – Vol. 30 – P. 343–353.
5. Crystallographic texture and anisotropy of electrolytic deposited copper coating analysis / S.J. Skrzypek, W. Ratuszek, A. Bunsch, M. Witkowska, J. Kowalska, M. Goły, K. Chruściel // Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering. – 2010. – Vol. 43/1. – P. 264–268.
6. Texture mechanical and thermoelectric properties of Ca₃Co₄O₉ ceramics / D. Kenfaui, D. Chateigner, M. Gomina, J. Noudem // Journal of Alloys and Compounds 490. – 2010. – P. 472–479.
7. Effective elastic properties of polycrystals based on phase-field description / G. Sheng, S. Bhattacharyya, H. Zhang, K. Chang, S. Shang, S. Mathaudhu, Z. Liu, L. Chen // Materials Science and Engineering A 554. – 2012. – P. 67–71.
8. Stebner A.P., Brown D.W., Brinson L.C. Young's modulus evolution and texture-based elastic-inelastic strain partitioning during large uniaxial deformations of monoclinic nickel–titanium // Acta Materialia. – 2013. – Vol. 61 – P. 1944–1956.
9. Bohlke T., Langhoff T., Piat R. Bounds for the Elastic Properties of Pyrolytic Carbon // Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics. – 2009. – No. 2. – P. 431–434.
10. Lobos M., Böhlke T. Materials design for the anisotropic linear elastic properties of textured cubic crystal aggregates using zeroth-, first- and second-order bounds // International Journal of Mechanics and Materials in Design. – 2014, available at: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10999-014-9272-z#page-1> (accessed 18 January 2015).
11. Адамеску Р.А., Гельд П.В., Митюшов Е.А. Анизотропия физических свойств металлов. – М.: Металлургия, 1985. – 137 с.
12. Митюшов Е.А., Гельд П.В., Адамеску Р.А. Обобщенная проводимость и упругость макроднородных гетерогенных материалов. – М.: Металлургия, 1985. – 145 с.

13. Ориентационные факторы анизотропии упругих свойств металлов с кубической решеткой / Р.А. Адамеску, Е.А. Митюшов, Л.Л. Митюшова, В.И. Юшков // Физика металлов и металловедение. – 1985. – Т. 60, № 5. – С. 993–999.
14. Invarianten der Anisotropie elastischer Eigenschaften von texturierten kubischen Metallen / R.A. Adamesku [et al.] // Zeitschrift für Metallkunde. – 1985. – No. 11. – P. 747–749.
15. Брюханов А.А., Гохман А.Р. Расчетный метод определения текстурных параметров тензорных свойств кубических и гексагональных металлов // Заводская лаборатория. – 1987. – Т. 53, № 1. – С. 24–26.
16. Одинцова Н.Ю. Математическая и физическая структура поликристаллических упругих тел: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук. – Екатеринбург, 2003. – 16 с.
17. Berestova S.A., Mityushov E.A., Odintsova N.Yu. Effective elastic properties of textured cubic polycrystals // Texture and Microstructure. – 2002. – Vol. 35(2). – P. 99–111.
18. Митюшов Е.А., Берестова С.А. Трансформация указательных поверхностей упругих свойств текстурированных материалов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2006. – № 14. – С. 142–146.
19. Гречников Ф.В., Арышенский В.Ю. Феноменологические и кристаллографические основы формирования заданной анизотропии свойств при прокатке высокотекстурованных алюминиевых лент // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. – 2002. – № 1. – С. 68–77.
20. Арышенский Ю.М., Гречников Ф.В., Арышенский В.Ю. Получение рациональной анизотропии в листах. – М.: Металлургия, 1987. – 141 с.

References

1. Trusov P.V., Ashikhmin V.N., Volegov P.S., Shveikin A.I. Modelirovanie evoliutsii struktury polikristallicheskih materialov pri uprugoplasticheskom deformirovanii. [Modelling of evolution of the polycrystalline materials structure at elastoplastic deformation]. *Uchen. rec. Kasan State Univ. Physics and Mathematics. Science*, 2010, no. 4, pp. 225-237.
2. Ashikhmin V.N. Opredelenie effektivnykh uprugikh svoystv polikristallov metodom vychislitel'nogo eksperimenta [Determination of the effective elastic properties of polycrystals by computational experiment method]. *PNRPU Mechanics bulletin*, 2010, no. 4, pp. 5-16.
3. Jöchen K., Böhlke T., Fritzen F. Influence of the crystallographic and the morphological texture on the elastic properties of fcc crystal aggregates. *Solid State Phenomena Trans Tech Publications*, 2010, vol. 160, pp. 83-86.
4. Bohlke T., Jochen K., Piat R., Langhoff T., Tsukrov I., Reznik B. Elastic properties of pyrolytic carbon with axisymmetric textures. *Technische mechanik*, 2010, vol. 30, pp. 343-353.
5. Skrzypek S.J., Ratuszek W., Bunsch A., Witkowska M., Kowalska J., Goły M., Chruściel K. Crystallographic texture and anisotropy of electrolytic deposited copper coating analysis. *Journal of Achievements in Materials and Manufacturing Engineering*, 2010, vol. 43/1, pp. 264-268.
6. Kenfaui D., Chateigner D., Gomina M., Noudem J. Texture, mechanical and thermoelectric properties of Ca₃Co₄O₉ ceramics. *Journal of Alloys and Compounds* 490, 2010, pp. 472-479.
7. Sheng G., Bhattacharyya S., Zhang H., Chang K., Shang S., Mathaudhu S., Liu Z., Chen L. Effective elastic properties of polycrystals based on phase-field description. *Materials Science and Engineering A* 554, 2012, pp. 67-71.
8. Stebner A.P., Brown D.W., Brinson L.C. Young's modulus evolution and texture-based elastic-inelastic strain partitioning during large uniaxial deformations of monoclinic nickel–titanium. *Acta Materialia*, 2013, vol. 61, pp. 1944-1956.
9. Bohlke T., Langhoff T., Piat R. Bounds for the Elastic Properties of Pyrolytic Carbon. *Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics*, 2009, no. 2, pp. 431-434.

10. Lobos M., Böhlke T. Materials design for the anisotropic linear elastic properties of textured cubic crystal aggregates using zeroth-, first- and second-order bounds. *International Journal of Mechanics and Materials in Design*, 2014, available at: <http://link.springer.com/article/10.1007%2Fs10999-014-9272-z#page-1> (accessed 18 October 2015).
11. Adamesku R.A., Gel'd P.V., Mityushov E.A. Anizotropiia fizicheskikh svoystv metallov [Anisotropy of physical properties of metals]. Moscow: Metallurgia, 1985. 137 p.
12. Mityushov E.A., Gel'd P.V., Adamesku R.A. Obobshchennaia provodimost' i uprugost' makroodnorodnykh geterogennykh materialov [Generalized conductivity and elasticity of macroscopical heterogeneous materials]. Moscow: Metallurgia, 1985. 145 p.
13. Adamesku R.A., Mityushov E.A., Mitushova L.L., Iushkov V.I. Orientatsionnye faktory anizotropii uprugikh svoystv metallov s kubicheskoi reshetkoi [Orientation factors of the elastic properties anisotropy of metals with a cubic lattice]. *Fizika metallov i metallovedenie. Physics of Metals and Metallography*, 1985, vol. 60, no. 5, pp. 993-999.
14. Adamesku R.A. [et al.] Invarianten der Anisotropie elastischer Eigenschaften von texturierten kubischen Metallen. *Zeitschrift für Metallkunde*, 1985, bd. 76, no. 11, pp. 747-749.
15. Briukhanov A.A., Gokhman A.R. Raschetnyi metod opredeleniia teksturnykh parametrov tenzornykh svoystv kubicheskii i geksonal'nykh metallov [Calculation method of determining the texture parameters of tensor properties of cubic and hexagonal metals]. *Zavodskaiia laboratoriia*, 1987, vol. 53, no. 1, pp. 24-26.
16. Odintsova N.Iu. Matematicheskaiia i fizicheskaiia struktura polikristallicheskiikh uprugikh tel [Deformation anisotropy of space-isotropic structural inhomogeneous environments]. *Abstract of the thesis of the Candidate of sciences*. Yekaterinburg, 2003. 16 p.
17. Berestova S.A., Mityushov E.A., Odintsova N.Yu. Effective elastic properties of textured cubic polycrystals. *Texture and Microstructure*, 2002, vol. 35(2), pp. 99-111.
18. Mityushov E.A., Berestova S.A. Transformatsiy ykazatelnikh poverhnostey uprugikh svoystv teksturirovannykh materialov [Transformation of index surfaces of elastic textured materials properties]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2006, no. 14, pp. 142-146.
19. Grechnikov F.V., Aryshenskiy V.Y. Phenomenological and crystallographic bases of formation of a given anisotropy of the properties in the rolling of highlytextured aluminum tapes. *Bulletin of the Samara State Aerospace University*, 2002, no. 1, pp. 68-77.
20. Aryshenskii Iu.M., Grechnikov F.V., Aryshenskii V.Iu. Poluchenie ratsional'noi anizotropii v listakh [Obtaining of rational anisotropy in sheets]. Moscow: Metallurgia, 1987. 141 pp.