Ветров В.В., Дунаев В.А., Костяной Е.М., Михеев К.Н., Панферов П.В. Математическое моделирование динамики пластического формообразования трансформируемого в полете кормового обтекателя летательного аппарата // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2015. – № 1. – С. 58–75. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.05

Vetrov V.V., Dunaev V.A., Kostyanoi E.M., Mikheev K.N., Panferov P.V. Mathematical modelling of dynamics plastic forming of aft fairing in missile transformed during flight. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2015. No. 1. Pp. 58-75. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.05



# ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА № 1, 2015 PNRPU MECHANICS BULLETIN

http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/



DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.05 УДК 629.13.014.7

# МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ ПЛАСТИЧЕСКОГО ФОРМООБРАЗОВАНИЯ ТРАНСФОРМИРУЕМОГО В ПОЛЕТЕ КОРМОВОГО ОБТЕКАТЕЛЯ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

## В.В. Ветров, В.А. Дунаев, Е.М. Костяной, К.Н. Михеев, П.В. Панферов

Тульский государственный университет, Тула, Россия

#### О СТАТЬЕ

#### аннотация

Получена: 12 декабря 2014 г. Принята: 2 марта 2015 г. Опубликована: 31 марта 2015 г.

Ключевые слова: концепция баллистической эффективности, летательный аппарат, трансформируемый в полете кормовой обтекатель, математическое моделирование, газодинамическое воздействие, динамика пластического формообразования

Рассматривается инновационная идея снижения аэродинамического сопротивления летательного аппарата путем формообразования в полете кормового обтекателя предпочтительной геометрии на базе пластического деформирования гофрированной тонкостенной оболочки газодинамическим воздействием. Дано математическое описание сопряженных импульсных газодинамического и деформационного процессов, составляющих физическую суть формообразования кормового обтекателя в полете, с учетом теплового воздействия. Представлен алгоритм численного моделирования указанных совместно протекающих процессов. Адекватность результатов, получаемых с использованием разработанного инструментария исследования, подтверждена на базе сопоставления данных численного моделирования с данными натурных экспериментов. В режиме численного эксперимента дано обоснование предпочтительных вариантов технических решений, реализующих указанный принцип полетной трансформации. В частности, показано, что оболочка с коаксиальным расположением гофр является более предпочтительной, чем с радиальным расположением. При этом представлен вариант крепления мембраны, обеспечивающий наиболее удобообтекаемую форму при раскрытии оболочки. Предложено два пути совершенствования формы обтекателя: за счет изменения исходных геометрических параметров гофрированной оболочки и варьирования деформирующего воздействия. Наилучшая форма получена при создании комбинированного усилия, последовательно трансформирующего сначала центральную, а затем периферийную области гофрированной оболочки. Также в работе показано перспективное направление, базирующееся на формировании оболочки специальной газовой струей. В целом на базе совокупности проведенных исследований доказана принципиальная возможность получения на борту летательного аппарата в процессе импульсного деформирования гофрированной оболочки кормового обтекателя заданной геометрической формы, оптимальной с точки зрения уменьшения аэродинамического сопротивления.

© ПНИПУ

© Ветров Вячеслав Васильевич, доктор технических наук, профессор, e-mail: vetrov@tsu.tula.ru Дунаев Валерий Александрович, доктор технических наук, профессор, e-mail: dwa222@mail.ru Костяной Евгений Михайлович, кандидат технических наук, научный сотрудник e-mail: jaykem@mail.ru Михеев Кирилл Николаевич, аспирант, e-mail: kir-miheev@mail.ru Панферов Павел Валерьевич, кандидат технических наук, научный сотрудник, e-mail: pv-pasha@yandex.ru

Vjacheslav V. Vetrov, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: vetrov@tsu.tula.ru Valerij A. Dunaev, Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: dwa222@mail.ru Evgenij M. Kostyanoj , PhD in Technical Sciences, Researcher, e-mail: jaykem@mail.ru Kirill N. Mikheev, Postgraduate Student, e-mail: kir-miheev@mail.ru Pavel V. Panferov, PhD in Technical Sciences, Researcher, e-mail: pv-pasha@yandex.ru

# MATHEMATICAL MODELLING OF DYNAMICS PLASTIC FORMING OF AFT FAIRING IN MISSILE TRANSFORMED DURING FLIGHT

# V.V. Vetrov, V.A. Dunaev, E.M. Kostyanoi, K.N. Mikheev, P.V. Panferov

Tula State University, Tula, Russian Federation

ARTICLE INFO

#### ABSTRACT

Received: 20 October 2014 Accepted: 30 December 2014 Published: 31 March 2015

Keywords: the concept of ballistic efficiency, missile, aft fairing of the missile transformed in flight, mathematical modelling, gasdynamic influence, dynamics of plastic forming

This article considers an innovative idea of decreasing the aerodynamic drag of missile by an inflight forming of an aft fairing of preferable geometry on the basis of plastic deformation of corrugated thin-walled shell by gasdynamic influence. The mathematical description of the interfaced impulse gas-dynamic and deformation processes of forming aft fairing in flight is given with the thermal effects. The algorithm for the numerical simulation of these co-occurring processes is presented. In the numerical experiment the authors proved preferred technical solutions that realize the principle of the flight transformation. The adequacy of the results obtained by the developed research instruments confirmed by comparing the numerical simulation data with the data of natural experiments. The numerical experiment preferred variants of the technical solutions implementing the principle of flight transformation are justified. In particular, it is shown that a membrane with a coaxial arrangement of the corrugations is more preferable than the radial arrangement. In this case we have managed to present the version of the mounting membrane with the best streamlined form during deployment of the membrane. The paper proposed two ways to improve the fairing: by changing the geometric parameters of the original thin-walled diaphragm; and due to variation of the deforming impacts. The best form is obtained when creating a combined force, which first of all transforms the central part and then the peripheral region of the corrugated shell. Also, the work shows a perspective direction based on the formation of the shell by a special gas jet. In general, on the basis of the research it became possible to prove the principal possibility of obtaining the specified geometrical form on board the missile by pulsed deformation of corrugated shell of the aft fairing, which is optimal from the viewpoint of reducing aerodynamic drag.

© PNRPU

#### 1. Анализ состояния проблемы

Как показывает системный анализ тенденций развития летательных аппаратов (ЛА) атмосферной зоны с доминирующим по продолжительности энергетически пассивным участком траектории, приоритетным направлением совершенствования становится увеличение максимальной дальности полета при сохранении габаритно-массовых характеристик [1].

В настоящее время применяются различные способы увеличения дальности полета снарядов, обеспечивающие повышение баллистической эффективности рассматриваемого типа ЛА, основанные на снижении их аэродинамического сопротивления. При этом следует отметить, что основные усилия исследователей при создании ЛА активного старта направлены на уменьшение их донного сопротивления, поскольку его доля может в отдельных случаях составлять более 50 % от полного аэродинамического сопротивления.

Наиболее перспективными с точки зрения снижения донного сопротивления при минимизации габаритно-массовых характеристик ЛА следует считать устройства трансформации их хвостовой части с плоской торцевой поверхностью, наилучшим образом приспособленной к особенностям активного старта, в удобообтекаемую форму в полетном состоянии. Известны телескопические устройства данного назначения [2, 3] и устройства, выполненные на основе пластической деформации тонкостенных гофрированных оболочек (рис. 1) [4]. Последние, хотя и являются более наукоемкими в процессе их отработки, позволяют в итоге превзойти телескопические устройства по надежности функционирования, минимизации исходных масс и габаритов, качеству формируемой внешней поверхности кормового обтекателя.



Рис. 1. Внешний (исходный) вид гофрированных оболочек кормового обтекателя с радиально ориентированными (*a*) и осевыми (*б*) гофрами

Основной проблемой при разработке такого типа новых устройств является обоснование предпочтительной исходной формы гофрированной оболочки и режимов ее нагружения в процессе пластического деформирования (полетной трансформации) в кормовой обтекатель заданной геометрии.

Предметом исследования являются физические процессы, лежащие в основе реализации инновационной идеи пластического деформирования кормового обтекателя в полете, проблемно ориентированной на снижение аэродинамического сопротивления ЛА активного старта. Данную идею реализует устройство трансформируемого в полете кормового обтекателя (рис. 2) [5], функционирующее на основе пластического деформирования гофрированной оболочки 4 с коаксиальной совокупностью гофр (рис. 1,  $\delta$ ) внутренним силовым воздействием.

Принцип работы данного устройства состоит в следующем. В процессе активного старта (выстрела) высокотемпературные газообразные продукты под давлением  $P_{ct}$  поступают из ствольного пространства 6 через дроссельное устройство 5 в накопительную камеру 3 и заполняют ее до расчетного давления  $P_{hk}$  (верхняя часть рис. 2). После вылета снаряда из канала ствола (нижняя часть рис. 2) давление  $P_{ct}$  уже не прижимает гофрированную оболочку 4 к опорному диску 2, и газы накопительной камеры 3 давлением  $P_{hk}$  перемещают внутреннюю втулку 8, а затем и втулку 9, деформируя (раскрывая) центральную часть гофрированной оболочки. Через радиальные отверстия внешней втулки в образовавшийся объем между оболочкой и опорным диском устремляется газ из накопительной камеры, окончательно формируя кормовой обтекатель путем пластического деформирования гофрированной оболочки внутренним давлением. В итоге формируется кормовой обтекатель заданной геометрической формы, наиболее выгодной с точки зрения уменьшения аэродинамического сопротивления. Аэробаллистические исследования доказали большую эффективность трансформируемого в полете кормового обтекателя по сравнению с использованием для аналогичных целей донного газогенератора [6]. Проблема состоит в том, чтобы создать научно обоснованную методику проектирования рассмотренного типа устройств, позволяющую выбирать наилучшие конструктивные параметры деформируемой оболочки и назначать предпочтительные режимы деформирующего ее силового воздействия.



Рис. 2. Схема устройства трансформирования гофрированной оболочки в кормовой обтекатель: *I* – кормовая часть; *2* – опорный диск; *3* – накопительная камера; *4* – гофрированная мембрана; *5* – дроссельное устройство; *6* – ствольное пространство; *7* – обратный клапан; *8* – внутренняя втулка; *9* – внешняя втулка

Решить данную проблему можно только на основе математического моделирования процесса формообразования кормового обтекателя, представляя его как совокупность взаимосвязанных газодинамических, деформационных и тепловых процессов в динамической постановке.

### 2. Инструментарий исследования

Математические модели, описывающие процесс формообразования кормового обтекателя, построены на основе фундаментальных законов механики деформируемого твердого тела, газодинамики и теплопереноса, с учетом взаимосвязанности этих процессов, в осесимметричной постановке.

Напряженно-деформированное состояние трансформируемой оболочки моделируется в динамической постановке с учетом ее нестационарного нагружения силовым и тепловым воздействием со стороны высокотемпературного газового потока, истекающего из накопительной камеры. Для получения уравнения деформирования использован принцип виртуальных работ:

$$\int_{w} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} dw = \int_{w} F_i \delta u_i dw + \int_{s} P_i \delta u_i dS - \int_{w} \rho a_i \delta u_i dw,$$
(1)

где *w* и *S* – объем и поверхность деформируемого тела;  $\sigma_{ij}$ ,  $\varepsilon_{ij}$  – компоненты тензоров напряжений и деформаций,  $u_i$  и  $a_i$  – компоненты векторов перемещений и ускорений;  $F_i$  и  $P_i$  – компоненты векторов массовых и поверхностных сил;  $\rho$  – плотность материала.

В области упругости связь напряжений и деформаций выражается в виде  $\{\sigma\} = [D^E] \cdot \{\varepsilon\}$ , где  $[D^E] - матрица упругих постоянных. Решение задачи при пластиче$ ском деформировании [7, 8, 9] осуществляется на основе теории течения при изотропномупрочнении, основу которой при условии текучести Мизеса составляют уравнения Прандтля–Рейса [10, 11, 12], при этом учитывается неизотермичность процесса [13].

Для определения сил сопротивления, вызванных явлениями вязкости при деформировании, использовалась зависимость

$$S_{ij}^{m} = 2\mu(T, \varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij}) \left( \dot{\varepsilon}_{ij} - \delta_{ij} \dot{\varepsilon}_{ii} / 3 \right), \tag{2}$$

где  $\mu(T, \varepsilon_{ij}, \dot{\varepsilon}_{ij})$  – коэффициент, учитывающий вязкость; T – температура;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

В соответствии с теорией неизотермического упругопластического течения [10] приращение полной деформации  $d\varepsilon_{ii}$  представляется в виде суммы:

$$d\varepsilon_{ii} = d\varepsilon_{ii}^e + d\varepsilon_{ii}^p + \delta_{ii}d\varepsilon^T, \qquad (3)$$

где  $\varepsilon^{e}$  – приращение упругой деформации;  $\varepsilon^{p}$  – приращение пластической деформации;  $\varepsilon^{T}$  – приращение температурной деформации.

В рассматриваемой задаче диапазоны перемещений точек оболочки находятся в таких пределах, когда ее форма значительно изменяется. Для таких конструкций решение усложняется требованием пересчета геометрии тела в процессе вычислений. В связи с этим при расчете рассматривается изменяющаяся геометрия тела, а деформации и перемещения в каждом актуальном состоянии связываются в области упругости соотношениями Коши.

Для численного решения уравнений упругопластического деформирования применялась итерационная процедура метода дополнительных деформаций.

В соответствии с методом конечных элементов [14] построена дискретная модель осесимметричного тела, состоящая из конечного числа связанных соответствующим образом в узловых точках конечных элементов. Глобальное разрешающее уравнение МКЭ имеет вид

$$[K]\{u\} = \{F\} - \{D\}^T \left\{\frac{\partial u}{\partial t}\right\} - \{M\}^T \left\{\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}\right\},\tag{4}$$

где [K], {F}, {D}<sup>T</sup>, {M}<sup>T</sup> – глобальные матрицы жесткости (функция температуры), узловых внешних сил, демпфирования и масс.

Дискретизация по времени при численном расчете динамического процесса деформирования осуществлена методом конечных разностей с применением неявной разностной схемы

$$\left([K] + \frac{1}{2\Delta t}[D] + \frac{1}{\Delta t^2}[M]\right) \left\{ u^{k+1} \right\} = \left\{ F^k \right\} + \frac{1}{2\Delta t} \left\{ D \right\}^T \left\{ u^{k-1} \right\} + \frac{1}{\Delta t^2} \left( \left\{ M \right\}^T \left( 2 \left\{ u^k \right\} - \left\{ u^{k-1} \right\} \right) \right).$$
(5)

Расчет процесса нестационарной теплопроводности также осуществляется методом конечных элементов на единой конечно-элементной сетке с задачей деформирования. Использована вариационная формулировка задачи теплопроводности в виде

$$\Phi[T(x, y, z)] = \iiint_{xyz} \left\{ \frac{1}{2} \left[ \lambda_x^* \left( \frac{\partial T}{\partial z} \right)^2 + \lambda_y^* \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)^2 \right] + q_C^* T \right\} r dr dz - \int_s \left[ q_{sg} T + \alpha \left( T_g - \frac{1}{2} T \right) T \right] dS,$$
(6)

где  $\alpha$  – коэффициент теплообмена между газом и поверхностью стенки оболочки;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности материала; с и  $\rho$  – удельная теплоемкость и плотность материала;  $q_C^* = c^* \rho^* \frac{\partial T^*}{\partial t}$  – удельное количество тепла, накапливаемое в материале для данного момента времени *t* вследствие теплоемкости, индекс «\*» соответствует фиксированному («замороженному») в данный момент распределению параметра в пространстве; *S* – поверхности теплообмена;  $q_{Sg}$  – поверхностные потоки тепла со стороны газового потока, включающие лучистый тепловой поток (индекс «*g*» относится к параметрам газа на стенке). Задача сводится к отысканию функции поля температур, удовлетворяющей стационарному значению функционала  $\Phi$ .

В основу математической модели газодинамических процессов положены уравнения движения турбулентного однокомпонентного газа [15]. В общем случае в систему уравнений движения входят следующие величины: проекции вектора скорости потока в данной точке U и V по осям z и r соответственно; местные термодинамическое давление и температура P и T; плотность среды  $\rho$ ; поток энергии, связанный с тепловым движением частиц, и некоторые другие величины, связанные с вышеперечисленными параметрами.

Система уравнений газодинамики в рассматриваемых объектах в осесимметричной постановке имеет следующий вид [16]:

- уравнение неразрывности

$$\frac{d\rho}{dt} + \rho \left(\frac{\partial U}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial r V}{\partial r}\right) = 0, \tag{7}$$

- уравнения импульса

$$\rho \frac{dU}{dt} = \rho F_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \left[ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tau_{rz}) \right], \tag{8}$$

$$\rho \frac{dV}{dt} = -\frac{\partial P}{\partial r} + \left[ \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \sigma_{rz}) - \frac{\sigma_{\varphi}}{r} \right];$$
(9)

- уравнение энергии

$$\rho \frac{dE}{dt} = -\left(\frac{\partial PU}{\partial z} + \frac{1}{r}\frac{\partial rPV}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\sigma_z U + \tau_{rz} V\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left[r\left(\tau_{rz} U + \sigma_r V\right)\right] - \frac{\sigma_{\varphi} V}{r} + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial T}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left(\lambda\frac{\partial T}{\partial z}\right), \quad \forall r, z \in S_{o}, \ t > 0;$$

$$(10)$$

- уравнение состояния

$$P = \rho RT, \tag{11}$$

где  $E = c_v T + (U^2 + V^2)/2$  – удельная полная энергия; R – газовая постоянная продуктов сгорания; формулы для напряжений вязкого трения имеют вид

$$\sigma_{z} = \frac{2}{3} \mu \left[ 2 \frac{\partial U}{\partial z} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rV) \right], \quad \sigma_{r} = \frac{2}{3} \mu \left( 2 \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{V}{r} - \frac{\partial U}{\partial z} \right),$$

$$\sigma_{\phi} = \frac{2}{3} \mu \left( 2 \frac{V}{r} - \frac{\partial V}{\partial r} - \frac{\partial U}{\partial z} \right), \quad \tau_{rz} = \mu \left( \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial V}{\partial z} \right). \quad (12)$$

В качестве модели турбулентности для построения математического описания турбулентного движения газа использована полуэмпирическая двухпараметрическая модель турбулентности с введением турбулентной вязкости [17]. Соотношения данной модели турбулентности имеют следующий вид:

-уравнение для кинетической энергии турбулентности е

$$\frac{\partial \rho e}{\partial t} + div \left(\rho e \vec{W}\right) = D_e + P_e - \Phi_e; \qquad (13)$$

- уравнение для скорости диссипации є

$$\frac{\partial \rho \varepsilon}{\partial t} + div \left(\rho \varepsilon \vec{W}\right) = D_{\varepsilon} + P_{\varepsilon} - \Phi_{\varepsilon}.$$
(14)

Коэффициенты переноса определяются выражениями:

$$\mu_T = c_{\mu} \frac{\rho e^2}{\varepsilon}, \ \lambda_T = \frac{c_p \mu_T}{P r_T}, \ D_T = \frac{\mu_T}{\rho S c_T},$$
$$\mu = \mu_{\rm M} + \mu_{\rm T}, \ \lambda = \lambda_{\rm M} + \lambda_{\rm T}, \ D = D_{\rm M} + D_{\rm T},$$

где  $\mu_{\rm M}$ ,  $\mu_{\rm T}$ ,  $\lambda_{\rm M}$ ,  $\lambda_{\rm T}$ ,  $D_{\rm M}$ ,  $D_{\rm T}$  – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости, теплопроводности и диффузии;  $\Pr_{\rm T}$ ,  $Sc_{\rm T}$  – турбулентные числа Прандтля и Шмидта, диффузионные составляющие  $D_e$  и  $D_{\varepsilon}$  имеют следующий вид:

$$D_e = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_e} + \mu \right) \frac{\partial e}{\partial x_i} \right]; \qquad D_\varepsilon = \frac{\partial}{\partial x_i} \left[ \left( \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} + \mu \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_i} \right];$$

генерация величин е и є определяется соотношениями

$$P_e = \mu_{\rm T} \left( \frac{\partial W_i}{\partial x_j} + \frac{\partial W_j}{\partial x_i} \right) \frac{\partial W_i}{\partial x_j}, \qquad P_{\varepsilon} = c_{1\varepsilon} \frac{\varepsilon}{e} P_e;$$

вязкая диссипация – формулами

$$\Phi_e = c_{1\varepsilon}\rho e, \quad \Phi_\varepsilon = c_{2\varepsilon}\rho \frac{\varepsilon^2}{e}$$

где  $c_{\mu}$ ,  $c_{1\epsilon}$ ,  $c_{2\epsilon}$ ,  $c_{3\epsilon}$ ,  $\sigma_e$ ,  $\sigma_\epsilon$  – эмпирические константы модели.

Значения эмпирических констант представлены в таблице. К данной системе задаются соответствующие начальные и граничные условия.

${\cal C}_{\mu}$	${\cal C}_{1\epsilon}$	$c_{2\epsilon}$	$c_{3\varepsilon}$	$\sigma_e$	$\sigma_{\epsilon}$
0,09	1,44	1,92	0,8	1,0	1,3

#### Эмпирические константы

Численное решение уравнений газодинамики осуществляется модифицированным методом крупных частиц на общей нерегулярной сетке дискретизации с задачами деформирования и нагрева. Взаимосвязь моделируемых процессов реализуется на границах контактирующих областей на каждом временном шаге.

В рассматриваемой задаче в области потока имеют место подвижные границы, обусловленные деформированием гофрированной оболочки под воздействием газовых потоков. Движение таких границ определяется процессом деформирования, а координаты ее положения в текущий момент времени определяются в процессе решения деформационной задачи и учитываются при расчете газодинамических процессов.

На основе рассмотренных моделей разработаны алгоритм и программа численного моделирования процесса формообразования. Для оценки справедливости предложенных соотношений и алгоритма вычислений (рис. 3) произведено решение ряда тестовых задач и доказана сходимость и устойчивость решений [18, 19].

# 3. Экспериментальное подтверждение адекватности разработанного инструментария

С учетом сложности процессов формообразования оболочки обтекателя проведены экспериментальные исследования рассматриваемых явлений, которые дали дополнительную возможность для оценки достоверности результатов численного эксперимента. Целью проведения лабораторного эксперимента явилось подтверждение адекватности математических моделей и созданного на их основе инструментария численного моделирования процесса неизотермического деформирования рассматриваемого типа оболочек под воздействием внутреннего давления, а следовательно, и справедливости теоретического обоснования работоспособности самой концепции трансформации кормового обтекателя ЛА в полете и устройств, ее реализующих.

Для данных экспериментальных исследований изготовлена упрощенная модель гофрированной оболочки (с меньшим числом гофр – рис. 4), которая подвергалась внутреннему силовому воздействию избыточным давлением жидкости, нагнетаемой в замкнутый объем с помощью гидравлического пресса МП-2500. Сравнение картин деформированных состояний упрощенной оболочки, полученных в эксперименте и численным моделированием деформирования такой же оболочки, проведенным с помощью рассмотренного инструментария, представлено на рис. 4.



Рис. 3. Общий алгоритм численного моделирования сопряженных процессов газодинамики и динамики неизотермического деформирования кормового обтекателя



Рис. 4. Гофрированная оболочка до (*a*) и после завершения (б) процесса формообразования: *l* – оболочка, полученная в результате проведения натурного эксперимента; *2* – контур оболочки, полученный по итогам численного моделирования

Представленные результаты позволяют утверждать, что разработанные математические модели процессов сложного упругопластического деформирования позволяют получать результаты, имеющие достаточную степень достоверности. Это, в свою очередь, подтверждает, что разработанный на базе математических моделей программный комплекс является надежным инструментом для проведения такого рода исследований.

### 4. Результаты численного эксперимента

С использованием разработанного инструментария проведены исследование процесса формообразования кормового обтекателя и анализ влияния различных конструктивных параметров, а также режимов нагружения на процесс деформирования и форму обтекателя в конечном состоянии. На основе многофакторного вычислительного эксперимента установлено влияние различных конструктивных и силовых факторов на процесс деформирования гофрированного оболочечного элемента.

К таким факторам прежде всего относятся: проектная длина образующей кормового обтекателя, предпочтительная форма исходной, деформируемой в полете оболочки и механические свойства ее материала. Кроме того, детально проанализированы исходные геометрические параметры деформируемого элемента (размеры гофров): их глубина, высота, радиус закругления, а также способ крепления мембраны и диаметр ее центральной, негофрированной части.

Начальной задачей исследований явилась необходимость выявить предпочтительную исходную форму гофрированной оболочки из двух ранее приведенных на рис. 1.

Задача решалась в осесимметричной постановке. Используемая математическая модель и программный комплекс позволяют рассчитывать деформирование оболочки с учетом ее обдува со скоростью ЛА, однако внешнее воздействие обтекающего потока на поверхность обтекателя при его деформировании мало по сравнению с внутренними силами. В связи с этим при расчетах на внешней поверхности использовались граничные условия в виде задания атмосферного давления.

При расчетах всех рассматриваемых процессов использовались гибридные конечные элементы в виде четырехугольника, составленного из четырех треугольников, получаемых альтернативными диагональными делениями гибридного элемента, что подробно изложено в работе [18]. Один из вариантов расчетной сетки приведен на рис. 5.



Рис. 5. Фрагменты исходных сеток для одного из вариантов исследуемой области

Гофрированная оболочка с радиально ориентированными гофрами, наполовину перекрывающими друг друга (см. рис. 1, *a*), первоначально исследовалась с гофрами одинаковой высоты. В результате моделирования процесса деформирования такой оболочки стало ясно, что величины относительной деформации гофров в центре и снаружи существенно отличаются друг от друга, поскольку гофры обладают одинаковой высотой, а их средний радиус (расстояние от центра гофра до оси симметрии) существенно изменяется. Очевидна необходимость введения переменной высоты гофров в зависимости от их среднего радиуса (см. рис. 1, *a*) по формуле [20]

$$\frac{l_i}{d_{icn}} = \frac{1 - K}{1 + 0,67K},\tag{15}$$

где *l<sub>i</sub>*, *d<sub>icp</sub>* – высота и средний диаметр *i*-го гофра; *K* – коэффициент, характеризующий допустимую пластическую деформацию материала оболочки; *i* – порядковый номер гофра, отсчитываемый от оси симметрии оболочки.

Это обеспечит равную величину деформации всем гофрам. Однако в связи с различной шириной колец гофров удельные усилия, возникающие на внешних гофрах и на гофрах вблизи центра мембраны при воздействии внутренним давлением, будут различаться пропорционально ширине колец, что приводит к неравномерности раскрытия мембраны, а в конечном счете к вогнутости ее образующей (рис. 6.) При этом малые радиусы закругления в местах сложения гофр в исходном состоянии не дают возможности получить достаточно гладкую внешнюю поверхность оболочки.

В данном случае для обеспечения равномерной деформации потребовалось бы изготавливать исходную оболочку с радиально сложенными горами из листа переменной толщины, что весьма сложно с технологической точки зрения. При этом гладкую внешнюю поверхность обтекателя получить, очевидно, все равно не удастся.

Аналогичным исследованиям подвергся вариант исполнения исходной оболочки с коаксиальной совокупностью зигзагообразных гофр с закругленными по радиусу торцами, между которыми имеются цилиндрические участки заданной глубины (рис. 1, *б*), рассчитываемой по формуле:

$$h = \left(\frac{2}{\left(1+K\right)\sin\alpha} - \pi\right)r,\tag{16}$$

где *h* – глубина цилиндрической части гофра; *r* – средний по толщине радиус закругления гофр; α – проектный угол конусности кормового обтекателя снаряда.

Начальным этапом этих исследований стало определение предпочтительной схемы крепления исходной оболочки на корпусе кормовой части, так как было высказано предположение о ее существенном влиянии на процесс деформирования в прилегающей области. Моделирование варианта крепления оболочки с прижимом по внешней поверхности (рис. 7) при нагружении внутренним давлением показал, что такое крепление (заделка) оболочки негативно влияет на ее раскрытие: зажатому гофру трудно выходить из соответствующего углубления опорного рифленого диска. В результате получается совсем неприемлемая форма оболочки (см. рис. 7).



Рис. 6. Форма обтекателя, полученного при деформировании оболочки с радиальными гофрами переменной высоты



Рис. 7. Вариант крепления оболочки с прижимом по внешней поверхности и соответствующий ему профиль раскрытия оболочки

Наиболее удачным вариантом следует признать крепление, при котором хвостовик оболочки посажен на внешнюю цилиндрическую поверхность, развальцован и прижат по задней конической поверхности (рис. 8). В данном случае по результатам моделирования очевидно нормальное раскрытие внешнего гофра, однако общий результат моделирования нельзя считать полностью положительным, так как центральные гофры оболочки раскрываются далеко не полностью, но это не связано с типом крепления оболочки.



Рис. 8. Вариант крепления оболочки с развальцовкой по внешнему диаметру и результат ее деформирования при воздействии внутренним давлением, представленный в виде серии промежуточных состояний

Результаты численного моделирования процесса деформирования рассматриваемого типа оболочки с осевыми гофрами показывают, что абсолютно для всех исследуемых толщин (0,5...1,0 мм) и материалов (сталь 08 КП, латунь, алюминиевый сплав) оболочек ближние к продольной оси гофры полностью не раскрываются при воздействии на оболочку только внутренним давлением. Это объясняется тем, что на конечной стадии деформирования такое силовое воздействие приводит к неравномерным напряжениям в гофрированной оболочке постоянной толщины при ее трансформации в коническую оболочку. В данном случае как меридиональные  $\sigma_m$ , так и окружные  $\sigma_r$  напряжения в каждом сечении оболочки обтекателя, формируемые под действием внутреннего давления, про-

порциональны  $\frac{pr_x}{\delta_x}$  (здесь *p* – внутреннее давление;  $r_x$  – осевой радиус оболочки на рас-

стоянии *x* от ее основания;  $\delta_x$  – толщина оболочки в данном сечении). Следовательно, напряжения увеличиваются к основанию конической оболочки и уменьшаются к ее вершине при одинаковой толщине материала оболочки. Это приводит к тому, что гофры наименьшего диаметра не могут раскрыться полностью, так как им не хватает усилия деформирования при предельно-допустимых напряжениях в оболочке на максимальных диаметрах. Следовательно, форма трансформируемого кормового обтекателя не будет в полной мере соответствовать заданной, т.е. плавно обтекаемой и полностью раскрытой.

Для решения данной проблемы можно предложить несколько подходов: уменьшение глубины центральных гофр, изготовление исходной оболочки переменной толщины с уменьшением ее от периферии к центру, первоначальное приложение к центральной части оболочки осевого усилия с последующим нагружением всей оболочки внутренним давлением [5].

Моделирование формообразования кормового обтекателя из оболочки с гофрами переменной глубины показало возможность добиться полного раскрытия всех гофр (рис. 9). Однако в этом случае существенно уменьшается относительная длина обтекателя, что снижает эффективность его основного функционального предназначения – уменьшения аэродинамического сопротивления.



Рис. 9. Гофрированная оболочка с переменной глубиной гофров и результат моделирования ее деформирования

Моделирование формообразования кормового обтекателя из оболочки с гофрами одинаковой глубины, но с уменьшающейся от периферии к центру толщиной материала пропорционально ее осевым радиусам в развернутом состоянии, также показало возможность добиться полного раскрытия всех гофр. Такая оболочка обеспечивает равномерное деформирование всех гофров. Однако этот вариант из-за относительной сложности технологии изготовления далее не рассматривался.

Совершенствовать форму обтекателя можно не только путем изменения исходных геометрических параметров гофрированной оболочки, но и варьированием метода формирования деформационного воздействия. Рассмотрены три вида нагружения оболочки: внутренним давлением – равномерное приложение усилия ко всей внутренней поверхности оболочки; приложение сосредоточенного осевого усилия к центральной части оболочки; комбинированное воздействие, последовательно сочетающее осевое воздействие на центральную часть и после ее деформирования воздействие внутреннего давления на всю, постепенно раскрывающуюся, оболочку. Приложение комбинированного усилия дало существенно лучший результат формообразования (рис. 10), чем любой из двух других.



Рис. 10. Исходное состояние и стадии деформирования оболочки толщиной 0,5 мм с уменьшенной глубиной центрального гофра при ее начальном осевом нагружении и последующем нагружении внутренним давлением

Специально проведенные исследования показали, что осевое усилие, воздействующее на центральную часть оболочки в начальной стадии ее деформирования, возможно формировать не только телескопическим толкателем (см. рис. 2), но и специально сформированной газовой струей (рис. 11).



Рис. 11. Результаты моделирования начальной стадии формообразования обтекателя (*t* = 1,58 мс): *a* – поле давления в теневом представлении; *б* – исходное состояние с наложенным деформированным контуром

Кроме этого, следует отметить, что варьирование инертной массой центральной части исходной оболочки [21] может сказаться на процессе динамического деформирования и в конечном счете на качестве получаемого обтекателя. Однако эти две указанные возможности требуют проведения дополнительных исследований с целью определения наиболее рациональных проектных параметров устройств, их реализующих.

### Выводы

В ходе представленных исследований рассмотрена многовариантная реализация инновационной технической идеи полетной трансформации тонкостенной гофрированной оболочки в кормовой обтекатель заданной геометрии, проблемно ориентированной на снижение донного аэродинамического сопротивления ЛА активного старта типа управляемых артиллерийских снарядов.

Разработана физическая модель функционирования кормового обтекателя с деформируемым элементом, учитывающая силовое взаимодействие газовой среды, истекающей из накопительного объема, с внутренней поверхностью оболочки при ее упругопластическом деформировании и осевое воздействие на центральную часть исходной оболочки телескопического толкателя. Дано математическое описание сопряженных газодинамического и деформационного процессов, составляющих физическую суть формообразования кормового обтекателя в полете. Сформулирована комплексная математическая модель указанных процессов и алгоритм ее численной реализации. В итоге создан программный комплекс, ориентированный на проведение вычислительных экспериментов при проектировании донного обтекателя, который и является инструментарием теоретического обоснования работоспособности предложенных вариантов инновационного устройства.

На основе многофакторного вычислительного эксперимента установлено влияние различных конструктивных и силовых факторов на процесс деформирования гофрированного оболочечного элемента и сформирована их предпочтительная совокупность. В итоге доказана принципиальная возможность получения в процессе импульсного деформирования на борту ЛА гофрированной оболочки кормового обтекателя заданной геометрической формы, оптимальной с точки зрения уменьшения аэродинамического сопротивления.

Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки (соглашение 14.577.21.0084).

# Библиографический список

1. Реализация концепции повышения баллистической эффективности летательных аппаратов ближней зоны / В.В. Ветров, В.А. Дунаев, Е.М. Костяной, В.В. Морозов // Фундаментальные исследования. – 2012. – № 11 (Ч. 2). – С. 377–382.

2. Пат. GB 2394029 A Великобритания. Drag reduction devices for projectiles and the like / опубл. 14.04.2004.

3. Пат. WO 01/35046 A1. Method and design for increasing the firing range of artillery shells / опубл. 17.05.2001.

4. Ветров В.В., Дунаева В.А., Панферов П.В. Использование деформируемых кормовых частей в рамках концепции повышения баллистической эффективности снарядов // Известия ТулГУ. Технические науки. – 2011. – Вып. 2. – С. 212–216.

5. Пат. 2478183 Российская Федерация. Способ трансформации в полете кормового отсека артиллерийского снаряда и устройство для его реализации / Ветров В.В., Панферов П.В., Михеев К.Н.; заявл. 14.09.2011; опубл. 27.03.2013, Бюл. № 9.

6. Способы повышения баллистической эффективности артиллерийских управляемых снарядов / В.И. Бабичев, В.В. Ветров, В.П. Елесин, А.А. Коликов, Е.М. Костяной // Известия Российской академии ракетных и артиллерийских наук. – 2010. – Вып. 3(65). – С. 3–9.

7. Зубчанинов В.Г. Механика процессов пластических сред. – М.: Физматлит, 2010. – 352 с.

8. Бондарь В.С., Даншин В.В., Семенов П.В. Вариант теории упругопластических процессов и аппроксимации функционалов пластичности // Проблемы прочности и пластичности. – 2011. – Вып. 73. – С. 5–12

9. Зубчанинов В.Г. Устойчивость и пластичность. Т. 2. Пластичность. – М.: Физматлит, 2008. – 336 с.

10. Теория пластических деформаций металлов / Унксов Е.П., Джонсон У., Колмогоров В.Л. [и др.]; под ред. Е.П. Унксова, А.Г. Овчинникова. – М.: Машиностроение, 1983. – 598 с.

11. Выпучивание упругопластических цилиндрических и конических оболочек при осевом ударном нагружении / В.Г. Баженов, М.С. Баранова, А.И. Кибец, В.К. Ломунов, Е.В. Павленкова // Учен. зап. Казан. гос. ун-та. Физико-математические науки. – 2010. – № 4. – С. 86–105.

12. Кривошеина М.Н. Упругопластическое деформирование анизотропных материалов при динамических нагрузках // Физическая мезомеханика. – 2006. – Т. 9, № 2. – С. 37–42.

13. Биргер И.А. Теории пластичности при неизотермическом нагружении // Известия АН СССР. Механика и машиностроение. – 1964. – № 1. – С. 193–196.

14. Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

15. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. – М.: Дрофа, 2003. – 840 с.

16. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. – М.: Наука, 1982. – 392 с.

17. Chen Q. Comparison of different k-ε models for indoor air flow computations // Numerical Heat Transfer. – 1995. – Part B. – Vol. 28. – P. 353–369.

18. Дунаев В.А., Бригадиров М.Г. Вычислительный эксперимент в тепломеханике реактивных снарядов: моногр. – Тула: Изд-во Тул. гос. ун-та, 2002. – 144 с.

19. Разработка реактивных снарядов РСЗО на базе компьютерных технологий: моногр. / Н.А. Макаровец, В.А. Дунаев, А.А. Каширкин, М.Ю. Панасюк, Е.П. Поляков, Л.А. Устинов. – Тула: Изд-во Тул. гос. ун-та, 2010. – 210 с.

20. Пат. 2358228 Российская Федерация. Артиллерийский снаряд / Ветров В.В., Дунаев В.А., Панферов П.В.; заявл. 13.08.2007; опубл. 10.06.2009, Бюл. № 16.

21. Численный анализ осесимметричного упругопластического выпучивания оболочек вращения с присоединенными жесткими и деформируемыми массами при ударе о преграду / В.Г. Баженов, Г.В. Бригадиров, С.В. Зефиров, В.К. Ломунов, М.Б. Прокопенко // Прикл. пробл. прочности и пластичности: всесоюз. межвуз. сб. – Горький: Изд-во Горьк. ун-та, 1990. – С. 41–47.

# References

1. Vetrov V.V., Dunaev V.A., Kostianoi E.M., Morozov V.V. Realizatsiia kontseptsii povysheniia ballisticheskoi effektivnosti letatel'nykh apparatov blizhnei zony [The implementation of the concept of increasing the ballistic efficiency of aircraft near zone]. *Fundamental'nye issledovaniia*, 2012, no. 11, part 2, pp. 377-382.

2. Patent GB 2394029 A Velikobritaniia. Drag reduction devices for projectiles and the like / opubl. 14.04.2004.

3. Patent WO 01/35046 A1. Method and design for increasing the firing range of artillery shells / opubl. 17.05.2001.

4. Vetrov V.V., Dunaeva V.A., Panferov P.V. Ispol'zovanie deformiruemykh kormovykh chastei v ramkakh kontseptsii povysheniia ballisticheskoi effektivnosti snariadov [Using deformable AFT within the concept of improving the effectiveness of ballistic missiles]. *Izvestiia Tulskogo gosudarstvennogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2011, iss. 2, pp. 212-216.

5. Vetrov V.V., Panferov P.V., Mikheev K.N. Sposob transformatsii v polete kormovogo otseka artilleriiskogo snariada i ustroistvo dlia ego realizatsii [Transformation method in flight aft compartment of an artillery shell and device for its realization]. Patent RF No. 2478183; zaiavl. 14.09.2011; opubl. 27.03.2013, Biul. № 9.

6. Babichev V.I., Vetrov V.V., Elesin V.P., Kolikov A.A., Kostianoi E.M. Sposoby povysheniia ballisticheskoi effektivnosti artilleriiskikh upravliaemykh snariadov [Ways to enhance the effectiveness of artillery ballistic guided missiles]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii raketnykh i artilleriiskikh nauk*, 2010, iss. 3(65), pp. 3-9.

7. Zubchaninov V.G. Mekhanika protsessov plasticheskikh sred [Mechanics processes plastic media]. Moscow: Fizmatlit, 2010. 352 p.

8. Bondar' V.S., Danshin V.V., Semenov P.V. Variant teorii uprugoplasticheskikh protsessov i approksimatsii funktsionalov plastichnosti [Version of the theory of elastic-plastic processes and functional plasticity of approximation]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2011, iss. 73, pp. 5-12

9. Zubchaninov V.G. Ustoichivost' i plastichnost'. T. 2. Plastichnost' [Stability and plasticity. Vol. 2. Plasticity]. Moscow: Fizmatlit, 2008. 336 p.

10. Unksov E.P., Dzhonson U., Kolmogorov V.L. [et al.]. Teoriia plasticheskikh deformatsii metallov [The theory of plastic deformation of metals]. Moscow: Mashinostroenie, 1983. 598 p.

11. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Kibets A.I., Lomunov V.K., Pavlenkova E.V. Vypuchivanie uprugoplasticheskikh tsilindricheskikh i konicheskikh obolochek pri osevom udarnom nagruzhenii [Buckling of elastic-plastic cylindrical and conical shells under axial impact loading]. *Uchenye zapiski Kazanskogo gosudarstvennogo universiteta. Fiziko-matematicheskie nauki*, 2010, no. 4, pp. 86-105.

12. Krivosheina M.N. Uprugoplasticheskoe deformirovanie anizotropnykh materialov pri dinamicheskikh nagruzkakh [Elastoplastic deformation of anisotropic materials under dynamic loads]. *Fizicheskaia mezomekhanika*, 2006, vol. 9, no. 2, pp. 37-42.

13. Birger I.A. Teorii plastichnosti pri neizotermicheskomnagruzhenii [Theory of plasticity at nonisothermal loading]. *Izvestiia AN SSSR. Mekhanika i mashinostroenie*, 1964, no. 1, pp. 193-196.

14. Zenkevich O. Metod konechnykh elementov v tekhnike [A finite element method in the art]. Moscow: Mir, 1975. 541 p.

15. Loitsianskii L.G. Mekhanika zhidkosti i gaza [Fluid Mechanics]. Moscow: Drofa, 2003. 840 p.

16. Belotserkovskii O.M., Davydov Iu.M. Metod krupnykh chastits v gazovoi dinamike [Method of large particles in gas dynamics]. Moscow: Nauka, 1982. 392 p.

17. Chen Q. Comparison of different k-ε models for indoor air flow computations. *Numerical Heat Transfer*, 1995. Part B, vol. 28, pp. 353-369.

18. Dunaev V.A., Brigadirov M.G. Vychislitel'nyi eksperiment v teplomekhanike reaktivnykh snariadov [Computer experiment in heat mechanic rockets]. Tulskii gosudarstvennui universitet, 2002. 144 p.

19. Makarovets N.A., Dunaev V.A., Kashirkin A.A., Panasiuk M.Iu., Poliakov E.P., Ustinov L.A. Razrabotka reaktivnykh snariadov RSZO na baze komp'iuternykh tekhnologii [Ustinov LA Development of MLRS rockets on the basis of computer technology]. Tulskii gosudarstvennui universitet, 2010. 210 p.

20. Vetrov V.V., Dunaev V.A., Panferov P.V. Artilleriiskii snariad [Artillery shell]. Patent RF No. 2358228; zaiavl. 13.08.2007; opubl. 10.06.2009, Biul. № 16.

21. Bazhenov V.G., Brigadirov G.V., Zefirov S.V., Lomunov V.K., Prokopenko M.B. Chislennyi analiz osesimmetrichnogo uprugoplasticheskogo vypuchivaniia obolochek vrashcheniia s prisoedinennymi zhestkimi i deformiruemymi massami pri udare o pregradu [Numerical analysis of axisymmetric elastic-plastic buckling of shells of revolution with attached rigid and deformable masses when hitting the barrier]. *Prikladnye problemy prochnosti i plastichnosti*. Gor'kovskii universitet, 1990, pp. 41-47.