

DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.11

УДК 620.17

**А.С. Янкин, Р.В. Бульбович,  
С.В. Словиков, В.Э. Вильдеман**

Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

## **ОСОБЕННОСТИ ПОВЕДЕНИЯ НИЗКОМОДУЛЬНЫХ ВЯЗКОУПРУГИХ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ ПРИ ВАРЬИРОВАНИИ АМПЛИТУДЫ ДЕФОРМАЦИИ НИЗКОЧАСТОТНОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ БИГАРМОНИЧЕСКОЙ НАГРУЗКИ**

На образцах из вязкоупругого низко модульного композита на полимерной основе проведены одноосные моногармонические (одночастотные) испытания при различных значениях предварительной статической деформации, амплитуды деформации и одноосные бигармонические (двухчастотные) испытания при различных значениях амплитуд деформаций первой (низкочастотной) и второй (высокочастотной) гармоник. Для описания поведения вязкоупругого материала при гармонических нагружениях применялся метод комплексных операторов. С помощью специальной методики определены динамические деформационные свойства композитного материала: угол потерь и динамический модуль – при моногармонических испытаниях; угол потерь и динамический модуль первой и второй гармоник – при бигармонических испытаниях. Построены зависимости динамического модуля от предварительной статической деформации при различных значениях амплитуды деформации моногармонического нагружения, а также зависимости динамических модулей и углов потерь низкочастотной и высокочастотной составляющих (гармоник) бигармонического нагружения от амплитуды деформации низкочастотной гармоники при различных значениях амплитуды деформации высокочастотной гармоники. Показано, что предварительная статическая деформация при моногармонических испытаниях играет роль низкочастотной гармоники при бигармонических испытаниях (зависимость динамического модуля от предварительной статической деформации при одночастотных испытаниях подобна зависимости динамического модуля второй гармоники от амплитуды деформации первой гармоники при бигармонических испытаниях). Проведено сопоставление динамических модулей и углов потерь исследуемого материала, определенных при двухчастотных (бигармонических) и соответствующих одночастотных (моногармонических) нагружениях. Определено отношение амплитуд деформаций низкочастотной и высокочастотной составляющих, при котором значение динамического модуля низкочастотной составляющей бигармонического нагружения практически не отличается от значения динамического модуля, определенного при моногармоническом нагружении.

**Ключевые слова:** динамический (комплексный) модуль, угол сдвига фазы между напряжением и деформацией, угол потерь, динамический механический анализ (свойства), низко модульные вязкоупругие полимерные композиты, бигармоническое (двухчастотное) нагружение, моногармоническое (одночастотное) нагружение, амплитуда деформации, предварительная статическая деформация.

**A.S. Yankin, R.V. Bulbovich,  
S.V. Slovikov, V.E. Wildemann**

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

## **FEATURES OF BEHAVIOR OF LOW-MODULUS VISCOELASTIC POLYMER COMPOSITES UNDER CHANGING STRAIN AMPLITUDE OF LOW-FREQUENCY COMPONENT OF BIHARMONIC LOAD**

Uniaxial monoharmonic (one-frequency) tests under different values of pre-static strain, strain amplitude and uniaxial biharmonic (two-frequency) tests under different values of strain amplitudes of first (low-frequency) and second (high-frequency) harmonics were conducted on samples of low-modulus viscoelastic polymer composite. Complex operators method was used to describe behavior of a viscoelastic material under harmonic loads. Dynamic deformation properties of the composite material (loss angle, dynamic modulus under monoharmonic tests; loss angle, dynamic modulus first and second harmonics under biharmonic tests) were determined using special methods. Dependencies of dynamic modulus on pre-static strain under different values of strain amplitude of monoharmonic load were constructed. And also dependencies of dynamic modules and loss angles low- and high-frequency components (harmonics) of biharmonic load on strain amplitude low-frequency harmonic under different values of strain amplitude high-frequency harmonic were constructed. It was shown that pre-static strain under monoharmonic tests corresponds to low-frequency harmonic under biharmonic tests (dependence of dynamic modulus on pre-static strain under one-frequency tests similar to dependence of dynamic modulus of second harmonic on strain amplitude of first harmonic under two-frequency tests). Comparison of dynamic modules and loss angles of tested material under two-frequency (biharmonic) and related one-frequency (monoharmonic) loads was conducted. We determined strain amplitude ratio of low- and high-frequency components in which the value of dynamic modulus of low-frequency component of biharmonic load does not differ from the value of dynamic modulus under monoharmonic load.

**Keywords:** complex modulus, dynamic modulus, loss angle, phase angle, lag angle between stress and strain, dynamic mechanical properties (analysis), dynamic uniaxial cyclic load, low-modulus viscoelastic polymeric composites, monoharmonic (one-frequency) loading, biharmonic (two-frequency) loading, strain, stress, frequency, amplitude, tension, compression, pre-static strain.

### **Введение**

На конструкции из вязкоупругих наполненных полимерных композитов чаще всего действуют сложные нестационарные статические и динамические (гармонические) нагрузки [1]. В данной работе речь пойдет об изучении влияния бигармонических (двухчастотных) нагрузок на поведение вязкоупругого материала на примере высоконаполненного полимерного композита. Данный материал обладает ярко выраженными вязкоупругими свойствами. Изучаемые закономерности свойственны и другим вязкоупругим материалам.

Для описания вязкоупругих свойств материалов авторы [1–11] выделяют интегральные, дифференциальные и комплексные операторы

ры. В работах [3, 12] при описании поведения материала в условиях действия гармонических нагрузок отдается предпочтение комплексным операторам. Деформационные свойства материала в таком случае описываются двумя независимыми составляющими: динамическим модулем  $E^*$  и углом сдвига фаз между напряжением и деформацией (углом потерь)  $\varphi_E$ . Нужно отметить, что такой подход справедлив только при моногармонических (одночастотных) воздействиях. При более сложных законах нагружения количество составляющих, описывающих поведение вязкоупругих материалов, увеличивается. Например, динамические деформационные свойства материала при бигармонических (двухчастотных) нагружениях описываются четырьмя составляющими: динамическими модулями  $E_1^*$ ,  $E_2^*$  и углами потерь  $\varphi_{E1}$ ,  $\varphi_{E2}$  1-й и 2-й гармоник соответственно.

В работах [11–17] было установлено влияние различных параметров нагружения на динамический модуль и угол потерь при моногармонических (одночастотных) нагружениях. Также было установлено влияние некоторых параметров нагружения на динамические модули и углы потерь первой и второй гармоник при бигармонических (двухчастотных) нагружениях [18, 19]. Не изученным остается влияние амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$  на  $E_2^*$  и  $\varphi_{E2}$ .

### 1. Модель описания поведения вязкоупругого материала при бигармонических нагрузках

Как уже говорилось, для описания поведения вязкоупругих материалов при динамических гармонических воздействиях применяется метод комплексных операторов

$$\sigma(t) = \tilde{E} \cdot \varepsilon_a \sin 2\pi vt,$$

$$\tilde{E} = E' + iE''; \quad E' = E^* \cos \varphi_E; \quad E'' = E^* \sin \varphi_E, \quad (1)$$

$$E^* = \sqrt{E'^2 + E''^2}; \quad \tan \varphi_E = \frac{E''}{E'},$$

где  $\tilde{E}$  – комплексный модуль;  $E'$  – действительная часть комплексного модуля;  $E''$  – мнимая часть комплексного модуля;  $\varepsilon_a$  – амплитуда деформации;  $\sigma$  – напряжение;  $t$  – время;  $v$  – частота. Соотношение (1) можно записать также в виде

$$\sigma(t) = E^* \varepsilon_a \sin(2\pi\nu t + \varphi_E), \quad (2)$$

где  $\sigma_a$  – амплитуда напряжения.

При действии полигармонической (многочастотной) нагрузки на вязкоупругий материал уравнение (1) записывается в следующем виде:

$$\sigma(t) = \sum_{n=1}^m \tilde{E}_n \cdot \varepsilon_{an} \sin(2\pi\nu_n t + \varphi_{gn}),$$

где  $m$  – количество гармоник полигармонической нагрузки;  $\varphi_g$  – угол сдвига начальных фаз. При бигармоническом нагружении  $m = 2$ , соответственно, уравнение (2) преобразуется в уравнение вида

$$\sigma(t) = E_1^* \varepsilon_{a1} \sin(2\pi\nu_1 t + \varphi_{E1}) + E_2^* \varepsilon_{a2} \sin(2\pi\nu_2 t + \varphi_{g2} + \varphi_{E2}),$$

где индекс 1 соответствует первой (низкочастотной) гармонике; индекс 2 – второй (высокочастотной) гармонике.

В работах [11–17] представлены экспериментальные исследования динамических деформационных свойств вязкоупругих материалов при различных параметрах и условиях моногармонического (одночастотного) нагружения. Из названных работ следует, что амплитуда деформации, температура и частота нагружения существенно влияют на динамический модуль и угол потерь, предварительная статическая деформация  $\varepsilon_{st}$  оказывает влияние на динамический модуль, но не влияет на угол потерь,

$$E^* = f(\nu, \varepsilon_a, T, \varepsilon_{st}); \quad \varphi_E = f(\nu, \varepsilon_a, T).$$

Таким образом, можно предположить, что и при бигармонических нагружениях частоты, амплитуды деформирования и температура также будут влиять на динамические модули и углы потерь первой и второй гармоник нагружения, и записать следующие функциональные зависимости:

$$E_1^* = f(\nu_1, \nu_2, \varepsilon_{a1}, \varepsilon_{a2}, T); \quad \varphi_{E1} = f(\nu_1, \nu_2, \varepsilon_{a1}, \varepsilon_{a2}, T),$$

$$E_2^* = f(\nu_1, \nu_2, \varepsilon_{a1}, \varepsilon_{a2}, T); \quad \varphi_{E2} = f(\nu_1, \nu_2, \varepsilon_{a1}, \varepsilon_{a2}, T).$$

Данные зависимости для каждого материала необходимо устанавливать экспериментальным путем.

## 2. Экспериментальные исследования

Испытания проводились на электродинамической испытательной системе Instron ElectroPuls E10000 в Центре экспериментальной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета [20]. Для определения динамических деформационных свойств использовался низко модульный вязкоупругий материал марки «ПДИ», из которого были изготовлены образцы круглого сечения  $\varnothing=36,5^{\pm 0,1}$  мм и высотой  $39,5^{\pm 1,5}$  мм (рис. 1). Образцы выдерживались при постоянной температуре  $30\text{ }^{\circ}\text{C}$  в температурной камере Instron 3119 (см. рис. 1) в течение 3 часов с целью установления равномерной температуры по всему объему образца.

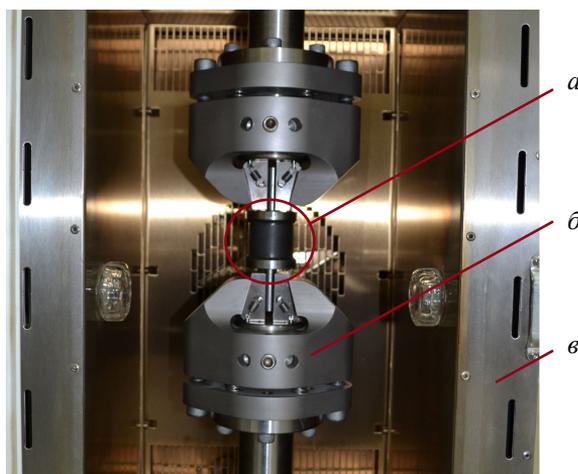


Рис. 1. Испытательная система Instron ElectroPuls E10000: *a* – образец для динамических испытаний; *б* – захваты испытательной системы; *в* – температурная камера

На изготовленных образцах проводились одноосные динамические испытания по закону деформирования вида

$$\varepsilon(t) = \varepsilon_{st} + \varepsilon_a \sin 2\pi\nu t$$

с параметрами нагружения, приведенными в табл. 1.

Для определения деформационных свойств материала используется программное обеспечение Instron WaveMatrix, которое позволяет определить динамический модуль и угол потерь. В результате проведенных испытаний с параметрами нагружения из табл. 1 установлено, что предварительная статическая деформация практически не оказыва-

ет влияния на угол потерь, но существенно влияет на динамический модуль (рис. 2, табл. 1).

Таблица 1

Параметры нагружения образцов и значения динамических деформационных свойств материала.

Номер режима нагружения	Частота гармоники, Гц	Амплитуда гармоники, %	Предварительная статическая деформация, %	Динамический модуль, МПа	Угол потерь, град.
	$\nu_1$	$\varepsilon_a$	$\varepsilon_{st}$	$E^*$	$\varphi_E$
1	1	0,3	-6	23,1	18,2
2	1	0,3	-3	18,0	18,1
3	1	0,3	0	15,4	17,8
4	1	0,3	3	15,8	17,9
5	1	0,8	-6	21,0	18,1
6	1	0,8	-3	16,7	18,0
7	1	0,8	0	14,6	17,9
8	1	0,8	3	14,7	17,9
9	1	1,3	-6	19,1	18,0
10	1	1,3	-3	15,8	18,0
11	1	1,3	0	14,0	17,8
12	1	1,3	3	13,9	17,8

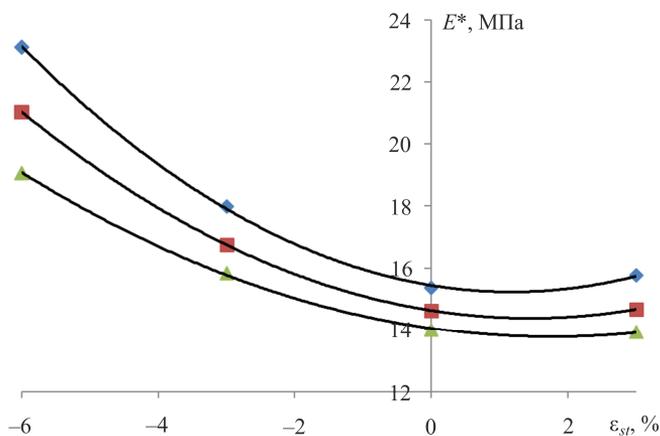


Рис. 2. Зависимость динамического модуля  $E^*$  от предварительной статической деформации  $\varepsilon_{st}$  при различных значениях амплитуды деформации  $\varepsilon_a$  (0,3; 0,8; 1,3 % сверху вниз)

Из графика видно, что жесткость материала при сжимающих деформациях больше, чем при растягивающих деформациях ( $E^*$  при  $-3\%$  больше, чем  $E^*$  при  $3\%$ ). Зависимость динамического модуля  $E^*$  (МПа)

от статической деформации  $\epsilon_{st}$  можно описать полиномом второго порядка:

$$E^*(\epsilon_{st}) = 0,15\epsilon_{st}^2 - 0,36\epsilon_{st} + 15,43 \text{ при } \epsilon_a = 0,3 \%,$$

$$E^*(\epsilon_{st}) = 0,12\epsilon_{st}^2 - 0,35\epsilon_{st} + 14,62 \text{ при } \epsilon_a = 0,8 \%,$$

$$E^*(\epsilon_{st}) = 0,09\epsilon_{st}^2 - 0,32\epsilon_{st} + 14,04 \text{ при } \epsilon_a = 1,3 \%.$$

Такое поведение характерно для данного типа материала [1, 18, 19]. Амплитуда деформации  $\epsilon_a$  существенно влияет на динамический модуль  $E^*$  (чем меньше  $\epsilon_a$ , тем больше значения  $E^*$ ). При уменьшении  $\epsilon_a$  ветви параболы становятся круче, вершина параболы относительно оси  $0E^*$  смещается незначительно, а относительно  $0\epsilon_{st}$  – существенно (чем меньше  $\epsilon_a$ , тем выше вершина параболы). Изменениями угла потерь  $\phi_E$  в зависимости от предварительной статической деформации  $\epsilon_{st}$  и амплитуды деформации  $\epsilon_a$  можно пренебречь.

В данных экспериментах (см. табл. 1) статическая деформация  $\epsilon_{st}$  при моногармонических испытаниях играет роль низкочастотной гармоники при бигармонических испытаниях. Разумно предположить, что при бигармонических испытаниях значение  $E_2^*$  в зависимости от деформации  $\epsilon_1$  будет изменяться подобным образом, как на рис. 2. Это подтверждается работами [18, 19]. Из рис. 2 видно, что чем меньше диапазон изменения статической деформации  $\epsilon_{st}$ , тем менее существенно изменяется динамический модуль  $E^*$  в этом диапазоне (например, в диапазоне  $\epsilon_{st} = (-1...1) \%$   $E^* = (15,1...15,8)$  МПа, в диапазоне  $\epsilon_{st} = (-2...2) \%$   $E^* = (15,0...16,6)$  МПа, в диапазоне  $\epsilon_{st} = (-3...3) \%$   $E^* = (15,0...18,0)$  МПа). Проводя аналогию с бигармоническими испытаниями, можно предположить, что чем меньше  $\epsilon_{a1}$ , тем меньше диапазон изменения  $E_2^*$ . Для проверки данного предположения были проведены бигармонические испытания материала по закону деформирования вида

$$\epsilon(t) = \epsilon_{a1} \sin 2\pi\nu_1 t + \epsilon_{a2} \sin 2\pi\nu_2 t$$

при варьировании значения  $\epsilon_{a1}$  (табл. 2).

Для определения динамических деформационных свойств вязкоупругого материала при бигармонических нагружениях разработана и апробирована специальная методика [18]. Поведение материала при таких нагрузках можно описать параметрами  $E_1^*$ ,  $\phi_{E1}$ ,  $E_2^*$ ,  $\phi_{E2}$ .

Таблица 2

Параметры нагружения образцов

Номер режима нагружения	Частота гармоник, Гц		Амплитуда деформации гармоник, %	
	$\nu_1$	$\nu_2$	$\varepsilon_{a1}$	$\varepsilon_{a2}$
13	1/11	1	0,2	0,3
14	1/11	1	0,4	0,3
15	1/11	1	0,6	0,3
16	1/11	1	1,0	0,3
17	1/11	1	1,5	0,3
18	1/11	1	2,0	0,3
19	1/11	1	2,5	0,3
20	1/11	1	3,2	0,3
21	1/11	1	3,8	0,3

$$\varphi_{E1} = \text{const} ; \varphi_{E2} = \text{const},$$

$$E_1^*(t) = \frac{E_{1p}^* + E_{1сж}^*}{2} + \frac{E_{1p}^* - E_{1сж}^*}{2} \sin(2\pi\nu_1 t + \varphi_{E1}),$$

$$E_2^*(t) = E_{2,0}^* + E_{2,1}^* \sin 2\pi\nu_1 t + E_{2,2}^* \sin(2\pi\nu_2 t + \varphi_{E2,2}) + E_{2,3}^* \sin(2\pi\nu_1 t - 0,5\pi). \tag{3}$$

Слагаемое  $\frac{E_{1p}^* + E_{1сж}^*}{2}$  возникает вследствие разной сопротивляемости материала при растяжении и сжатии ( $E^*$  при  $-3\%$  больше, чем  $E^*$  при  $3\%$ ). Явление различной сопротивляемости материала растяжению и сжатию, как правило, характерно для высоконаполненных полимеров [1]. При отсутствии данного эффекта  $E_p^* = E_{сж}^*$ .

Значением  $E_{2,2}^*$  для упрощения можно пренебречь вследствие его малости. Значения деформационных свойств материала при бигармонических нагружениях представлены в табл. 3 (рис. 3, 4). Номера режимов нагружения из табл. 2 соответствуют номерам режимов нагружения из табл. 3.

Таблица 3

Значения динамических деформационных свойств материала

Номер режима нагружения	$E_{1p}^*$ , МПа	$E_{1сж}^*$ , МПа	$\Phi_{E1}$ , град.	$E_{2,0}^*$ , МПа	$E_{2,1}^*$ , МПа	$E_{2,3}^*$ , МПа	$\Phi_{E2}$ , град.
13	8,1	9,7	18,2	14,3	-0,3	0,1	17,1
14	8,6	9,4	18,1	14,4	-0,5	0,1	17,1
15	8,2	9,2	18,3	14,2	-0,8	0,3	17,2
16	8,1	9,1	18,3	14,3	-1,2	0,7	17,2
17	8,0	9,2	18,3	14,4	-1,6	0,8	17,2
18	7,8	9,1	18,3	14,4	-1,8	0,9	17,4
19	7,6	9,0	18,4	14,3	-2,0	1,2	17,8
20	7,3	8,9	18,4	14,1	-2,3	1,5	17,7
21	7,1	8,8	18,4	14,1	-2,6	1,9	17,9

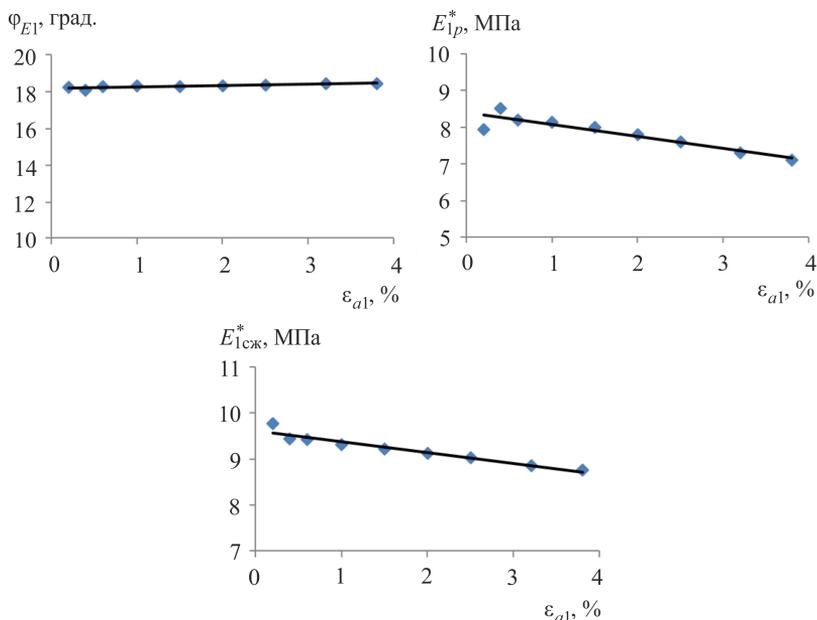


Рис. 3. Зависимости составляющих функции  $E_1^*(t)$  и  $\Phi_{E1}$  от амплитуды деформации  $\epsilon_{a1}$

Анализ данных табл. 3, а также информации, приведенной на рис. 3, 4 показывает, что изменение значения амплитуды деформации  $\epsilon_{a1}$  оказывает влияние на  $E_{1p}^*$  и  $E_{1сж}^*$  (с увеличением  $\epsilon_{a1}$  значения  $E_{1p}^*$  и  $E_{1сж}^*$  уменьшаются), а также на  $E_{2,1}^*$  и  $E_{2,3}^*$  (с увеличением  $\epsilon_{a1}$  абсолютные значения  $E_{2,1}^*$  и  $E_{2,3}^*$  увеличиваются, наблюдается линейная

зависимость). Изменение значений  $\varepsilon_{a1}$  практически не оказывает влияние на углы потерь  $\varphi_{E1}$ ,  $\varphi_{E2}$  (можно принять средние значения  $\varphi_{E1} = 18,9$  град.,  $\varphi_{E2} = 18,4$  град.) и на  $E_{2,0}^*$  в исследованном диапазоне  $\varepsilon_{a1}$ .

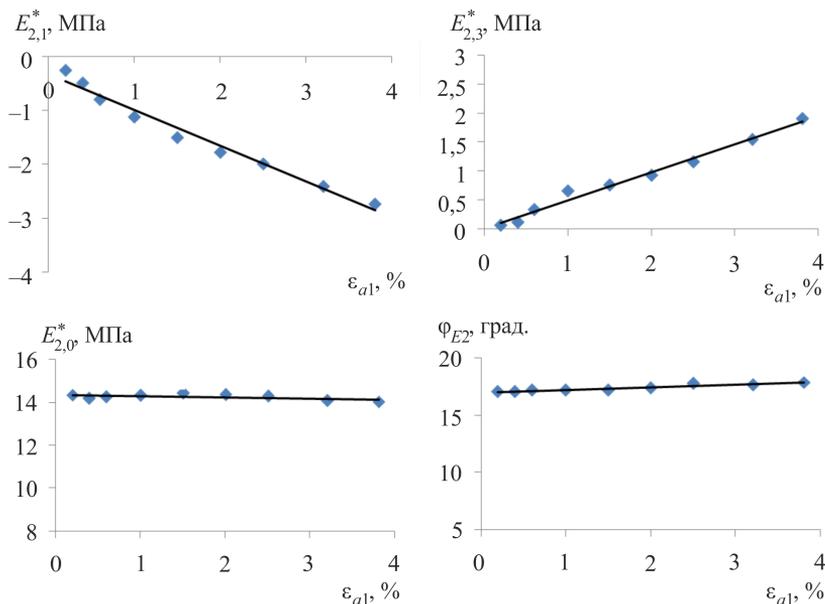


Рис. 4. Зависимости составляющих функции  $E_2^*(t)$  и  $\varphi_{E2}$  от амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$

Далее целесообразно определить, при каких значениях амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$  можно пренебрегать параметрами  $E_{2,1}^*$  и  $E_{2,3}^*$  в уравнении (3). Для этого данные, полученные по методике с применением уравнения (3), сравнивались с данными, полученными по методике с применением уравнений

$$E_2^* = E_{2,0}^*, \quad (4)$$

$$E_2^*(t) = E_{2,0}^* + E_{2,1}^* \sin 2\pi \nu_1 t, \quad (5)$$

и через каждый промежуток времени  $\Delta t = 0,01$  определялись погрешности  $P_1$  и  $P_2$ :

$$P_1 = \left| \frac{\sigma_3}{\sigma_4} - 1 \right| \cdot 100\%; \quad P_2 = \left| \frac{\sigma_3}{\sigma_5} - 1 \right| \cdot 100\%,$$

где  $\sigma_3$  – напряжения, полученные по методике с использованием уравнения (3);  $\sigma_4$  – напряжения, полученные по методике с использованием уравнения (4);  $\sigma_5$  – напряжения, полученные по методике с использованием уравнения (5). Зависимость наибольших погрешностей от амплитуды деформации при использовании формул (4) и (5) представлена на рис. 5.

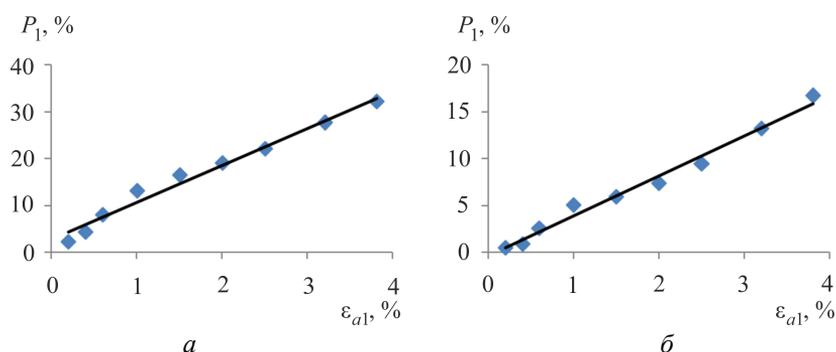


Рис. 5. Зависимость погрешности использования методик с уравнениями (4) (а) и (5) (б) от амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$

Из рис. 5 видно, что с увеличением амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$  погрешности  $P_1$  и  $P_2$  возрастают. Анализируя графики, можно сделать вывод, что в предлагаемой методике определения динамических деформационных свойств [18] без существенной потери в точности уравнение (4) целесообразно использовать при  $\varepsilon_{a1} = [0...1] \%$ , уравнение (5) – при  $\varepsilon_{a1} = [1...2] \%$ , уравнение (3) – при  $\varepsilon_{a1} \geq 2 \%$ .

Анализ рис. 2 показывает, что изменение амплитуды деформации  $\varepsilon_a$  влияет на крутизну ветвей параболы и положение вершины (при уменьшении  $\varepsilon_a$  крутизна ветвей параболы увеличивается). Исходя из этого можно предположить, что увеличение амплитуды деформации  $\varepsilon_{a2}$  также приведет к уменьшению  $E_{2,1}^*$ ,  $E_{2,3}^*$  и  $E_{2,0}^*$ . Для проверки этого предположения были проведены бигармонические испытания, аналогичные испытаниям из табл. 2 при  $\varepsilon_{a2}$ , равном 0 (одночастотное нагружение), 1, 1,5, 2, 3 %. В результате удалось установить, что изменения параметров  $E_{2,1}^*$ ,  $E_{2,3}^*$  и  $\varphi_{E2}$  от  $\varepsilon_{a2}$  оказываются не существенными, в отличие от параметров  $\varphi_{E1}$  и  $E_{2,0}^*$  (рис. 6).

В работах [18, 19] изменениями  $\varphi_{E1}$  от  $\varepsilon_{a2}$  при  $\varepsilon_{a2} = [0,3...1] \%$  пренебрегали. Как можно увидеть из рис. 6, разница между  $\varphi_{E1}(0,3 \%)$

и  $\varphi_{E1}(1\%)$  менее 0,9 град. Однако при увеличении диапазона до  $\varepsilon_{a2} = [0,3 \dots 3]\%$  разница между  $\varphi_{E1}(0,3\%)$  и  $\varphi_{E1}(3\%)$  достигает 3,6 град.

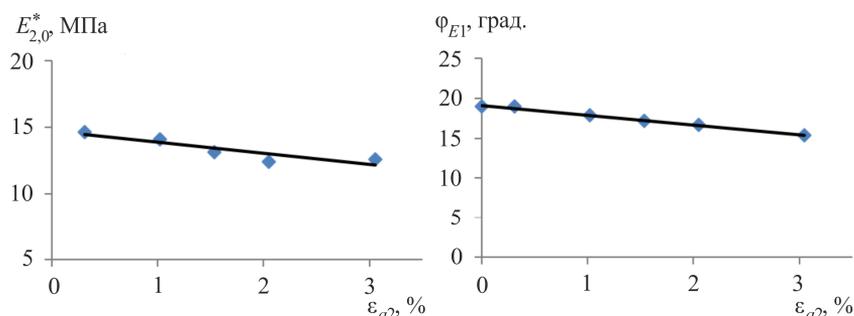


Рис. 6. Зависимости составляющих  $E_{2,0}^*$  и  $\varphi_{E1}$  от амплитуды деформации  $\varepsilon_{a2}$

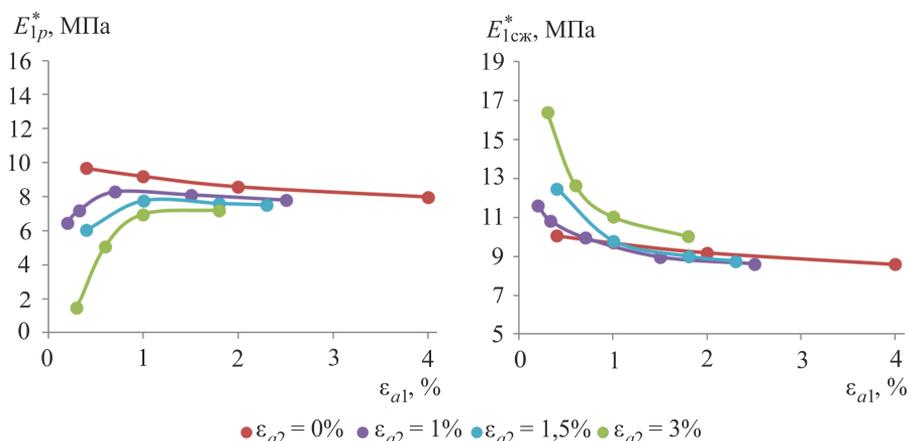


Рис. 7. Зависимости составляющих  $E_{1p}^*$  и  $E_{1сж}^*$  от амплитуды деформации  $\varepsilon_{a1}$  при различных значениях  $\varepsilon_{a2}$

Увеличение  $\varepsilon_{a2}$  не приводит к существенным изменениям зависимостей  $P_1(\varepsilon_{a1})$  и  $P_2(\varepsilon_{a1})$ . Также был обнаружен следующий эффект:

– при отношении амплитуд  $\varepsilon_{a2} / \varepsilon_{a1} \leq 1$  значения  $E_{1p}^*$ ,  $E_{1сж}^*$ , определенные при двухчастотных нагружениях, практически не отличаются от значений  $E_p^*$ ,  $E_{сж}^*$ , определенных при соответствующих одночастотных нагружениях (рис. 7);

– при отношении амплитуд  $\varepsilon_{a2} / \varepsilon_{a1} > 1$  значения  $E_{1p}^*$ ,  $E_{1сж}^*$  существенно отличаются от  $E_p^*$ ,  $E_{сж}^*$  (рис. 7).

## Заключение

Проведены экспериментальные исследования динамических деформационных свойств низко модульного вязкоупругого полимерного композита при бигармонических (двухчастотных) нагружениях и моногармонических (одночастотных) нагружениях. В рамках моногармонического нагружения реализовывались режимы с изменением предварительной статической деформации и амплитуды деформации. В рамках бигармонического нагружения реализовывались режимы с изменением амплитуд деформаций первой (низкочастотной) и второй (высокочастотной) гармоник. Для определения поведения вязкоупругого материала при таких нагрузках использовалась разработанная ранее методика [18], по которой определялись динамический модуль  $E^*$  и угол потерь  $\varphi_E$  для каждой гармоники нагружения.

В результате проведенных моногармонических испытаний удалось установить, что предварительная статическая деформация  $\varepsilon_{st}$  существенно влияет на динамический модуль  $E^*$ , причем жесткость материала при сжимающих деформациях больше, чем при растягивающих деформациях. Зависимость динамического модуля  $E^*$  от амплитуды деформации  $\varepsilon_a$  можно описать полиномом второго порядка. Амплитуда деформации  $\varepsilon_a$  также существенно влияет на динамический модуль  $E^*$ . Изменениями угла потерь  $\varphi_E$  в зависимости от предварительной статической деформации  $\varepsilon_{st}$  и амплитуды деформации  $\varepsilon_a$  можно пренебречь.

Исследования механического поведения материала при бигармонических испытаниях показали, что увеличение амплитуды деформации низкочастотной гармоники  $\varepsilon_{a1}$  приводит к увеличению абсолютных значений  $E_{2,1}^*$  и  $E_{2,3}^*$  высокочастотной гармоники, практически не оказывает влияние на углы потерь низкочастотной  $\varphi_{E1}$  и высокочастотной гармоник  $\varphi_{E2}$  соответственно, а также на составляющую  $E_{2,0}^*$ . При отношении амплитуд  $\varepsilon_{a2} / \varepsilon_{a1} \leq 1$  значения  $E_{1p}^*$ ,  $E_{1сж}^*$ , определенные при двухчастотных нагружениях, практически не отличаются от значений  $E_p^*$ ,  $E_{сж}^*$ , определенных при соответствующих одночастотных нагружениях. При отношении амплитуд  $\varepsilon_{a2} / \varepsilon_{a1} > 1$  значения  $E_{1p}^*$ ,  $E_{1сж}^*$  существенно отличаются от  $E_p^*$ ,  $E_{сж}^*$ . Увеличение амплитуды де-

формации высокочастотной гармонике  $\varepsilon_{a2}$  приводит к уменьшению значений  $E_{2,0}^*$  и  $\varphi_{E1}$ .

Было также установлено, что с применением разработанной методики определения динамических деформационных свойств без существенной потери в точности уравнение (4) целесообразно использовать при  $\varepsilon_{a1} = [0 \dots 1) \%$ , уравнение (5) – при  $\varepsilon_{a1} = [1 \dots 2) \%$ , уравнение (3) – при  $\varepsilon_{a1} \geq 2 \%$ .

Для дальнейших исследований представляют интерес следующие динамические испытания:

- бигармонические испытания при различном соотношении частот;
- бигармонические испытания в широком диапазоне температур;
- всевозможные бимодальные (двухосные) испытания.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 13-01-96003 p\_урал\_a).

### Библиографический список

1. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов (применительно к зарядам ракетных двигателей на твердом топливе). – М.: Наука, 1972. – 328 с.
2. Гольберг И.И. Механическое поведение полимерных материалов (математическое описание). – М.: Химия, 1970. – 190 с.
3. Christensen R.M. Theory of Viscoelasticity. – New York: Dover Publications, 2003. – 364 p.
4. Christensen R.M. Mechanics of Composite Materials. – New York: Dover Publications, 2012. – 384 p.
5. Ferry J.D. Viscoelastic Properties of Polymers, 3rd. ed. – New York: Wiley, 1980. – 672 p.
6. Lakes R. Viscoelastic Materials. – Cambridge University Press, 2009. – 461 p.
7. Knauss W.G., Emri I., Lu H. Mechanics of Polymers: Viscoelasticity // Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics. – 2008. – P. 49–96.
8. Методы прикладной вязкоупругости / А.А. Адамов [и др.]. – Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2003. – 411 с.
9. Bland D.R. Theory of Linear Viscoelasticity. – Oxford: Pergamon Press, 1960. – 125 p.

10. Brinson H.F., Brinson L.C. *Polymer Engineering Science and Viscoelasticity*. – Springer Science + Business Media, 2008. – 446 p.

11. Menard K.P. *Dynamic Mechanical Analysis: A Practical Introduction, Second Edition*. – CRC Press, 2008. – 240 p.

12. Экспериментальные исследования свойств материалов при сложных термомеханических воздействиях / В.Э. Вильдеман [и др.]; под ред. В.Э. Вильдемана. – М.: Физматлит, 2012. – 204 с.

13. Словиков С.В., Бульбович Р.В. Экспериментальное исследование динамических механических свойств вязкоупругих материалов // Вестник Перм. гос. техн. ун-та. Механика. – 2010. – № 2 – С. 104–112.

14. Словиков С.В. Методика исследования зависимости механических свойств полиуретановых изделий от температуры // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2012. – № 2 – С. 177–189.

15. Влияние температуры и содержания наполнителя на динамические модули нанокompозита с полиэтиленовой матрицей / В.В. Шадрин [и др.] // Вестник Пермского университета. Математика. Механика. Информатика. – 2011. – № 4 – С. 64–68.

16. Бульбович Р.В., Пальчиковский В.Г., Павлоградский В.В. Метод определения динамических деформационных свойств мягких вязкоупругих материалов // Наука – производству. – 1999. – № 12 (25). – С. 14–18.

17. Методические вопросы экспериментальных исследований вязкоупругих наполненных полимерных композитов при сложных динамических циклических воздействиях / А.С. Янкин [и др.] // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2013. – № 4 – С. 180–192.

18. Янкин А.С., Словиков С.В., Бульбович Р.В. Определение динамических механических свойств низкомолекулярных вязкоупругих композитов при бигармоническом законе нагружения // Механика композиционных материалов и конструкций. – 2013. – Т. 19, № 1. – С. 141–151.

19. Влияние амплитуды деформации высокочастотной составляющей бигармонического (двухчастотного) закона нагружения на динамические механические свойства низкомолекулярных вязкоупругих композитов / А.С. Янкин [и др.] // Механика композитных материалов. – 2013. – Т. 49, № 6. – С. 1005–1012.

20. Механика материалов. Методы и средства экспериментальных исследований / В.Э. Вильдеман [и др.]. – Пермь. – 2011. – 165 с.

## References

1. Moskvitin V.V. Soprotivlenie viazko-uprugikh materialov (primenitel'no k zariadam raketnykh dvigatelei na tverdom toplive) [The resistance of visco-elastic materials (in relation to the charges of solid propellant rocket engine)]. Moscow: Nauka, 1972. 328 p.
2. Golberg I.I. Mekhanicheskoe povedenie polimernykh materialov (matematicheskoe opisanie) [Mechanical behavior of polymeric materials (mathematical description)]. Moscow: Khimiia, 1970. 190 p.
3. Christensen R.M. Theory of Viscoelasticity. New York: Dover Publications, 2003. 364 p.
4. Christensen R.M. Mechanics of Composite Materials. New York: Dover Publications, 2012. 384 p.
5. Ferry J.D. Viscoelastic Properties of Polymers, 3rd. ed. New York: Wiley, 1980. 672 p.
6. Lakes R. Viscoelastic Materials. Cambridge University Press, 2009. 461 p.
7. Knauss W.G., Emri I., Lu H. Mechanics of Polymers: Viscoelasticity. *Springer Handbook of Experimental Solid Mechanics*, 2008, pp. 49-96.
8. Adamov A.A. [et al.] Metody prikladnoi viazkouprugosti [Methods of Applied Viscoelasticity]. Ekaterinburg: Uralskoe otdelenie Rossiiskoi akademii nauk, 2003. 411 p.
9. Bland D.R. Theory of Linear Viscoelasticity. Oxford: Pergamon Press, 1960. 125 p.
10. Brinson H.F., Brinson L.C. Polymer Engineering Science and Viscoelasticity. Springer Science + Business Media, 2008. 446 p.
11. Menard K.P. Dynamic Mechanical Analysis: A Practical Introduction, Second Edition. CRC Press, 2008. 240 p.
12. Vildeman V.E. [et al.] Eksperimentalnyye issledovaniia svoystv materialov pri slozhnykh termomekhanicheskikh vozdeistviiakh [Experimental studies of the properties of materials under complex thermomechanical impacts]. Moscow: Fizmatlit, 2012. 204 p.
13. Slovikov S.V., Bul'bovich R.V. Eksperimental'noe issledovanie dinamicheskikh mekhanicheskikh svoystv viazkouprugikh materialov [Experimental research of dynamic mechanical properties of viscoelastic materials]. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2010, no. 2, pp. 104-112.
14. Slovikov S.V. Metodika issledovaniia zavisimosti mekhanicheskikh svoystv poliuretanovakh izdelii ot temperatury [Technique research

dependence of mechanical properties of polyurethane product on temperature]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2012, no. 2, pp. 177-189.

15. Shadrin V.V. [et al.] Vliianie temperatury i sodержaniia napolnitelia na dinamicheskie moduli nanokompozita s polietilenovoi matritsei [Effect of temperature and filler content on dynamic modules of nanocomposite with polyethylene matrix]. *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2011, no. 4, pp. 64-68.

16. Bul'bovich R.V., Pal'chikovskii V.G., Pavlogradskii V.V. Metod opredeleniia dinamicheskikh deformatsionnykh svoystv miagkikh viazkouprugikh materialov [Method for determination of dynamic deformation properties of soft viscoelastic materials]. *Nauka – proizvodstvu*, 1999, no. 12 (25), pp. 14-18.

17. Yankin A.S. [et al.] Methodological aspects of the experimental research of viscoelastic filled polymer composites with complicated dynamic cyclical impacts. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2013, no. 4, pp. 180-195.

18. Yankin A.S., Slovikov S.V., Bulbovich R.V. Determination of the dynamic mechanical properties of low-modulus viscoelastic composites at the biharmonic law of loading. *Composites: Mechanics, Computations, Applications*, 2013, vol. 4, iss. 2, pp. 139-150.

19. Yankin A.S. [et al.] Effect of strain amplitude of the high-frequency component of biharmonic (two-frequency) loading on the dynamic mechanical properties of low-modulus viscoelastic composites. *Mechanics of Composite Materials*, 2013, vol. 49, no. 6, pp. 673-678.

20. Vil'deman V.E. [et al.] Mekhanika materialov. Metody i sredstva eksperimental'nykh issledovaniy [Mechanics of Materials. Methods and tools for experimental research]. Perm, 2011. 165 p.

### **Об авторах**

**Бульбович Роман Васильевич** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, декан аэрокосмического факультета, профессор кафедры ракетно-космической техники и энергетических систем Пермского национального исследовательского политехнического университета (614000, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

**Вильдеман Валерий Эрвинович** (Пермь, Россия) – доктор физико-математических наук, профессор, директор Центра экспериментальной механики, профессор кафедры механики композиционных материалов и конструкций Пермского национального исследовательского

политехнического университета (614000, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: wildemann@pstu.ru).

**Словигов Станислав Васильевич** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, старший научный сотрудник Центра экспериментальной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614000, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: sws@au.ru).

**Янкин Андрей Сергеевич** (Пермь, Россия) – младший научный сотрудник Центра экспериментальной механики Пермского национального исследовательского политехнического университета (614000, г. Пермь, Комсомольский пр., 29, e-mail: yas.cem@yandex.ru).

### **About authors**

**Roman V. Bulbovich** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Dean of Aerospace Faculty, Professor of Aerospace Technology and Power Plants at Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolsky av., 614000, Perm, Russian Federation, e-mail: dekan\_akf@pstu.ru).

**Valeriy E. Wildemann** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director of Center of Experimental Mechanics, Professor of Mechanics of Composite Materials and Structures at Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolsky av., 614000, Perm, Russian Federation, e-mail: wildemann@pstu.ru).

**Stanislav V. Slovikov** (Perm, Russian Federation) – PhD in Technical Sciences, Senior Researcher at Center of Experimental Mechanics at Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolsky av., 614000, Perm, Russian Federation, e-mail: sws@au.ru).

**Andrey S. Yankin** (Perm, Russian Federation) – Junior Researcher at Center of Experimental Mechanics at Perm National Research Polytechnic University (29 Komsomolsky av., 614000, Perm, Russian Federation, e-mail: yas.cem@yandex.ru).

Получено 23.07.2014

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Особенности поведения низко модульных вязкоупругих полимерных композитов при варьировании амплитуды деформации низкочастотной составляющей бигармонической нагрузки / А.С. Янкин, Р.В. Бульбович, С.В. Словигов, В.Э. Вильдеман // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 3. – С. 233–251. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.11

Please cite this article in English as:

Yankin A.S., Bulbovich R.V., Slovikov S.V., Wildemann V.E. Features of behavior of low-modulus viscoelastic polymer composites under changing strain amplitude of low-frequency component of biharmonic load. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2014. No. 3. Pp. 233-251. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.11