



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.2.04

УДК 539.3

АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНЫХ СОСТОЯНИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ РАСТЯЖЕНИИ И КОМБИНИРОВАННОМ НАГРУЖЕНИИ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ И РАСТЯЖЕНИЕМ

В.Г. Баженов¹, Д.А. Казаков¹, С.Л. Осетров¹, Д.Л. Осетров¹, А.А. Рябов²

¹Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

²Российский федеральный ядерный центр – Всероссийский научно-исследовательский институт экспериментальной физики, Саров, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 30 апреля 2022 г.

Одобрена: 23 июня 2022 г.

Принята к публикации:

08 июля 2022 г.

Ключевые слова:

экспериментально-расчетный подход, нелинейная экстраполяция, численное моделирование, эксперимент, истинная диаграмма деформирования, большие деформации, потеря устойчивости пластического деформирования, критерий Консидера, разрушение, упругопластические материалы.

АННОТАЦИЯ

Теоретически и экспериментально исследуется упругопластическое деформирование, предельные состояния и закритическое поведение цилиндрических оболочек при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением до разрушения. Данная задача характеризуется возникновением больших деформаций, формоизменений и, как следствие, неоднородного напряженно-деформированного состояния. При численном решении подобных задач возникает проблема построения истинных диаграмм деформирования материалов. В связи с этим для исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально использование экспериментально-расчетного подхода, позволяющего без принятия упрощающих гипотез учесть неоднородность и неоднородность напряженно-деформированного состояния. В работе представлен новый эффективный алгоритм построения истинной диаграммы деформирования, в основе которого лежит процедура нелинейной экстраполяции диаграммы. Такой алгоритм в процессе прямого численного решения задачи последовательно выполняет построение диаграммы деформирования без использования повторных прямых расчетов, что существенно (в разы) повышает его эффективность. На основе экспериментально-расчетного подхода определены истинные диаграммы

© Баженов Валентин Георгиевич – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, [iD: 0000-0002-0077-7704](https://orcid.org/0000-0002-0077-7704).

Казаков Дмитрий Александрович – к.т.н., зав. лаб., e-mail: kazakov@mech.unn.ru, [iD: 0000-0002-9316-4105](https://orcid.org/0000-0002-9316-4105).

Осетров Сергей Львович – к.ф.-м.н., с.н.с., e-mail: osetpob@mail.ru, [iD: 0000-0001-5789-3784](https://orcid.org/0000-0001-5789-3784).

Осетров Дмитрий Львович – к.ф.-м.н., с.н.с., e-mail: osetrovdmity@mail.ru, [iD: 0000-0001-9703-8504](https://orcid.org/0000-0001-9703-8504).

Рябов Александр Алексеевич – д.ф.-м.н., [iD: 0000-0001-6133-0108](https://orcid.org/0000-0001-6133-0108).

Valentin G. Bazhenov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, [iD: 0000-0002-0077-7704](https://orcid.org/0000-0002-0077-7704).

Dmitry A. Kazakov – CSc in Technical Sciences, Head of Laboratory, e-mail: kazakov@mech.unn.ru, [iD: 0000-0002-9316-4105](https://orcid.org/0000-0002-9316-4105).

Sergey L. Osetrov – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, e-mail: osetpob@mail.ru, [iD: 0000-0001-5789-3784](https://orcid.org/0000-0001-5789-3784).

Dmitry L. Osetrov – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, e-mail: osetrovdmity@mail.ru, [iD: 0000-0001-9703-8504](https://orcid.org/0000-0001-9703-8504).

Aleksandr A. Ryabov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, [iD: 0000-0001-6133-0108](https://orcid.org/0000-0001-6133-0108).



деформирования для сплошных стержней и оболочек из сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением до разрушения. Разрушение оболочек при растяжении происходит при меньших (в разы) значениях истинных деформаций, чем сплошных стержней. Значительные отличия в истинных напряжениях и деформациях в момент разрушения обусловлены различной локализацией деформирования сплошных стержней и оболочек после потери устойчивости пластического деформирования при растяжении. Численно и экспериментально показано, что после потери устойчивости пластического деформирования по Консидеру при растяжении цилиндрическая оболочка содержит две формы потери устойчивости до момента разрушения. Первая форма потери устойчивости, как и в сплошных стержнях, характеризуется локализацией деформаций по диаметру образца в виде «шейки», а вторая – локализацией деформаций по толщине образца, которая и определяет финальную стадию разрушения. При действии на оболочку внутреннего давления происходит вырождение первой формы потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки вовнутрь оболочки и наблюдается только форма потери устойчивости, вызванная локализацией деформаций по толщине оболочки.

© ПНИПУ

ANALYSIS OF THE LIMITING STATES OF CYLINDRICAL ELASTIC-PLASTIC SHELLS UNDER TENSION AND COMBINED LOADING BY INTERNAL PRESSURE AND TENSION

V.G. Bazhenov¹, D.A. Kazakov¹, S.L. Osetrov¹, D.L. Osetrov¹, A.A. Ryabov²

¹Researcher Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation

²FGUP RFYAC-VNIIEF, Sarov, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 30 April 2022
Approved: 23 June 2022
Accepted for publication: 08 July 2022

Keywords:

experimental-computational approach, nonlinear extrapolation, numerical simulation, experiment, true stress-strain curve, large strains, loss of stability of plastic deformation, Consider's criterion, failure, elastic-plastic materials.

ABSTRACT

The elastic-plastic deformation, limiting states and supercritical behavior of cylindrical shells under tension and combined loading by internal pressure and tension to failure are studied theoretically and experimentally. This problem is characterized by the occurrence of large strains, shape changes and, as a result, an inhomogeneous stress-strain state. In the numerical solution of such problems, the problem arises of constructing true stress-strain curves of materials. In this regard, to study the deformation and strength properties of materials, it is important to use an experimental-computational approach, which makes it possible to take into account the non-uniaxiality and inhomogeneous of the stress-strain state without accepting simplifying hypotheses. The paper presents a new efficient algorithm for constructing a true stress-strain curve, which is based on the procedure of nonlinear extrapolation of the curve. Such an algorithm, in the process of direct numerical solution of the problem, consistently constructs a stress-strain curve without using repeated direct calculations, which significantly (at times) increases its efficiency. Based on the experimental-computational approach, the true stress-strain curves for solid rods and shells made of 10KhSND and 10G2FByu steels were determined under tension and combined loading by internal pressure and tension to failure. The failure of shells under tension occurs at lower (at times) values of true strain than solid rods. Significant differences in true stresses and strains at the moment of failure are due to different localization of deformation of solid rods and shells after the loss of stability of plastic deformation in tension. It is shown numerically and experimentally that after loss of stability of plastic deformation according to Considerer in tension, the cylindrical shell contains two forms of loss of stability until the moment of failure. The first form of loss of stability, as in solid rods, is characterized by localization of deformations along the diameter of the sample in the form of a neck, and the second form is characterized by localization of deformations along the thickness of the sample, which determines the final stage of failure. Under the action of internal pressure on the shell, the first form of loss of stability of plastic deformation degenerates with the formation of a neck inside the shell, and only the form of loss of stability is observed, caused by the localization of deformations along the thickness of the shell.

© PNRPU

Введение

На сегодняшний день самым распространенным способом изучения и исследования деформационных и прочностных свойств упругопластических материалов являются эксперименты на растяжение сплошных стержней и оболочек, а также эксперименты оболочек при комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением. Известно, что разрушение сплош-

ных стержней и оболочек происходит в результате потери устойчивости пластического деформирования. При растяжении локализация деформаций в шейке реализуется в минимальном поперечном сечении, область которой ограничена точками перегиба профиля шейки [1–4]. Теоретический анализ формообразования шеек и их сопоставление с экспериментальными анализами можно найти в [1; 4–6]. В исследованиях [7; 8] приводятся результаты численных и экспериментальных исследований

места образования шейки при растяжении цилиндрических образцов. В работе [9] приводятся результаты экспериментальных исследований влияния первоначальной длины образцов на процесс локализации деформаций в виде шейки. Представленные в вышеперечисленных работах исследования основаны на упрощенных моделях поведения материалов и не учитывают роль краевых эффектов.

Локализация процесса деформирования цилиндрической оболочки под действием осевой силы и внутреннего давления проявляется в виде местного сужения в кольцевом сечении или выпучивания вдоль образующей. При простом нагружении обычно поддерживают постоянным отношение действующих нагрузок или напряжений. В [10] рассмотрено условие потери устойчивости образца, если нагружение выполнено по программе $\sigma_2 / \sigma_1 = k$, где $k = \text{const}$, σ_1 , σ_2 – напряжения, действующие в направлении оси образца и в кольцевом направлении соответственно. В этом случае локализация процесса деформирования образца проявляется в виде местного сужения в кольцевом сечении при $k \leq 0,5$ или выпучивания вдоль образующей при $k \geq 0,5$. При $k = 0,5$ возможно разрушение как по кольцевому сечению, так и вдоль образующей. При отношении внешних нагрузок $F / P = \text{const}$ (F – растягивающее усилие, P – внутреннее давление) коэффициент k не является постоянным (за исключением случаев $k = 0,5$ и $k = 2$), и путь нагружения по истинным напряжениям отклоняется от пропорционального. Для такого класса нагружений в исследовании [11] установлены условия локализации деформирования в кольцевом сечении или вдоль образующей. Точное аналитическое решение задачи деформирования цилиндрической оболочки под действием осевой силы и внутреннего давления при больших деформациях вызывает значительные математические трудности, так как форма оболочки в процессе деформирования неизвестна. Необходимо, как правило, применение численных методов интегрирования. Некоторые приближенные решения для безмоментных оболочек получены в работе [12].

Получить истинные диаграммы деформирования с помощью экспериментальных измерений крайне сложно, так как при испытаниях лабораторные образцы подвергаются неоднородному и неоднородному напряженно-деформированному состоянию (НДС), а также существенному влиянию краевого эффекта. Обычно определение деформационных и прочностных характеристик материала выполняется с использованием экспериментально-аналитических подходов [1–3; 13–20], в которых применяемые аналитические методики основаны на упрощающих гипотезах. Эти методы не позволяют в полной мере учесть при больших деформациях неоднородность и неоднородность НДС в экспериментах на растяжение и ударное сжатие образцов. Таким образом, на сегодняшний день необходимы более эффективные методы определения деформационных и проч-

ностных характеристик материалов для проведения практических расчетов на прочность элементов конструкций с приемлемой точностью.

В связи с этим для определения и исследования деформационных и прочностных свойств материалов актуально развитие экспериментально-расчетного подхода [21–28], позволяющего, в отличие от экспериментально-аналитических методов, без принятия упрощающих гипотез учесть неоднородность и неоднородность НДС. Данный подход основывается на итерационном уточнении характеристик материала, исходя из отличия экспериментальных данных и результатов численного моделирования процессов деформирования испытываемых образцов в эксперименте. Однако при таком подходе необходимо многократно решить прямую задачу с итерационно уточняемыми механическими характеристиками.

В статье представлен новый эффективный алгоритм построения истинной диаграммы деформирования с разбивкой всего процесса нагружения на интервалы, определяемые дискретными значениями экспериментальной зависимости осевой силы от перемещения. В ходе вычисления в конце каждого интервала разбиения анализируется отличие расчетной осевой силы от экспериментальной и, при превышении заданной погрешности, выполняется итерационная корректировка величины интенсивности напряжений на границе текущего интервала истинной диаграммы деформирования. Для продолжения прямого расчета на следующем интервале разбиения применяется процедура нелинейной экстраполяции диаграммы деформирования [29], которая существенно повышает эффективность (до 10 раз) ранее разработанных алгоритмов [21–28] построения диаграмм деформирования упругопластических материалов.

1. Алгоритм определения истинных диаграмм деформирования материала при растяжении

Построение истинных диаграмм деформирования материалов при растяжении образцов осуществляется в результате итерационной процедуры корректировки зависимости интенсивности напряжений σ_i от интенсивности деформаций e_i на всем процессе деформирования образца [21–24]. Для этого в каждой итерации численного решения задачи растяжения образца анализируется отношение значений осевых сил, полученных в эксперименте F_3 и расчете F_p при одинаковом удлинении образца: $\beta = F_3 / F_p$. Затем устанавливается функциональная зависимость между максимальным значением интенсивности деформаций в объеме образца e_i^* и соответствующим удлинением. Итерационная процедура корректировки диаграммы осуществляется по формуле $\sigma_i(e_i^*) = \beta \bar{\sigma}_i(e_i^*)$ до совпадения с заданной точностью зависимостей осевых сил, полученных в эксперименте и расчете. Корректировка производится сразу всей диа-

граммы деформирования. В связи с этим необходимо многократно решать прямую задачу и выполнять соответствующую обработку ее результатов, что является весьма трудоемким вычислительным процессом.

Для повышения эффективности этого алгоритма целесообразно осуществить процедуру нелинейной экстраполяции [29]. Вычислительный процесс, моделирующий нагружение, разбивается на этапы ($n = 1 \dots N$). Количество этапов N равно количеству точек в табличном представлении экспериментальной зависимости осевой силы от осевого удлинения, и столько же точек будет содержать построенная истинная диаграмма деформирования. В ходе вычислений в конце каждого этапа анализируется величина отклонения расчетной осевой силы от экспериментальной. При превышении ею заданного значения производится итерационная корректировка истинной диаграммы деформирования по формулам $\sigma_i(e_i^*) = \beta \bar{\sigma}_i(e_i^*)$, $\beta = F_3 / F_p$. При достижении необходимой точности в таблицу истинной диаграммы деформирования заносится новая точка $\sigma_i(\hat{e}_i)$. После этого осуществляется процедура экстраполяции с использованием m последних точек построенного участка диаграммы деформирования. Следует отметить, что начальный участок диаграммы деформирования, включающий первые три этапа нагружения, определяется на основе итерационной процедуры без экстраполяции. Для реализации процедуры нелинейной экстраполяции диаграммы деформирования необходимо иметь более трех опорных точек ($m \geq 3$). При этом для этапов нагружения $n < m$ принимается $m = n$. Процедура экстраполяции сначала выполняется для параметра подобия процессов неравномерного деформирования

$$K(e_i) = \frac{1}{\sigma_i(e_i)} \frac{d\sigma_i(e_i)}{de_i} \quad [30]$$
 в виде степенной функции методом наименьших квадратов. Затем экстраполируется диаграмма деформирования определенной экспоненциальной зависимостью $\sigma_i(e_i) = \sigma_i(\hat{e}_i) \cdot \exp\left(\int_{\hat{e}_i}^{e_i} K de_i\right)$.

Отметим, что диаграммы деформирования описываются монотонно возрастающими функциями с убывающей производной, что позволяет с высокой точностью определить начальное приближение диаграммы для последующих этапов нагружения.

Максимальная эффективность предложенного алгоритма достигается в случае, когда количество точек экстраполяции m составляет около 12 % от общего количества точек N , аппроксимирующих диаграмму. С увеличением количества этапов (точек, аппроксимирующих диаграмму) итерационная процедура построения диаграммы деформирования практически сводится к однократному прямому численному расчету без применения итерационной процедуры, что существенно повышает эффективность (до 10 раз) методик [21–28] построения диаграммы деформирования упругопластических материалов.

2. Построенные истинные диаграммы деформирования

В экспериментах на растяжение и комбинированное нагружение внутренним давлением и растяжением использовались лабораторные образцы из сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ. Эксперименты для оболочек с комбинированным нагружением внутренним давлением и растяжением проводились при одновременном синхронизированном задании по времени постоянных скоростей изменения внутреннего давления (P) и осевого усилия (F): $\dot{P} = 0,68$ МПа/с и $\dot{F} = 0,99$ кН/с для стали 10ХСНД, $\dot{P} = 0,68$ МПа/с и $\dot{F} = 0,6$ кН/с для стали 10Г2ФБЮ. Испытания проводились для оболочек с размерами: $R_0 = 14,5$ мм – начальный средний радиус оболочки, $h_0 = 1$ мм – начальная толщина оболочки, $L_0 = 93$ мм – начальная длина рабочей части оболочки ($R_0 / h_0 \approx 14,5$). Для стержней использовались следующие размеры: $L_0 = 60$ мм, R_0 – начальный радиус рабочей части стержня ($L_0 / R_0 = 10$).

Численные решения квазистатических задач проводились в динамической осесимметричной постановке в программе LS-DYNA. Построение истинных диаграмм деформирования при растяжении образцов осуществлялось предложенным выше алгоритмом с погрешностью менее 0,5 %. В экспериментах при комбинированном нагружении оболочек внутренним давлением и растяжением построение истинных диаграмм деформирования проводилось по следующим соотношениям:

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_r)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2}, \quad (1)$$

$$e_i = \frac{\sqrt{2}}{3} \sqrt{(e_z - e_\theta)^2 + (e_\theta - e_r)^2 + (e_z - e_r)^2}, \quad (2)$$

где $\sigma_z = \frac{P \cdot R}{2h} + \frac{F}{A}$, $e_z = \ln\left(\frac{L}{L_0}\right)$, $\sigma_\theta = \frac{P \cdot R}{h}$, $e_\theta = \ln\left(\frac{R}{R_0}\right)$,

$\sigma_r = 0$, $e_r = \ln\left(\frac{h}{h_0}\right)$ – осевая, окружная и радиальная

составляющие напряжений и деформаций соответственно (R – текущий средний радиус оболочки, h – текущая толщина оболочки, L – текущая длина рабочей части оболочки). Необходимо отметить, что определение текущей толщины оболочки h осуществлялось из условия несжимаемости.

На рис. 1 представлены экспериментальные (серые линии) и расчетные (пунктирные линии) результаты относительного изменения внешнего диаметра в середине оболочки и изменения продольного перемещения оболочки при комбинированном нагружении внутренним

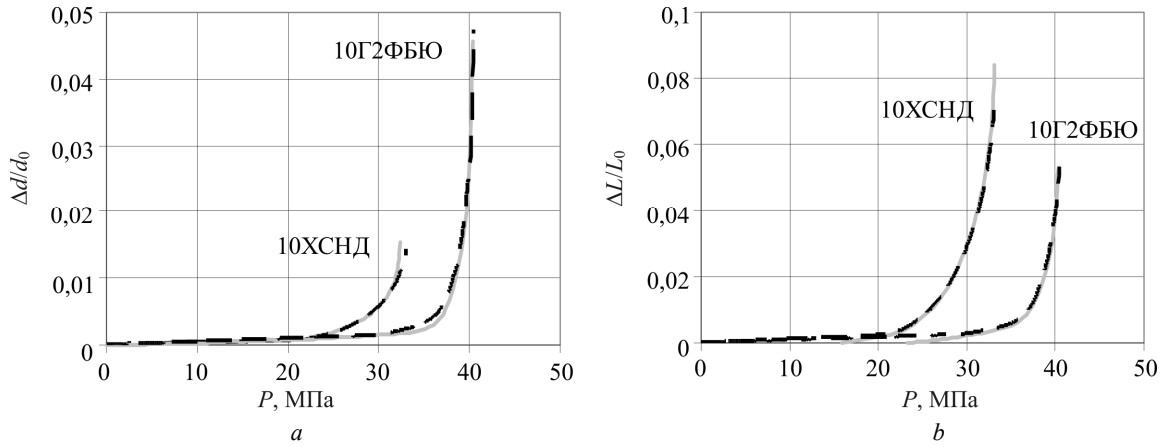


Рис. 1. Относительное изменение внешнего диаметра в середине оболочки и относительное изменение продольного перемещения оболочки из сталей 10ХСНД (а) и 10Г2ФБЮ (b), полученные в эксперименте (серые линии) и расчете (пунктирные линии)

Fig. 1. Relative change in the outer diameter in the middle of the shell and relative change in the longitudinal displacement of the shell made of steels 10KhSND (a) and 10G2FBYu (b), obtained in the experiment (gray lines) and calculation (dotted lines)

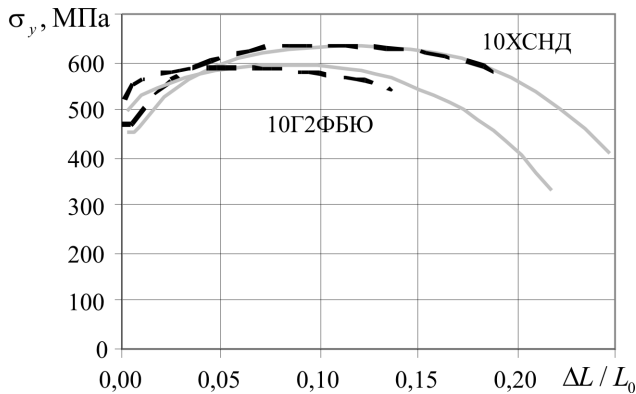


Рис. 2. Условные диаграммы деформирования сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ, полученные при растяжении оболочки (пунктирные линии) и стержня (серые линии)

Fig. 2. Engineering stress–strain curves of steels 10KhSND and 10G2FBYu, obtained under tension of the shell (dotted lines) and the rod (gray lines)

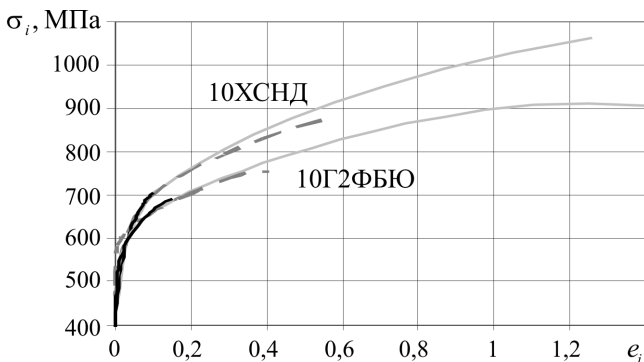


Рис. 3. Истинные диаграммы деформирования сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ, полученные при растяжении стержня (серая линия) и оболочки (пунктирная серая линия) и комбинированном нагружении оболочки внутренним давлением и растяжением (черная линия)

Fig. 3. True stress–strain curves of steels 10KhSND and 10G2FBYu, obtained under tension of the rod (gray line) and shell (dotted gray line) and combined loading of the shell by internal pressure and tension (black line)

давлением и растяжением. Численные результаты получены с использованием построенных истинных диаграмм деформирования по аналитическим формулам (1) и (2).

На рис. 2 представлены условные диаграммы деформирования сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ до момента разрушения образцов, полученные в экспериментах на растяжение стержней и оболочек ($\sigma_y = F / A$ – условное напряжение, A – первоначальная площадь поперечного сечения образца, $\Delta L / L_0$ – условная деформация, ΔL – перемещение торца в процессе нагружения). На рис. 3 приведены построенные истинные диаграммы деформирования для сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ при растяжении стержня (серая линия) и оболочки (пунктирная серая линия) и комбинированном нагружении оболочки внутренним давлением и растяжением (черная линия).

Формоизменение и вид разрушения образцов из сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением представлены на рис. 4.

Из полученных результатов видно, что истинные диаграммы деформирования стержней и оболочек из сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ незначительно отличаются, но разрушение цилиндрических оболочек происходит при меньших (в разы) значениях истинных деформаций, особенно при комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением. Большие отличия в НДС в момент разрушения обусловлены различным поведением сплошных стержней и оболочек на закритической стадии деформирования при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением. Из экспериментальных данных (рис. 4) можно заметить, что финальной стадии разрушения цилиндрических оболочек предшествует локализация деформаций по ее толщине. Необходимо отметить, что данная особенность поведения оболочек на закритической стадии деформирования проявляется также и для других упругопластических материалов.



Рис. 4. Вид разрушения оболочек и стержней из сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением

Fig. 4. Type of failure of shells and rods made of steels 10KhSND and 10G2FBYu under tension and combined loading by internal pressure and tension

3. Результаты исследований предельных состояний пластического деформирования оболочек при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением

Известно, что разрушению сплошных стержней и оболочек при растяжении предшествует локализация деформаций в виде шейки. Начало локализации определяется критерием Консидера [1; 3; 30]:

$$\frac{1}{\sigma_i} \frac{d\sigma_i}{de_i} = 1.$$

При растяжении образца потеря устойчивости пластического деформирования по критерию Консидера для рассматриваемых диаграмм деформирования сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ реализуется при интенсивностях деформаций $e_i = 0,128$ и $e_i = 0,094$ соответственно.

Численные исследования предельных состояний цилиндрических оболочек проводились для стали 10ХСНД с полученной истинной диаграммой деформирования для сплошного стержня (см. рис. 3). На рис. 5 представлены формы потери устойчивости пластического деформирования оболочек из стали 10ХСНД при растяжении, реализуемые после превышения критерия Консидера до разрушения. Для стали 10Г2ФБЮ реализуются аналогичные формы потери устойчивости пластического деформирования.

После потери устойчивости пластического деформирования по критерию Консидера цилиндрическая оболочка при растяжении имеет две явно выраженные

формы (см. рис. 5): 1-я форма потери устойчивости, как и в сплошных стержнях, характеризуется локализацией деформаций по диаметру образца, а 2-я форма – локализацией деформаций по толщине образца, которая и определяет финальную стадию разрушения. На рис. 6 представлена полученная условная диаграмма деформирования при растяжении для стали 10ХСНД и схематично на ней обозначены выявленные две формы потери устойчивости пластического деформирования оболочки.

Затем исследован характер влияния внутреннего давления на предельные состояния цилиндрической оболочки при последующем ее растяжении. Нагружение образца задавалось в два этапа: на первом этапе задавалось предварительное постоянное внутреннее давление, а на втором – последующее осевое растяжение образца. На рис. 7 представлены построенные условные диаграммы деформирования, полученные при растяжении (кривая 1) и предварительном нагружении постоянным внутренним давлением (5, 15 и 30 МПа) и последующем осевом растяжении (кривые 2–4). На рис. 8 представлены результаты численного исследования формоизменений цилиндрической оболочки при предварительном нагружении постоянным внутренним давлением 30 МПа и последующем осевом растяжении. Штриховыми черными линиями отмечено формоизменение оболочки при достижении предельного состояния по критерию Консидера, которому соответствует удлинение $\Delta L / L_0 = 0,11$.

С увеличением предварительного внутреннего давления на оболочку (рис. 7 и 8) происходит вырождение первой формы потери устойчивости пластиче-

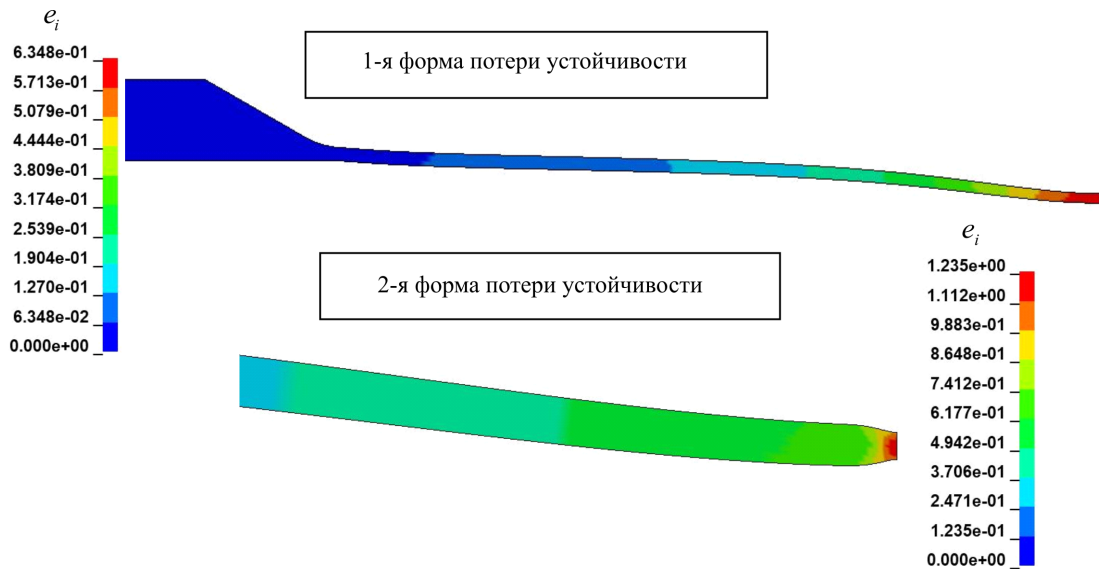


Рис. 5. Изменение интенсивности деформаций и формы потери устойчивости пластического деформирования оболочки при растяжении, реализуемые после превышения критерия Консидера

Fig. 5. Change in the strain intensity and the form of loss of stability of plastic deformation of the shell under tension, realized after exceeding Consider's criterion

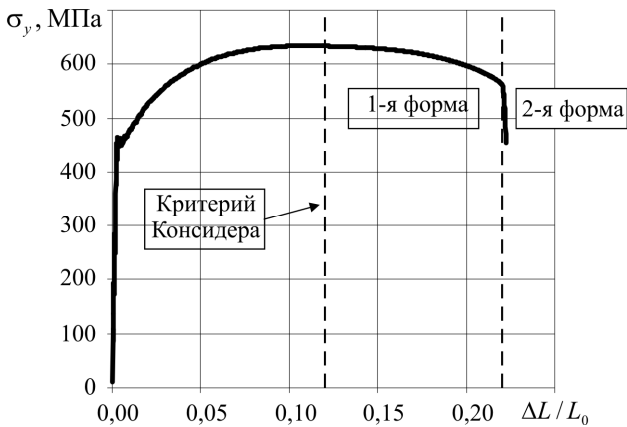


Рис. 6. Условная диаграмма деформирования оболочки из стали 10XhSND при растяжении

Fig. 6. Engineering stress–strain curve of a shell made of steel 10KhSND under tension

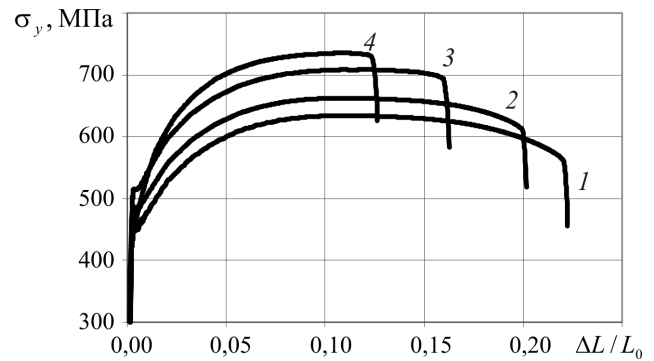


Рис. 7. Условные диаграммы деформирования оболочки из стали 10XhSND при растяжении (кривая 1) и предварительном нагружении постоянным внутренним давлением (5, 15 и 30 МПа) и последующем осевом растяжении (кривые 2–4)

Fig. 7. Engineering stress–strain curves of a shell made of steel 10KhSND under tension (curve 1) and preloading with constant internal pressure (5, 15 and 30 MPa) and subsequent axial tension (curves 2–4)

ского деформирования с образованием шейки вовнутрь и наблюдается только форма потери устойчивости, вызванная локализацией деформаций по толщине аналогично сплошному стержню. При действии на оболочку внутреннего давления предельное значение осевой растягивающей силы при растяжении повышается, а соответствующее относительное осевое удлинение уменьшается.

Для экспериментального подтверждения осуществленных численных исследований проводился ультразвуковой замер толщин лабораторных оболочек из ста-

лей 10XhSND и 10Г2ФБЮ после их разрушения при комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением. Замеры толщин осуществлялись относительно образовавшейся трещины (см. рис. 4). Соответствующие результаты сравнения численных результатов толщин оболочек (при $e_i = 1,374$) с экспериментальными данными приведены на рис. 9 ($l_{тр}$ – расстояние относительно трещины); также показаны численные результаты для стали 10XhSND (для стали 10Г2ФБЮ результаты являются аналогичными).

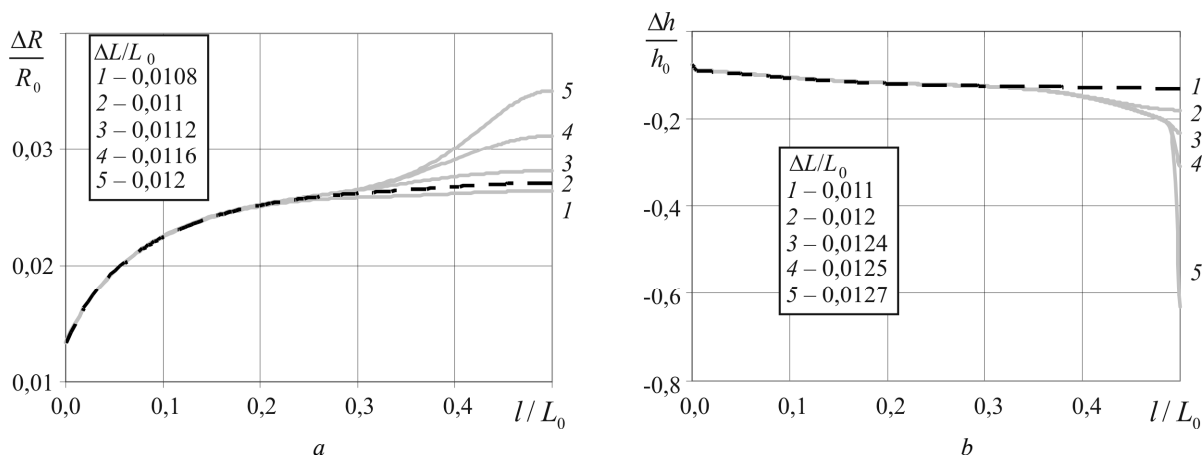


Рис. 8. Изменение окружной деформации $\Delta R / R_0$ (a) и радиальной деформации $\Delta h / h_0$ (b) вдоль оси цилиндрической оболочки l / L_0 в зависимости от ее удлинения $\Delta L / L_0$ при предварительном нагружении постоянным внутренним давлением 30 МПа и последующем растяжении

Fig. 8. Variation of circumferential strain $\Delta R / R_0$ (a) and radial strain $\Delta h / h_0$ (b) along the axis of a cylindrical shell l / L_0 depending on its elongation $\Delta L / L_0$ under preloading with a constant internal pressure of 30 MPa and subsequent tension

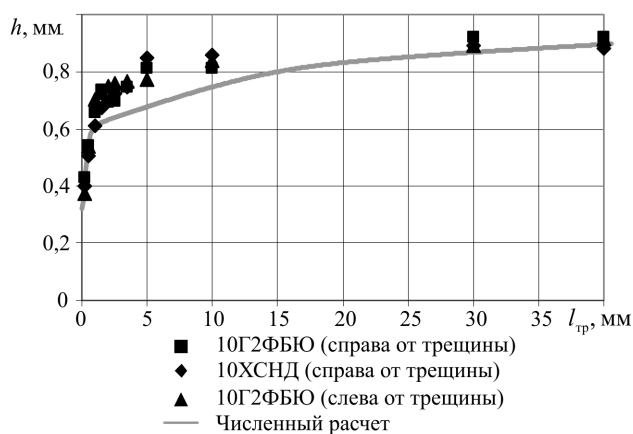


Рис. 9. Результаты сравнения изменения толщин цилиндрической оболочки, полученных в расчете (при $e_i = 1,374$, серая линия) и эксперименте (маркеры)

Fig. 9. Results of comparison of changes in the thickness of the cylindrical shell obtained in the calculation (at $e_i = 1,374$, gray line) and experiment (markers)

Из полученных экспериментально-расчетных исследований следует, что локализация деформаций по толщине оболочки хорошо согласуется с экспериментальными результатами замеров толщин образца после разрушения (рис. 9). Таким образом, можно сделать вывод, что вторая форма потери устойчивости пластического деформирования цилиндрической оболочки при растяжении и комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением подтверждается экспериментально и является финальной стадией разрушения образца.

Библиографический список

1. Надаи А. Пластичность и разрушение твердых тел / пер. с англ. под ред. Г.С. Шапиро. – М.: Изд-во иностр. лит., 1954. – Т. 1. – 647 с.

Заключение

Построены истинные диаграммы деформирования конструкционных сталей 10ХСНД и 10Г2ФБЮ. Диаграммы деформирования стержней и оболочек при достижении предельного состояния по Консидеру отличаются незначительно. На закритической стадии деформирования наблюдается существенное различие диаграмм деформирования, полученных для стержней и оболочек, как условных, так и истинных. На стадии предразрушения оболочек при растяжении наблюдается вторая форма потери устойчивости в виде локализации деформаций по толщине, подобно образованию шейки в стержнях. При действии внутреннего давления на оболочку происходит вырождение первой формы потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки вовнутрь и наблюдается только форма потери устойчивости, вызванная локализацией деформаций по толщине аналогично сплошному стержню, которая и определяет финальную стадию разрушения.

Вторая форма потери устойчивости цилиндрических оболочек, особенно для «тонких» оболочек, как при растяжении, так и при комбинированном нагружении внутренним давлением и растяжением является быстропротекающим (динамическим) процессом. В связи с этим квазистатические эксперименты не позволяют оценить развитие этой формы потери устойчивости и соответственно предельные характеристики материала. Для ее идентификации в экспериментах целесообразно использование «толстых» оболочек.

2. Бриджмен П. Исследования больших пластических деформаций и разрушения. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 444 с.

3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести: учебник для студентов вузов. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
4. Kaplan M.A. The stress and deformation in mild steel during axisymmetric necking. *Trans. of ASME // Series E. Journal of applied mechanics.* – 1973. – No. 1. – P. 271–276.
5. Shanly F.R. Tensile instability (necking) of ductile materials // *Aerospace Engineering.* – 1961. – Vol. 20, no. 12. – P. 55–61.
6. Одинг С.С. Исследование процесса образования и развития шейки при растяжении цилиндрического образца // *Проблемы прочности.* – 1983. – № 10. – С. 103–106.
7. К вопросу о месте образования шейки при растяжении цилиндрических образцов / А.В. Осинцев, А.С. Плотников, Е.М. Морозов, Е.Ю. Лубкова // *Письма о материалах.* – 2017. – Т. 7. № 3. – С. 260–265.
8. Бережной Д.В. Паймушин В.Н. О двух постановках упругопластических задач и теоретическое определение места образования шейки в образцах при растяжении // *Прикладная математика и механика.* – 2011. – Т. 75, № 4. – С. 635–659.
9. Закономерности развития неоднородных полей при закритическом деформировании стальных образцов в условиях растяжения / В.Э. Вильдеман, Е.В. Ломакин, Т.В. Третьякова, М.П. Третьяков // *Механика твердого тела.* – 2016. – № 5. – С. 132–139.
10. Дегтярев В.П. Деформации и разрушение в высоконапряженных конструкциях. – М.: Машиностроение, 1987. – 105 с.
11. Дильман В.Л., Остсемин А.А. О потери пластической устойчивости тонкостенных цилиндрических оболочек // *Проблемы машиностроения и надежности машин.* – 2002. – № 5. – С. 50–57.
12. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. – 312 с.
13. Enami K. The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels // *Engineering Fracture Mechanics.* – 2005. – Vol. 72. – P. 1089–1105.
14. Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading / S. Roy, S. Grigory, M. Smith, M.F. Kanninen, M. Anderson // *Journal of Pressure Vessel Technology.* – 1997. – Vol. 119. – P. 457–466.
15. Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning / K. Miyazaki, A. Nebu, S. Kanno, M. Ishiwata, K. Hasegawa // *JHPI.* – 2002. – Vol. 40. – P. 62–72.
16. Cabezas E.E., Celentano D.J. Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens // *Finite Elements in Analysis and Design.* – 2004. – Vol. 40. – P. 555–575.
17. Mirone G. A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen // *International Journal of Solids and Structures.* – 2004. – Vol. 41. – P. 3545–3564.
18. Давиденков Н.А., Спиридонова Н.И. Анализ напряженного состояния в шейке растянутого образца // *Заводская лаборатория.* – 1945. – № 6. – С. 583–593.
19. Казаков Д.А., Жегалов Д.В. Использование технологий цифровой фотосъемки для изучения полей деформаций // *Проблемы прочности и пластичности.* – 2007. – № 69. – С. 99–105.
20. Владимиров С.А., Дегтярев В.П., Агальцов В.И. Математическое моделирование механических свойств металлов и сплавов при больших деформациях // *Изв. РАН. МТТ.* – 2007. – № 1. – С. 145–159.
21. Пат. на изобретение РФ № 2324162. Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии / Баженов В.Г., Зефилов С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Заявка № 2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюл. № 13.
22. Баженов В.Г., Зефилов С.В., Осетров С.Л. Метод идентификации деформационных и прочностных свойств металлов и сплавов // *Деформация и разрушение материалов.* – 2007. – № 3. – С. 43–48.
23. Экспериментально-расчетный метод исследования больших упругопластических деформаций цилиндрических оболочек при растяжении до разрыва и построение диаграмм деформирования при неоднородном напряженно-деформированном состоянии / В.Г. Баженов, В.К. Ломунов, С.Л. Осетров, Е.В. Павленкова // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2013. – Т. 54, № 1. – С. 116–124.
24. Метод определения сил трения в экспериментах на ударное сжатие и построение динамических диаграмм деформирования металлов и сплавов / В.Г. Баженов, М.С. Баранова, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов // *Доклады Академии наук.* – 2018. – Т. 481, № 5. – С. 490–493.
25. Joun M., Eom J.G., Lee M.C. A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method // *Mechanics of Materials.* – 2009. – Vol. 40. – P. 586–593.
26. Kamaya M., Kawakubo M. A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis // *Mechanics of Materials.* – 2011. – Vol. 43. – P. 243–253.
27. Владимиров С.А., Трефилов С.И. Исследование процесса глубокого деформирования образцов с кольцевой выточкой при их растяжении // *Космонавтика и ракетостроение.* – 2015. – № 3 (82). – С. 81–85.
28. Development of a new method for strain field optimized material characterization [Электронный документ] / M. Benz, J. Irslinger, P. Du Bois, M. Feucht, M. Bischoff // 12th European LS-DYNA Conference 2019, Koblenz, Germany. – URL: www.dynalook.com/conferences/12th-european-ls-dyna-conference-2019/material-characterization (дата обращения: 29.06.2022).
29. Моделирование поведения упругопластических стержней при растяжении-кручении и построение их диаграмм деформирования до разрыва с учетом вида напряженно-деформированного состояния / В.Г. Баженов, Д.А. Казаков, Е.В. Нагорных, Д.Л. Осетров, А.А. Рябов // *Доклады российской академии наук. Физика, технические науки.* – 2021. – Т. 501. – С. 23–28.
30. Баженов В.Г., Осетров С.Л., Осетров Д.Л. Анализ закономерностей растяжения упругопластических образцов и образования шейки с учетом краевых эффектов // *Прикладная механика и техническая физика.* – 2018. – Т. 59, № 4 (350). – С. 133–140.

References

1. Nadai A. *Plasticnost' i razrushenie tverdykh tel.* Per. s angl. pod red. G.S. Shapiro [Plasticity and destruction of solids]. Moscow, *Izd-vo inostr. Lit.*, 1954, vol. 1., 647 p.
2. Bridzhmen P. *Issledovaniia bol'shikh plasticheskikh deformatsii i razrusheniia* [Plasticity and destruction of solids]. Moscow, *Izd-vo inostr. lit.*, 1955, 444 p.
3. Malinin N.N. *Prikladnaia teoriia plastichnosti i polzuchesti: uchebnik dlia studentov vuzov* [Applied theory of plasticity and creep: a textbook for university students]. Moscow, *Mashinostroenie*, 1975, 400 p.
4. Kaplan M.A. The stress and deformation in mild steel during axisymmetric necking. *Trans. of ASME. Series E. Journal of applied mechanics*, 1973, no. 1, pp. 271–276.

5. Shanly F.R. Tensile instability (necking) of ductile materials. *Aerospace Engineering*, 1961, vol. 20, no. 12, pp. 55–61.
6. Oding S.S. Issledovanie protsessa obrazovaniia i razvitiia sheiki pri rastiazhenii tsilindricheskogo obraztsa [Applied theory of plasticity and creep: a textbook for university students.]. *Problemy prochnosti*, 1983, № 10, pp. 103–106.
7. Osintsev A.V., Plotnikov A.S., Morozov E.M., Lubkova E.Iu. K voprosu o meste obrazovaniia sheiki pri rastiazhenii tsilindricheskikh obraztsov. [On the question of the place of neck formation during tension of cylindrical specimens]. *Pis'ma o materialakh*, 2017, T. 7. no. 3, pp. 260–265.
8. Bereznoi D.V. Paimushin V.N. O dvukh postanovkakh uprugoplasticheskikh zadach i teoreticheskoe opredelenie mesta obrazovaniia sheiki v obraztsakh pri rastiazhenii [On two formulations of elastoplastic problems and theoretical determination of the place of neck formation in specimens under tension]. *Prikladnaia matematika i mekhanika*, 2011, vol. 75, no. 4, pp. 635–659.
9. Vil'deman V.E., Lomakin E.V., Tret'iakova T.V., Tret'iakov M.P. Zakonomernosti razvitiia neodnorodnykh polei pri zakriticheskom deformirovanii stal'nykh obraztsov v usloviakh rastiazhenii [Patterns of the development of inhomogeneous fields during supercritical deformation of steel specimens under tensile conditions]. *Mekhanika tverdogo tela*, 2016, no. 5, pp. 132–139.
10. Degtiarev V.P. Deformatsii i razrushenie v vysoko napriazhennykh konstrukttsiakh [Deformations and fracture in highly stressed structures]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1987, 105 p.
11. Dil'man V.L., Ostsemin A.A. O poteri plasticheskoi ustoiichivosti tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek [Ostsemin A.A. On the loss of plastic stability of thin-walled cylindrical shells]. *Problemy mashinostroeniia i nadezhnosti mashin*, 2002, no. 5, pp. 50–57.
12. Kachanov L.M. Osnovy mekhaniki razrusheniia [Fundamentals of fracture mechanics]. *Moscow, Nauka*, 1974, 312 p.
13. Enami K., The effect of compressive and tensile prestrain on ductile fracture initiation in steels, *Engineering Fracture Mechanics*, 2005, 72, pp. 1089–1105.
14. Roy S., Grigory S., Smith M., Kanninen M.F., Anderson M., Numerical simulations of full-scale corroded pipe tests with combined loading, *Journal of Pressure Vessel Technology*, 1997, 119, pp. 457–466.
15. Miyazaki K., Nebu A., Kanno S., Ishiwata M., Hasegawa K., Study on fracture criterion for carbon steel pipes with local wall thinning, *JHPI* 40, 2002, pp. 62–72.
16. Cabezas E.E., Celentano D.J., Experimental and numerical analysis of the tensile test using sheet specimens, *Finite Elements in Analysis and Design*, 2004, 40, pp. 555–575.
17. Mirone G., A new model for the elastoplastic characterization and the stress–strain determination on the necking section of a tensile specimen, *International Journal of Solids and Structures*, 2004, 41, pp. 3545–3564.
18. Davidenkov N.A., Spiridonova N.I. Analiz napriazhenogo sostoiianiia v sheike rastianutogo obraztsa [Analysis of the stress state in the neck of a stretched sample]. *Zavodskaiia laboratoriiia*, 1945, no. 6, pp. 583–593.
19. Kazakov D.A., Zhegalov D.V. Ispol'zovanie tekhnologii tsifrovoi fotos'emki dlia izucheniia polei deformatsii [Using digital photography technologies to study deformation fields]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2007, no. 69, pp. 99–105.
20. Vladimirov S.A., Degtiarev V.P., Agal'tsov V.I. Matematicheskoe modelirovanie mekhanicheskikh svoistv metallov i splavov pri bol'shikh deformatsiakh [Mathematical modeling of mechanical properties of metals and alloys at large deformations]. *Izv. RAN. MTT*, 2007, no. 1. pp. 145–159.
21. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Sposob opredeleniia deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv materialov pri bol'shikh deformatsiakh i neodnorodnom napriazhenno-deformirovannom sostoianii. Patent na izobretenie № 2324162. Zaiavka № 2006115805. Opublikovano 10.05.2008, biull. № 13.
22. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Osetrov S.L. Metod identifikatsii deformatsionnykh i prochnostnykh svoistv metallov i splavov [Method for identification of deformation and strength properties of metals and alloys]. *Deformatsiia i razrushenie materialov*, 2007, no. 3. pp. 43–48.
23. Bazhenov V.G., Lomunov V.K., Osetrov S.L., Pavlenkova E.V. Experimental and computational method of studying large elastoplastic deformations of cylindrical shells in tension to rupture and constructing strain diagrams for an inhomogeneous stress-strain state. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2013, vol. 54, no. 1. pp. 100–107.
24. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Osetrov D.L., Ryabov A.A. Method for determining friction forces in experiments on shock compression and construction of dynamic stress–strain diagrams of metals and alloys. *Doklady Physics*. 2018, vol. 63, no. 8. pp. 331–333.
25. Joun M., Eom J.G., Lee M.C., A new method for acquiring true stress–strain curves over a large range of strains using a tensile test and finite element method. *Mechanics of Materials*, 2009, 40, pp. 586–593.
26. Kamaya M., Kawakubo M., A procedure for determining the true stress–strain curve over a large range of strains using digital image correlation and finite element analysis, *Mechanics of Materials*, 2011, 43, pp. 243–253.
27. Vladimirov S.A., Trefilov S.I. Issledovanie protsessa glubokogo deformirovaniia obraztsov s kol'tsevoi vytochkoi pri ikh rastiazhenii [Investigation of the process of deep deformation of samples with an annular undercut during their stretching]. *Kosmonavtika i raketostroenie*, 2015, no. 3 (82), pp. 81–85.
28. Benz M., Irslinger J., Du Bois P., Feucht M., Bischoff M. Development of a new method for strain field optimized material characterization. 12th European LS-DYNA Conference 2019, Koblenz, Germany, available at: www.dynalook.com/conferences/12th-european-ls-dyna-conference-2019/material-characterization/
29. Bazhenov, V.G., Kazakov, D.A., Nagornykh, E.V., Osetrov, D.L., Ryabov, A.A. Modeling the behavior of elastoplastic rods during tension–torsion deformation and plotting their strain diagram before rupture while taking into account the type of stress–strain State, 2021, 66 (11), pp. 311–315.
30. Bazhenov V.G., Osetrov S.L., Osetrov D.L. Analysis of stretching of elastoplastic samples and necking with edge effects. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2018, vol. 59, no. 4. pp. 693–698.

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-08-00667_а).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Financing. The work was carried out with the financial support of the RFBR (grant No. 20-08-00667_а).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.