

УДК 539.3

**Н.Г. Бураго<sup>1</sup>, А.Б. Журавлев<sup>1</sup>, И.С. Никитин<sup>2</sup>**<sup>1</sup> Институт проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского, Москва, Россия<sup>2</sup> Институт автоматизации проектирования РАН, Москва, Россия

## **СВЕРХМНОГОЦИКЛОВОЕ УСТАЛОСТНОЕ РАЗРУШЕНИЕ ТИТАНОВЫХ ДИСКОВ КОМПРЕССОРА**

Описана процедура расчета напряженного состояния диска компрессора газотурбинного двигателя в полетном цикле нагружения (режим малоциклового усталости – МЦУ) и при низкоамплитудных вибрациях лопаток (режим сверхмногоциклового усталости – СВМУ). Исследуются критерии и модели многоосного разрушения в условиях малоциклового усталости и в условиях сверхмногоциклового усталости. Определены параметры моделей на основе экспериментальных данных одноосных усталостных испытаний при различных коэффициентах асимметрии цикла. С использованием рассчитанного напряженного состояния с помощью моделей многоосного усталостного разрушения получены оценки долговечности диска компрессора для альтернативных механизмов усталости МЦУ и СВМУ. С целью подтверждения полученных результатов решены две задачи теории упругости для кольцевого диска, моделирующие центробежные нагрузки от лопаток (аналог режима МЦУ) и нагрузки от кручения лопаток (аналог режима СВМУ). Оценки долговечности также указывают, что усталостное разрушение в режимах МЦУ и СВМУ может происходить за одинаковый период реального времени.

**Ключевые слова:** сверхмногоциклового усталость, малоциклового усталость, критерии многоосного усталостного разрушения, численное моделирование, долговечность, концентрация напряжений, диск компрессора, колебания лопаток, полетный цикл нагружения.

**N.G. Burago<sup>1</sup>, A.B. Zhuravlev<sup>1</sup>, I.S. Nikitin<sup>2</sup>**<sup>1</sup> Institute for problems in mechanics of RAS, Moscow, Russian Federation,<sup>2</sup> Institute for computer aided design of RAS, Moscow, Russian Federation

## **VERY-HIGH-CYCLE FATIGUE FRACTURE OF TITANIUM COMPRESSOR DISKS**

In the present paper there is outlined the procedure of stress state calculation for compressor disk of gas-turbine engine during flight-loading cycle (low-cycle fatigue regime – LCF) and under low-amplitude blade vibrations (very high-cycle fatigue – VHCF). The criteria and models of multiaxial fracture are studied in the case of low-cycle fatigue and in the case of very high-cycle fatigue. The model parameters are determined by using the experimental data of uniaxial fatigue tests for various asymmetry coefficients of the cycle. On the basis of the calculated stress state using multiaxial fatigue fracture criteria, the durability estimations for compressor disks are obtained for alternative mechanisms of LCF and VHCF. Two elasticity problems for circular disk are solved for confirmation of

the numerical results obtained. In the first problem the centrifugal loading from the blades (analogue of LCF regime) was modeled. In the second problem loading from blade torsion (analogue of VHCF regime) was modeled. The durability estimation also shows that the fatigue fracture in LCF and VHCF regimes can take place for the same period of real time.

**Keywords:** very-high-cycle fatigue, low-cycle fatigue, multiaxial fatigue fracture criteria, numerical simulation, durability, stress concentration, compressor disk, vibrations of blades, flight loading cycle.

## **Введение**

В данной работе решается задача усталостного разрушения диска компрессора газотурбинного двигателя (на примере ГТД серии Д30) в полетных циклах нагружения и при вибрационных воздействиях. В настоящее время существует несколько основных типов критериев и моделей многоосного усталостного разрушения, позволяющих оценить число циклов нагружения образца материала или элемента конструкции до разрушения по напряженному состоянию, деформированному состоянию или накопленной повреждаемости. Определение параметров рассматриваемых моделей является непростой экспериментальной задачей и осуществляется, как правило, по результатам одноосных усталостных испытаний на растяжение, кручение или изгиб с различными коэффициентами асимметрии цикла. Приведено описание вычислительной процедуры определения напряженно-деформированного состояния (НДС) контактной системы диска и лопаток компрессора. На основе рассчитанного НДС и выбранных критериев получены оценки долговечности диска компрессора в условиях, моделирующих эксплуатационные, для двух альтернативных режимов малоциклового и сверхмногоциклового усталостного разрушения.

С целью подтверждения полученных результатов решены две модельные задачи теории упругости о нагружении кольцевого диска постоянной толщины. В первой задаче к диску приложена центробежная нагрузка, а на внешнем контуре переменное по углу радиальное напряжение, моделирующее центробежную нагрузку от лопаток (аналог режима МЦУ). Во второй задаче решается уравнение для изгиба диска под действием переменных по углу крутящих моментов на внешнем контуре. Эти моменты моделируют влияние колебаний лопаток (аналог режима СВМУ). В обоих случаях напряжения резко возрастают в окрестности внешнего контура и приводят к появлению зон возможного усталостного разрушения. Оценки долговечности также указывают, что усталостное разрушение в режимах МЦУ и СВМУ может происходить за период реального времени одного масштаба.

## 1. Модели многоосного усталостного разрушения в режиме МЦУ

Основой для определения параметров моделей многоосного усталостного разрушения являются экспериментальные кривые одноосных циклических испытаний при различных значениях параметра асимметрии цикла  $R = \sigma_{\min} / \sigma_{\max}$ , где  $\sigma_{\max}$  и  $\sigma_{\min}$  – максимальное и минимальное значения напряжения в цикле. При описании результатов одноосных испытаний на усталостную прочность принимаются следующие обозначения:  $\sigma_a = (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}) / 2$  – амплитуда напряжения в цикле,  $\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min}$  – размах напряжений в цикле одноосного нагружения. Экспериментальные данные одноосных испытаний описываются кривыми Веллера, которые аналитически могут быть представлены соотношением Баскина [1, 2]

$$\sigma = \sigma_u + \sigma_c N^\beta, \quad (1)$$

где  $\sigma_u$  – предел усталости;  $\sigma_c$  – коэффициент усталостной прочности;  $\beta$  – показатель усталостной прочности;  $N$  – число циклов до разрушения. Общий вид усталостной кривой представлен на рис. 1, в данном режиме представляет интерес левая ветвь при  $N < 10^7$ .

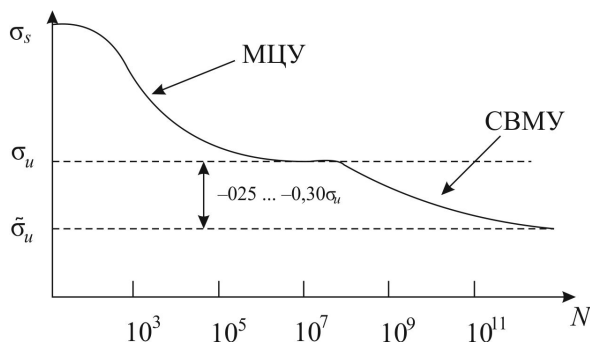


Рис. 1. Бимодальная усталостная кривая для режимов МЦУ и СВМУ

Задача исследования усталостного разрушения состоит в определении пространственного распределения функции числа циклов до разрушения  $N$  из уравнений типа (1), обобщенных на случай многоосного напряженного состояния и содержащих рассчитанные напряжения в рассматриваемой конструкции.

Рассмотрим основные варианты обобщения результатов одноосных испытаний на общий случай многоосного напряженного состояния [2].

Обобщение одноосной усталостной кривой (1) на случай многоосного напряженного состояния согласно Сайнсу [4] имеет вид

$$\Delta\tau / 2 + \alpha_s \sigma_{\text{mean}} = S_0 + AN^\beta, \quad \sigma_{\text{mean}} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)_{\text{mean}}, \quad (2)$$

$$\Delta\tau = \sqrt{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 + (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2} / 3,$$

где  $\sigma_{\text{mean}}$  – сумма главных напряжений, осредненная за цикл нагружения;  $\Delta\tau$  – изменение октаэдрического касательного напряжения за цикл;  $\Delta\tau / 2$  – его амплитуда;  $\alpha_s$ ,  $S_0$ ,  $A$ ,  $\beta$  – параметры, определяемые по данным эксперимента.

Параметры модели, определенные по одноосным усталостным кривым при  $R = -1$  и  $R = 0$ , определены в [2]:

$$S_0 = \sqrt{2}\sigma_u / 3, \quad A = 10^{-3\beta} \sqrt{2}(\sigma_b - \sigma_u) / 3, \quad (3)$$

$$\alpha_s = \sqrt{2}(2k_{-1} - 1) / 3, \quad k_{-1} = \sigma_u / (2\sigma_{u0}),$$

где  $\sigma_u$  и  $\sigma_{u0}$  – пределы усталости по кривым  $\sigma_a(N)$  при  $R = -1$  и  $R = 0$  соответственно;  $\sigma_b$  – предел прочности.

Обобщение одноосной усталостной кривой на случай многоосного напряженного состояния согласно Кроссланду [5] имеет вид

$$\Delta\tau / 2 + \alpha_c (\bar{\sigma}_{\text{max}} - \Delta\tau / 2) = S_0 + AN^\beta, \quad \bar{\sigma}_{\text{max}} = (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)_{\text{max}}, \quad (4)$$

где  $\bar{\sigma}_{\text{max}}$  – сумма главных напряжений, максимальная за цикл нагружения.

В этом случае параметры модели соответственно [2]

$$S_0 = \sigma_u \left[ \sqrt{2} / 3 + (1 - \sqrt{2} / 3) \alpha_c \right], \quad (5)$$

$$A = 10^{-3\beta} \left[ \sqrt{2} / 3 + (1 - \sqrt{2} / 3) \alpha_c \right] (\sigma_b - \sigma_u),$$

$$\alpha_c = (k_{-1} \sqrt{2} / 3 - \sqrt{2} / 6) / \left[ (1 - \sqrt{2} / 6) - k_{-1} (1 - \sqrt{2} / 3) \right].$$

Обобщение одноосной усталостной кривой на случай многоосного напряженного состояния по критерию Финдли имеет вид [6]

$$(\Delta\tau_s / 2 + \alpha_F \sigma_n)_{\max} = S_0 + AN^\beta, \quad (6)$$

где  $\tau_s$ ,  $\sigma_n$  – модуль касательного напряжения и нормальное напряжение на площадке с нормалью  $n_i$ ; индекс  $\max$  означает выбор площадки, на которой комбинация  $\Delta\tau_s / 2 + \alpha_F \sigma_n$  принимает максимальное значение. По одноосным усталостным кривым при  $R = -1$  и  $R = 0$  определены параметры модели:

$$S_0 = \sigma_u \left( \sqrt{1 + \alpha_F^2} + \alpha_F \right) / 2, \quad A = 10^{-3\beta} \left( \sqrt{1 + \alpha_F^2} + \alpha_F \right) (\sigma_b - \sigma_u) / 2, \quad (7)$$

$$\alpha_F = \left[ \sqrt{5k_{-1}^2 - 2k_{-1}} / 2 - k_{-1}(1 - k_{-1}) \right] / \left[ k_{-1}(2 - k_{-1}) \right].$$

Имея в виду конкретный расчетный пример, рассмотренный далее, приведем приближенные значения параметров для титанового сплава Ti-6Al-4V [7]: предел прочности  $\sigma_b = 1100$  МПа; пределы усталости по кривым  $\sigma_a(N)$  при  $R = -1$  и  $R = 0$  соответственно:  $\sigma_u = 450$  МПа и  $\sigma_{u0} = 350$  МПа; показатель усталостной прочности  $\beta = -0,45$ ; модуль Юнга  $E = 116$  ГПа; модуль сдвига  $G = 44$  ГПа; коэффициент Пуассона  $\nu = 0,32$ .

## 2. Пример расчета многоосного напряженного состояния и оценки долговечности в полетном цикле нагружения (режим МЦУ)

Ранее [2] рассматривалась задача усталостного разрушения диска компрессора газотурбинного двигателя в полетных циклах нагружения. Предполагается, что циклом многоосного нагружения контактной системы диска и лопаток является полетный цикл нагружения (ПЦН), состоящий в достижении максимальных нагрузок на крейсерской скорости полета воздушного судна и соответствующих угловых скоростях вращения диска компрессора. Задача состоит в определении долговечности диска  $N$  (число ПЦН до разрушения) из соотношений (2), (4), (6). Для этого необходимо произвести расчет НДС системы диска и лопаток при действии комбинации внешних нагрузок, представленных центробежными силами, распределенными аэродинамическими давлениями на лопатки и силами нелинейного контактного взаимодействия диска и лопаток. Анализ трехмерного напряженно-деформированного

состояния контактной системы диска и лопаток компрессора (рис. 2, *a*) выполнен численно. Расчеты проводились с помощью конечно-элементного пакета программ, а распределенные аэродинамические нагрузки определены приближенно аналитически с использованием классических решений об обтекании решетки пластинок под произвольным углом атаки на основе гипотезы изолированного профиля [8] с учетом деформированного состояния лопаток (аэроупругий эффект).

Параметры расчета принимались такими: угловая скорость вращения  $\omega = 314$  рад/с (3000 об/мин), скорость потока 200 м/с при плотности  $1,3$  кг/м<sup>3</sup>. Свойства материалов принимались следующими: диск (титановый сплав):  $E = 116$  GPa,  $\nu = 0,32$ ,  $\rho = 4370$  кг/м<sup>3</sup>; лопатки (алюминиевый сплав):  $E = 69$  GPa,  $\nu = 0,33$ ,  $\rho = 2700$  кг/м<sup>3</sup>; фиксирующие штифты (сталь):  $E = 207$  GPa,  $\nu = 0,27$ ,  $\rho = 7860$  кг/м<sup>3</sup>. На рис. 2, *б* показана зона концентрации максимальных растягивающих напряжений в левом углу паза в диске, в который вставляется лопатка.

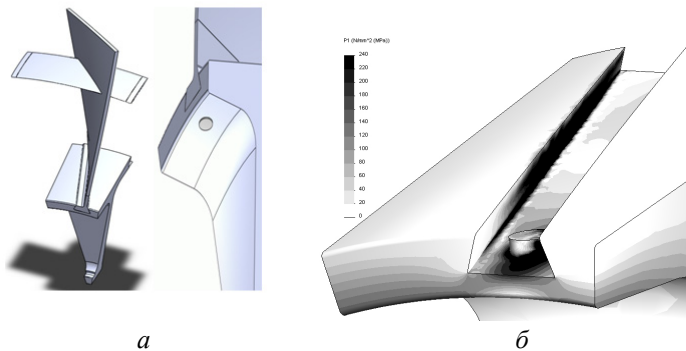


Рис. 2. Геометрическая модель сектора диска с лопаткой (*a*) и зона концентрации напряжений (*б*)

Видно, что концентрация напряжений нарастает от фронтальной к тыльной части паза, что совпадает с данными о расположении зон зарождения усталостных трещин в тыльной части диска [1, 8].

На рис. 3, *a* для окрестности левого угла контактного соединения диска и лопатки типа «ласточкин хвост» (в зонах максимальной концентрации напряжений) показаны рассчитанные величины числа полетных циклов до разрушения  $N$  для выбранных критериев многоосного усталостного разрушения. На рис. 3, *б* рассматриваемая окрестность левого угла контактного паза диска выделена сплошной линией.

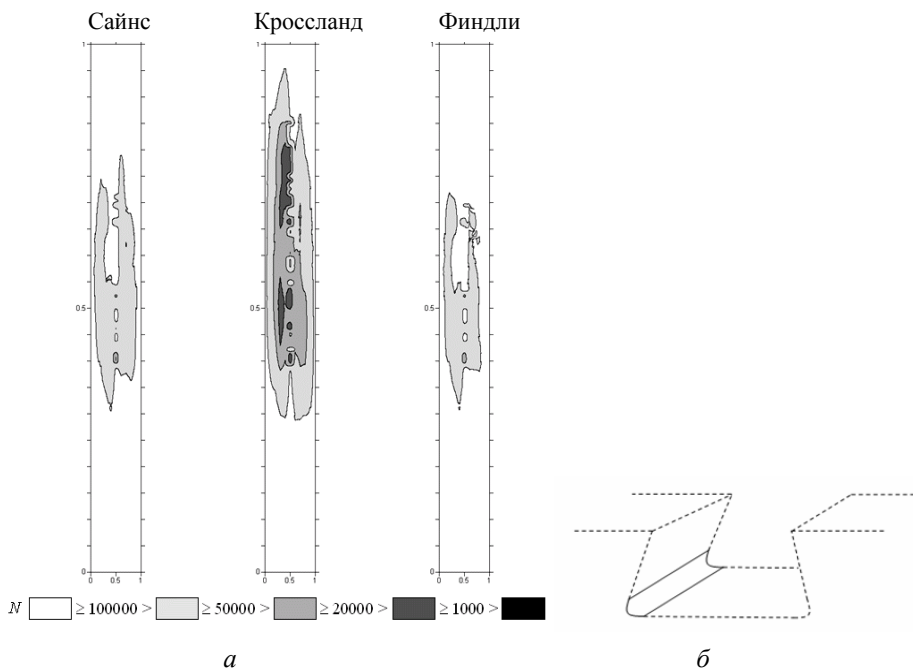


Рис. 3. Оценки долговечности титанового диска в зоне концентрации (а) и выделенная зона концентрации (б)

Критерии Сайнса и Финдли дали оценку долговечности дисков ГТД на уровне 20 000–50 000 циклов. Критерий Кроссланда предсказал возможность усталостного разрушения менее чем в 20 000 полетных циклов. В целом все критерии дали сходное расположение зон усталостного разрушения.

### 3. Пример расчета многоосного напряженного состояния и оценки долговечности элементов конструкций при низкоамплитудных осевых воздействиях в режиме СВМУ

В данной работе дополнительно исследуется альтернативный механизм усталостного нагружения, связанный с наблюдаемыми высокочастотными осевыми колебаниями бандажных полок. Амплитуды этих колебаний и вызываемые ими возмущения напряженного состояния в окрестности концентратора напряжений относительно невелики, однако число циклов при высокой частоте колебаний за время эксплуатации может достигь величин  $10^9 - 10^{10}$ , что приводит к необходимости исследования режима сверхмногоциклового усталости (СВМУ) и воз-

возможности усталостного разрушения при уровне напряжений, меньшем классического предела усталости материала [1].

В настоящее время отсутствуют экспериментально обоснованные модели многоосной усталости в режиме СВМУ. Поэтому для оценок долговечности применялись известные критерии многоосного усталостного разрушения МЦУ (2), (4) и (6) с учетом общих предположений о характере поведения усталостных кривых в рассматриваемом режиме. Характерный вид усталостной кривой показан на рис. 1, в данном режиме представляет интерес правая ветвь при  $N > 10^8$ .

### 3.1. Обобщенные критерии сверхмногоцикловой усталости

Для определения параметров модели в режиме СВМУ по одноосным усталостным кривым используем соображения, которые применялись при их определении для режима МЦУ. При этом учтено подобие левой и правой ветвей усталостной кривой с заменами  $\sigma_b \rightarrow \sigma_u$ ,  $\sigma_u \rightarrow \tilde{\sigma}_u$ ,  $\sigma_{u0} \rightarrow \tilde{\sigma}_{u0}$ , где  $\tilde{\sigma}_u$  и  $\tilde{\sigma}_{u0}$  – «новые» пределы усталости на правой ветви усталостной кривой для коэффициентов асимметрии  $R = -1$  и  $R = 0$ . Значения параметров для обобщенной модели Сайнса (2) в режиме СВМУ имеют вид

$$S_0 = \sqrt{2}\tilde{\sigma}_u / 3, A = 10^{-8\beta} \sqrt{2}(\sigma_u - \tilde{\sigma}_u) / 3, \alpha_s = \sqrt{2}(2k_{-1} - 1) / 3, k_{-1} = \tilde{\sigma}_u / \tilde{\sigma}_{u0} / 2.$$

Аналогично параметры обобщенной модели Кроссланда (4) в режиме СВМУ имеют значения

$$S_0 = \tilde{\sigma}_u [\sqrt{2} / 3 + (1 - \sqrt{2} / 3)\alpha_c], A = 10^{-8\beta} (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u) [\sqrt{2} / 3 + (1 - \sqrt{2} / 3)\alpha_c].$$

Также определены параметры обобщенной модели Финдли (6) в режиме СВМУ:

$$S_0 = \tilde{\sigma}_u \left( \sqrt{1 + \alpha_F^2} + \alpha_F \right) / 2, A = 10^{-8\beta} (\sigma_u - \tilde{\sigma}_u) \left( \sqrt{1 + \alpha_F^2} + \alpha_F \right) / 2.$$

Для расчетов выбраны следующие значения усталостных параметров титанового сплава в режиме СВМУ:  $\sigma_u = 450$  МПа,  $\tilde{\sigma}_u = 250$  МПа,  $\tilde{\sigma}_{u0} = 200$  МПа,  $\beta = -0,3$ .



### 3.2. Расчетная модель низкоамплитудных осевых колебаний бандажных полок

Осевые смещения бандажных полок связаны с волновыми возмущениями, которые распространяются по угловой координате. На полный набор лопаток обычно укладывается 12–16 полуволн. Это дает возможность ввести в качестве крайних состояний элементарного цикла данного типа нагружения два положения сектора диска с одной лопаткой. В этих положениях при нулевом осевом смещении правого конца бандажной полки осевые смещения левого конца направлены в противоположных направлениях и в режимах эксплуатации достигают величины порядка 1 мм. Рассматриваемые низкоамплитудные воздействия накладываются на основное напряженное состояние в полетном цикле нагружения.

На рис. 4, *a* показана схема приложения низкоамплитудных осевых смещений. Таким образом, рассматриваются случаи, когда на левую границу приходится максимум или минимум амплитуды колебаний, равной  $\pm 1$  мм при частоте 3000 об/мин.

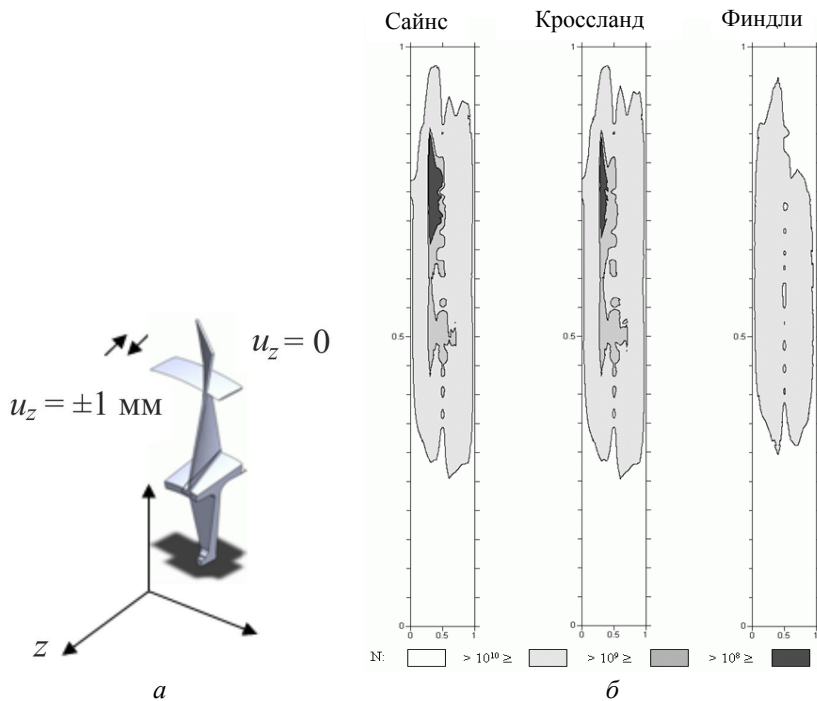


Рис. 4. Схема приложения низкоамплитудных осевых смещений (*a*) и оценки долговечности титанового диска в зоне концентрации (*б*)

### 3.3. Оценка долговечности элемента конструкции по критериям СВМУ

На рис. 4, б для окрестности левого угла контактного соединения диска и лопатки (в зонах максимальной концентрации напряжений) показаны рассчитанные величины числа циклов до разрушения  $N$  для трех выбранных критериев по напряженному состоянию (Сайнса, Кроссланда и Финдли) в режиме СВМУ. Несмотря на относительно невысокий уровень амплитуд напряжений в цикле, расчетами показано, что и в этом случае возникают зоны возможного усталостного разрушения, расположенные в тыльной зоне левого угла паза диска, примерно там же, где и в случае полетных циклов нагружения. Величина  $N$ , при которой они появляются, имеет порядок  $10^9 - 10^{10}$ , что в пересчете на реальное время процесса с периодом цикла 0,02 с (при выбранной частоте колебаний) дает величину 30 000 ч, вполне достижимую в процессе эксплуатации. Хотя эти оценки весьма приблизительны, они указывают на принципиальную возможность развития усталостного разрушения в указанных зонах диска компрессора как по механизму МЦУ (полетный цикл нагружения), так и по механизму СВМУ (высокочастотные, низкоамплитудные вибрации элементов конструкции). Тем большую опасность может иметь результат взаимодействия этих механизмов, поскольку они проявляют себя в близкорасположенных зонах и на близких масштабах реального времени.

## 4. Модельные задачи для кольцевого диска

### 4.1. Напряженное состояние в режиме МЦУ

С целью подтверждения полученных результатов решены две модельные задачи теории упругости о нагружении кольцевого диска с внутренним радиусом  $a$  и внешним радиусом  $b$ . В первой задаче к диску приложена центробежная нагрузка, а на внешнем контуре – переменное по углу радиальное напряжение, моделирующее центробежную нагрузку от лопаток и согласованное с ней по амплитуде (аналог режима МЦУ).

Для определения напряжений в диске решается бигармоническое уравнение для функции Эри с граничными условиями [9]

$$\Delta^2 F = 0,$$

$$\sigma_{rr} = 0, \quad \sigma_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r = a,$$

$$\sigma_{rr} = \sigma_0 S_\delta(\theta), \quad \sigma_{r\theta} = 0 \quad \text{при } r = b,$$

$$\sigma_{rr} = F_{rr}/r + F_{r\theta\theta}/r^2, \quad \sigma_{r\theta} = F_{r\theta}/r^2 - F_{r\theta\theta}/r, \quad \sigma_{\theta\theta} = F_{r\theta\theta}.$$

Здесь  $\sigma_0 = \rho\omega^2(b_1^2 - b^2)/2$ ;  $b_1$  – внешний радиус лопатки;  $\delta$  – ее ширина.

Периодическая функция распределения радиального напряжения на внешнем контуре (один период  $-\pi/N_0 < \theta < \pi/N_0$ ),  $N_0$  – число лопаток.

$$S_\delta(\theta) = 1 \quad \text{при } \theta \in [-\delta/2, \delta/2], \quad S_\delta(\theta) = 0 \quad \text{при } \theta \notin [-\delta/2, \delta/2].$$

Общее решение для функции Эри получается методом разделения переменных:

$$F = (A_n r^n + B_n r^{-n} + C_n r^{n+2} + D_n r^{-n+2}) \cos n\theta.$$

К вычисленным на его основе напряжениям добавляются напряжения от центробежной силы в диске [10]. Зависимости радиальных  $\sigma_{rr}$  и тангенциальных  $\sigma_{\theta\theta}$  напряжений от радиуса диска при  $\theta = 0$  (под лопаткой) для значений  $a = 0,05$ ,  $b = 0,4$  приведены на рис. 5, а (МПа).

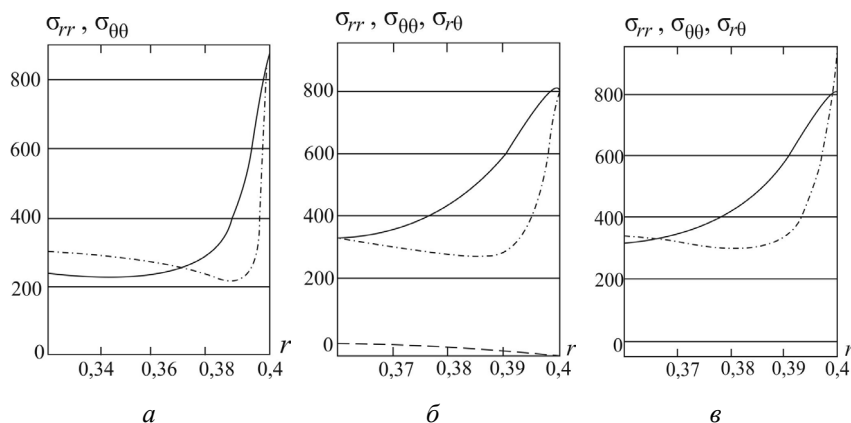


Рис. 5. Распределение напряжений при МЦУ-нагрузении (а); распределение напряжений для СВМУ-нагрузения при кручении лопаток по (б) и против часовой стрелки (в)

#### 4.2. Напряженное состояние в режиме СВМУ

Во второй задаче решается уравнение для изгиба диска под действием переменных по углу крутящих моментов на внешнем контуре. Эти моменты моделируют влияние колебаний лопаток (аналог режима СВМУ).

Уравнение для изгиба пластинки и граничные условия [10]:

$$\Delta^2 w = 0,$$

$$V_r = 0, \quad M_r = 0 \quad \text{при } r = a$$

$$V_r = 2M_{r_0, \theta}^* / r, \quad M_r = 0 \quad \text{при } r = b, \quad \text{где } M_{r_0}^* = M_0 \Omega_\delta(\theta),$$

$$V_r = (M_\theta + 2M_{r_0, \theta} - (rM_r)_{,r}) / r, \quad M_r = -D_0 (w_{,rr} + \nu w_{, \theta\theta} / r^2 + \nu w_{,r} / r),$$

$$M_\theta = -D_0 (\nu w_{,rr} + w_{, \theta\theta} / r^2 + w_{,r} / r), \quad M_{r_0} = D_0 (1 - \nu) (w_{,r_0} / r - w_{, \theta} / r^2).$$

Периодическая функция распределения крутящего момента на внешнем контуре (один период  $-\pi / N_0 < \theta < \pi / N_0$ ) отлична от нуля на интервалах  $\Theta_1 = [\pi / N_0 - \delta / 2, \pi / N_0 + \delta / 2]$  и  $\Theta_2 = [-\pi / N_0 - \delta / 2, -\pi / N_0 + \delta / 2]$ .

$$\Omega_\delta(\theta) = 1 \quad \text{при } \theta \in \Theta_1, \quad \Omega_\delta(\theta) = -1 \quad \text{при } \theta \in \Theta_2,$$

$$\Omega_\delta(\theta) = 0 \quad \text{при } \theta \notin \Theta_1, \theta \notin \Theta_2.$$

Общее решение для изгибных смещений диска имеет вид

$$w = (A_n r^n + B_n r^{-n} + C_n r^{n+2} + D_n r^{-n+2}) \cos n\theta.$$

Компоненты напряжений связаны с моментами формулами [11]

$$\sigma_{rr} = 12M_r z / h^3, \quad \sigma_{\theta\theta} = 12M_\theta z / h^3, \quad \sigma_{r_0} = 12M_{r_0} z / h^3.$$

Величина амплитуды крутящего момента  $M_0 = G\gamma\delta^2 h / 3$  и определяется из решения задачи о кручении пластины эллипсоидального поперечного сечения с полуосями  $\delta$  и  $h$  и с погонным углом кручения  $\gamma$  в предположении  $\delta \ll h$  [11]. Жесткость диска  $D_0 = Eh^3 / 12 / (1 - \nu^2)$ , модуль Юнга  $E$ , модуль сдвига  $G$ . Напряжения от центробежной силы в лопатках и диске, определенные ранее, суммируются с полученными напряжениями от крутящих моментов, соответствующих максимальным углам поворота лопаток по- и против часовой стрелки.

Зависимости радиальных (сплошная линия), тангенциальных (штрихпунктирная) и касательных (пунктирная) напряжений от радиуса диска для крайних состояний цикла (под лопаткой) приведены на рис. 5, б, в. В обоих режимах МЦУ (см. рис. 5, а) и СВМУ (см. рис. 5, б, в) напряжения резко возрастают в окрестности внешнего контура и приводят к появлению зон усталостного разрушения.

### 4.3. Оценки долговечности в режиме МЦУ и СВМУ

На основе критерия многоосного усталостного разрушения Сайнса (режим МЦУ) и его обобщения (режим СВМУ) были проведены оценки долговечности  $N$  для рассматриваемых нагружений диска.

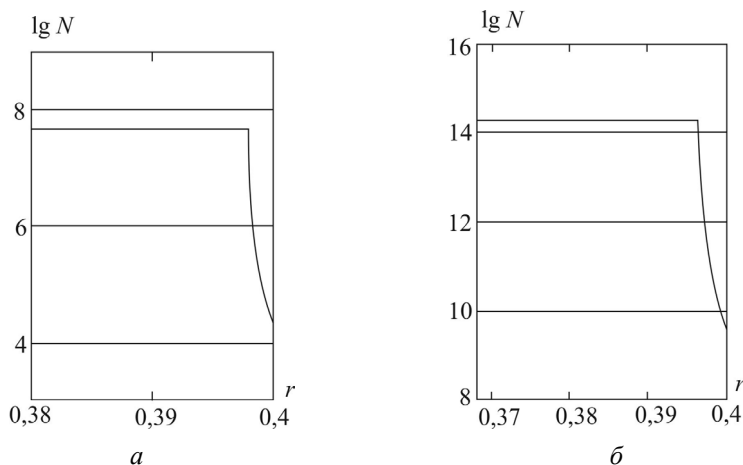


Рис. 6. Распределение логарифма долговечности при МЦУ- (*a*) и СВМУ-режиме (*б*)

Эти оценки для  $\lg N$  приведены на рис. 6, *a* ( $\sim 4,3$  для МЦУ) и рис. 6, *б* ( $\sim 9,6$  для СВМУ). С учетом значений периодов цикла  $T \sim 2$  ч и  $T \sim 0,02$  с легко вычислить, что усталостное разрушение в режимах МЦУ и СВМУ происходит за примерно одинаковый период реального времени  $\sim 20\,000$ – $40\,000$  ч. Тем самым подтвержден вывод об альтернативности данных режимов усталостного разрушения для титановых дисков.

### Выводы

В работе проведен сравнительный анализ и оценка долговечности диска компрессора ГТД для двух альтернативных механизмов усталостного разрушения – МЦУ и СВМУ. Выполненные расчеты указывают на близкое расположение зон усталостного разрушения и близость оценок долговечности для МЦУ и СВМУ в реальном времени.

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты № 12-08-00366-а, 12-08-01260-а).

### **Библиографический список**

1. Шанявский А.А. Моделирование усталостных разрушений металлов. – Уфа: Монография, 2007. – 498 с.
2. Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S. Models of Multiaxial Fatigue Fracture and Service Life Estimation of Structural Elements // *Mechanics of Solids*. – 2011. – Vol. 46. – No. 6. – P. 828–838.
3. Investigation of multiaxial fatigue in the prospect of turbine disc applications: Part II. Fatigue criteria analysis and formulation of a new combined one / V. Bonnard, J.L. Chaboche, H. Cherouali, P. Kanoute [et al.] // *Proceedings the 9-th Intern. Conf. of Multiaxial Fatigue and Fracture (ICMFF9)*. – Parma, Italy, 2010. – P. 691–698.
4. Sines G. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. *Metal fatigue*. – New York: McGraw-Hill, 1959. – P. 145–169.
5. Crossland B. Effect of large hydrostatic pressures on torsional fatigue strength of an alloy steel // *Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals*. – London, 1956. – P. 138–149.
6. Findley W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending // *J. of Eng. for Indust.* – 1959. – Vol. 81. – No. 4. – P. 301–306.
7. Kallmeyer A.R., Krgo A., Kurath P. Evaluation of multiaxial fatigue life prediction methodologies for Ti-6Al-4V // *ASME J. Eng. Mat. Technol.* – 2002. – Vol. 124. – P. 229–237.
8. Бурого Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С. Анализ напряженного состояния диска компрессора ГТД // *Вестник ПГТУ. Механика*. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2011. – № 1. – С. 46–54.
9. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
10. Демьянушко И.В., Биргер И.А. Расчет на прочность вращающихся дисков. – М.: Машиностроение, 1978. – 247 с.
11. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 744 с.

### **References**

1. Shanyavski A.A. Modelirovanie ustalostnykh razrusheniy metallov. [Modelling of fatigue fracture of the metals]. Ufa: Monografiya, 2007. 498 p.
2. Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S. Models of Multiaxial Fatigue Fracture and Service Life Estimation of Structural Elements. *Mechanics of Solids*, 2011, vol. 46, no. 6, pp. 828-838.

3. Bonnard V., Chaboche J.L., Cherouali H., Kanoute P., Ostojakuczynski E., Vogel F. Investigation of multiaxial fatigue in the prospect of turbine disc applications: Part II. Fatigue criteria analysis and formulation of a new combined one. *Proceedings the 9-th Intern. Conf. of Multiaxial Fatigue and Fracture (ICMFF9)*, 2010, Parma, Italy, pp. 691-698.

4. Sines G. Behavior of metals under complex static and alternating stresses. *Metal fatigue*. New York: McGraw-Hill, 1959, pp. 145-169.

5. Crossland B. Effect of large hydrostatic pressures on torsional fatigue strength of an alloy steel. *Proc. Int. Conf. on Fatigue of Metals*. London, 1956, pp. 138-149.

6. Findley W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending. *J. of Eng. for Indust*, 1959, vol. 81, no. 4, pp. 301-306.

7. Kallmeyer A.R., Krgo A., Kurath P. Evaluation of multiaxial fatigue life prediction methodologies for Ti-6Al-4V. *ASME J. Eng. Mat. Technol*, 2002, vol. 124, pp. 229-237.

8. Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S. Analiz napryazhennogo sostoyaniya diska kompressora GTD [The stress state analysis of the GTE compressor disk]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mekhanika*, 2011, vol. 1, pp. 46-54.

9. Novatski V. Teoriya uprugosti [Theory of elasticity]. Moscow: Mir, 1975. 872 p.

10. Dem'yanushko I.V., Birger I.A. Raschet na prochnost' vrashchayushchikhsya diskov [Strength calculation of rotating disks]. Moscow: Mashinostroenie, 1978, 247 p.

11. Rabotnov Yu.N. Mekhanika deformiruемого tverdogo tela [Mechanics of Solids]. Moscow: Nauka. Glavnaya redaktsiya fiziko-matematicheskoy literatury, 1979, 744 p.

### Об авторах

**Бурого Николай Георгиевич** (Москва, Россия) – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник лаборатории моделирования Института проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского (119526, г. Москва, пр. Вернадского, 101 к. 1, e-mail: buragong@yandex.ru).

**Журавлев Алексей Борисович** (Москва, Россия) – кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник лабора-

тории геомеханики Института проблем механики РАН им. А.Ю. Ишлинского (119526, г. Москва, пр. Вернадского, 101 к.1, e-mail: zhuravlev.alex2010@yandex.ru).

**Никитин Илья Степанович** (Москва, Россия) – доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник отдела математического моделирования Института автоматизации проектирования РАН (123056, г. Москва, 2-я Брестская ул., 19/18, e-mail: i\_nikitin@list.ru).

#### **About the authors**

**Burago Nikolay Georgievich** (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Laboratory of Modelling in MS IPMech RAS (101, Vernadskogo prospect, 119526, Moscow, Russian Federation, e-mail: buragong@yandex.ru).

**Zhuravlev Alexey Borisovich** (Moscow, Russian Federation) – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher, Laboratory of Geomechanics IPMech RAS (101, Vernadskogo prospect, 119526, Moscow, Russian Federation, e-mail: zhuravlev.alex2010@yandex.ru).

**Nikitin Ilya Stepanovich** (Moscow, Russian Federation) – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, Department of Math. Modelling ICAD RAS (19/18, 2-nd Brestskaya str., 123056, Moscow, Russian Federation, e-mail: i\_nikitin@list.ru).

Получено 15.02.2013