



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.09

УДК 531.01

## ВЫЧИСЛЕНИЕ ЭФФЕКТИВНЫХ СВОЙСТВ ГЕОКОМПОЗИТОВ НА ОСНОВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ КОМПЬЮТЕРНОЙ ТОМОГРАФИИ

Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин, Е.А. Орлов, Бичэн Чжоу,  
Ю.В. Фролова, И.Р. Хамидуллин

Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова, Москва, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 20 сентября 2022 г.

Одобрена: 10 октября 2022 г.

Принята к публикации:

01 ноября 2022 г.

#### Ключевые слова:

эффективные напряжения, параметр Био, асимптотический метод осреднения, пористые геокомпозиты, скальные грунты, нейронные сети.

### АННОТАЦИЯ

Параметр Био входит в формулу расчета эффективных напряжений и должен учитываться при оценке напряженно-деформированного состояния водонасыщенного массива горных пород. Предлагается методика вычисления тензорного параметра Био, основанная на асимптотическом осреднении уравнения равновесия флюидонасыщенной пористой среды. Расчеты упругих свойств и коэффициента Био проведены на примере различных типов скальных грунтов – известняка, доломита, гялокластита, базальта. Расчеты проводились на 3D-моделях геокомпозитов, построенных по изображениям рентгеновской компьютерной томографии. Результаты 3D-расчетов модуля Юнга и коэффициента Био совпали с результатами экспериментальных определений указанных свойств ультразвуковым методом. Этот факт показывает целесообразность использования вычислительного подхода, реализующего асимптотическое осреднение, для оценки эффективных свойств с использованием 3D-моделей реальной структуры пород. Проведено сравнение результатов 3D- и 2D-моделирования эффективных свойств геокомпозитов. 2D-модели были построены по фотографиям шлифов скальных грунтов. Обнаружено, что значения модуля Юнга и параметра Био для 2D-моделей отличаются от соответствующих результатов экспериментов и 3D-расчетов на 20–30 %. Следовательно, 2D-моделирование нецелесообразно использовать для оценки эффективных свойств пористых геоматериалов.

По результатам расчетов по методу осреднения и экспериментов получены и исследованы зависимости модуля Юнга и коэффициента Био от пористости. Эти зависимости используются при нелинейном численном моделировании консолидации водонасыщенных грунтов. Результаты исследования показали, что коэффициент Био не зависит от модуля Юнга материала скелета грунта. Исследовано влияние формы пор на модуль Юнга и коэффициент Био на основе 2D-расчетов. Предложен метод прогнозирования формы пор по значениям пористости и модуля Юнга с помощью нейронных сетей, на основе которого реализован и исследован конкретный алгоритм прогноза формы пор у гялокластитов.

© ПНИПУ

© Артамонова Нина Брониславовна – к.ф.-м.н., к.г.-м.н., с.н.с., e-mail: artamonovanb@mail.ru, iD: 0000-0003-0886-3460

Шешенин Сергей Владимирович – д.ф.-м.н., проф., e-mail: sergey.sheshenin@math.msu.ru, iD: 0000-0001-8468-104X

Орлов Егор Алексеевич – магистрант, e-mail: eorlov.jr@gmail.com

Чжоу Бичэн – магистрант, e-mail: zhoubichen9876@163.com

Фролова Юлия Владимировна – д.г.-м.н., доц., e-mail: ju\_frolova@mail.ru, iD: 0000-0002-9514-6090

Хамидуллин Илсаф Ринатович – студент, e-mail: ilsafix@bk.ru

Nina B. Artamonova – CSc in Physical and Mathematical Sciences, CSc in Geological and Mineralogical Sciences, Senior Researcher, e-mail: artamonovanb@mail.ru, iD: 0000-0003-0886-3460

Sergey V. Sheshenin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: sergey.sheshenin@math.msu.ru, iD: 0000-0001-8468-104X

Egor A. Orlov – Graduate Student, e-mail: eorlov.jr@gmail.com

Bicheng Zhou – Graduate Student, e-mail: zhoubichen9876@163.com

Julia V. Frolova – Doctor of Geological and Mineralogical Sciences, Assistant Professor, e-mail: ju\_frolova@mail.ru, iD: 0000-0002-9514-6090

Ilsaf R. Khamidullin – Student, e-mail: ilsafix@bk.ru



## CALCULATION OF EFFECTIVE PROPERTIES OF GEOCOMPOSITES BASED ON COMPUTED TOMOGRAPHY IMAGES

N.B. Artamonova, S.V. Sheshenin, E.A. Orlov, Bichen Zhou, J.V. Frolova, I.R. Khamidullin

Lomonosov Moscow State University, Moscow, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 20 September 2022

Approved: 10 October 2022

Accepted for publication:

01 November 2022

### Keywords:

effective stresses, Biot's parameter, asymptotic averaging method, porous geocomposites, rocks, neural networks.

### ABSTRACT

Biot's parameter is included in the formula for calculating effective stresses and should be taken into account when assessing the stress-strain state of a water-saturated rock mass. A method for calculating Biot's tensor parameter based on asymptotic averaging of the equilibrium equation for a fluid-saturated porous medium is proposed. Calculations of elastic properties and Biot's coefficient were carried out on various types of rocks – limestone, dolomite, hyaloclastite, basalt. The calculations were carried out using 3D models of geocomposites built from X-ray computed tomography images. The results of 3D calculations of Young's modulus and Biot's coefficient coincided with the results of experimental determinations of these properties by the ultrasonic method. This fact shows the expediency of using a computational approach that implements asymptotic averaging to estimate the effective properties using 3D models of the real rock structure. The results of 3D and 2D simulation of effective properties of geocomposites are compared. 2D models were built using photographs of rock sections. It was found that the values of Young's modulus and Biot's parameter for 2D models differ from the corresponding experimental and 3D calculation results by 20–30 %. Therefore, 2D modeling is not suitable for evaluating the effective properties of porous geomaterials.

Based on the results of calculations and experiments, the dependences of Young's modulus and Biot's coefficient on porosity were obtained and studied. These dependencies are used in non-linear numerical simulation of the consolidation of water-saturated soils. The results of the study showed that Biot's coefficient does not depend on Young's modulus of the rock skeleton material. The influence of the pore shape on Young's modulus and Biot's coefficient was studied using 2D calculations. A method for predicting the shape of pores from the values of porosity and Young's modulus using neural networks is proposed. Using this method, a specific algorithm for predicting the shape of pores in hyaloclastites has been implemented and studied.

© PNRPU

### Введение

Настоящее исследование посвящено определению упругих модулей и параметра Био экспериментальными и вычислительными методами. В последнее время для получения моделей реальной структуры пористых материалов широко используется метод компьютерной томографии. Будет показано, что 3D-модели, построенные на основе рентгеновских изображений, позволяют реалистично моделировать эффективные свойства пористых геоконструкций. Численное моделирование особенно значимо и актуально при оценке свойств грунтов, которые сложно определять экспериментально, например, параметра Био.

Параметр Био (тензор передачи порового давления)  $\alpha_{ij}$  входит в формулу расчета эффективных напряжений [1]:

$$\langle \sigma_{ij}^{eff} \rangle = \langle \sigma_{ij}^{full} \rangle + \alpha_{ij} \langle p \rangle.$$

Здесь давление жидкости  $\langle p \rangle$  – положительная величина при сжатии,  $\langle \sigma_{ij}^{full} \rangle$  – полные напряжения. Угловые скобки означают осреднение по объему. Для изотропных пород параметр Био – это скалярный коэффициент  $\alpha$  [2]:

$$\langle \sigma_{ij}^{eff} \rangle = \langle \sigma_{ij}^{full} \rangle + \alpha \langle p \rangle \delta_{ij}, \quad (1)$$

$\delta_{ij}$  – символ Кронекера:  $\delta_{ij} = 1, i = j; \delta_{ij} = 0, i \neq j$ .

Впервые коэффициент передачи порового давления был введен М. Био (1941) в [2], поэтому в литературе он чаще всего называется его именем. Как видно из формулы (1), коэффициент Био показывает, какую часть порового давления нужно учесть при расчете эффективных напряжений. Коэффициент  $\alpha$  варьируется от 0 до 1 и зависит от свойств грунта (пористости, формы и ориентации пор). Влияние структурных параметров грунтов на их эффективные свойства исследовалось в [3–5] и будет рассмотрено в данной статье.

В работах [6–8] эмпирически была предложена формула для вычисления изотропного коэффициента передачи порового давления:

$$\alpha = 1 - \frac{K^{eff}}{K_s}, \quad (2)$$

где  $K^{eff}$  и  $K_s$  – объемные модули расширения-сжатия скелета (сухого грунта) и материала скелета соответственно. Строгий математический вывод формулы (2) приведен в [9; 10]. Многие экспериментальные и вычислительные методы определения  $\alpha$  для макроизо-

тропных грунтов используют формулу (2). Они будут рассмотрены ниже.

В работе [11] выведена формула для расчета тензорного параметра Био для структурно анизотропных материалов с однородной матрицей:

$$\alpha_{ij} = \delta_{ij} - C_{ijkl} S_{klmm}^s, \quad (3)$$

где  $C_{ijkl}$  – эффективные модули упругости,  $S_{klmm}^s$  – компоненты тензора податливостей материала скелета. Однако практическое применение формулы (3) пока затруднено. В литературе предлагаются способы определения компонент тензора Био для частных случаев структурной анизотропии (например, ортотропии, трансверсальной изотропии) пористых материалов, состоящих из однородной матрицы [11–13]. В этих работах [11–13] предполагается, что анизотропия рассматриваемых грунтов обусловлена только структурой порового пространства. В упомянутых методах компоненты  $C_{ijkl}$  и  $S_{klmm}^s$  измеряются в экспериментах на образцах. Важно подчеркнуть, что формула (3) получена для однородной матрицы. Для общего случая неоднородности и анизотропии экспериментальные способы определения тензора Био еще не разработаны, поэтому вычислительные методики актуальны и практически значимы. Предлагаемый в настоящем исследовании способ, основанный на методе осреднения, позволяет вычислять компоненты тензора Био для случая общей анизотропии пористого геокомпозиата с неоднородным материалом скелета.

## 1. Экспериментальные методы определения коэффициента Био

В литературе предлагаются различные экспериментальные методы определения коэффициента Био для изотропных пород, базирующиеся на статических [14–20] или динамических [18–22] опытах на образцах пород.

Статические методы предполагают проведение опытов на трехосное сжатие образцов в приборах высокого давления, в которых можно независимо создавать и измерять всестороннее давление на образец и поровое давление внутри образца, а также измерять изменение объема образца и порового пространства. Статические способы определения коэффициента передачи порового давления требуют высокой точности измерения деформаций испытуемого образца и возможности создавать высокие давления. Установки, удовлетворяющие таким требованиям, носят характер уникальных. Динамические способы определения параметра Био базируются на измерении продольных и поперечных волн в сухих и водонасыщенных образцах пород.

Рассмотрим две схемы испытаний для определения коэффициента Био, а именно статический метод дренажных испытаний [17; 19; 20] и динамический ультразвуковой метод [18–20], использующие формулу (2).

В методе дренажных испытаний [17; 19; 20] проводится два вида экспериментов: jacketed и unjacketed. В эксперименте jacketed в образце, заключенном в тонкую непроницаемую оболочку, поддерживается постоянное поровое давление  $p = \text{const}$ , равное атмосферному, в то время как всестороннее давление  $\sigma_c$  растет с заданной скоростью. Объемный модуль расширения-сжатия образца породы  $K^{eff}$  определяется как тангенс угла наклона графика зависимости всестороннего давления  $\sigma_c$  от объемной деформации  $\theta$  образца породы. В эксперименте unjacketed образец зерна испытывается без оболочки. Следовательно, всестороннее давление  $\sigma_c$  увеличивается с той же скоростью, что и поровое давление  $p$ . В этом случае тангенс угла наклона графика зависимости всестороннего давления  $\sigma_c$  от объемной деформации  $\theta$  материала скелета образца определяет объемный модуль расширения-сжатия твердой фазы грунта  $K_s$ . Значение коэффициента Био  $\alpha_e$  по методу дренажных испытаний рассчитывается по формуле (2) [19].

В динамическом ультразвуковом методе [18–20] измеряются скорости продольных  $v_p$  и поперечных  $v_s$  волн зерна в водонасыщенном (*sat*) и сухом (*dry*) состояниях ультразвуковым синтезатором волн при различном всестороннем давлении  $\sigma_c$ . Значение коэффициента Био  $\alpha_a$  рассчитывается по формуле (2), где  $K^{eff}$  и  $K_s$  вычисляются согласно соотношениям Био – Гиртсма [7; 18–20]:

$$K_{sat} = K^{eff} + \frac{(1 - K^{eff}/K_s)^2}{(n/K_f) + (1-n)/K_s - (K^{eff}/K_s^2)}, \quad (4)$$

$$K_{sat} = \rho \left( v_{p,sat}^2 - \frac{4}{3} v_{s,sat}^2 \right),$$

$$K^{eff} = \rho_d \left( v_{p,dry}^2 - \frac{4}{3} v_{s,dry}^2 \right),$$

$$K_f = \rho_f v_f^2.$$

Здесь  $K_{sat}$  и  $K_f$  – объемные модули расширения-сжатия водонасыщенной породы и жидкости соответственно,  $\rho = \rho_s(1-n) + \rho_f n$  – средняя плотность водонасыщенной породы,  $\rho_s$ ,  $\rho_f$ ,  $\rho_d$  – плотности твердой фазы, жидкости и скелета грунта соответственно,  $v_f$  – скорость продольных волн в жидкости (известна из таблиц),  $n$  – пористость. Если значение  $K_s$  априорно неизвестно, то получаем его из формулы (4).

Анализ результатов расчета коэффициента Био высоко- и среднепроницаемых пород (песчаников и алевролитов) этими двумя методами показал [19; 20], что  $\alpha_e > \alpha_a$  почти на 30%. Коэффициент Био увеличивается с возрастанием проницаемости грунта. Оказалось,

что метод дренажных испытаний не позволяет измерять коэффициент Био слабопроницаемых пород [20].

## 2. Вычислительный способ определения упругих модулей и параметра Био

Асимптотический метод осреднения был разработан в 80-е гг. прошлого столетия одновременно в трех странах – во Франции [23], в США и в России [24]. Методика определения эффективных модулей упругости на основе метода осреднения представлена в [25]. Усреднение деформационных и прочностных свойств в механике скальных пород описано в [26].

В работе предлагается способ определения тензора передачи порового давления также на основе асимптотического метода осреднения. Вычислительная методика может быть оценочным способом определения эффективных свойств пород, если известна структура порового пространства и упругие свойства компонентов матрицы. Минеральный состав пород и структура порового пространства изучаются по шлифам и по изображениям, полученным с помощью рентгеновской томографии, а свойства минералов и пород, из которых состоят исследуемые образцы, приведены в соответствующих справочниках и кадастрах.

Используемый нами способ определения эффективных модулей упругости и тензорного параметра Био основывается на асимптотическом осреднении уравнения равновесия неоднородной упругой пористой среды [3–5; 27]:

$$(C_{ijkl}u_{k,l})_{,j} + f_i = 0, \quad \mathbf{x} \in V \quad (5)$$

с граничными условиями на поверхности пор  $\Sigma_{\text{int}}$ :

$$C_{ijkl}u_{k,l}n_j = -pn_i. \quad (6)$$

где  $p$  – известное поровое давление,  $u_k$  – компоненты вектора перемещений в твердой фазе грунта,  $f_i$  – массовая сила. Стандартным образом вводятся быстрые координаты  $\xi_i$ :

$$\xi_i = \frac{x_i}{\varepsilon}, \quad \varepsilon = \frac{l}{L} \ll 1,$$

где  $\varepsilon$  – малый геометрический параметр,  $l$  и  $L$  – характерные линейные размеры представительной области (RVE) и изучаемого объема грунта соответственно. Решение задачи представляется в виде асимптотического ряда:

$$u_k(\mathbf{x}, \xi) = v_k(\mathbf{x}) + \varepsilon N_{kpq}(\xi)v_{p,q}(\mathbf{x}) + \varepsilon M_k(\xi)p(\mathbf{x}) + \dots, \quad (7)$$

$N_{kpq_1 \dots q_m}(\xi)$ ,  $N_{kq_1 \dots q_m}(\xi)$  – локальные функции быстрых координат,  $v_k(\mathbf{x})$  – гладкая составляющая перемещений. Для определения эффективных свойств достаточно первых трех членов ряда. В силу линейности ре-

шение задачи (5) с условием (6) естественно представить как сумму решений двух функций:

$$u_k = u_k^1 + u_k^2,$$

$$\text{где } u_k^1 = v_k(\mathbf{x}) + \varepsilon N_{kpq}(\xi)v_{p,q}(\mathbf{x}), \quad u_k^2 = \varepsilon M_k(\xi)p(\mathbf{x}).$$

После подстановки асимптотического разложения (7) в уравнение равновесия (5), осреднения и последующих преобразований получаем локальные задачи в RVE для определения упругих модулей и параметра Био. Более точно можно сказать, что используется асимптотическое разложение в первом приближении (7) и определение эффективных свойств исходя из формулировки краевой задачи в представительной области со специальными граничными условиями. Для модулей упругости эта задача хорошо известна. Мы же формулируем аналогичную задачу для определения коэффициента Био.

Именно для определения эффективных модулей упругости пористой среды в представительной области  $V_{\text{RVE}}$  нужно решить краевую задачу со специальным граничным условием в виде линейной функции координат на внешней границе области  $\Sigma_{\text{RVE}}$  и нулевым давлением  $p$  на границе пор  $\Sigma_{\text{int}}$  и на внешней границе  $\Sigma_{\text{RVE}}$  [3–5; 27]:

$$(C_{ijkl}(\xi)u_{k,l}^1(\xi))_{,j} = 0, \quad \xi \in V_{\text{RVE}},$$

$$u_k = \varepsilon \xi_{kq}^0 \xi_q = \varepsilon \xi_{kq}^0 x_q, \quad \xi \in \Sigma_{\text{RVE}}, \quad (8)$$

$$C_{ijkl}(\xi)u_{k,l}^1(\xi)n_j = 0, \quad \xi \in \Sigma_{\text{int}}, \quad p = 0, \quad \xi \in \Sigma_{\text{RVE}} \cup \Sigma_{\text{int}}.$$

В результате решения этой задачи рассчитываются упругие модули по формулам:

$$C_{ij\alpha\beta}^{\text{eff}} = \frac{\langle \sigma_{ij} \rangle}{\langle \varepsilon_{\alpha\beta} \rangle} = \frac{\langle C_{ijkl}u_{k,l}^1 \rangle}{\varepsilon_{\alpha\beta}^0}; \quad \langle \sigma_{ij} \rangle = \frac{1}{V_{\text{RVE}}} \int_{V_{\text{RVE}}} \sigma_{ij} dV.$$

Для изотропного материала можно рассчитать модуль упругости  $E^{\text{eff}}$ , коэффициент Пуассона  $\nu^{\text{eff}}$  и объемный модуль расширения-сжатия  $K^{\text{eff}}$  по формулам теории упругости:

$$C_{\alpha\alpha\alpha\alpha}^{\text{eff}} = \lambda^{\text{eff}} + 2\mu^{\text{eff}}; \quad C_{\beta\beta\alpha\alpha}^{\text{eff}} = \lambda^{\text{eff}}; \quad \nu^{\text{eff}} = \frac{\lambda^{\text{eff}}}{2(\lambda^{\text{eff}} + \mu^{\text{eff}})};$$

$$E^{\text{eff}} = 2\mu^{\text{eff}}(1 + \nu^{\text{eff}}); \quad K^{\text{eff}} = \lambda^{\text{eff}} + \frac{2\mu^{\text{eff}}}{3}.$$

Здесь  $\lambda^{\text{eff}}$  и  $\mu^{\text{eff}}$  – упругие модули Ламе. Далее можно рассчитать коэффициент Био по формуле (2).

Для определения компонент тензора передачи порового давления  $\alpha_{ij}$  в представительной области  $V_{\text{RVE}}$  формулируется краевая задача, где на границе пор  $\Sigma_{\text{int}}$

задается постоянное давление жидкости  $p_0$ , а граница представительной области  $\Sigma_{RVE}$  закреплена [3–5; 27]:

$$\begin{aligned} [C_{ijkl}(\xi)u_{k,l}^2]_j &= 0, \xi \in V_{RVE}; \\ C_{ijkl}(\xi)u_{k,l}^2 n_j &= -p_0 n_i(\xi), \xi \in \Sigma_{int}; \quad u_k^2 = 0, \xi \in \Sigma_{RVE}. \end{aligned} \quad (9)$$

Компоненты эффективного тензорного параметра Био рассчитываются по формуле:

$$\alpha_{ij}^{eff} = \frac{\langle \sigma_{ij} \rangle}{p_0} = \frac{\langle C_{ijkl} u_{k,l}^2 \rangle}{p_0}.$$

Этот способ позволяет определять компоненты тензора Био для случая общей анизотропии грунта с неоднородным материалом скелета. Решения задач (8) и (9) можно осуществлять с помощью конечно-элементной программы.

### 3. Примеры определения эффективных свойств различных типов скальных грунтов

Вычисление эффективных упругих модулей и компонент тензора Био выполнялись на моделях различных типов скальных грунтов – доломита, известняка, гиалокластита и базальта. В расчетах задавались динамические упругие свойства материала матрицы по литературным данным.

Образцы известняка и доломита были отобраны на территории Юго-Восточной части Москвы из скважин в интервале глубин от 15 до 38 м. Известняк доломитистый состоит из кальцита (92 %) с примесями доломита (6,5 %), кварца и глинистых минералов (1,5 %). Известняк имеет микрокристаллическую пористую структуру (рис. 1, *a*). Поры распределены равномерно, размер пор – от 0,1 до 1–2 мм, пористость от 2 до 28 %. В расчетах материал скелета считался однородным с упругими свойствами:  $E = 50$  ГПа,  $\nu = 0,33$  [28; 29].

Доломит чистый состоит из минерала доломита (98 %), кальцита, кварца и глинистых минералов (2,0 %). Структура равномерно микрозернистая, пористая (рис. 1, *b*). Поры изометричные, распределены равномерно, пористость от 2 до 40 %. В расчетах задавались следующие упругие свойства материала скелета:  $E = 70$  ГПа,  $\nu = 0,33$  [28; 29].

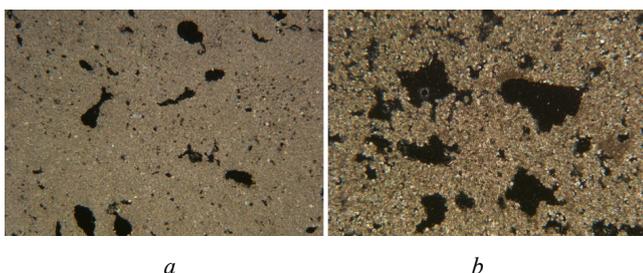


Рис. 1. Фотографии шлифов известняка (*a*) и доломита (*b*). Ширина поля зрения, мм: (*a*) – 5,3, (*b*) – 3,1

Fig. 1. Section photos of limestone (*a*) and dolomite (*b*). Image width, mm: (*a*) – 5.3, (*b*) – 3.1

Гиалокластиты – вулканогенно-осадочные породы из южных и юго-западных районов Исландии, образовались в процессе застывания и кристаллизации магматического расплава при вулканических извержениях в подводных условиях [30]. Слабоизмененные гиалокластиты состоят из свежих обломков вулканического стекла базальтового состава. Из-за особенностей происхождения гиалокластиты могут иметь поры принципиально различной формы – круглые (рис. 2, *a*) или угловатые (рис. 2, *b*), пористость от 26 до 55 %. На примере таких геоматериалов можно исследовать влияние формы пор на эффективные свойства. В расчетах задавались следующие упругие свойства материала скелета:  $E = 12,3$  ГПа,  $\nu = 0,35$  [30].

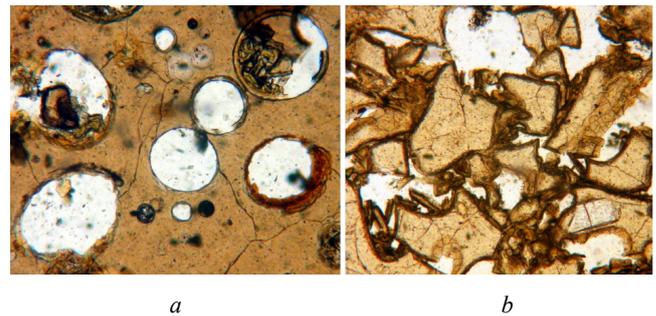


Рис. 2. Фотографии шлифов гиалокластита с круглыми порами (*a*) и угловатыми порами (*b*). Ширина поля зрения, мм: (*a*) – 0,7, (*b*) – 1,2

Fig. 2. Section photos of hyaloclastite with round pores (*a*) and angular pores (*b*). Image width, mm: (*a*) – 0.7, (*b*) – 1.2

Образцы базальтов были отобраны на Камчатке (вулкан Толбачик). Базальт темно-серого цвета, имеет афировую структуру и пузырчатую текстуру, вкрапленники – плагиоклаз, моноклинный пироксен, оливин, рудные минералы, основная масса состоит из вулканического стекла и микролитов плагиоклазов и пироксенов (рис. 3, *a*). Базальт сильно пористый (пористость 45–55 %), с многочисленными открытыми неориентированными порами округлой формы (рис. 3, *b*). В расчетах материал скелета принимался макрооднородным со свойствами:  $E = 45$  ГПа,  $\nu = 0,35$  [31].

Для изучения напряженно-деформированного состояния (НДС) скальных грунтов на микроуровне и расчета эффективных свойств использовались 3D-модели

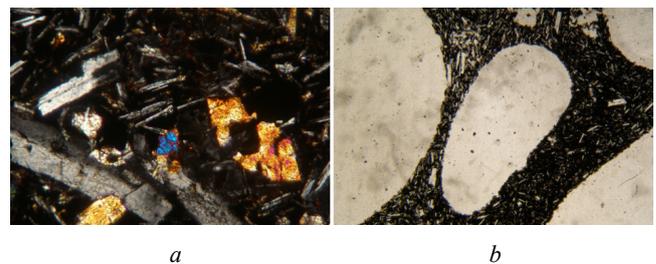


Рис. 3. Фотографии шлифов: (*a*) – материала скелета базальта и (*b*) – базальта. Ширина поля зрения, мм: (*a*) – 0,6, (*b*) – 5

Fig. 3. Section photos of (*a*) – basalt skeletal material and (*b*) – basalt. Image width, mm: (*a*) – 0.6, (*b*) – 5

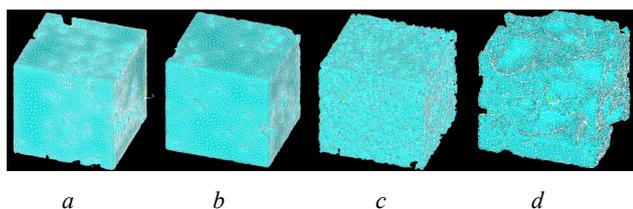


Рис. 4. Фотографии 3D-моделей известняка (a), доломита (b), гиалокластита (c), базальта (d)

Fig. 4. Photos of 3D models of limestone (a), dolomite (b), hyaloclastite (c), basalt (d)

реальной микроструктуры пород, полученные с помощью рентгеновского компьютерного микромограффа Yamato TDM-1000H-II (МГУ имени М.В. Ломоносова) и оцифровки в программе VG MAX 3.3 в ООО «Совтест-Сервис» (г. Курск). На рис. 4 показаны 3D-модели всех изучаемых типов пород. Вычислительные эксперименты проводились на представительных областях (RVE). В работе используется определение представительной области, сформулированное в [32]. Представительными областями считаются области, для которых зависимость эффективных свойств (например, модуля Юнга или коэффициента Био) от пористости ложится на одну и ту же кривую с допустимой точностью. Значения модуля Юнга определялись в ходе вычислительных экспериментов на одноосное сжатие. Значения параметра Био определялись двумя способами: 1) непосредственный расчет компонентов тензорного параметра Био при решении локальной краевой задачи (9), и 2) вычисление коэффициента Био для изотропных образцов при решении локальной краевой задачи (8) с использованием формулы (2).

Двумерные расчеты выполнялись для плоскодеформированного состояния. Дополнительно было выявлено, что расчеты для плосконапряженного состояния дают близкие результаты. 2D-модели были построены в результате ручной оцифровки фотографий шлифов в программе AutoCad.

Экспериментальные измерения модуля Юнга выполнялись в ходе ультразвукового просвечивания образцов

на приборе «Ультразвук» на кафедре инженерной и экологической геологии МГУ имени М.В. Ломоносова.

На рис. 5 и 6 представлены зависимости модуля Юнга и коэффициента Био от пористости для известняков и доломитов по результатам расчетов и экспериментов. Образцы известняков и доломитов оказались изотропными: результаты определения эффективных свойств по трем разным направлениям отличались не более чем на 5 %.

Как видим, для известняка (рис. 5, a) и для доломита (рис. 6, a), результаты 3D-расчетов и экспериментов лежат на одной прямой. Значения модуля Юнга, полученные при 2D-численном моделировании, меньше, чем результаты 3D-расчетов и экспериментов, на 20–30 % при значениях пористости от 7 до 28 %. При малых значениях пористости (менее 5 %) значения модуля Юнга для 2D- и 3D-моделей близки. Для доломита при пористости более 28 % результаты 2D- и 3D-расчетов модуля Юнга близки (рис. 6, a).

Расчеты параметра Био для известняка (рис. 5, b) показали, что при малой пористости (до 5 %) результаты 2D- и 3D-расчетов по методу осреднения близки, при пористости от 5 до 20 % – значения коэффициента Био для 2D-моделей на 20–35 % больше, чем для 3D-моделей, а при пористости более 20 % – отличия становятся меньше и составляют 10–15 %. Для доломита различия результатов 2D- и 3D-моделирования составляют 30–40 % при пористости от 3 до 12 % (рис. 6, b). Как видим, для известняка (рис. 5, b) и доломита (рис. 6, b) результаты 3D-расчетов коэффициента Био двумя разными способами (при решении задачи (9) и задачи (8) с использованием формулы (2)) совпадают.

На рис. 7 приведены результаты измерений и вычислений модуля Юнга и коэффициента Био для гиалокластитов. Образцы гиалокластитов оказались изотропными. Для гиалокластитов были измерены и рассчитаны значения модуля Юнга для больших значений пористости (до 55 %) (рис. 7, a). Как видим из графиков, результаты 3D-расчетов модуля Юнга и экспериментов лежат на одной прямой. Значения модуля Юнга, полу-

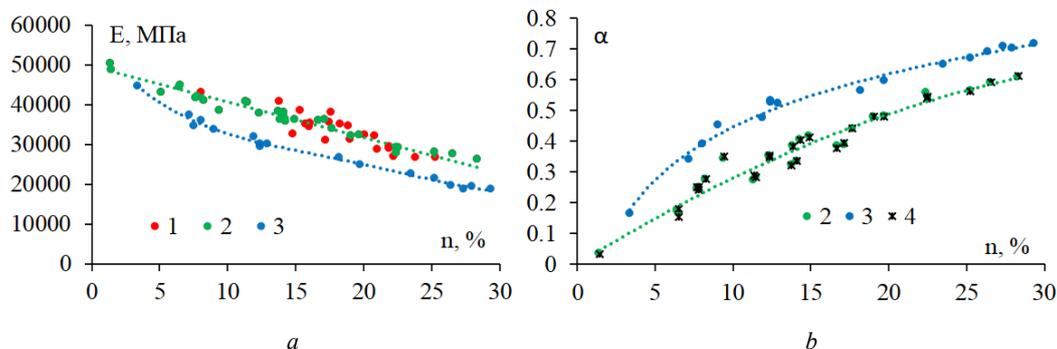


Рис. 5. Зависимости (a) – модуля Юнга и (b) – коэффициента Био от пористости для известняка: 1 – эксперименты; расчеты: 2 – 3D, 3 – 2D, 4 – 3D по формуле (2)

Fig.5. Dependences of (a) – Young's modulus and (b) – Biot's coefficient on porosity for limestone: 1 – experiments; calculations: 2 – 3D, 3 – 2D, 4 – 3D by formula (2)

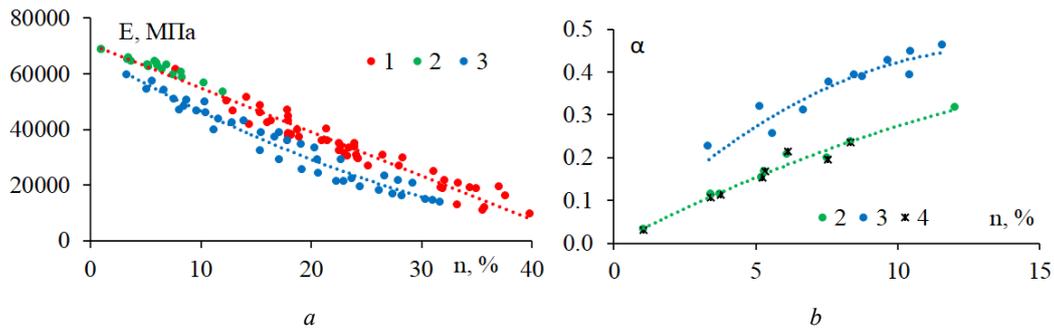


Рис. 6. Зависимости (а) – модуля Юнга и (b) – коэффициента Био от пористости для доломита: 1 – эксперименты; расчеты: 2 – 3D, 3 – 2D, 4 – 3D по формуле (2)

Fig.6. Dependences of (a) – Young's modulus and (b) – Biot's coefficient on porosity for dolomite: 1 – experiments; calculations: 2 – 3D, 3 – 2D, 4 – 3D by formula (2)

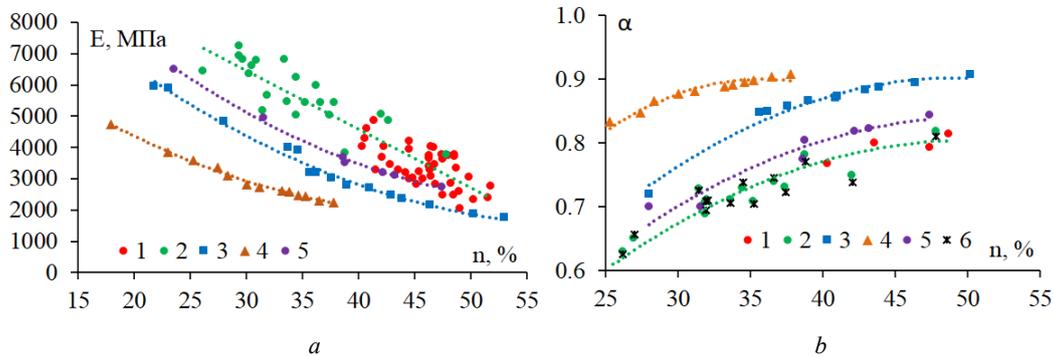


Рис. 7. Зависимости (а) – модуля Юнга и (b) – коэффициента Био от пористости для гиалокластитов: 1 – эксперименты; 2 – 3D-расчеты; 2D расчеты для форм пор: 3 – смешанных, 4 – угловатых, 5 – круглых; 6 – 3D-расчеты по формуле (2)

Fig. 7. Dependences of (a) – Young's modulus and (b) – Biot's coefficient on porosity for hyaloclastites: 1 – experiments; 2 – 3D calculations; 2D calculations for pore shapes: 3 – mixed, 4 – angular, 5 – round; 6 – 3D calculations by formula (2)

ченные на 2D-образцах со смешанной формой пор, отличаются от результатов 3D-численных расчетов и экспериментов на 20–30 % при значениях пористости от 28 до 40 %. При большой пористости (более 40 %) значения модуля Юнга для 2D- и 3D-моделей и экспериментов начинают сближаться.

Таким образом, значения коэффициента Био для 3D-моделей гиалокластита ниже, чем для 2D-моделей (рис. 7, b). Например, для 3D-моделей и 2D-моделей со смешанными порами при пористости 30–50 % различия составляют 30–40 %. Результаты 3D-расчета коэффициента Био двумя разными методами совпадают. Для гиалокластита были проведены экспериментальные измерения параметра Био ультразвуковым методом, который описан в п. 1. Как видим, все точки, соответствующие результатам экспериментов и 3D-расчетов, лежат на одной кривой, которая описывается полиномом 2-го порядка с хорошей точностью.

На примере 2D-моделей гиалокластитов исследовалось влияние формы пор на модуль Юнга (рис. 7, a) и параметр Био (рис. 7, b). Как оказалось, при одной и той же пористости в образцах с круглыми порами модуль Юнга выше (рис. 7, a), а коэффициент Био, наоборот, ниже (рис. 7, b), чем в образцах с угловатыми вытянутыми порами. Это объясняется тем, что площадь кон-

такта пор и твердой фазы для круглых пор меньше, чем для продолговатых пор. Полученные зависимости использовались для прогноза формы пор гиалокластитов с применением нейросетей.

На рис. 8 показаны результаты 3D-расчетов модуля Юнга и параметра Био базальта. Как оказалось, базальт проявляет анизотропию по отношению к модулю Юнга (рис. 8, a), причем модуль Юнга в горизонтальном направлении выше, чем в вертикальном, а по отношению к параметру Био базальт не проявляет анизотропию (рис. 8, b).

На рис. 9 все зависимости модуля Юнга от пористости по результатам 3D-расчетов и экспериментов для доломита, известняка и гиалокластита помещены на один график. Таким образом, рис. 9 демонстрирует зависимость модуля Юнга от минерального состава пород, а именно от модуля Юнга материала скелета породы. Следует отметить, что все зависимости модуля Юнга от пористости для разных типов скальных грунтов аппроксимируются прямыми линиями с хорошей точностью на больших диапазонах пористости.

На рис. 10 помещены на один график все зависимости коэффициента Био от пористости по результатам 3D-расчетов для доломита, известняка, гиалокластита и базальта и экспериментов с использованием формулы (4)

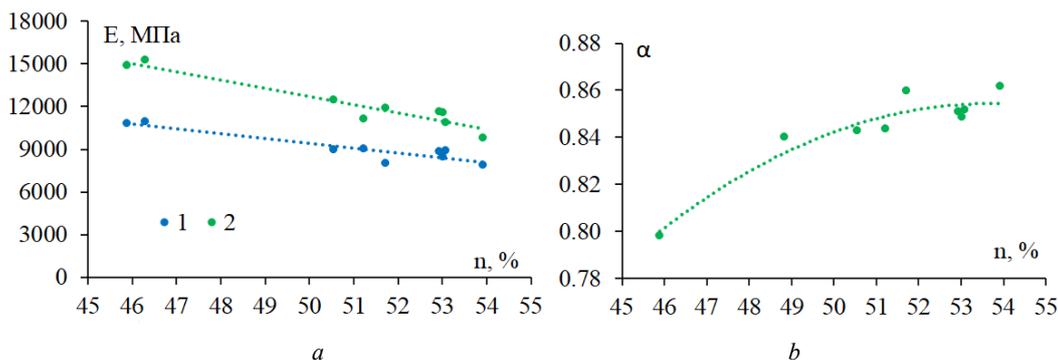


Рис. 8. Зависимости (а) – модуля Юнга и (b) – коэффициента Био от пористости для базальта по результатам 3D-расчетов в направлении: 1 – вертикальном, 2 – горизонтальном

Fig. 8. Dependences of (a) – Young's modulus and (b) – Biot's coefficient on porosity for basalt by 3D calculations in the direction: 1 – vertical, 2 – horizontal

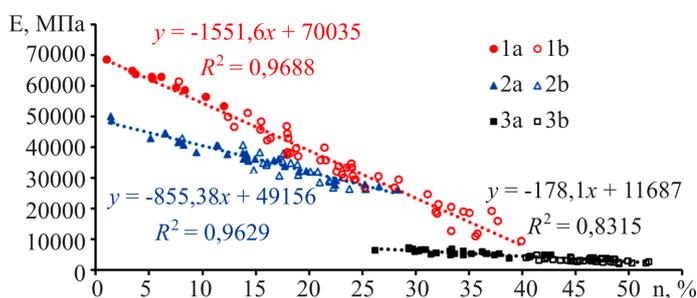


Рис. 9. Зависимость модуля Юнга от пористости для 1 – доломита, 2 – известняка, 3 – гиалокластита (а – 3D-расчеты, b – эксперименты)

Fig.9. Dependence of Young's modulus on porosity for 1 – dolomite, 2 – limestone, 3 – hyaloclastite (a – 3D calculations, b – experiments)

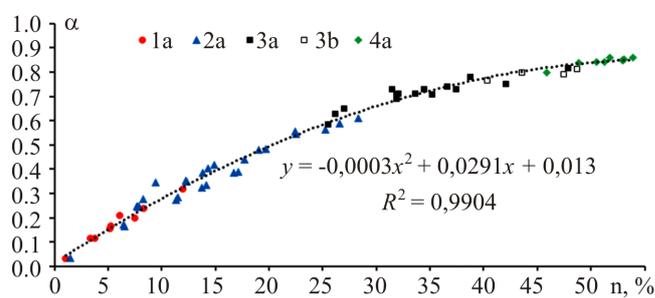


Рис. 10. Зависимость коэффициента Био от пористости для 1 – доломита, 2 – известняка, 3 – гиалокластита, 4 – базальта (а – 3D-расчеты, b – эксперименты)

Fig.10. Dependence of Biot's coefficient on porosity for 1 – dolomite, 2 – limestone, 3 – hyaloclastite, 4 – basalt (a – 3D calculations, b – experiments)

для гиалокластита. Видим, что все точки легли на одну кривую, которая аппроксимируется полиномом 2-го порядка с хорошей точностью. Можно сделать вывод, что коэффициент Био не зависит от модуля Юнга материала скелета породы.

#### 4. Использование нейронных сетей для прогноза свойств грунтов

Искусственная нейронная сеть (ИНС) – это математическая модель, построенная по принципу функционирования сетей нервных клеток живого организма. ИНС может быть представлена в виде взвешенного графа, вершины которого называются нейронами, а веса ребер называются весами нейронов. Нейроны группируются в слои (рис. 11), слои делятся на три вида: входной, скрытый, выходной. В ходе работы нейронной сети сигнал поступает на входной слой и проходит слева направо через все слои, преобразуясь определенным образом. Такие нейронные сети называются сетями прямого распространения [33; 34].

Для обучения сети используется итерационный процесс, состоящий в корректировке весов нейронов. Для этого применяется обучающая выборка – набор

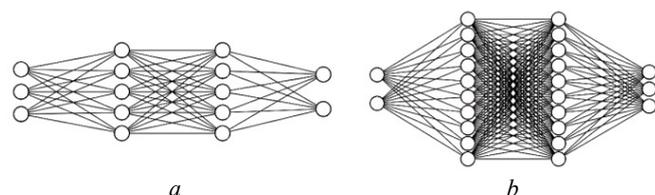


Рис. 11. Архитектуры нейронных сетей: (а) – два скрытых слоя по 5 нейронов; (b) – два скрытых слоя по 10 нейронов

Fig.11. Neural network architectures: (a) – two hidden layers of 5 neurons, (b) – two hidden layers of 10 neurons

входных данных и соответствующий им набор заранее известных выходных данных.

Нейрон  $z_k^l$  с номером  $k$  слоя  $l$  представляет собой линейную комбинацию поступающих в него сигналов  $a_1^{l-1} \dots a_n^{l-1}$ , взятых с весами  $w_{1k}^l \dots w_{nk}^l$ :

$$z_k^l = \sum_{j=1}^n a_j^{l-1} w_{jk}^l. \tag{10}$$

Здесь  $w_{jk}^l$  означает вес, стоящий на ребре, соединяющем  $j$ -й нейрон слоя  $l-1$  и  $k$ -й нейрон слоя  $l$ . К линейной комбинации иногда добавляют смещение

$b_k$ , но в данной работе смещение не используется. От линейной комбинации затем берется функция активации  $f(z_k^l)$ , результат вычисления которой является выходным сигналом нейрона. В данной работе в качестве функции активации на скрытых слоях используется гиперболический тангенс  $\tanh$ :

$$a_k^l = f(z_k^l) = \tanh(z_k^l) = \tanh\left(\sum_{j=1}^n a_j^{l-1} w_{jk}^l\right). \quad (11)$$

Выбор функции  $\tanh$  обусловлен тем, что она дает лучшую сходимост ь градиентного спуска во время обратного распространения ошибки. В качестве функции активации на выходном слое  $L$  используется функция  $\text{softmax}$ , результатом действия которой является выходной сигнал нейрона  $k$  на последнем выходном слое  $L$ :

$$a_k^L = \text{softmax}(z_k^L) = \frac{e^{z_k^L}}{\sum_c e^{z_c^L}}. \quad (12)$$

Функция  $\text{softmax}$  преобразует вектор  $\mathbf{z}^L$  в вектор  $\mathbf{a}^L$  той же размерности, где каждая координата  $a_k^L \in [0;1]$  и  $\sum a_k^L = 1$ . Таким образом, на выходе мы получаем распределение вероятностей. Весь процесс прямого распространения сигнала можно записать через матричные операции:

$$\mathbf{z}^1 = \mathbf{a}^0 \mathbf{w}^1, \quad \mathbf{a}^1 = f^1(\mathbf{z}^1), \quad \mathbf{z}^2 = \mathbf{a}^1 \mathbf{w}^2, \\ \mathbf{a}^2 = f^2(\mathbf{z}^2), \quad \mathbf{z}^3 = \mathbf{a}^2 \mathbf{w}^3, \quad \mathbf{a}^3 = f^3(\mathbf{z}^3)$$

или

$$\mathbf{a}^3 = f^3\left(f^2\left(f^1\left(\mathbf{a}^0 \mathbf{w}^1\right) \mathbf{w}^2\right) \mathbf{w}^3\right).$$

Для корректировки весов нейронов необходимо знать вектор ошибки на выходном слое, то есть разницу между желаемым результатом и полученным. В данной работе в качестве функции ошибки используется перекрестная энтропия  $E$ :

$$E(t_k, a_k^L) = -\sum_k t_k \ln a_k^L. \quad (13)$$

где  $t_k$  – это желаемое распределение, которое имеет вид  $\{0, \dots, 0, 1, 0, \dots, 0\}$ , а  $a_k^L$  – полученное распределение, то есть сигнал на выходе последнего слоя  $L$ . Перекрестная энтропия выражает, насколько различны два распределения вероятностей: чем сильнее отличаются распределения, тем больше перекрестная энтропия. Для корректировки весов нейронов во время обучения к каждому весу прибавляется поправка согласно методу градиентного спуска:

$$\Delta w_{jk}^l = -\eta \frac{\partial E}{\partial w_{jk}^l}. \quad (14)$$

В процессе минимизации функции ошибки (14) используется итерационный параметр  $\eta$ , называемый шагом градиентного спуска.

Из формулы (14) с использованием формул (10)–(13) получаем поправку к весам нейронов для последнего выходного слоя  $L$ :

$$\Delta w_{jk}^L = -\eta (a_k^L - t_k) a_j^{L-1}$$

и для скрытого слоя  $l-1$ :

$$\Delta w_{ij}^{l-1} = -\eta a_i^{l-2} f'(z_j^{l-1}) \sum_k (a_k^L - t_k) w_{jk}^l.$$

Таким образом, алгоритм вычисляет поправку для весов последнего слоя и далее выражает поправку для веса предыдущего слоя через поправки последнего слоя, и так далее до первого слоя. Вследствие этой особенности вычисления поправок алгоритм называется алгоритмом обратного распространения ошибки.

В настоящей работе нейронная сеть, описанная выше, использовалась для прогноза формы пор по данным упругих модулей и пористости гиалокластитов. Обучение нейронной сети проводилось на основе таблицы, содержащей значения модуля Юнга, пористости и формы пор для 40 образцов гиалокластитов (рис. 12, а). Нейросеть тестировалась на 10 образцах гиалокластитов, которые не использовались в процессе обучения. Расчеты проводились в программе, написанной на языке Python 3.9.4, с open-source библиотеками NumPy, Matplotlib, PyTorch.

Всего было проведено 1500 итераций обучения и тестирования для архитектур нейросети, включающих 1, 2 или 3 скрытых слоя по 5, 10 или 20 нейронов в каждом. Точность предсказания на 1500-й итерации для разных архитектур показана в таблице. Видно, что архитектуры, в которых не меньше двух скрытых слоев, выдают 100%-ную точность предсказания.

После обучения нейронной сети было проведено расширенное тестирование двух архитектур, включающих два скрытых слоя по 5 и по 10 нейронов в каждом. Результаты вычислительных экспериментов для каждой формы пор были аппроксимированы кривыми 2-го порядка (рис. 12, а). На вход нейронной сети подавались точки из этих аппроксимирующих кривых. Результаты тестирования показаны на рис. 12, б, с. В первом случае для точек кривой, соответствующей круглой форме пор, точность нейронной сети оказалась равной 72,7 % (рис. 12, б), во втором случае – 95,5 % (рис. 12, с). Видно, что архитектура с двумя скрытыми слоями по 10 нейронов в каждом слое лучше различает круглые и смешанные формы пор. Для точек кривых, соответствующих угловатой и смешанной форме пор, точность нейронных сетей равна 100 % (рис. 12, б, с).

Таким образом, предложен алгоритм, который позволяет прогнозировать форму пор гиалокластитов по

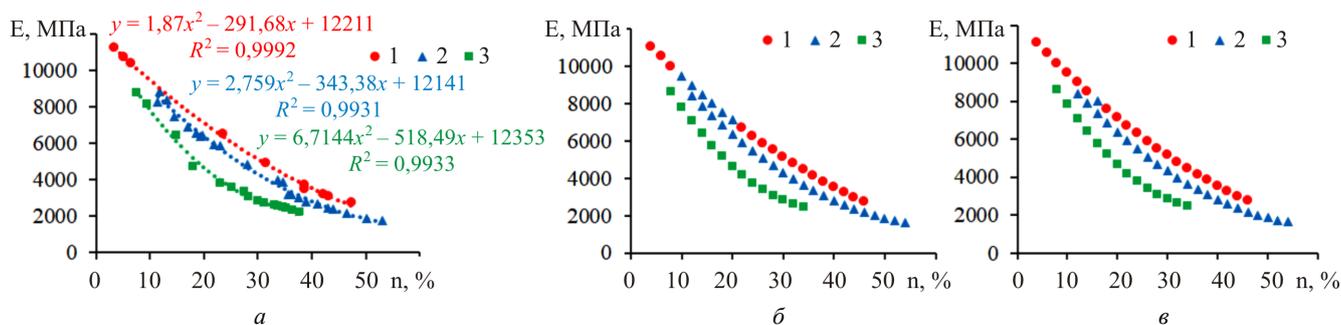


Рис. 12. График зависимости модуля Юнга гиалокластитов от пористости и формы пор: 1 – круглые, 2 – смешанные, 3 – угловатые; а – результаты 2D-расчетов; расширенное тестирование нейронной сети: б – два скрытых слоя по 5 нейронам, с – два скрытых слоя по 10 нейронам

Fig.12. Dependence of Young's modulus of hyaloclastites on porosity and pore shape: 1 – round, 2 – mixed, 3 – angular; а – results of 2D calculations; extended testing of the neural network: б – 2 hidden layers of 5 neurons, с – 2 hidden layers of 10 neurons

Точность предсказания для разных архитектур нейросети, %

Prediction accuracy for different neural network architectures, %

Количество скрытых слоев	Количество нейронов		
	5	10	20
1	77.8	77.8	77.8
2	100	100	100
3	100	100	100

значениям пористости и модуля Юнга с помощью нейронных сетей. Результаты могут быть использованы для экспресс-прогнозирования параметра Био, который существенно зависит от формы пор.

### Заключение

На основе 3D-моделей, полученных методом рентгеновской компьютерной микротомографии, и 2D-моделей, построенных по фотографиям шлифов, было проведено более 1000 численных экспериментов с использованием асимптотического метода осреднения, в ходе которых рассчитаны упругие модули и параметр Био для известняка, доломита, гиалокластита и базальта. Результаты 3D-расчета модуля Юнга совпали с экспериментальными данными. Результаты непосредственного 3D-расчета коэффициента Био совпали с результатами 3D-расчета по известной формуле и с результатами измерений ультразвуковым методом. Это

показывает целесообразность применения вычислительного способа на основе метода осреднения для оценки эффективных свойств скальных грунтов с использованием 3D-моделей реальной структуры пород.

Сравнение результатов 3D- и 2D-моделирования эффективных свойств геокомпозиов показало, что значения модуля Юнга и параметра Био для 2D-моделей отличаются от соответствующих результатов экспериментов и 3D-расчетов на 20–30 %. Следовательно, 2D-моделирование нецелесообразно использовать для оценки эффективных свойств пористых геоматериалов.

По результатам расчетов и экспериментов были получены зависимости модуля Юнга и коэффициента Био от пористости и минерального состава грунтов. Эти зависимости могут быть использованы при моделировании нелинейной консолидации пористых сред. Результаты исследования подтвердили, что коэффициент Био не зависит от модуля Юнга материала скелета грунта.

Предложен метод прогнозирования форм пор гиалокластитов по значениям пористости и модуля Юнга с помощью нейронных сетей, а также реализован и исследован конкретный алгоритм. Была подобрана архитектура, на которой алгоритм дал наилучшие результаты, а также протестирована точность на новых данных.

В работе использовался рентгеновский компьютерный микротомограф Yamato TDM-1000H-II (Япония), полученный в рамках реализации «Программы развития МГУ имени М.В. Ломоносова».

### Библиографический список

- Gueguen Y., Bouteca M. Mechanics of fluid-saturated rocks. – Elsevier Acad. Press, 2004. – 450 с.
- Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation // Journal of Applied Physics. – 1941. – Vol. 12, № 2. – P. 155–164. DOI: 10.1063/1.1712886
- Определение упругих свойств и тензора передачи порового давления горных пород методом осреднения / С.В. Шешенин, Н.Б. Артамонова, Ю.В. Фролова, В.М. Ладыгин // Вестник МГУ. Серия 4. Геология. – 2015. – № 4. – С. 90–97. DOI: 10.3103/S0145875215040109

- Артамонова Н.Б., Мукатова А.Ж., Шешенин С.В. Асимптотический анализ уравнения равновесия флюидонасыщенной пористой среды методом осреднения // Известия РАН. Механика твердого тела. – 2017. – № 2. – P. 115–129. DOI: 10.3103/S002565441702011X
- Вычисление компонент эффективных тензоров упругих модулей и параметра Био пористых геокомпозиов / Н.Б. Артамонова, С.В. Шешенин, Ю.В. Фролова, О.Ю. Бессонова, П.В. Новиков // Механика композитных материалов. – 2019. – Т. 55, № 6. – С. 1043–1058. DOI: 10.1007/s11029-020-09846-w

6. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation // *Journal of Applied Physics*. – 1957. – Vol. 24, № 4. – P. 594–601.

7. Geertsma J. The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks // *Trans. AIME*. – 1957. – Vol. 210. – P. 331–339. DOI: 10.2118/728-g

8. Skempton A.W. Effective stress in soils, concrete and rocks // *Proceedings of Conference on Pore Pressure and Suction in Soils*. – London, 1960. – P. 4–16.

9. Добрынин В.М. Физические свойства нефтегазовых коллекторов в глубоких скважинах. – М.: Наука, 1965. – 163 с.

10. Nur A., Byerlee J.D. An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids // *Journal of Geophysical Research*. – 1971. – Vol. 76, № 26. – P. 6414–6419.

11. Carroll M.M. An effective stress law for anisotropic elastic deformation // *Journal of Geophysical Research*. – 1979. – Vol. 84. – P. 7510–7512.

12. Thompson M., Willis J.R. A reformulation of the equations of anisotropic poroelasticity // *Journal of Applied Physics*. – 1991. – Vol. 58. – P. 612–616. DOI: 10.1115/1.2897239

13. Tensor character of Biot's parameter in poroelastic anisotropic media under stress: static and dynamic cases / E.M. Chesnokov, M. Ammerman, S. Sinha, Y.A. Kukharensko // *Rainbow in the Earth: proceedings of the 2nd International Workshop*. – Berkeley, California, 2005. – P. 1–3.

14. Fatt I. Compressibility of sandstones at low to moderate pressures // *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.* – 1958. – Vol. 42, № 8. – P. 1924–1957.

15. Experimental investigation of the effective stress coefficient for various high porosity outcrop chalks / E. Omdal, H. Breivik, K.E. Næss, G.G. Ramos, T.G. Kristiansen, R.I. Korsnes, A. Hiorth, M.V. Madland // *Proceedings of International Symposium of the Society of Core Analysis*. – Abu Dhabi, UAE, 2008. – P. 1–6.

16. Nowakowski A. The law of effective stress for rocks in light of results of laboratory experiments // *Archives of Mining Sciences*. – 2012. – Vol. 57, № 4. – P. 1027–1044. DOI: 10.2478/v10267-012-0068-4

17. Laboratory measurement of Biot's coefficient and pore pressure influence on poroelastic rock behaviour / H. Salemi, S. Iglauer, A. Rezagholilou, M. Sarmadivaleh // *The APPEA Journal*. – 2018. – Vol. 58, № 1. – P. 182–189. DOI: 10.1071/AJ17069

18. Alam M.M., Fabricius I.L., Christensen H.F. Static and dynamic effective stress coefficient of chalk // *Geophysics*. – 2012. – Vol. 77, № 2. – P. L1–L11. DOI: 10.1190/GEO2010-0414.1

19. Comparison and study over the Biot coefficients test method in medium porosity and medium permeability sandstone reservoirs / Xu Xin, Wang Wei, Hu Mingyi, Li Hui, Feng Yi // *Petroleum Drilling Techniques*. – 2018. – Vol. 46, № 2. – P. 109–114. DOI: 10.11911/syztjs.2018054

20. Research on testing methods of Biot coefficient in reservoir with different permeability and its influencing factors /

Cheng Yuanfang, Cheng Linlin, Li Hui, Han Zhongying, Deng Wenbiao, Chen Chong // *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*. – 2015. – Vol. 34, № 2. – P. 98–104. DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2014.1212

21. Sarker R., Batzle M. Effective stress coefficient in shales and its applicability to Eaton's equation // *The Leading Edge: proceedings of Colorado School of Mine*. – Golden, USA, 2008. – P. 798–804.

22. Estimation of Biot's effective stress coefficient from well logs / X. Luo, P. Were, J. Liu, Zh. Hou // *Environmental Earth Sciences*. – 2015. – Vol. 73. – P. 7019–7028. DOI: 10.1007/s12665-015-4219-8

23. Sanchez-Palencia E. Homogenization in mechanics. A survey of solved and open problems // *Rend. Sem. Mat. Univ. Politecn. Torino*. – 1986. – Vol. 44, № 1. – P. 1–45.

24. Бахвалов Н.С., Панасенко Г.П. Осреднение процессов в периодических средах. – М.: Наука, 1984. – 352 с.

25. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. – М.: Изд-во МГУ, 1984. – 336 с.

26. Власов А.Н., Мерзляков В.П. Усреднение деформационных и прочностных свойств в механике скальных пород. – М.: Издательство Ассоциации строительных вузов, 2009. – 207 с.

27. Артамонова Н.Б. Численная реализация модели Био при больших деформациях: дис. ... канд. физ.-мат. наук. – М.: МГУ, 2020. – 157 с.

28. Алексеев А.С., Голодковская Г.А., Панасьян Л.Л. Актуальные проблемы изучения каменноугольных карбонатных пород на территории Москвы // *Вестник МГУ. Серия 4. Геология*. – 2012. – № 2. – С. 25–34. DOI: 10.3103/S0145875212020020

29. Капитонов А.М., Васильев В.Г. Физические свойства горных пород западной части Сибирской платформы. – Красноярск: Сибирский федеральный университет, 2011. – 424 с.

30. Фролова Ю.В. Закономерности изменения состава и свойств гиадокластиков Исландии в процессе литогенеза // *Вестник МГУ. Серия 4. Геология*. – 2010. – № 2. – С. 45–55. DOI: 10.3103/S0145875210020067

31. Справочник физических констант горных пород / под ред. С.П. Кларка. – М.: Мир, 1969. – 543 с.

32. Исследование упругих и упругопластических свойств дисперсного композита на основе численных экспериментов / С.В. Шешенин, Н.Б. Артамонова, П.Д. Клементьев, Ф.Б. Киселев, Р.Р. Мурадханов, Е.А. Орлов, Цян Чжан // *Механика композитных материалов*. – 2021. – Т. 57, № 1. – С. 27–44. DOI: 10.1007/s11029-021-09930-9

33. *Composite Materials Technology. Neural Network Applications* / ed. S.M. Sapuan, I.M. Mujtaba. – Boca Raton: CRC Press, 2009. – 368 p.

34. Géron A. *Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems*. – Sebastopol: O'Reilly Media, 2019. – 510 p.

## References

1. Gueguen Y., Bouteca M. *Mechanics of fluid-saturated rocks*. Elsevier Acad. Press, 2004, 450 с.

2. Biot M.A. General theory of three-dimensional consolidation. *Journal of Applied Physics*, 1941, vol. 12, no. 2, pp. 155–164. DOI: 10.1063/1.1712886

3. Sheshenin S.V., Artamonova N.B., Frolova Yu.V., Ladygin V.M. Defining the elastic properties and the tensor of the pore-pressure transfer in rocks using the averaging method. *Moscow*

*University Geology Bulletin*, 2015, vol. 70, no. 4, pp. 354–361. DOI: 10.3103/S0145875215040109

4. Artamonova N.B., Mukatova A.Zh., Sheshenin S.V. Asymptotic analysis of the equilibrium equation of a fluid-saturated porous medium by the homogenization method. *Mechanics of Solids*, 2017, vol. 52, no. 2, pp. 212–223. DOI: 10.3103/S002565441702011X

5. Artamonova N.B., Sheshenin S.V., Frolova Yu.V., Besonova O.Yu, Novikov P.V. Calculating components of the effec-

tive tensors of elastic moduli and Biot's parameter of porous geocomposites. *Mechanics of Composite Materials*, 2020, vol. 55, no. 6, pp. 715–726. DOI: 10.1007/s11029-020-09846-w

6. Biot M.A., Willis D.G. The elastic coefficients of the theory of consolidation. *Journal of Applied Physics*, 1957, vol. 24, no. 4, pp. 594–601.

7. Geertsma J. The effect of fluid pressure decline on volumetric changes of porous rocks. *Trans. AIME*, 1957, vol. 210, pp. 331–339. DOI: 10.2118/728-g

8. Skempton A.W. Effective stress in soils, concrete and rocks. *Proceedings of Conference on Pore Pressure and Suction in Soils*, London, 1960, pp. 4–16.

9. Dobrynin V.M. Fizicheskiye svoystva neftegazovykh kollektorov v glubokikh skvazhinakh [Physical properties of oil and gas reservoirs in deep wells]. Moscow, Nauka, 1965, 163 p.

10. Nur A., Byerlee J.D. An exact effective stress law for elastic deformation of rock with fluids. *Journal of Geophysical Research*, 1971, vol. 76, no. 26, pp. 6414–6419.

11. Carroll M.M. An effective stress law for anisotropic elastic deformation. *Journal of Geophysical Research*, 1979, vol. 84, pp. 7510–7512.

12. Thompson M., Willis J.R. A reformulation of the equations of anisotropic poroelasticity. *Journal of Applied Physics*, 1991, vol. 58, pp. 612–616. DOI: 10.1115/1.2897239

13. Chesnokov E.M., Ammerman M., Sinha S., Kukharenskiy Y.A. Tensor character of Biot's parameter in poroelastic anisotropic media under stress: static and dynamic cases. *Rainbow in the Earth: proceedings of the 2nd International Workshop*, Berkeley, California, 2005, pp. 1–3.

14. Fatt I. Compressibility of sandstones at low to moderate pressures. *Bull. Amer. Assoc. Petrol. Geol.*, 1958, vol. 42, no. 8, pp. 1924–1957.

15. Omdal E., Breivik H., Næss K.E., Ramos G.G., Kristiansen T.G., Korsnes R.I., Hiorth A., Madland M.V. Experimental investigation of the effective stress coefficient for various high porosity outcrop chalks. *Proceedings of International Symposium of the Society of Core Analysis*, Abu Dhabi, UAE, 2008, pp. 1–6.

16. Nowakowski A. The law of effective stress for rocks in light of results of laboratory experiments. *Archives of Mining Sciences*, 2012, vol. 57, no. 4, pp. 1027–1044. DOI: 10.2478/v10267-012-0068-4

17. Salemi H., Iglauer S., Rezagholilou A., Sarmadivaleh M. Laboratory measurement of Biot's coefficient and pore pressure influence on poroelastic rock behaviour. *The APPEA Journal*, 2018, vol. 58, no. 1, pp. 182–189. DOI: 10.1071/AJ17069

18. Alam M.M., Fabricius I.L., Christensen H.F. Static and dynamic effective stress coefficient of chalk. *Geophysics*, 2012, vol. 77, no. 2, pp. L1–L11. DOI: 10.1190/GEO2010-0414.1

19. Xu Xin, Wang Wei, Hu Mingyi, Li Hui, Feng Yi. Comparison and study over the Biot coefficients test method in medium porosity and medium permeability sandstone reservoirs. *Petroleum Drilling Techniques*, 2018, vol. 46, no. 2, pp. 109–114. DOI: 10.11911/syztjs.2018054

20. Cheng Yuanfang, Cheng Linlin, Li Hui, Han Zhongying, Deng Wenbiao, Chen Chong. Research on testing methods of Biot

coefficient in reservoir with different permeability and its influencing factors. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2015, vol. 34, no. 2, pp. 98–104. DOI: 10.13722/j.cnki.jrme.2014.1212

21. Sarker R., Batzle M. Effective stress coefficient in shales and its applicability to Eaton's equation. *The Leading Edge: proceedings of Colorado School of Mine*, Golden, USA, 2008, pp. 798–804.

22. Luo X., Were P., Liu J., Hou Zh. Estimation of Biot's effective stress coefficient from well logs. *Environmental Earth Sciences*, 2015, vol. 73, pp. 7019–7028. DOI: 10.1007/s12665-015-4219-8

23. Sanchez-Palencia E. Homogenization in mechanics. A survey of solved and open problems. *Rend. Sem. Mat. Univers. Politecn. Torino*, 1986, vol. 44, no. 1, pp. 1–45.

24. Bakhvalov N.S., Panasenko G.P. Homogenization: Averaging Processes in Periodic Media. Dordrecht, Boston, London, Kluwer Academic Publishers, 1989, 366 p.

25. Pobedrya B.E. Mekhanika kompozitsionnykh materialov [Mechanics of composite materials]. Moscow, Izdatel'stvo MSU, 1984, 336 p.

26. Vlasov A.N., Merzlyakov V.P. Usredneniye deformatsionnykh i prochnostnykh svoystv v mekhanike skal'nykh porod [Averaging of deformation and strength properties in rock mechanics]. Moscow, Publishing house of the Association of construction universities, 2009, 207 p.

27. Artamonova N.B. Chislennaya realizatsiya modeli Bio pri bol'shikh deformatsiyakh [Numerical implementation of the Biot model at large deformations]. PhD Thesis in Physics and Mathematics. Moscow, Lomonosov Moscow State University, 2020, 157 p.

28. Alekseev A.S., Golodkovskaya G.A., Panasian L.L. Current problems in the engineering-geological study of carbonate rocks in the territory of Moscow. *Moscow University Geology Bulletin*, 2012, vol. 67, no. 2, pp. 103–114. DOI: 10.3103/S0145875212020020

29. Kapitonov A.M., Vasil'yev V.G. Fizicheskiye svoystva gornyykh porod zapadnoy chasti Sibirskoy platformy [Physical properties of rocks in the western part of the Siberian platform]. Krasnoyarsk: Siberian Federal University, 2011, 424 p.

30. Frolova Yu.V. Patterns of Transformations in the Compositions and Properties of Icelandic Hyaloclastites during Lithogenesis. *Moscow University Geology Bulletin*, 2010, vol. 65, no. 2, pp. 104–114. DOI: 10.3103/S0145875210020067

31. Handbook of physical constants. Ed. S.P. Clark. New York, Geological Society of America, 1966, 587 p.

32. Sheshenin S.V., Artamonova N.B., Klement'ev P.D., Kiselev F.B., Muradkhanov R.R., Orlov E.A., Qiang Zhang. Study of elastic and elastoplastic properties of a dispersed composite based on computational experiments. *Mechanics of Composite Materials*, 2021, vol. 57, no.1, pp.19–30. DOI: 10.1007/s11029-021-09930-9

33. Composite Materials Technology. Neural Network Applications. Ed. S.M. Sapuan, I.M. Mujtaba. Boca Raton, CRC Press, 2009, 368 p.

34. Géron A. Hands-On Machine Learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow: Concepts, Tools, and Techniques to Build Intelligent Systems. Sebastopol, O'Reilly Media, 2019, 510 p.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант № 20-01-00431) и Минобрнауки России в рамках реализации программы Московского центра фундаментальной и прикладной математики по соглашению № 075-15-2022-284.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Financing.** This work was supported by the Russian Foundation for Basic Research (project No. 20-01-00431) and by the Ministry of Education and Science of the Russian Federation as part of the program of the Moscow Center for Fundamental and Applied Mathematics under the agreement No. 075-15-2022-284.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.