

Баженов В.Г., Казаков Д.А., Кибец А.И., Нагорных Е.В., Самсонова Д.А. Постановка и численное решение задачи потери устойчивости упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных осесимметричных нагружениях с кручением // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 3. – С. 95–106. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.10

Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kibec A.I., Nagornykh E.V., Samsonova D.A. Formulation and Numerical Solution of the Stability Loss Problem of Elastic-Plastic Shells of Revolution with an Elastic Filler under Combined Axisymmetric and Torsional Loadings. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2022, no. 3, pp. 95-106. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.10



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2022

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.10

УДК 539.3

ПОСТАНОВКА И ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ С УПРУГИМ ЗАПОЛНИТЕЛЕМ ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ НАГРУЖЕНИЯХ С КРУЧЕНИЕМ

В.Г. Баженов, Д.А. Казаков, А.И. Кибец, Е.В. Нагорных, Д.А. Самсонова

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 20 сентября 2022 г.
Одобрена: 10 октября 2022 г.
Принята к публикации:
01 ноября 2022 г.

Ключевые слова:

упругопластические оболочки вращения, упругий наполнитель, неосесимметричная потеря устойчивости, кручение, гипотезы Тимошенко, основание Винклера, численное моделирование, эксперимент, контактное взаимодействие.

АННОТАЦИЯ

Приводятся динамическая постановка и метод численного решения задач потери устойчивости упругопластических оболочек вращения с наполнителем по осесимметричным и неосесимметричным формам при квазистатических и динамических нагружениях в рамках двух подходов. В первом подходе задача упругопластического деформирования и выпучивания оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных осесимметричных нагружениях с кручением формулируется в двумерной (обобщенной осесимметричной) постановке исходя из гипотез теории оболочек типа Тимошенко и основания Винклера. Определяющие соотношения записываются в цилиндрической системе эйлеровых координат. Для каждого элемента оболочки вводится местная лагранжева система координат. Кинематические соотношения записываются в метрике текущего состояния. Распределение компонент скоростей перемещений по толщине оболочки и тензоров скоростей деформаций в местном базисе записывается в виде суммы безмоментных и моментных составляющих, которые, в свою очередь, записываются в виде суммы симметричной и несимметричной частей в местном и в общем базисах. Учет упругопластических свойств материала оболочки осуществляется в рамках теории течения с нелинейным изотропным упрочнением. Для учета неосесимметричных форм потери устойчивости искомые функции (как перемещения, так и усилия, моменты, контактное давление) разлагаются в ряд Фурье в окружном направлении. Вариационные уравне-

© Баженов Валентин Георгиевич – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., e-mail: bazhenov@mech.unn.ru

iD: 0000-0002-0077-7704

Казаков Дмитрий Александрович – к.т.н., с.н.с., e-mail: kazakov@mech.unn.ru iD: 0000-0002-9316-4105

Кибец Александр Иванович – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., e-mail: kibec@mech.unn.ru iD: 0000-0001-8490-5541

Нагорных Елена Владимировна – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., e-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru, iD: 0000-0003-3330-5954

Самсонова Дарья Анатольевна – м.н.с., e-mail: ozornikova.dasha@yandex.ru iD: 0000-0001-8413-875X

Valentin G. Bazhenov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher,

e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, iD: 0000-0002-0077-7704

Dmitry A. Kazakov – CSc in Technical Sciences, Senior Researcher, Head of Laboratory, e-mail: kazakov@mech.unn.ru,

iD: 0000-0002-9316-4105

Alexandr I. Kibec – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, e-mail: kibec@mech.unn.ru,

iD: 0000-0001-8490-5541

Elena V. Nagornykh – CSc of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher,

e-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru, iD: 0000-0003-3330-5954

Daria A. Samsonova – Junior Researcher, e-mail: ozornikova.dasha@yandex.ru, iD: 0000-0001-8413



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ния движения оболочки выводятся из общего уравнения динамики. Контакт между оболочкой и деформируемым наполнителем моделируется исходя из условий непроникания по нормали и свободного проскальзывания вдоль касательной. Вариационные уравнения динамики оболочки для осесимметричного и неосесимметричного процессов связаны между собой через физические соотношения теории пластичности. Они учитывают большие осесимметричные деформации и моментность напряженно-деформированного состояния оболочки. В начальной стадии неосесимметричного процесса выпучивания прогибы малы, поэтому уравнения неосесимметричного выпучивания получены как линеаризованные относительно неосесимметричных форм. Для иницирования неосесимметричных форм потери устойчивости вводятся начальные неосесимметричные прогибы. Для решения определяющей системы уравнений применяется конечно-разностный метод и явная схема интегрирования по времени типа «крест».

Второй подход основан на гипотезах механики сплошных сред и реализован в трехмерной постановке. Оба подхода позволяют моделировать нелинейное докритическое деформирование оболочек вращения с упругим наполнителем, определить предельные (критические) нагрузки в широком диапазоне скоростей нагружения с учетом геометрических несовершенств формы, исследовать процессы потери устойчивости по осесимметричным и неосесимметричным формам при динамических и квазистатических сложных нагружениях растяжением, сжатием, кручением, внутренним и внешним давлением. Результаты численного моделирования сопоставляются с экспериментальными данными по кручению стальных цилиндрических упругопластических оболочек ($R/h = 1,45$) с упругим наполнителем.

© ПНИПУ

FORMULATION AND NUMERICAL SOLUTION OF THE STABILITY LOSS PROBLEM OF ELASTIC-PLASTIC SHELLS OF REVOLUTION WITH AN ELASTIC FILLER UNDER COMBINED AXISYMMETRIC AND TORSIONAL LOADINGS

V.G. Bazhenov, D.A. Kazakov, A.I. Kibec, E.V. Nagornykh, D.A. Samsonova

Researcher Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 20 September 2022
Approved: 10 October 2022
Accepted for publication:
01 November 2022

Keywords:

elastic-plastic shells of revolution, elastic filler, non-axisymmetric buckling, torsion, Timoshenko's hypotheses, Winkler's foundation, numerical simulation, experiment, contact interaction.

ABSTRACT

A dynamic statement and a method for numerically solving the buckling problems of elastoplastic shells of revolution with filler in axisymmetric and non-axisymmetric shapes under quasi-static and dynamic loading are presented within the framework of two approaches. In the first approach, the problem of elastic-plastic deformation and buckling of shells of revolution with an elastic filler under combined axisymmetric loading with torsion is formulated in a two-dimensional (generalized axisymmetric) formulation based on the hypotheses of the shells theory of the Timoshenko type and the Winkler foundation. The constitutive relations are written in the cylindrical system of Euler coordinates. For each shell element, a local Lagrangian coordinate system is introduced. Kinematic relations are recorded in the current state metric. The distribution of the displacement velocity components over the shell thickness and strain rate tensors in the local basis is written as the sum of the momentless and moment components, which, in turn, are written as the sum of the symmetric and asymmetric parts in the local and in the general basis. The elastoplastic properties of the shell material are taken into account within the framework of the theory of flow with nonlinear isotropic hardening. To take into account non-axisymmetric forms of buckling, the desired functions (both displacements and forces, moments, contact pressure) are expanded into a Fourier series in the circumferential direction. The variational equations of shell motion are derived from the general equation of dynamics. The contact between the shell and the deformable filler is modeled based on the conditions of non-penetration along the normal and free slip along the tangent. The variational equations of shell dynamics for axisymmetric and nonaxisymmetric processes are interconnected through the physical relations of the theory of plasticity. They take into account large axisymmetric shape changes and the instantaneous stress-strain state of the shell. At the initial stage of the nonaxisymmetric buckling process, the deflections are small; therefore, the equations of nonaxisymmetric buckling are obtained as linearized with respect to nonaxisymmetric forms. To initiate nonaxisymmetric buckling modes, initial nonaxisymmetric deflections are introduced. To solve the defining system of equations, a finite-difference method and an explicit time integration scheme of the "cross" type are used.

The second approach is based on continuum mechanics hypotheses and implemented in a three-dimensional setting. Both approaches make it possible to simulate the nonlinear subcritical deformation of shells of revolution with an elastic filler, to determine the ultimate (critical) loads in a wide range of loading rates, taking into account geometric shape imperfections, to study the processes of buckling in axisymmetric and non-axisymmetric shapes under dynamic and quasi-static complex loading by tension, compression, torsion, internal and external pressure. The results of numerical simulation are compared with experimental data on the torsion of steel cylindrical elastoplastic shells ($R/h = 1.45$) with an elastic filler.

© PNRPU

Введение

Оболочки вращения с наполнителем широко используются в строительстве и технике. Примерами таких элементов конструкций являются элементы газотурбинного двигателя – цилиндрические оболочки, нагруженные кручением с одновременным внутренним или внешним давлением [1], трубопровод в грунте – цилиндрические оболочки, подверженные растяжению, сжатию, кручению, изгибу, внутреннему и внешнему давлению вследствие его взаимодействия с грунтом и транспортируемым веществом [2], строительные опоры – стальные трубы с бетонным наполнителем, нагружаемые сжатием, изгибом, кручением [3–5], автоцистерны – цилиндрические оболочки с сыпучим или жидким наполнителем, подвергаемые изгибу, сжатию, кручению [6]. В процессе эксплуатации оболочки с наполнителем подвергаются воздействию комбинации различных видов нагружения: растяжение, сжатие, изгиб, кручение, внутреннее (внешнее) давление. При осесимметричном нагружении и (или) кручении упругопластических оболочек вращения с наполнителем осесимметричный процесс деформирования может перейти в неосесимметричный после достижения критических значений параметров нагружения. Внутренний наполнитель повышает критические нагрузки и существенно влияет на формирование при потере устойчивости оболочки [4–8]. Например, при осевом сжатии блокируются неосесимметричные формы потери устойчивости оболочек [7; 8].

Обзор исследований по определению напряженно-деформированного состояния (НДС) и устойчивости тонких оболочек с наполнителем, анализ их взаимодействия приведен в [9]. Деформирование упругого наполнителя описывают в рамках механики сплошной среды с применением уравнений теории упругости [9–14]. Достаточно жесткий (недеформируемый) наполнитель моделируют граничным условием, запрещающим радиальное перемещение внутренней поверхности оболочки в направлении оси симметрии [7]. Для определения только реакции наполнителя без детализации его НДС применяют упрощенные модели упругого основания с одним или двумя коэффициентами постели (основание Винклера или Пастернака) [9; 15–22].

Современные вычислительные комплексы позволяют в полной мере моделировать деформирование, выпучивание и взаимодействие оболочек с наполнителем при учете пластических деформаций оболочки, геометрической и физической нелинейностей, краевых эффектов и начальных несовершенств для произвольных комбинаций видов нагружения [3–5; 23]. Но полномасштабное моделирование в рамках механики сплошной среды относительно большого массива наполнителя и сравнительно тонкой оболочки требует значительных временных затрат вследствие большого количества узлов конечно-элементной сетки и маленького шага интегрирования по времени, определяемого толщиной оболочки [23]. Для сокращения времени сче-

та в квазистатических задачах используют изменение плотности материала оболочки [24].

В настоящем исследовании приводятся две методики численного решения нелинейных задач осесимметричного деформирования и неосесимметричного выпучивания упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных осесимметричных нагружениях и кручении. Задачи формулируются в динамической постановке, что дает возможность описать большие докритические формоизменения упругопластических оболочек и перескок оболочки к новой, изогнутой форме равновесия. Первая методика является развитием методики численного решения нелинейных задач осесимметричного деформирования и неосесимметричного выпучивания упругопластических оболочек вращения при комбинированных осесимметричных нагружениях и кручении [25] для описания неосесимметричного выпучивания упругопластических оболочек с упругим наполнителем [23]. Вторая методика реализована в трехмерной постановке, основана на гипотезах механики сплошных сред и методе конечных элементов [26]. Результаты моделирования в трехмерной постановке сопоставляются с экспериментальными данными по кручению стальных упругопластических оболочек с упругим наполнителем.

1. Обобщенная осесимметричная оболочечная постановка с разложением искомых функций (перемещений, усилий) в ряды Фурье по окружной координате

Задача упругопластического деформирования и выпучивания оболочек вращения с упругим наполнителем при комбинированных статических и динамических осесимметричных нагружениях с кручением формулируется в двумерной (обобщенной осесимметричной) постановке исходя из гипотез теории оболочек типа Тимошенко [25] и основания Винклера [23]. Определяющие соотношения записываются в цилиндрической системе эйлеровых координат $Oxz\beta$, Oz – ось вращения. На рис. 1 показаны местная (s, ξ, β) и общая (r, z, β) системы координат.

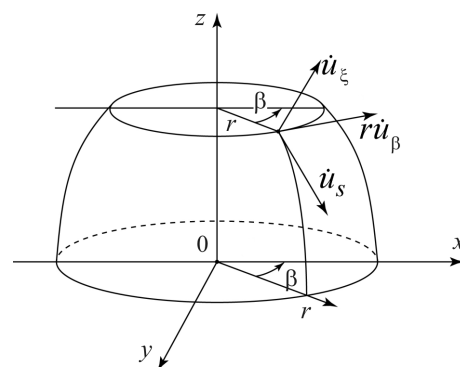


Рис. 1. Обобщенная цилиндрическая (r, z, β) и местная (s, ξ, β) системы координат
 Fig. 1. General cylindrical (r, z, β) and local (s, ξ, β) coordinate systems

Для каждого оболочечного элемента вводится местная лагранжева система координат $Os\xi$, связанная с общей соотношениями $ds = \psi_z dr - \psi_r dz$, $d\xi = \psi_r dr + \psi_z dz$, где s – длина дуги меридиана оболочечного элемента; ξ – координатная линия, нормальная к срединной поверхности; β – угловая координата; $\psi_z = r_{,s}$, $\psi_r = -z_{,s}$ – направляющие косинусы нормали к срединной поверхности.

Оболочечные элементы полагаются тонкими, изменением метрики по толщине пренебрегаем, деформации поперечного сдвига и изгиба малы по сравнению с деформациями срединной поверхности, кинематические соотношения формулируются в скоростях и строятся в метрике текущего состояния. Распределение компонент скоростей перемещений по толщине оболочки записывается в виде:

$$\begin{aligned} \tilde{u}_s(s, \xi, \beta, t) &= \dot{u}_s(s, \beta, t) + \xi \dot{\phi}_s(s, \beta, t) \\ \tilde{u}_\xi(s, \xi, \beta, t) &= \dot{u}_\xi(s, \beta, t) \\ \tilde{u}_\beta(s, \xi, \beta, t) &= r \dot{u}_\beta(s, \beta, t) + \xi \dot{\phi}_\beta(s, \beta, t). \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь $\dot{u}_s(s, \beta, t)$ и $\dot{u}_\xi(s, \beta, t)$ – скорости перемещений срединной поверхности в направлении касательной и нормали, $\dot{u}_\beta(s, \beta, t)$ – скорость угла поворота по окружной координате β , $\dot{\phi}_s(s, \beta, t)$ и $\dot{\phi}_\beta(s, \beta, t)$ – угловые скорости поворота поперечных сечений в плоскости меридионального сечения и в плоскости $O\xi\beta$.

Безмоментные \dot{u}_s , \dot{u}_ξ , \dot{u}_β и моментные $\dot{\phi}_s$, $\dot{\phi}_\beta$ составляющие скоростей перемещений представляются в виде суммы осесимметричной (a) и неосесимметричной (n) частей:

$$\begin{aligned} \dot{u}_i(s, \beta, t) &= \dot{u}_i^a(s, t) + \dot{u}_i^n(s, \beta, t), \quad i = s, \xi, \beta; \\ \dot{\phi}_i(s, \beta, t) &= \dot{\phi}_i^a(s, t) + \dot{\phi}_i^n(s, \beta, t), \quad i = s, \beta. \end{aligned} \quad (2)$$

Распределение компонент скоростей деформаций (симметричной части градиента скорости перемещений) \dot{e}_{ij} по толщине оболочки представляется в виде:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij} + \xi \dot{\chi}_{ij}, \quad \dot{e}_{i\xi} = \dot{e}_{i\xi} + \dot{\chi}_{i\xi} \quad (i, j = s, \beta), \quad \dot{e}_{\xi\xi} = \dot{e}_{\xi\xi}, \quad (3)$$

где \dot{e}_{ij} и $\dot{\chi}_{ij}$ – скорости деформаций срединной поверхности и изгиба.

Компоненты скоростей деформаций \dot{e}_{ij} , $\dot{\chi}_{ij}$ и скорость вращения элемента $\dot{\omega}_{s\beta}$ в местном базисе $s\xi\beta$ с учетом (2) записываются в виде суммы осесимметричной и неосесимметричной частей:

$$\dot{e}_{ss} = \frac{\partial \dot{u}_s}{\partial s} + \frac{1}{R_s} \dot{u}_\xi = \left[\frac{\partial \dot{u}_s}{\partial s} + \frac{1}{R_s} \dot{u}_\xi \right]^a + \left[\frac{\partial \dot{u}_s}{\partial s} + \frac{1}{R_s} \dot{u}_\xi \right]^n,$$

$$\begin{aligned} \dot{e}_{\beta\beta} &= \frac{\partial \dot{u}_\beta}{\partial \beta} + \frac{\dot{u}_s}{r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\xi = \\ &= \left[\frac{\dot{u}_s}{r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\xi \right]^a + \left[\frac{\partial \dot{u}_\beta}{\partial \beta} + \frac{\dot{u}_s}{r} \frac{\partial r}{\partial s} + \frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\xi \right]^n, \\ \dot{e}_{s\beta} &= \frac{1}{2} \left(r \frac{\partial \dot{u}_\beta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_s}{\partial \beta} - \dot{u}_\beta \frac{\partial r}{\partial s} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial \dot{u}_\beta}{\partial s} - \dot{u}_\beta \frac{\partial r}{\partial s} \right]^a + \frac{1}{2} \left[r \frac{\partial \dot{u}_\beta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_s}{\partial \beta} - \dot{u}_\beta \frac{\partial r}{\partial s} \right]^n, \\ \dot{e}_{s\xi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial s} - \frac{1}{R_s} \dot{u}_s \right) = \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial s} - \frac{1}{R_s} \dot{u}_s \right]^a + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial s} - \frac{1}{R_s} \dot{u}_s \right]^n, \\ \dot{e}_{\beta\xi} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial \beta} - \frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\beta \right) = \frac{1}{2} \left[-\frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\beta \right]^a + \frac{1}{2} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial \dot{u}_\xi}{\partial \beta} - \frac{1}{R_\beta} \dot{u}_\beta \right]^n, \\ \dot{\chi}_{ss} &= \frac{\partial \dot{\phi}_s}{\partial s} = \left[\frac{\partial \dot{\phi}_s}{\partial s} \right]^a + \left[\frac{\partial \dot{\phi}_s}{\partial s} \right]^n, \\ \dot{\chi}_{\beta\beta} &= \frac{1}{r} \left(\frac{\partial \dot{\phi}_\beta}{\partial \beta} + \dot{\phi}_s \frac{\partial r}{\partial s} \right) = \frac{1}{r} \left[\dot{\phi}_s \frac{\partial r}{\partial s} \right]^a + \frac{1}{r} \left[\frac{\partial \dot{\phi}_\beta}{\partial \beta} + \dot{\phi}_s \frac{\partial r}{\partial s} \right]^n, \\ \dot{\chi}_{s\beta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \dot{\phi}_\beta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\phi}_s}{\partial \beta} - \frac{\dot{\phi}_\beta}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \right) = \\ &= \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{\phi}_\beta}{\partial s} - \frac{\dot{\phi}_\beta}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \right]^a + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \dot{\phi}_\beta}{\partial s} + \frac{1}{r} \frac{\partial \dot{\phi}_s}{\partial \beta} - \frac{\dot{\phi}_\beta}{r} \frac{\partial r}{\partial s} \right]^n, \\ \dot{\chi}_{s\xi} &= \frac{1}{2} \dot{\phi}_s = \frac{1}{2} [\dot{\phi}_s]^a + \frac{1}{2} [\dot{\phi}_s]^n, \\ \dot{\chi}_{\beta\xi} &= \frac{1}{2} \dot{\phi}_\beta = \frac{1}{2} [\dot{\phi}_\beta]^a + \frac{1}{2} [\dot{\phi}_\beta]^n, \\ \dot{\omega}_{s\beta} &= -\frac{1}{2} r [\dot{u}_{\beta,s}]^a. \end{aligned} \quad (4)$$

Выражения для компонент скоростей деформаций через осесимметричные и неосесимметричные компоненты скоростей перемещений в общем базисе $r\zeta\beta$ получаются из (4) путем подстановки выражений $\dot{u}_s = \dot{u}_r \psi_z - \dot{u}_z \psi_r$, $\dot{u}_\xi = \dot{u}_r \psi_r + \dot{u}_z \psi_z$, они приведены в [25].

Компоненты тензора скоростей деформаций \dot{e}_{ij} можно представить в виде суммы упругой \dot{e}_{ij}^e и пластической \dot{e}_{ij}^p составляющих:

$$\dot{e}_{ij} = \dot{e}_{ij}^e + \dot{e}_{ij}^p, \quad \dot{e}_{ii}^p = 0 \quad (i, j = s, \beta, \xi). \quad (5)$$

Предполагается, что упругие деформации малы, а пластические деформации могут быть большими. Компонента тензора напряжений Коши, нормальная к срединной поверхности оболочки, принимается равной нулю. Из условия плоского напряженного состояния и обобщенного закона Гука определяется компонента $\dot{e}_{\xi\xi}$:

$$\dot{\sigma}_{\xi\xi} = 0, \quad \dot{e}_{\xi\xi}^e = \frac{\mu}{\mu-1} (\dot{e}_{ss}^e + \dot{e}_{\beta\beta}^e) \quad (6)$$

Компоненты тензоров скоростей напряжений $\dot{\sigma}_{ij}$ и напряжений Коши σ_{ij} в местном базисе $s\xi\beta$ записываются в виде:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma}_{ss} &= \frac{E}{1-\mu^2} (\dot{e}_{ss}^e + \mu \dot{e}_{\beta\beta}^e), \quad \dot{\sigma}_{\beta\beta} = \frac{E}{1-\mu^2} (\dot{e}_{\beta\beta}^e + \mu \dot{e}_{ss}^e), \\ \dot{\sigma}_{s\beta} &= \frac{E}{1+\mu} \dot{e}_{s\beta}^e, \quad \dot{\sigma}_{s\xi} = \frac{E}{1+\mu} \dot{e}_{s\xi}^e, \quad \dot{\sigma}_{\xi\xi} = \dot{\sigma}_{\beta\xi} = 0, \\ D_j \sigma_{ij} &= \sigma_{jk} \dot{\omega}_{ki} + \sigma_{ik} \dot{\omega}_{kj}, \quad i, j, k = s, \beta, \\ \sigma_{ij} &= \int_0^t D_j \sigma_{ij} dt, \quad j = s, \beta, \quad \sigma_{s\xi} = \int_0^t \dot{\sigma}_{s\xi} dt. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь D_j – производная Яуманна, которая учитывает поворот элемента оболочки за счет сдвиговой деформации как квазижесткого целого относительно нормали к ее срединной поверхности при кручении. Местная сопутствующая система координат $Os\xi$ определяется формоизменениями оболочки без учета сдвиговых деформаций кручения, то есть она является лагранжевой только для осесимметричной деформации. Заметим, что деформации сдвига при кручении тонких оболочек ограничены из соображений устойчивости осесимметричного процесса деформирования. Поэтому введение производной Яуманна для учета квазижесткого вращения при кручении вполне обоснованно при использовании явной схемы интегрирования с малыми шагами по времени [27]. В итоге существенно упрощается запись основных уравнений обобщенной осесимметричной задачи с кручением, так как за базовую берется лагранжева система координат осесимметричной задачи.

Учет упругопластических свойств материала оболочки осуществляется в рамках теории течения с нелинейным изотропным упрочнением:

$$\begin{aligned} \dot{e}_{ij}^p &= \dot{\lambda} n_{ij}, \quad n_{ij} = \frac{\sigma'_{ij}}{\sqrt{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}}}, \quad \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \sigma_T^2(\kappa), \quad \sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \sigma \delta_{ij}, \\ \sigma &= (\sigma_{ss} + \sigma_{\beta\beta}) / 3, \quad \kappa = \sqrt{\frac{2}{3} \int_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p} dt}, \end{aligned} \quad (8)$$

здесь $\sigma_T(\kappa)$ – радиус поверхности текучести; κ – параметр Одквиста, δ_{ij} – символ Кронекера; параметр $\dot{\lambda}$ определяется из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Усилия N_{ij} , моменты M_{ij} , масса N_p и момент инерции M_p определяются по формулам:

$$N_{ij}(\beta) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij}(\beta) d\xi, \quad M_{ij}(\beta) = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_{ij}(\beta) \xi d\xi, \quad i, j = s, \beta, \xi;$$

$$N_p(\beta) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho d\xi, \quad M_p(\beta) = \int_{-h/2}^{h/2} \rho \xi^2 d\xi. \quad (9)$$

Для учета неосесимметричных форм потери устойчивости задается аппроксимация неосесимметричных частей скоростей перемещений по окружной координате $\beta \in [-\pi, \pi]$ в общем базисе $rz\beta$:

$$\begin{aligned} \dot{u}_i^n(s, \beta, t) &= \tilde{u}_i^n(s, t) \cos n(\alpha(s) + \beta), \quad i = r, z, \\ \dot{u}_\beta^n(s, \beta, t) &= \tilde{u}_\beta^n(s, t) \sin n(\alpha(s) + \beta), \\ \dot{\phi}_s^n(s, \beta, t) &= \tilde{\phi}_s^n(s, t) \cos n(\alpha(s) + \beta), \\ \dot{\phi}_\beta^n(s, \beta, t) &= \tilde{\phi}_\beta^n(s, t) \sin n(\alpha(s) + \beta), \end{aligned} \quad (10)$$

здесь n – номер формы потери устойчивости, $\tilde{u}_i^n(i = r, z, \beta)$, $\tilde{\phi}_i^n(i = s, \beta)$ – компоненты амплитуды, α задает форму винтовых складок.

Выделение осесимметричных и неосесимметричных составляющих усилий и моментов осуществляется разложением выражений (9) для каждой n -й компоненты ряда Фурье, определенных на ряде дискретных значений по окружной координате β_k ($k = \overline{1, m}$, m – число разбиений по окружной координате) с шагом $\Delta\beta$:

$$\begin{aligned} N_{ij} &= N_{ij}^a + N_{ij}^{n1} \cos n(\alpha(s) + \beta) + N_{ij}^{n2} \sin n(\alpha(s) + \beta), \\ N_{ij}^a &= \frac{1}{m} \sum_{k=1}^m N_{ij}(\beta_k), \quad N_{ij}^{n1} = \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m N_{ij}(\beta_k) \cos n\beta_k, \\ N_{ij}^{n2} &= \frac{2}{m} \sum_{k=1}^m N_{ij}(\beta_k) \sin n\beta_k. \end{aligned} \quad (11)$$

Выражения для разложения момента имеют аналогичный вид.

Вариационные уравнения движения оболочки выводятся из общего уравнения динамики и записываются в общем базисе:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{e}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{u}_i \delta \dot{u}_i dV &= \int_{\Gamma_p} p_i \delta \dot{u}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} q_i \delta \dot{u}_i d\gamma \\ (i, j = r, z, \beta), \end{aligned} \quad (12)$$

где u_i – компоненты вектора скорости перемещения в общей цилиндрической системе координат; σ_{ij} – компоненты тензоров напряжений Коши; ρ – плотность; q_i – контактное давление, p_i – распределенная нагрузка; Ω – исследуемая область; Γ_p – зона действия внешнего давления, Γ_q – поверхность контакта; $\delta \dot{e}_{ij}$, $\delta \dot{u}_i$ – вариации \dot{e}_{ij} , \dot{u}_i (на поверхности с заданными кинематическими граничными условиями $\delta \dot{u}_i = 0$); точка над символом

означает частную производную по времени t ; по повторяющимся индексам ведется суммирование.

Упругий наполнитель моделируется основанием Винклера, то есть контактное давление в области взаимодействия оболочки с упругим наполнителем пропорционально прогибу оболочки:

$$q'_\xi = k\bar{u}_\xi, \quad (13)$$

здесь k – коэффициент пропорциональности (коэффициент «постели»), $\bar{u}_\xi(s, \beta, t)$ – прогиб контактирующей поверхности оболочки. По аналогии с (2) и (10) получаем:

$$\bar{u}_\xi(s, \beta, t) = \bar{u}_\xi^a(s, t) + \bar{u}_\xi^n(s, t) \cos n(\alpha(s) + \beta). \quad (14)$$

Представим прогиб $\bar{u}_\xi(s, \beta, t)$ через компоненты перемещений в общем базисе:

$$\begin{aligned} \bar{u}_\xi^a(s, t) &= \psi_r \bar{u}_r^a(s, t) + \psi_z \bar{u}_z^a(s, t), \\ \bar{u}_\xi^n(s, t) &= \psi_r \bar{u}_r^n(s, t) + \psi_z \bar{u}_z^n(s, t). \end{aligned} \quad (15)$$

Тогда

$$q'_\xi = k \left(\psi_r \bar{u}_r^a(s, t) + \psi_z \bar{u}_z^a(s, t) + \left(\psi_r \bar{u}_r^n(s, t) + \psi_z \bar{u}_z^n(s, t) \right) \cos n(\alpha(s) + \beta) \right). \quad (16)$$

Введем обозначения:

$$q'_\xi = q_r^a(s, t) + q_z^a(s, t) + \left(\tilde{q}_r^n(s, t) + \tilde{q}_z^n(s, t) \right) \cos n(\alpha(s) + \beta). \quad (17)$$

В уравнение движения оболочки (12) вместо компонент скоростей деформаций в местном базисе подставляются их выражения через скорости перемещений в общем базисе [25], а также усилия и моменты в виде суммы осесимметричной и неосесимметричной частей (11). Выполняются операции варьирования и интегрирования по толщине оболочки ξ и по окружной координате β . В итоге получим вариационные уравнения динамики оболочки:

а) для осесимметричного процесса:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left\{ \left(N_{s\xi} \psi_r + N_{ss} \psi_z \right) \delta \dot{u}_{r,s} + \left(N_{s\xi} \psi_z - N_{ss} \psi_r \right) \delta \dot{u}_{z,s} + r N_{s\beta} \delta \dot{u}_{\beta,s} + \right. \\ & + M_{ss} \delta \dot{\phi}_{s,s} + M_{s\beta} \delta \dot{\phi}_{\beta,s} + \left[r^{-1} N_{\beta\beta} + N_p \left(\dot{u}_r - r \dot{u}_\beta^2 \right) p_r - q_r \right] \delta \dot{u}_r + \\ & + \left(N_p \ddot{u}_z - p_z - q_z \right) \delta \dot{u}_z + \left(r^2 N_p \ddot{u}_\beta - p_\beta \right) \delta \dot{u}_\beta \\ & + \left(N_{s\xi} + r^{-1} M_{\beta\beta} \psi_z + M_p \ddot{\phi}_s \right) \delta \dot{\phi}_s \\ & + \left. \left(N_{\beta\xi} - M_{s\beta} \psi_z + M_p \ddot{\phi}_\beta \right) \delta \dot{\phi}_\beta \right\}^a r ds \\ & - \left[r \left(P_r \delta \dot{u}_r + P_z \delta \dot{u}_z + P_\beta \delta \dot{u}_\beta + T_s \delta \dot{\phi}_s + T_\beta \delta \dot{\phi}_\beta \right) \right]_{s=0,L}^a = 0; \end{aligned} \quad (18)$$

б) для неосесимметричного процесса:

$$\begin{aligned} & \int_0^L \left\{ \left(N_{s\xi}^1 \psi_z + \left[N_{s\xi} + N_{ss}^a \frac{1}{2} \left[\left(\dot{u}_{r,s} + \dot{u}_{r,s}^0 \right) \psi_r + \left(\dot{u}_{z,s} + \dot{u}_{z,s}^0 \right) \psi_z \right] \right) \psi_r \right) \delta \tilde{u}_{r,s} + \right. \\ & \left. \left(-N_{s\xi}^1 \psi_r + \left[N_{s\xi} + N_{ss}^a \frac{1}{2} \left[\left(\dot{u}_{r,s} + \dot{u}_{r,s}^0 \right) \psi_r + \left(\dot{u}_{z,s} + \dot{u}_{z,s}^0 \right) \psi_z \right] \right) \psi_z \right) \delta \tilde{u}_{z,s} + r N_{s\beta}^2 \delta \tilde{u}_{\beta,s} - \right. \\ & \left. \frac{n}{r} \left\{ \left(N_{s\beta}^2 \psi_z + \left[N_{\beta\xi}^2 - N_{\beta\beta}^a \frac{n}{2r} \left[\left(\dot{u}_r + \dot{u}_r^0 \right) \psi_r + \left(\dot{u}_z + \dot{u}_z^0 \right) \psi_z \right] \right) \psi_r \right) \delta \tilde{u}_r - \right. \right. \\ & \left. \left. \frac{n}{r} \left\{ \left(-N_{s\beta}^2 \psi_r + \left[N_{\beta\xi}^2 - N_{\beta\beta}^a \frac{n}{2r} \left[\left(\dot{u}_r + \dot{u}_r^0 \right) \psi_r + \left(\dot{u}_z + \dot{u}_z^0 \right) \psi_z \right] \right) \psi_z \right) \delta \tilde{u}_z \right\} + \right. \right. \\ & \left. + r n N_{\beta\beta}^1 \delta \tilde{u}_\beta + M_{s\xi}^1 \delta \tilde{\phi}_{s,s} + M_{s\beta}^2 \delta \tilde{\phi}_{\beta,s} + \left[\frac{1}{r} N_{\beta\beta}^1 + N_p \dot{u}_r - p_r - q_r \right] \delta \tilde{u}_r + \right. \\ & \left. \left(N_p \ddot{u}_z - p_z - q_z \right) \delta \tilde{u}_z + \left(N_p \ddot{u}_\beta - \frac{1}{r} p_\beta \right) \delta \tilde{u}_\beta + \right. \\ & \left. \left(N_{s\xi}^1 + \frac{1}{r} M_{\beta\beta}^1 \psi_z - \frac{n}{r} M_{s\beta}^2 \delta \tilde{\phi}_s + M_p \ddot{\phi}_s \right) + \right. \\ & \left. \left(N_{\beta\xi}^2 - M_{s\beta} \psi_z + \frac{n}{r} M_{\beta\beta}^1 + M_p \ddot{\phi}_\beta \right) \delta \tilde{\phi}_\beta \right\}^n r ds = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Здесь верхние индексы (a) и (n) в уравнениях (18) и (19) соответственно вынесены за скобки. Подчеркнутые члены в уравнении (19) введены для описания неосесимметричных форм потери устойчивости. Для иницирования неосесимметричной потери устойчивости вводятся начальные неосесимметричные прогибы $\tilde{u}_r^0, \tilde{u}_z^0$:

$$\tilde{u}_\xi^0(s, \beta) = \left[\tilde{u}_r^0(s) \psi_r + \tilde{u}_z^0(s) \psi_z \right] \cos n(\alpha(s) + \beta). \quad (20)$$

Контакт между оболочкой и деформируемым наполнителем моделируется исходя из условий непроникания по нормали и свободного проскальзывания вдоль касательной. Усилие по нормали определяется из условия непроникания:

$$\begin{cases} \dot{u}'_\xi = \dot{u}''_\xi \\ q'_\xi = -q''_\xi \end{cases} \quad q'_\xi = q''_\xi = \begin{cases} 0, q_\xi \geq 0 \\ q_\xi, q_\xi < 0, \end{cases} \quad (21)$$

а касательные усилия полагаются равными нулю $q'_s = q''_s = 0, q'_\beta = q''_\beta = 0$.

Функции со штрихом относятся к контактирующей поверхности оболочки, а с двумя штрихами – наполнителя. Условия непроникания (21) выполняются только в активной фазе контактного взаимодействия. При нарушении контакта они заменяются условиями на свободной поверхности. В общем случае упругий наполнитель может моделироваться как основание Винклера, так и исходя из позиций механики сплошных сред.

Системы уравнений, описывающие осесимметричное (18) и неосесимметричное (19) движения оболочки, связаны друг с другом через физические соотношения теории пластичности (5)–(8). Они в полной мере учитывают большие осесимметричные формоизменения и моментность НДС оболочки. Уравнения неосесимметричной потери устойчивости получены как линеаризованные относительно неосесимметричных форм. Они позволяют описывать начальную стадию процесса вы-

пучивания, когда неосесимметричные прогибы малы. Решение полученной системы уравнений строится по явной конечно-разностной схеме «крест» второго порядка точности [28].

2. Задача деформирования и выпучивания упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем в трехмерной постановке с позиций механики сплошных сред

Деформирование оболочки описывается в переменных Лагранжа (текущая лагранжева формулировка) с позиций механики сплошных сред [29; 30]. Наряду с общим базисом $X = [X_1 X_2 X_3]$ вводится местная (сопутствующая) система координат $x = [x_1 x_2 x_3]$ с направляющими косинусами n_{ij} :

$$x_i = n_{ij} X_j, \quad i, j = \overline{1,3} \quad (22)$$

(по повторяющимся индексам ведется суммирование). Здесь x_3 – координата, отсчитываемая от срединной поверхности оболочки и нормальная к ней, x_1, x_2 – ортогональны к x_3 . Отметим, что сдвиговые деформации являются малыми, так как потеря устойчивости цилиндрических оболочек происходит при малых сдвиговых деформациях кручения. Компоненты тензора скоростей деформаций в местном вращающемся базисе $\dot{\epsilon}_{ij}$ выражаются через компоненты $\dot{\epsilon}_{ij}$ скорости деформаций в общем базисе

$$\dot{\epsilon}_{ij} = n_{im} n_{jk} \dot{\epsilon}_{mk}, \quad (23)$$

которые определяются в метрике текущего состояния.

$$\dot{\epsilon}_{ij} = (\dot{U}_{i,j} + \dot{U}_{j,i}) / 2, \quad (i, j = \overline{1,3}), \quad X_i = X_i|_{t=0} + \int_0^t \dot{U}_i dt. \quad (24)$$

В (24) \dot{U} – перемещения в общей декартовой системе координат X , индекс после запятой означает частную производную по соответствующей пространственной переменной, точка над символом частную производную по времени t .

Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta \dot{\epsilon}_{ij} dV + \int_{\Omega} \rho \ddot{U}_i \delta \dot{U}_i dV = \\ & = \int_{\Gamma_p} p_i \delta \dot{U}_i d\gamma + \int_{\Gamma_q} q_i \delta \dot{U}_i d\gamma \quad (i, j = \overline{1,3}), \end{aligned} \quad (25)$$

где σ_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}$ – компоненты тензоров напряжений и скоростей деформаций, U_i – перемещения в системе координат X , ρ – плотность, p_α , q_α – компоненты поверхностных и контактных нагрузок ($\alpha = 1, 2$), Ω – область,

занимаемая конструкцией, G_p – область действия внешнего давления, G_q – часть поверхности, на которой задаются контактные давления, определяемые в процессе решения, точка над символом означает частную производную по времени t .

Компоненты контактного давления q_α ($\alpha = 1, 2$) определяются в процессе решения задачи в местном координатном базисе (s, ξ – направления касательной и нормали к контактной поверхности). Контактное давление по нормали находится из условия непроникания (21). Касательное давление определяется на первом этапе из условия жесткой склейки, а в случае превышения силы трения покоя – в соответствии с законом Кулона:

$$\begin{cases} \dot{u}'_s = \dot{u}''_s \\ q'_s = -q''_s \end{cases} \quad q_s = q'_s = \begin{cases} q_s, |q_s| \leq k_\xi |q_\xi| \\ k_\xi |q_\xi| \text{sign}(q_\xi), |q_s| > k_\xi |q_\xi|, \end{cases} \quad (26)$$

где k_ξ – коэффициент трения.

Упругопластическое деформирование материала описывается соотношениями теории течения с нелинейным изотропным упрочнением [31; 32]. Как показали наши исследования [33; 34], учет комбинированного (изотропного и кинематического) упрочнения позволяет точнее описать начало процесса сложного упругопластического деформирования при малых деформациях кручения ($\epsilon_{zp} < 1\%$). При развитых деформациях кручения расчетные кривые сближаются, так как память материала ограничена областью малых деформаций. Поэтому теория пластичности с изотропным упрочнением применима для оценки предельных состояний оболочек. Полагается:

$$\begin{aligned} \sigma'_{ij} &= \sigma_{ij} + \sigma^V \delta_{ij}, \quad \dot{\sigma}^V = -3K \dot{\epsilon}^V, \\ \dot{\epsilon}^V &= \dot{\epsilon}_{ii} / 3, \quad \dot{\epsilon}^e_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij} - \dot{\epsilon}^V \delta_{ij} - \dot{\epsilon}^p_{ij}, \quad \dot{\epsilon}^p_{ii} = 0, \\ \dot{\sigma}^e_{ij} &= 2G \dot{\epsilon}^e_{ij}, \\ \dot{\epsilon}^p_{ij} &= \dot{\lambda} \frac{\partial f}{\partial \sigma'_{ij}}, \quad f = \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - \frac{2}{3} \sigma_T^2 = 0, \quad \sigma_T = \sigma_T(\kappa) n_{ij}, \\ \kappa &= \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{\epsilon}^p_{ij} \dot{\epsilon}^p_{ij}} dt. \end{aligned} \quad (27)$$

Здесь σ'_{ij} , $\dot{\epsilon}_{ij}$, σ^V , $\dot{\epsilon}^V$ – девиаторные и шаровые компоненты тензоров напряжения и скоростей деформаций; $\dot{\epsilon}^p_{ij}$ – скорости пластических деформаций; K , G – модули сдвига и объемного сжатия; δ_{ij} – символы Кронекера; f – поверхность текучести Мизеса, $\sigma_T(\kappa)$ – предел текучести; κ – параметр Одквиста; $\dot{\lambda}$ – параметр, тождественно равный нулю при упругом деформировании и определяемый при упругопластическом деформировании из условия прохождения мгновенной поверхности текучести через конец вектора догрузки.

Для дискретизации определяющей системы уравнений применяются моментная схема метода конечных элементов и явная конечно-разностная схема типа «крест» [35]. Оболочка заменяется лагранжевой сеткой, состоящей из 8-узловых конечных элементов (КЭ). Интегрирование по пространственным переменным выполняется с применением квадратурных формул [30]. Изложенная конечно-элементная методика реализована в рамках вычислительной системы (ВС) «Динамика-3» [26]. Потеря устойчивости оболочки определяется с введением начальных несовершенств формы методом продолжения по параметру, в качестве которого используется время [33].

3. Эксперименты и расчеты

Проведены квазистатические испытания растяжения пустотелых оболочек и кручения оболочек с наполнителем на универсальной испытательной машине Zwick Z100. Геометрические параметры рабочей части оболочек: средний радиус $R_0 = 14,75$ мм, толщина $h_0 = 1,5$ мм, длина $L_0 = 92$ мм. Материал оболочек – сталь 35ХГСА. На основе эксперимента по одноосному растяжению оболочки была построена истинная диаграмма деформирования стали 35ХГСА с учетом образования шейки по методике [37] (рис. 2).

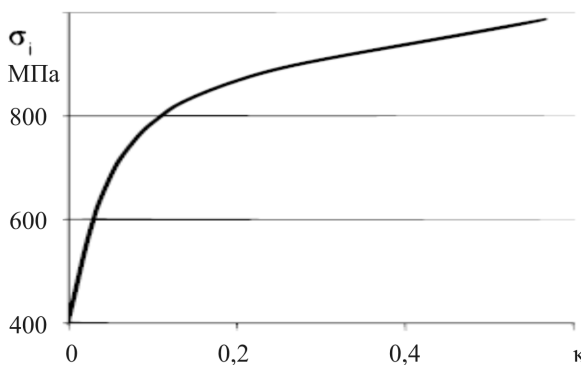


Рис. 2. Истинная диаграмма деформирования стали 35ХГСА

Fig. 2. True diagram of deformation of steel 35KhGSA

В экспериментах по кручению оболочек в качестве наполнителя использовались стальные цилиндры двух радиусов: $r = 13$ мм и $r = 12,75$ мм. Между оболочкой и цилиндром имелся зазор толщиной 1,0 и 1,25 мм соответственно. Один торец оболочек был жестко зашпленен, другой – закручивался с постоянной угловой скоростью $\dot{\theta}_\beta = 0,333$ град/с до достижения угла закручивания $\theta = 130^\circ$ и 54° соответственно.

Численное моделирование процессов потери устойчивости оболочек при кручении выполнялось в рамках механики сплошной среды в трехмерной постановке. В расчетах при квазистатическом нагружении начальное распределение угловой скорости вдоль оболочки полагалось линейным, а угловая скорость торца оболочки – постоянной, чтобы вклад сил инерции в реше-

ние задачи был пренебрежимо мал. Заполнитель полагался недеформируемым. На рис. 3 приведены остаточные формы оболочек: цифрами 1 и 2 отмечены закрученные образцы с наполнителями радиусом 13 и 12,75 мм соответственно, 3 – пустотелый образец после растяжения, 4 – расчетная геометрия образца с наполнителем с радиусом 13 мм.

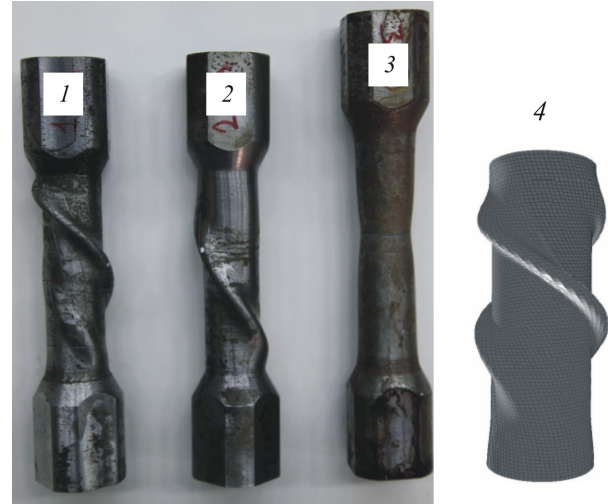


Рис. 3. Остаточные формы образцов: 1–3 – эксперимент, 1 и 2 – кручение, радиус наполнителя 13 мм и 12,75 мм соответственно, 3 – растяжение пустотелой оболочки, 4 – расчет, кручение, радиус наполнителя 13 мм

Fig. 3. Residual shapes of samples: 1–3 – experiment, 1–2 – torsion, filler radius 13 mm and 12.75 mm, respectively, 3 – tension of the hollow shell, 4 – calculation, torsion, filler radius 13 mm

На рис. 4 приведены зависимости крутящего момента M от условной сдвиговой деформации кручения в срединной поверхности оболочки $e_{\beta z} = R_0 \theta / (2L_0)$. Пунктирной линией обозначены результаты расчета кручения пустотелой оболочки, сплошной линией и точками – экспериментальные данные и результаты расчета оболочки с наполнителем (радиус наполнителя 13 мм). При закручивании оболочки на угол $\theta \approx 40^\circ$ происходит неосесимметричная потеря устойчивости по второй форме в окружном направлении, т.е. в зоне потери устойчивости поперечное сечение оболочки приобретает форму эллипса [38]. Закритическое поведение пустотелой оболочки описывается нисходящей ветвью на диаграмме крутящего момента (рис. 4). Наличие жесткого наполнителя предотвращает перемещение материала вовнутрь оболочки, что приводит к формированию двух диаметрально противоположно складок, расположенных вдоль винтовой линии, наклоненной под углом около 45° к меридиану. При этом крутящий момент снова начинает возрастать. На графиках крутящих моментов оболочки с наполнителем при угле закручивания около 40° ($e_{\beta z} = 0,05$) виден локальный максимум, соответствующий моменту потери устойчивости пустотелой цилиндрической оболочки.

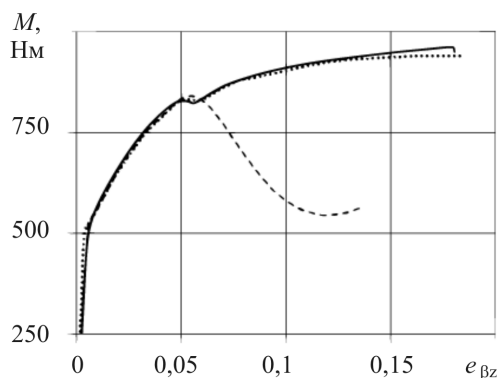


Рис. 4. Зависимость крутящего момента от условной сдвиговой деформации: сплошная линия – эксперимент, оболочка с наполнителем; точки – МКЭ, оболочка с наполнителем; пунктирная линия – МКЭ, пустотелая оболочка

Fig. 4. Dependence of the torque on the conditional shear strain: solid line is experiment, shell with filler; points are FEM, shell with filler; dotted line is FEM, hollow shell

При кручении оболочки с большим зазором и, соответственно, меньшим радиусом наполнителя (12,75 мм) в эксперименте возникла одна складка, расположенная

Библиографический список

1. Вольмир А.С. Устойчивость деформируемых систем. – М.: Наука, 1967. – 984 с.
2. Баширзаде С.Р., Овчинников И.Г. Прогнозирование поведения трубопроводных конструкций в сложных грунтово-геологических условиях. Часть 2. Модели взаимодействия грунта с трубопроводом [Электронный ресурс] // Интернет-журнал «Науковедение». – 2017. – Т. 9, № 1 (<http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN117.pdf>). Проверено 18.08.2022.
3. Khanh Ba Le, Vui Van Cao, Hung Xuan Cao Circular concrete filled thin-walled steel tubes under pure torsion: Experiments // *Thin-Walled Structures*. – 2021. – Vol. 164. – 107874. DOI: 10.1016/j.tws.2021.107874.
4. Ultimate torsional capacity of steel tube confined reinforced concrete columns / Xin Nie, Wei Wang, Yu-Hang Wang, Jie Yu, Chao Hou // *Journal of Constructional Steel Research*. 2019. – Vol. 160. – P. 207–222. DOI: 10.1016/j.jcsr.2019.05.034.
5. Lin-Hai Han, Guo-Huang Yao, Zhong Tao Performance of concrete-filled thin-walled steel tubes under pure torsion // *Thin-Walled Structures*. – 2007. – Vol. 45. – P. 24–36. DOI: 10.1016/j.tws.2007.01.008.
6. Петров М.В., Михайлов Б.В., Гоник Е.Г. Устойчивость тонкостенных цилиндрических оболочек при кручении, заполненных сыпучим наполнителем // Вестник ЧГПУ им. И.Я. Яковлева Серия: Механика предельного состояния. – 2021. – № 2 (48). – С. 40–47. DOI: 10.37972/chgpu.2021.48.2.00.
7. Исследование упругопластического деформирования цилиндрических оболочек при осевом ударном нагружении / А.И. Абакумов, Г.А. Квасков, С.А. Новиков, В.А. Силин, А.А. Учайев // ПМТФ. – 1988. – № 3. – С. 150–153.
8. Выпучивание упругопластических цилиндрических и конических оболочек при осевом ударном нагружении / В.Г. Баженов, М.С. Баранова, А.И. Кибец, В.К. Ломунов, Е.В. Павленкова // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2010. – Т. 152, № 4. – С. 86–105.
9. Ильгамов М.А., Иванов В.А., Гулин Б.В. Прочность, устойчивость и динамика оболочек с упругим наполнителем. – М.: Наука, 1977. – 331 с.
10. Тарлаковский Д.В., Федотенков Г.В. Воздействие нестационарного давления на цилиндрическую оболочку с упругим наполнителем // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-матем. науки. – 2016. – Т. 158, № 1. – С. 141–151.
11. Бендюков В.В., Дерюшев В.В., Лурье М.М., Овчаров П.Н. О влиянии наполнителя на критические параметры импульса давления при динамической потере устойчивости цилиндрической оболочки // Научный вестник МГТУ ГА. – 2005. – № 84 (2). – С. 131–137.
12. Stability improvement of thin isotropic cylindrical shells with partially filled soft elastic core subjected to external pressure / A.P. Dash, R. Velmurugan, M.S.R. Prasad, R.S. Sikarwar // *Thin-Walled Structures*, B. – 2016. – Vol. 98. – P. 301–311. DOI: 10.1016/j.tws.2015.09.028.
13. Karam G.N., Gibson L.J. Elastic buckling of cylindrical shells with elastic cores. I // *Analysis Int J Solids Structures*. 1995. – Vol. 32. – P. 1259–1263.
14. Ye L., Lu G., Ong L.S. Buckling of a thin-walled cylindrical shell with foam core under axial compression // *Thin-Walled Structures*. – Vol. 49, № 1. – P. 106–111. DOI: 10.1016/j.tws.2010.08.011.
15. Иванов В.А. Определение реакции наполнителя в задачах взаимодействия его с оболочкой // Вестник Казанского технологического университета. – 2011. – № 8. – С. 224–228.
16. Луговой П.З., Прокопенко Н.Я. Влияние упругого основания на дисперсию гармонических волн в продольно подкрепленных цилиндрических оболочках // Прикладная механика. – 2015. – Т. 51, № 5. – С. 116–124.
17. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек / Ю.С. Соломонов, В.П. Георгиевский, А.Я. Недбай, В.А. Андрюшин. – М.: Изд-во Физматлит, 2013. – 343 с.

по винтовой линии, что вызвано увеличением зазора между оболочкой и наполнителем. В расчете формирование одной складки было смоделировано при начальном смещении цилиндра-наполнителя параллельно самому себе в радиальном направлении на малое расстояние.

Заключение

В работе представлены два подхода к описанию контактного взаимодействия упругопластических оболочек вращения с упругим наполнителем при статических и динамических осесимметричных нагружениях с кручением. Моделирование исследуемых процессов в трехмерной постановке позволяет в полной мере описать закритическую стадию деформирования. Расчеты с применением линеаризованной оболочечной модели и основания Винклера дают возможность определить критические нагрузки и описать начальный этап закритической стадии деформирования, при этом существенно сокращается время машинного счета. Результаты расчетов в трехмерной постановке являются эталонными при определении области применимости оболочечных моделей.

18. Kang Gao, Wei Gao, Di Wu, Chongmin Song Nonlinear dynamic stability of the orthotropic functionally graded cylindrical shell surrounded by Winkler–Pasternak elastic foundation subjected to a linearly increasing load // *Journal of Sound and Vibration*. – 2018. – № 415. – P. 147–168. DOI: 10.1016/j.jsv.2017.11.038.

19. Nobili A., Radi E., Lanzoni N. A cracked infinite Kirchhoff plate supported by a two-parameter elastic foundation // *J Eur Ceram Soc*. – 2013. – №12. – DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2013.12.029

20. Buckling patterns of complete spherical shells filled with an elastic medium under external pressure / M. Sato, M.A. Wadee, K. Iiboshi, T. Sekizawa, H. Shima // *International Journal of Mechanical Sciences*. – 2012. – № 2. – DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2012.02.001.

21. Sato M., Harasawa S., Konishi Y., Maruyama T., Park S.J. Power Law of Critical Buckling in Structural Members Supported by a Winkler Foundation // *Journal of Mechanics*. – 2017. – Vol. 33, № 3. – P. 369–374. DOI: 10.1017/jm.2016.112.

22. Shaterzadeh A.R., Foroutan K. Non-Linear Analysis of Asymmetrical Eccentrically Stiffened FGM Cylindrical Shells with Non-Linear Elastic Foundation // *Journal of Solid Mechanics*. – 2017. – Vol. 9, № 4. – P. 849–864.

23. Баженов В.Г., Нагорных Е.В., Самсонова Д.А. Исследование применимости модели основания Винклера для описания контактного взаимодействия упругопластических оболочек с наполнителем при внешнем давлении // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2020. – № 4. – С. 36–48. DOI: 10.15593/per.mech/2020.4.04

24. Моделирование многоэтапной холодной штамповки тонкостенного сосуда / И.Э. Келлер, А.В. Казанцев, А.А. Адамов, Д.С. Петухов // *Проблемы прочности и пластичности*. – 2020. – Т. 82, № 1. – С. 75–88. DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-1-75-88.

25. Моделирование неосесимметричного выпучивания упругопластических оболочек вращения при комбинированных осесимметричных нагрузках / А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, Е.В. Нагорных, Д.А. Казаков, Т.В. Кузмичева // *ПММ*. – 2017. – Т. 81, вып. 5. – С. 610–622.

26. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности: аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.

27. Аннин Б.Д., Коробейников С.Н. Допустимые формы упругих законов деформирования в определяющих соотноше-

ниях упругопластичности // *Сиб. ж. индустр. матем.* – 1998. – Т. 1, № 1. – С. 21–34.

28. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Численные методы решения задач нестационарной динамики тонкостенных конструкций // *Изв. РАН. МТТ*. – 2001. – № 5. – С. 156–173.

29. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. – М.: Наука, 1986. – 232 с.

30. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. – New York: John Wiley & Sons, 2000. – 600 p.

31. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. – М.: Наука, 1969. – 420 с.

32. Казаков Д.А., Капустин С.А., Коротких Ю.Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1999. – 226 с.

33. Баженов В.Г., Жегалов Д.В., Павленкова Е.В. Численное и экспериментальное исследование упругопластических процессов растяжения–кручения осесимметричных тел при больших деформациях // *Изв. РАН. МТТ*. – 2011. – № 2. – С. 57–66.

34. Теоретический и экспериментальный анализ больших деформаций и предельных состояний упругопластических оболочек вращения при комбинированных сложных нагружениях / А.А. Артемьева, В.Г. Баженов, Д.А. Казаков, А.И. Кибец, Е.В. Нагорных // *ПММ*. – 2015. – Т. 79, вып. 4. – С. 558–570.

35. Голованов А.И., Тюленева О.Н., Шигабутдинов А.Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. – М.: Физматлит, 2006. – 391 с.

36. Шалашилин В.И., Кузнецов Е.Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. – М.: Эдиториал УРСС, 1999. – 224 с.

37. Экспериментально-теоретическое исследование предельных состояний упругопластических стержней различного поперечного сечения при растяжении / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, С.Л. Осетров // *Проблемы механики. Сб. статей к 90-летию со дня рождения А.И. Ишлинского*. Под ред. Климова Д.М. и др. М.: Физматлит, 2003. – С. 116–123.

38. Алфутов Н.А. Основы расчета на устойчивость упругих систем. – М.: Машиностроение, 1978. – 312 с.

References

1. Vol'mir A.S. Ustoychivost' deformiruyemykh system [Stability of deformable systems]. М.: Nauka, 1967. 984 p.

2. Bashirzade S.R., Ovchinnikov I.G. Prognozirovaniye povedeniya truboprovodnykh konstruksiy v slozhnykh gruntovo-geologicheskikh usloviyakh. Chast' 2. Modeli vzaimodeystviya grunta s truboprovodom [Predicting the behavior of pipeline structures in complex soil and geological conditions. Part 2. Soil-pipeline interaction models] [Электронный ресурс] // *Internet-zhurnal «Naukovedeniye»*, 2017, Vol. 9, No 1, available at: <http://naukovedenie.ru/PDF/99TVN117.pdf>.

3. Khanh Ba Le, Vui Van Cao, Hung Xuan Cao Circular concrete filled thin-walled steel tubes under pure torsion: Experiments // *Thin-Walled Structures*, 2021, Vol. 164, 107874. doi: 10.1016/j.tws.2021.107874.

4. Xin Nie, Wei Wang, Yu-Hang Wang, Jie Yu, Chao Hou Ultimate torsional capacity of steel tube confined reinforced con-

crete columns // *Journal of Constructional Steel Research*, 2019, Vol. 160, pp. 207–222. doi: 10.1016/j.jcsr.2019.05.034.

5. Lin-Hai Han, Guo-Huang Yao, Zhong Tao Performance of concrete-filled thin-walled steel tubes under pure torsion // *Thin-Walled Structures*, 2007, Vol. 45, pp. 24–36. doi: 10.1016/j.tws.2007.01.008.

6. Petrov M.V., Mikhaylov B.V., Gonik Ye.G. Ustoychivost' tonkostennykh tsilindricheskikh obolochek pri kruchenii, zapolnennykh sypuchim zapolnitelem [Torsional Stability of Thin-Walled Cylindrical Shells Filled with Free-Flowing Aggregate] // *Vestnik CHGPU im. I.Ya. Yakovleva Seriya: Mekhanika predel'nogo sostoyaniya*, 2021, No 2 (48), pp. 40–47. doi: 10.37972/chgpu.2021.48.2.00.

7. Abakumov A.I, Kvaskov G.A., Novikov S.A., Sinitin V.A., Uchayev A.A. Issledovaniye uprugoplasticheskogo deformirovaniya tsilindricheskikh obolochek pri osevom udarnom nagruzhenii [Investi-

gation of elastoplastic deformation of cylindrical shells under axial shock loading] // *Prikladnaya Mekhanika i Tekhnicheskaya fizika*, 1988, No 3, p. 150–153.

8. Bazhenov V.G., Baranova M.S., Kibets A.I., Lomunov V.K., Pavlenkova E.V. Vypuchivaniye uprugoplasticheskikh tsilindricheskikh i konicheskikh obolochek pri osevom udarnom nagruzhении [Buckling of Elastic-Plastic Cylindrical and Conical Shells of Revolution under Axial Impact Loading] // *Uchenyye zapiski Kazanskogo universiteta. Seriya Fiziko–matematicheskoye nauki*, 2010, V. 152, № 4, pp. 86–105.

9. Ilgamov M.A., Ivanov V.A., Gulin B.V. Prochnost', ustoychivost' i dinamika obolochek s uprugim zapolnitelem [Strength, stability and dynamics of shells with elastic core]. Moscow, Nauka, 1977, 331 p.

10. Tarlakovskii D.V., Fedotenkov G.V. Vozdeystviye nestatsionarnogo davleniya na tsilindricheskuyu obolochku s uprugim zapolnitelem [Impact of non-stationary pressure on a cylindrical shell with elastic core] // *Uchenyye Zapiski Kazanskogo Universiteta. Seriya Fiziko–Matematicheskoye Nauki*, 2016, V. 158, No 1, pp. 141–151.

11. Bendyukov V.V., Deryushev V.V., Lur'ye M.M., Ovcharov P.N. O vliyaniy zapolnitelya na kriticheskiye parametry impul'sa davleniya pri dinamicheskoy potere ustoychivosti tsilindricheskoy obolochki [On the influence of the core on the critical parameters of the pressure impulse with dynamic loss of stability of the cylindrical shell] // *Nauchnyi vestnik MGTU GA*, 2005, No 84 (2), pp. 131–137.

12. Dash A.P., Velmurugan R., Prasad M.S.R., Sikarwar R.S. Stability improvement of thin isotropic cylindrical shells with partially filled soft elastic core subjected to external pressure // *Thin-Walled Structures*, B, 2016, Vol. 98, pp. 301–311. doi: 10.1016/j.tws.2015.09.028.

13. Karam G.N., Gibson L.J. Elastic buckling of cylindrical shells with elastic cores. I // *Analysis Int J Solids Structures*, 1995, Vol. 32, pp. 1259–1263.

14. Ye L., Lu G., Ong L.S. Buckling of a thin-walled cylindrical shell with foam core under axial compression // *Thin-Walled Structures*, Vol. 49, No 1, pp. 106–111. doi: 10.1016/j.tws.2010.08.011.

15. Ivanov V.A. Opredeleniye reaktsii zapolnitelya v zadachakh vzaimodeystviya yego s obolochkoy [Determination of the reaction of the filler in the problems of its interaction with the shell] // *Vestnik Kazanskogo tekhnologicheskogo universiteta*, 2011, No 8, pp. 224–228.

16. Lugovoy P.Z., Prokopenko N.YA. Vliyaniye uprugogo osnovaniya na dispersiyu garmonicheskikh voln v prodol'no podkreplennykh tsilindricheskikh obolochkakh [Influence of the elastic foundation on the dispersion of harmonic waves in longitudinally reinforced cylindrical shells] // *Prikladnaya mekhanika*, 2015, V. 51, No 5, pp. 116–124.

17. Solomonov YU.S., Georgiyevskiy V.P., Nedbay A.YA., Andryushin V.A. Prikladnyye zadachi mekhaniki kompozitnykh tsilindricheskikh obolochek [Applied problems of the mechanics of composite cylindrical shells] Moscow, Fizmatlit, 2013, 343 p.

18. Kang G., Wei G., Di W., Chongmin S. Nonlinear dynamic stability of the orthotropic functionally graded cylindrical shell surrounded by Winkler-Pasternak elastic foundation subjected to a linearly increasing load // *Journal of Sound and Vibration*, 2018, No 415, pp. 147–168. doi: 10.1016/j.jsv.2017.11.038.

19. Nobili A., Radi E., Lanzoni N. A cracked infinite Kirchhoff plate supported by a two-parameter elastic foundation // *J Eur Ceram Soc*, 2014. doi: 10.1016/j.jeurceramsoc.2013.12.029.

20. Sato M., Wade M.A., Iiboshi K., Sekizawa T., Shima H. Buckling patterns of complete spherical shells filled with an elastic

medium under external pressure // *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2012.02.001.

21. Sato M., Harasawa S., Konishi Y., Maruyama T., Park S.J. Power Law of Critical Buckling in Structural Members Supported by a Winkler Foundation // *Journal of Mechanics*, 2017, V. 33, No 3, pp. 369–374. doi: 10.1017/jmech.2016.112.

22. Shaterzadeh A.R., Foroutan K. Non-Linear Analysis of Asymmetrical Eccentrically Stiffened FGM Cylindrical Shells with Non-Linear Elastic Foundation // *Journal of Solid Mechanics*, 2017, Vol. 9, No. 4, pp. 849–864.

23. Bazhenov V.G., Nagornyykh E.V., Samsonova D.A. Investigation of the Winkler foundation model applicability for describing the contact interaction of elastoplastic shells with a core under external pressure // *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, No. 4, pp. 36–48. doi: 10.15593/perm.mech/2020.4.04

24. Keller I.E., Kazantsev A.V., Adamov A.A., Petukhov D.S. Modelirovaniye mnogoetapnoy kholodnoy shtampovki tonkostennogo sosuda [Simulation of Multi-Stage Cold Forming of a Thin-Walled Vessel] // *Problemy Prochnosti i Plastichnosti*, 2020, vol. 82, No 1, pp. 75–88. doi: 10.32326/1814-9146-2020-82-1-75-88.

25. Artem'eva, AA Bazhenov, VG Nagornyykh, EV Kazakov, DA Kuzmicheva, TV Modelling of the non-axisymmetric bulging of elastoplastic shells of revolution under combined axisymmetric loadings // *PMM Journal of Applied Mathematics and Mechanics*, 2017, Vol. 81, Iss. 5, pp. 420–428. doi: 10.1016/j.jappmathmech.2018.03.010.

26. Vychislitel'nyy kompleks «Dinamika-3». Nauchno–tekhnicheskyy tsentr po yadernoy i radiatsionnoy bezopasnosti. Attestatsionnyy pasport programmnoy sredstva. Registratsionnyy pasport attestatsii PS № 325 ot 18.04.2013.

27. Annin B.D., Korobeynikov S.N. Dopustimyye formy uprugikh zakonov deformirovaniya v opredelyayushchikh sootnosheniyyakh uprugoplastichnosti [Permissible Forms of Elastic Laws of Deformation in Constitutive Relations of Elasticity] // *Sib. zh. industr. matem.*, 1998, Vol. 1, No 1, pp. 21–34.

28. Bazhenov V.G., Chekmarev D.T. Chislennyye metody resheniya zadach nestatsionarnoy dinamiki tonkostennykh konstruksiy [Numerical methods for solving problems of the non-stationary dynamics of thin-walled structures] // *Izvestiya Rossiyskoy akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2001, № 5, pp. 156–173.

29. Pozdeev A.A., Trusov P.V., Niashin Yu.I. Bol'shie uprugoplasticheskie deformatsii: teoriya, algoritmy, prilozheniya [The large elastoplastic deformation theory, algorithms, applications]. Moscow: Nauka, 1986, 232 p.

30. Belytschko T., Liu W.K., Moran B. Nonlinear finite elements for continua and structures. New York: John Wiley & Sons, 2000. 600 p.

31. Kachanov L.M. Osnovy teorii plastichnosti [Foundation of plasticity theory]. Moscow: Nauka, 1969. 420 p.

32. Kazakov D.A., Kapustin S.A., Korotkikh Yu.G. Modelirovaniye protsessov deformirovaniya i rasrusheniya materialov i konstruksiy [Simulation of Deformation and Destruction of Materials and Structures]. Nizhegorodskiy gosudarstvennyi universitet, 1999, 226 p.

33. Bazhenov V.G., Zhegalov D.V., Pavlenkova Ye.V. Numerical and experimental study of elastoplastic tension-torsion processes in axisymmetric bodies under large deformations. *Mechanics Of Solids*, 2011, Vol. 46, No. 2, pp. 204–212. doi: 10.3103/S0025654411020087.

34. Artem'eva A.A., Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Kibets A.I., Nagornyykh Y.V. Large Deformations and Limiting

States of Elastoplastic Shells of Revolution under Combined Complex Loadings // *Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 2015, Vol. 79, iss. 4, pp. 394–402.

35. Golovanov A.I., Tiuleneva O.N., Shigabutdinov A.F. Metod konechnykh elementov v statike i dinamike tonkostennykh konstruksii [The finite element method in statics and dynamics of thin-walled structures]. Moscow: Fizmatlit, 2006, 391 p.

36. Shalashilin V.I., Kuznetsov E.B. Metod prodolzheniia resheniia po parametru i nailuchshaia parametrizatsiia [Continuation method on parameter and the best parameterization]. Moscow: Editorial URSS, 1999. 224 p.

37. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Laptev P.V., Osetrov S.L. Eksperimental'no–teoreticheskoye issledovaniye predel'nykh sostoyaniy uprugoplasticheskikh sterzhney razlichnogo poperechnogo secheniya pri rastyazhenii [Experimental-theoretical investigation of the limiting states of elastoplastic rods of different cross-sections under tension]. *Problemy mekhaniki. Sb. statey k 90–letiyu so dnya rozhdeniya A.I. Ishlinskogo. Pod red. Klimova D.M. i dr.* Moscow, Fizmatlit, 2003, pp. 116–123.

38. Alfutov N.A. Osnovy rascheta na ustoychivost' uprugikh sistem [Basics of calculating the stability of elastic systems]. Moscow, Mashinostroyeniye, 1978, 312 p.

Финансирование. Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 22-29-00904 (<https://rscf.ru/project/22-29-00904>).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Financing. The study was funded by a grant Russian Science Foundation No. 22-29-00904 (<https://rscf.ru/project/22-29-00904>).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.