

Филиппенко Г.В., Зиновьева Т.В. Модальный анализ трубы, поврежденной водородом, как неоднородной по толщине оболочки // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 3. – С. 170–182. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.17

Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Modal analysis of a hydrogen-damaged pipe as shell inhomogeneous on thickness. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2022, no. 3, pp. 170-182. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.17



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2022

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.3.17

УДК 539.3

МОДАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ТРУБЫ, ПОВРЕЖДЕННОЙ ВОДОРОДОМ, КАК НЕОДНОРОДНОЙ ПО ТОЛЩИНЕ ОБОЛОЧКИ

Г.В. Филиппенко, Т.В. Зиновьева

Институт проблем машиноведения РАН, Санкт-Петербург, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 20 сентября 2022 г.
Одобрена: 10 октября 2022 г.
Принята к публикации:
01 ноября 2022 г.

Ключевые слова:

водородная коррозия, слоистая оболочка, колебания оболочек.

АННОТАЦИЯ

Водородная коррозия труб магистральных газо- и нефтепроводов часто приводит к авариям. Возникает необходимость оценки ресурса ослабленных водородом труб. В них под давлением водородосодержащей среды образуется внутренний слой с ухудшенными механическими характеристиками. В работе проведен расчет свободных колебаний такой трубы с учетом деградации ее материала. Труба моделируется двуслойной цилиндрической оболочкой по классической теории, влияние ослабленного водородом слоя учитывается при расчете жесткостей и смещения нейтральной линии оболочки. Рассмотрено три варианта усреднения параметров, определяющих жесткость оболочки, проведены численные эксперименты и найдены собственные частоты оболочки.

Сравнение с вычислениями по методу конечных элементов в программе ANSYS позволило оценить степень применимости каждого варианта усреднения. Метод усреднения модуля Юнга по толщине оболочки не «чувствует» асимметрии слоев относительно нейтральной линии. Метод добавления поправки на радиус нейтральной линии оболочки приемлемо работает для осесимметричных мод и балочной моды. Следующее по точности приближение – усреднение жесткостей оболочки по ее толщине с учетом приведенного радиуса. Этот метод позволяет получать приемлемые результаты в достаточно широком диапазоне частот и для мод, связанных с деформированием сечения оболочки.

Предложен метод принципиального восстановления параметров, характеризующих жесткость оболочки, по трем экспериментально полученным фиксированным частотам. На основе этих исследований предложены формулы, позволяющие по частотным характеристикам трубы восстановить параметры ослабления ее материала в результате водородной коррозии как по толщине, так и по времени.

© ПНИПУ

© Филиппенко Георгий Викторович – к.ф.-м.н., с.н.с., e-mail: g.filippenko@gmail.com
Зиновьева Татьяна Владимировна – к.т.н., доц., с.н.с., e-mail: tatiana.zinovieva@gmail.com.

George V. Filippenko – CSc of Physics and Mathematics, Senior Researcher, e-mail: g.filippenko@gmail.com.
Tatiana V. Zinovieva – SCs of Technical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher, e-mail: tatiana.zinovieva@gmail.com.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

MODAL ANALYSIS OF A HYDROGEN-DAMAGED PIPE AS SHELL INHOMOGENEOUS ON THICKNESS

G.V. Filippenko, T.V. Zinovieva

Institute for Problems in Mechanical Engineering, Russian Academy of Sciences, Saint Petersburg, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 20 September 2022
Approved: 10 October 2022
Accepted for publication:
01 November 2022

Keywords:

hydrogen corrosion, laminated shell, shell vibrations.

ABSTRACT

Hydrogen corrosion of main gas and oil pipelines often leads to accidents. It is necessary to assess the life of hydrogen-weakened pipes. An inner layer with deteriorated mechanical characteristics is formed in them under pressure of hydrogen-containing medium. In the paper the calculation of free vibrations of such a tube taking into account the degradation of its material is performed. The tube is modeled as a bilayer cylindrical shell according to the classical theory. Influence of hydrogen-impacted layer is taken into account when calculating stiffnesses and displacement of neutral line of the shell. Three variants of averaging of parameters determining the stiffness of the shell are considered, numerical experiments are carried out and the natural frequencies of the shell are found.

Comparison with calculations using the method of finite elements in the ANSYS software made it possible to estimate the degree of applicability of each version of averaging. The method of averaging Young's modulus over the thickness of the shell does not "feel" asymmetry of layers relative to the neutral line. The method of adding a correction for the neutral line radius of the shell works satisfactorily for axisymmetric and beam modes. The next more accurate approximation is to average the shell stiffnesses over its thickness with the reduced radius. This method allows us to obtain satisfactory results in a wide enough frequency range and for the modes related to the deformation of the shell cross section.

A method for the principle reconstruction of the parameters characterizing the stiffness of the shell using three experimentally obtained fixed frequencies has been proposed. On the basis of these studies formulas are proposed which allow to reconstruct parameters of weakening of pipe material, as a result of hydrogen corrosion, both in thickness and in time from the frequency characteristics of the pipe.

© PNRPU

Введение

Явление водородной коррозии известно давно, под влиянием длительного воздействия водородной среды сталь повреждается, что нередко приводит к авариям [1–4]. Это вызвано тем, что атомы водорода, присоединившиеся к атомам металла, отнимают энергию у кристаллической структуры, ослабляя связи между атомами металла, что ведет к понижению прочности труб [5–10]. В работе [11] показано, что насыщение водородом понижает предел прочности металла в 3–5 раз. Поэтому при проектировании магистральных трубопроводов необходимо учитывать это опасное явление.

Многочисленные эксперименты указывают на уменьшение модуля упругости металла под действием водорода, для некоторых сплавов он уменьшается на 22 % [12–14]. Вместе с тем экспериментальные работы по изучению изменения коэффициента Пуассона и плотности металлов в результате водородной коррозии нами не обнаружены.

Ослабление металла в результате водородной коррозии может привести к преждевременному износу трубопроводов и авариям, например, вследствие выхода на опасные режимы колебаний [15–17]. В работах [18; 19] показано, что в магистральной трубе под давлением водородосодержащей среды происходит диффузия водорода внутрь металла и образуется внутренний слой с ослаб-

ленными механическими характеристиками. В связи с этим актуальным остается исследование колебаний цилиндрических оболочек с ослабленным слоем.

Цель исследования – расчет свободных колебаний магистральной трубы с ослабленной водородной коррозией слоем и установление зависимости ее частот от степени деградации механических характеристик материала.

Работа продолжает исследования авторов [20], где изучались осесимметричные колебания цилиндрической трубы, ослабленной водородной коррозией. Ослабление материала учитывалось введением усредненного модуля Юнга. Оказалось, что для расчета неосесимметричных колебаний трубы этот подход недостаточно точен.

В литературе представлено много теорий многослойных оболочечных структур, их обзоры можно найти, например, в работах [21–25], динамическому поведению многослойных оболочек различной геометрии посвящены обзоры [26–28].

Учеными используются различные подходы к оболочкам: трехмерные, аксиоматические и асимптотические двумерные теории. Полностью трехмерные модели очень точны, но часто неэффективны по причине большой требовательности к вычислительным ресурсам. Асимптотические подходы для учета изменения механических свойств оболочки по её толщине [29; 30] слишком сложны для получения достаточно простых оценочных формул. При построении теории неодно-

родных оболочек вращения часто отдают предпочтение методу гипотез [31–33], однако среди множества моделей нет непротиворечивых.

Учитывая, что к большинству магистральных труб применима теория тонких оболочек, для анализа их колебаний выберем классическую теорию Кирхгофа – Лява [34–36]. Будем считать, что ослабленный водородом слой металла остается изотропным. Эффективные жесткости оболочки с изотропными слоями рассчитываются по формулам, приведенным, например, в [37]. Эти формулы дополняются введением необходимых поправок, обусловленных смещением нейтральной линии оболочки. Все выкладки не зависят от того, рассматривается ли случай ослабления оболочки изнутри или снаружи, и применимы в обоих случаях.

1. Труба как двуслойная оболочка

1.1. Постановка и схема решения

Труба рассматривается как круговая цилиндрическая оболочка длиной l и толщиной h . Введем цилиндрическую систему координат (r, φ, z) , где ось z совпадает с осью цилиндра. Оболочка занимает область $R - h/2 \leq r \leq R + h/2$, $0 \leq \varphi < 2\pi$, $-l/2 \leq z \leq l/2$. Также введем цилиндрическую систему координат с ортами $(\mathbf{t}, \mathbf{k}, \mathbf{n})$, где векторы \mathbf{t}, \mathbf{n} соответственно касательный и нормальный орты к оболочке, а вектор \mathbf{k} – единичный орты вдоль оси z . В качестве переменных, описывающих вибрации, выберем вектор смещений оболочки $\mathbf{u} \equiv \mathbf{u}(\varphi, z) = (u_t, u_z, u_n)^T$ (T – знак операции транспонирования).

Далее предполагается, что свойства материала оболочки изменяются только в направлении ее нормали. Для описания неоднородности оболочки по толщине введем срединную поверхность $r = R$ оболочки и будем отсчитывать от нее по наружной нормали переменную y . В этом случае функциями y будут коэффициент Пуассона $\nu = \nu(y)$, объемная плотность материала оболочки $\rho_s = \rho_s(y)$ и модуль Юнга $E = E(y)$.

Рассмотрим свободные колебания такой круговой цилиндрической оболочки с жестко закрепленными торцами при $z = \pm l/2$. Зависимость всех процессов от времени предполагаем гармонической с частотой ω , а временной фактор $\exp\{-i\omega t\}$ условимся всюду опускать.

Для расчета однородной оболочки Кирхгофа – Лява с параметрами, усредненными по толщине, используются следующие уравнения равновесия:

$$(\mathbf{L} + w^2 \mathbf{I})\mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad \mathbf{I} = \text{diag}\{1, 1, 1\}; \quad -l/2 < z < l/2, \\ w^2 = \frac{\omega^2 R^2}{E} \rho_s (1 - \nu^2), \quad (1)$$

где \mathbf{L} – матричный (3×3) дифференциальный оператор классической оболочки по теории, представленной в работе [34], w – безразмерная частота.

Далее будет предложен метод восстановления усредненных жесткостных параметров неоднородной по толщине оболочки по ее частотным характеристикам. Для этого необходимо проанализировать влияние параметров оболочки ν, ρ_s, E на собственные частоты оболочки. Это влияние будет анализироваться путем изменения одного из трех рассмотренных параметров при фиксированных остальных. Неоднородность по толщине оболочки будет моделироваться кусочно-непрерывной функцией.

Сначала рассмотрим случай, когда изменениями $\nu(y)$ и $\rho_s(y)$ в результате коррозии по сравнению с изменениями модуля упругости $E(y)$ можно пренебречь, и положим их константами ν_a и ρ_a , равными их средним интегральным значениям по толщине оболочки

$$\nu_a = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \nu(y) dy, \quad \rho_a = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} \rho(y) dy. \quad (2)$$

Далее рассматриваются три разных варианта усреднения параметров, определяющих жесткость оболочки.

1.2. Варианты усреднения

1. В первом варианте фигурирующие в операторе \mathbf{L} жесткости $C_i, D_i, i = 1, 2$ определяются по формулам:

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - \nu^2} \begin{pmatrix} \nu \\ 1 - \nu \end{pmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} E(y) dy, \\ \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{1 - \nu^2} \begin{pmatrix} \nu \\ 1 - \nu \end{pmatrix} \int_{-h/2}^{h/2} E(y) (y - y_0)^2 dy. \quad (3)$$

В формулах (3) также учтено смещение «нейтральной линии оболочки» с $y = 0$ на $y = y_0$:

$$y_0 = \left(\int_{-h/2}^{h/2} E(y) y dy \right) / \left(\int_{-h/2}^{h/2} E(y) dy \right), \quad (4)$$

что приводит к новому «эффективному» радиусу оболочки R^* , определяемому по формуле

$$R^* = R + y_0. \quad (5)$$

В дальнейшем перейдем к безразмерной координате $\xi = y/h$, соответственно координата нейтральной линии будет $\xi_0 = y_0/h$. Также введем обозначение для безразмерной эффективной цилиндрической жесткости D^* по формуле:

$$D^* = \frac{12 D_1 + D_2}{h^2 C_1 + C_2} = \\ = \left(12 \int_{-1/2}^{1/2} E(\xi) (\xi - \xi_0)^2 d\xi \right) / \left(\int_{-1/2}^{1/2} E(\xi) d\xi \right). \quad (6)$$

Заметим, что в случае однородной оболочки $E = \text{const}$ и формулы (4)–(6) вырождаются в следующие: $\xi_0 = 0, R^* = R, D^* = 1$.

2. Во втором варианте, в отличие от первого, усреднение жесткостей D_i ($i=1,2$) проводится упрощенным способом, без учета сдвига нейтральной линии, поэтому формулы (3) переходят в (7):

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \frac{hE_a}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} \nu \\ 1-\nu \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{h^3 E_a}{12(1-\nu^2)} \begin{pmatrix} \nu \\ 1-\nu \end{pmatrix} = \frac{h^2}{12} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где E_a – усредненный модуль Юнга:

$$E_a = \frac{1}{h} \int_{-h/2}^{h/2} E(y) dy. \quad (8)$$

Как следствие, в этом случае $D^* = 1$ (6). Так же, как и в первом варианте, используется и эффективный радиус в виде (5). Заметим, что благодаря такому способу усреднения модуль упругости E_a в дальнейшем будет выноситься как общий множитель из матриц систем, определяющих решение задачи, и в результате будет фигурировать только в безразмерной частоте w (1).

3. В третьем варианте, в отличие от второго, эффективный радиус не вводится.

В дальнейшем, оболочки с параметрами, усредненными этими тремя способами, будем для удобства называть первой, второй и третьей моделями соответственно.

Рассмотрим свободные гармонические колебания описанной выше оболочки с жестко зажатыми торцами. Решение задачи ищется в виде:

$$\begin{pmatrix} u_t \\ u_z \\ u_n \end{pmatrix} = A e^{i\lambda z} \begin{pmatrix} \zeta \sin(m\varphi) \\ \xi \cos(m\varphi) \\ \gamma \cos(m\varphi) \end{pmatrix}; \quad (9)$$

$$0 \leq \varphi < 2\pi, \quad -l/2 < z < l/2, \quad m = 1, 2, \dots$$

Здесь: A, ζ, ξ, γ – произвольные константы; λ – искомого волновое число. Метод получения точного аналитического решения стандартный и аналогичен примененному в [16]. Подставляем (9) в (1). Из условия существования нетривиального решения системы (1) приходим к уравнению:

$$\det(\hat{\mathbf{L}}(\lambda) + w^2 \mathbf{I}) = 0, \quad (10)$$

где $\hat{\mathbf{L}}(\lambda)$ – Фурье образ оператора \mathbf{L} из (1). Решение уравнения (10) можно представить набором бесконечного числа веток $\lambda_j = \lambda_j(w)$, $j = 1, 2, \dots$ многозначной функции $\lambda = \lambda(w)$. Далее из условий жесткого закрепления на торцах оболочки получаем систему уравнений:

$$\mathbf{G}(\lambda(w)) \mathbf{u} = \mathbf{0}, \quad (11)$$

где \mathbf{G} – матрица 8×8 . Из условия существования нетривиального решения такой системы приходим к уравнению для нахождения собственных частот:

$$\det \mathbf{G}(\lambda(w)) = 0. \quad (12)$$

В результате для каждого m из (9) находится набор собственных частот $\omega_j = 2\pi f_j$, $j = 1, 2, \dots$. Соответствующие формы колебаний (моды) будем обозначать парой чисел $\{m, j\}$. Заметим, что при $m=0$ система (1) расщепляется на две независимые подсистемы. Одна для чисто крутильных колебаний $\mathbf{u} = (u, 0, 0)^T$, а вторая – для колебаний, которые u , не содержат (продольно-изгибных), т.е. $\mathbf{u} = (0, u_z, u_n)^T$.

2. Влияние неоднородности материала оболочки на ее собственные частоты

Для расчета представленных графических зависимостей безразмерные параметры однородной оболочки возьмем следующие (если не оговорено противное): $\nu = \nu_0 = 0,3$, $h/R = 0,05$, $l/R = 20$. Численные результаты получены с помощью алгоритмов, реализованных на языке программирования FORTRAN. Для их верификации также проведены расчеты оболочки как трехмерного упругого тела с помощью модуля конечно-элементного анализа задач механики ANSYS Mechanical программного комплекса ANSYS 16.2 (использован 8-узловой оболочечный элемент SHELL281 [38]). Для этого были взяты следующие размерные параметры оболочки: $R = 0,5$ м, $E = E_0 = 2.1 \cdot 10^{11}$ Н/м², $\rho_s = \rho_0 = 7850$ кг/м³, $l = 10$ м. Такие параметры оболочки близки к параметрам стальных труб магистральных газопроводов с диаметром 720–1420 мм. Соответствующую конечно-элементную модель оболочки будем называть четвертой моделью. Её возьмем в качестве эталона.

2.1. Влияние модуля упругости Юнга

Для иллюстрации и анализа влияния неоднородности материала оболочки на собственные частоты модуль Юнга положим кусочно-постоянным (случай двухслойной оболочки):

$$E(y) = \begin{cases} E_1, & -h/2 < y < 0 \\ E_2, & 0 < y < +h/2 \end{cases}, \quad (13)$$

а коэффициент Пуассона и объемную плотность положим константами, равными ν_0 и ρ_0 соответственно. Заметим, что в процессе дальнейших вычислений E_1 и E_2 в (11) будут согласованно меняться так, чтобы среднееинтегральное значение модуля Юнга E_a оставалось неизменным и равным E_0 (это позволяет выявить вклад именно асимметрии свойств слоев относительно срединной поверхности $r = R$).

На рис. 1, a и b , сплошными кривыми изображены зависимости координаты нейтральной линии $s \equiv \xi_0$ (4) и эффективной цилиндрической жесткости D^* (6) как

функции относительного безразмерного модуля упругости $E^* = E_2 / E_a$ соответственно. Пунктирная линия 1 на рис. 1, *b*, соответствует максимальному значению $D^* = 1$, которое достигается в однородном случае (при $E^* = 1$). При этом именно сдвиг нейтральной оси и наличие переменной жесткости D^* выявляет неоднородность в первом, наиболее точном, варианте усреднения. Второй и третий варианты усреднения не учитывают переменность D^* (в этом случае $D^* = 1$).

На рис. 2–3 изображены зависимости собственных частот оболочки как функций E^* , вычисленные для четырех рассмотренных моделей. Для удобства соответствующие этим моделям кривые 1–4 будем называть ветками. Заметим, что, так как среднеинтегральное значение модуля Юнга E_a остаётся неизменным с ростом E^* , расчет частот для третьей модели дает горизонтальную пунктирную линию 3 на этих рисунках и асимметрии свойств слоев не выявляет.

Отметим качественное различие поведения кривых для мод, которые связаны с деформированием сечения оболочки, перпендикулярного оси Oz ($m > 1$), и для мод, где сечение остается круговым кольцом ($m \leq 1$).

Для $m \leq 1$ зависимость частоты от относительной жесткости E^* близка к линейной. При этом первая и вторая модели (линии 1 и 2 на рис. 2, *a*, *b*) дают приблизительно одинаковые результаты, это свидетельствует, что вклад эффективной цилиндрической жесткости D^* остается малым (приблизительно равным единице). Вклад неоднородности определяется сдвигом нейтральной линии в сторону увеличения эффективного радиуса оболочки R^* по мере смещения жесткости к наружному слою (рис. 1, *a*). А рост R^* , в свою очередь, приводит к пропорциональному уменьшению частоты f . Это вызвано тем, что в данном случае с ростом R^* остается практически неизменной безразмерная частота $w = 2\pi f R^* \sqrt{\rho_s(1-\nu^2) / E_a}$, фигурирующая в теории оболочек Кирхгофа – Лява [34], так как матрицы систем

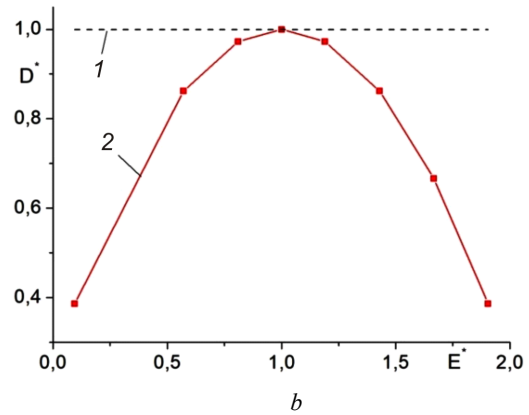
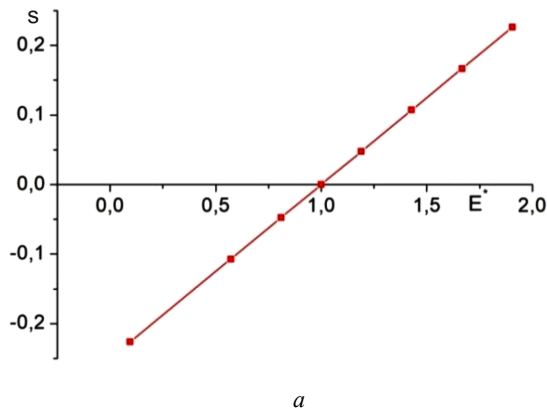


Рис. 1. Зависимость от относительной безразмерной жесткости: *a* – координаты s нейтральной оси; *b* – относительной цилиндрической жесткости D^*

Fig. 1. Dependence on the relative dimensionless stiffness: *a* – coordinate s of the neutral axis; *b* – relative cylindrical stiffness D^*

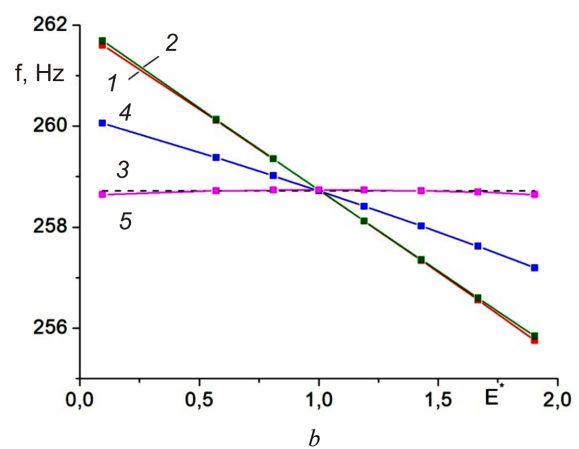
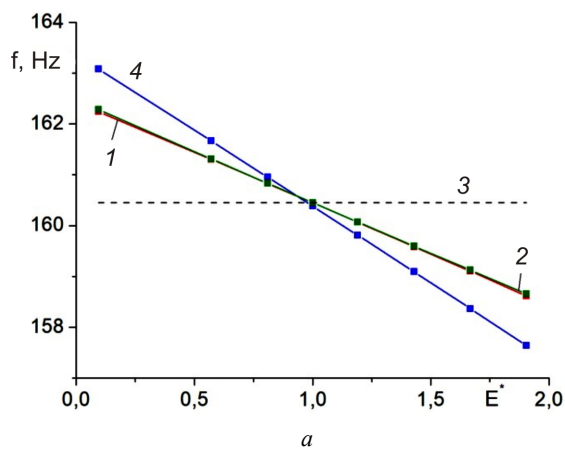


Рис. 2. Собственные частоты оболочки, как функции приведенного модуля Юнга E^* : *a* – для чисто крутильной моды $\{0, 1\}$; *b* – для продольно-изгибной моды $\{0, 1\}$

Fig. 2. Shell natural frequencies as a function of the reduced Young modulus E^* : *a* – for the purely torsional mode $\{0, 1\}$; *b* – for the longitudinal-bending mode $\{0, 1\}$

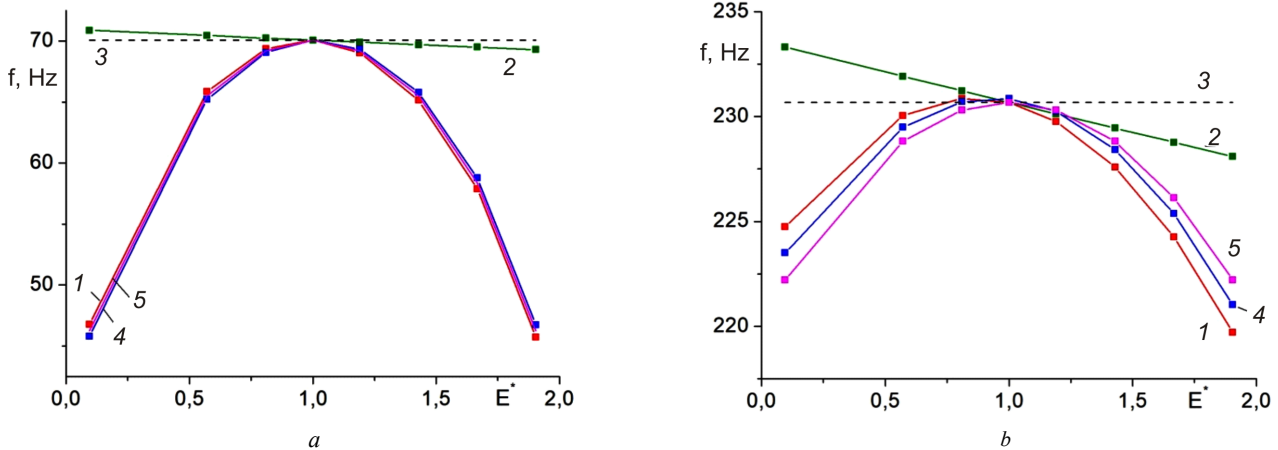


Рис. 3. Собственные частоты оболочки как функции приведенного модуля Юнга: a – для моды {2, 1}; b – для моды {2, 7}

Fig. 3. Shell natural frequencies as a function of the reduced Young modulus E^* : a – for the mode {2, 1}; b – for the mode {2, 7}

(10) и (12) оказываются практически независимыми от D^* . Однако с рассмотрением все более высокочастотных веток (с ростом числа узлов вдоль оси Oz) расхождение частот по первым двум моделям с частотами по четвертой модели может усиливаться за счет краевых эффектов у торцов оболочки. При этом наибольшее расхождение наблюдается у продольно-изгибной моды (рис. 2, b).

Для мод $m > 1$ возникает качественное различие между кривыми, полученными для первых двух моделей (линии 1 и 2 на рис. 3, a, b). По мере нарастания асимметрии слоев, главный вклад в изменение частоты вносит эффективная цилиндрическая жесткость D^* , которая соответственно уменьшается (кривая 2 на рис. 1, b). Тем самым оболочка становится более «мягкой», и ее собственные частоты соответственно падают, что и «отслеживает» первая модель (кривые 1 на рис. 3, a, b). Результаты расчета по первой модели хорошо коррелируют с результатами, полученными в ANSYS (четвертая модель), и соответствующими кривыми 4 на рис. 2–3. Дополнительно проведенная визуализация форм колебаний оболочки позволяет отфильтровать возможные ошибки в нахождении частот. Так, на рис. 4, a, b , визуализированы в программе ANSYS формы {1, 2} и {2, 2} (собственные частоты $f = 136,751$ Гц и $f = 85,70$ Гц соответственно). Обе моды вычислены для значений $E_1 = 1,7 \cdot 10^{11}$ Н/м², $E_2 = 2,5 \cdot 10^{11}$ Н/м². При этом вторая модель (кривая 2 на рис. 3, a, b), не учитывающая переменность D^* , дает большое расхождение и с первой моделью, и с четвертой.

В дальнейшем (для пункта 4) будет полезен еще один вариант усреднения (кривые 5 на рис. 2, b , рис. 3, a, b). Соответствующую, промежуточную между первой и третьей, модель оболочки назовем пятой моделью. В этом случае в безразмерную частоту w (1) введем исходный радиус R , а в формуле (6) для эффективной жесткости D^* – учтем сдвиг нейтральной оси (5). Вычисления показывают, что для мод с номерами $m \leq 1$ соответствующие ветки будут практически совпадать с ветками третьей модели (пунктирная линия 3 на рис. 2, a, b), а для

мод с номерами $m > 1$ будут близки к веткам первой модели (кривая 1 на рис. 3, a, b). Это говорит о том, что для этих номеров мод доминируют эффекты, связанные с изменением эффективной жесткости D^* . Однако, в отличие от первой модели, ветки более простой – пятой модели не будут «чувствовать» замены слоев местами (рис. 3, b).

2.2. Влияние коэффициента Пуассона

Сначала рассмотрим случай однородной оболочки. На рис. 5, a , изображена зависимость первых пяти собственных частот (линии 1–5) моды $m = 0$, а на рис. 5, b , первых шести собственных частот (линии 1–6) моды $m = 3$ от коэффициента Пуассона ν (расчеты проведены на модели оболочки типа Кирхгофа – Лява).

В случае однородной оболочки для мод с номерами $m \leq 1$ наблюдается уменьшение частот с ростом ν (оболочка становится «мягче», рис. 5, a), а для мод с номерами $m > 2$ наблюдается рост частот (оболочка становится «жестче», рис. 5, b). Для промежуточных номеров мод возможны переходные ситуации от возрастания частот с ростом ν к их убыванию (по мере перехода к более высокочастотным веткам, как для второй моды для данной оболочки). Это вызвано тем, что первая пара коэффициентов жесткости C_1 и D_1 убывает с ростом ν , а вторая – C_2 и D_2 растет – согласно (3), а также различным вкладом этих коэффициентов в матрицы систем (10) и (12).

Данная закономерность позволяет определить качественный характер кривых и в случае двуслойной оболочки, где положим коэффициент Пуассона кусочно-постоянным:

$$\nu(y) = \begin{cases} \nu_1, & -h/2 \leq y < 0 \\ \nu_2, & 0 \leq y \leq +h/2 \end{cases}, \quad (14)$$

а объемную плотность материала ρ_s и модуль Юнга E константами равными ρ_0 и E_0 соответственно.

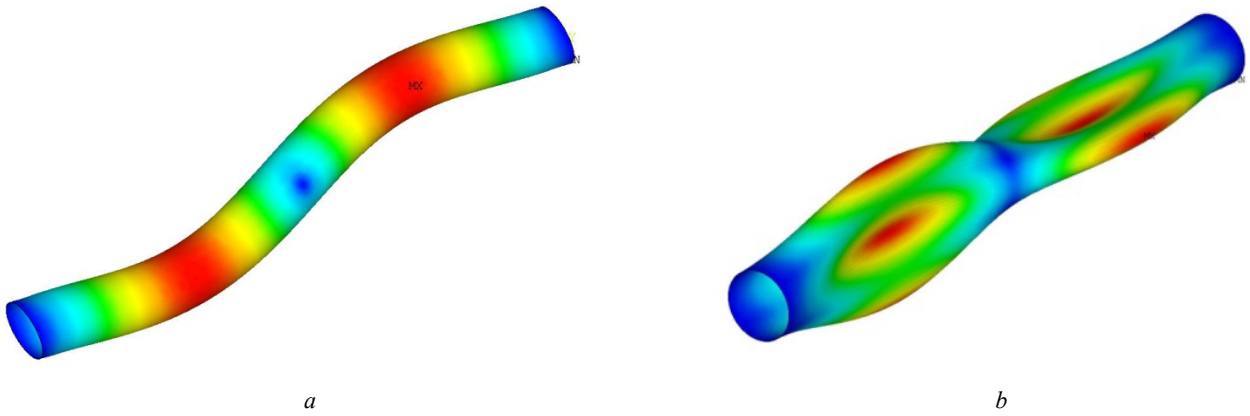


Рис. 4. Формы колебаний оболочки: *a* – форма {1, 2}; *b* – форма {2, 2}

Fig. 4. Forms of shell vibrations: *a* – form {1, 2}; *b* – form {2, 2}

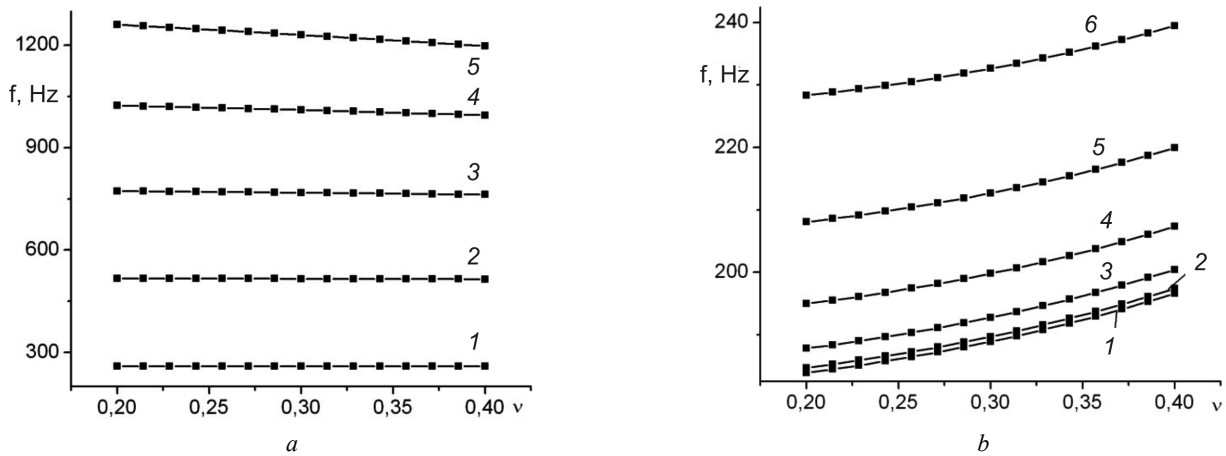


Рис. 5. Собственные частоты однородной оболочки как функции коэффициента Пуассона: *a* – для моды $m = 0$; *b* – для моды $m = 3$

Fig. 5. Eigenfrequencies of a homogeneous shell as a function of Poisson's ratio: *a* – for mode $m = 0$; *b* – for mode $m = 3$

Используем тот же прием, что и раньше, для модуля упругости. В процессе дальнейших вычислений коэффициенты ν_1 и ν_2 в (14) будут согласованно меняться так, чтобы их среднеинтегральное значение ν_a (2) оставалось неизменным и равным ν_0 . Введем приведенный коэффициент Пуассона s , который вычисляется по формуле: $s = \nu_1 / \nu_a$. Задавая различные значения ν_1 и ν_2 , получаем зависимости f от s , как показано на рис. 6–7 (расчеты произведены на четвертой модели).

Отметим различный характер кривых для неосесимметричных колебаний ($m \geq 1$) и для случая осесимметричных колебаний ($m = 0$). В обоих случаях для первых (низкочастотных) веток минимум частот достигается при s , близком к единице, т.е. в однородном случае. Однако при $m \geq 1$ можно отметить смещение минимума частот влево при переходе на более высокочастотные ветки (см. рис. 7, *a*). При этом если рассмотреть точки равноудаленные от ν_0 (т.е. вида $\nu = \nu_0 \pm \delta$), то происходит относительное увеличение частот для ν вида $\nu = \nu_0 + \delta$, по сравнению с частотами для ν вида $\nu = \nu_0 - \delta$ (см. рис. 7, *a*).

Данный эффект можно объяснить тем, что для таких m приведенная жесткость внутреннего слоя растет с ростом ν (согласно замечанию об однородной оболочке к рис. 5, *a, b*). Рассуждение так же, как и в п. 3.1, в свою очередь, ведет к уменьшению эффективного радиуса оболочки и, следовательно, к увеличению частот. Обратная тенденция для $m < 1$ практически не выражена, и характер всех веток сохраняется (см. рис. 6, *a, b*).

2.3. Влияние плотности материала

Теперь положим объемную плотность материала $\rho_s(y)$ кусочно-постоянной:

$$\rho_s(y) = \begin{cases} \rho_1, & -h/2 \leq y < 0 \\ \rho_2, & 0 \leq y \leq +h/2, \end{cases} \quad (15)$$

будем считать константами коэффициент Пуассона $\nu = \nu_0$ и модуль Юнга $E = E_0$. Используем тот же прием, что и раньше, в процессе дальнейших вычислений ρ_1 и ρ_2 в (15) будут согласованно меняться так, чтобы среднеинтегральное значение ρ_a (2) оставалось неиз-

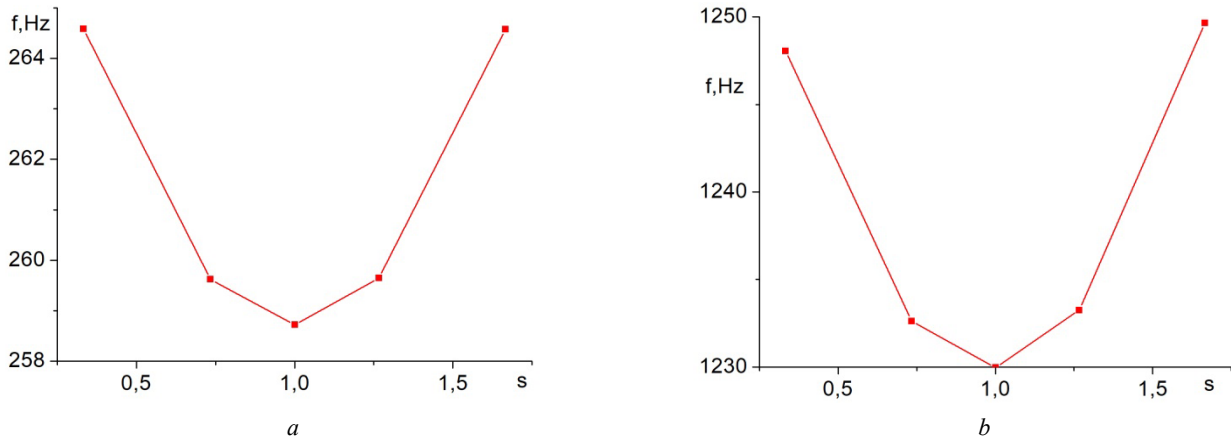


Рис. 6. Собственные частоты двуслойной оболочки как функции приведенного коэффициента Пуассона: *a* – для продольно-изгибной моды {0,1}; *b* – для продольно-изгибной моды {0,5}

Fig. 6. Eigenfrequencies of the bilayer shell as a function of the reduced Poisson's ratio: *a* – for the longitudinal-bending mode {0,1}; *b* – for the longitudinal-bending mode {0,5}

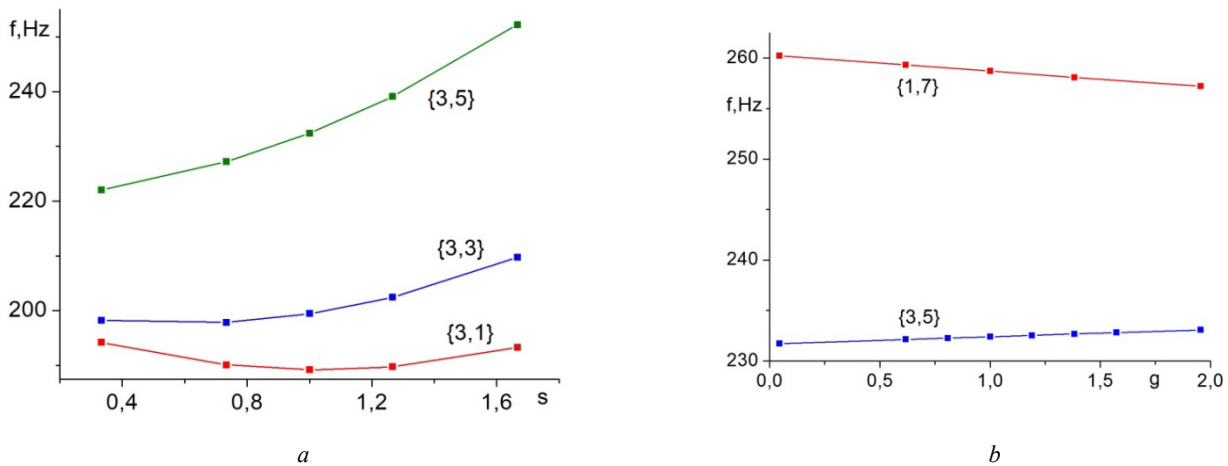


Рис. 7. Зависимость частоты *f* от: *a* – коэффициента *s*; *b* – коэффициента *g*

Fig. 7. Dependence of frequency *f* on: *a* – coefficient *s*; *b* – coefficient *g*

менным и равным ρ_0 . Приведенная плотность *g* внутреннего слоя вычисляется по формуле $g = \rho_1 / \rho_a$. Задавая различные значения ρ_1 и ρ_2 , получаем зависимости *f* от *g* (см. рис. 7, *b*).

Отметим разнонаправленный характер такой зависимости для мод, не связанных с деформацией сечения ($m \leq 1$), и для мод с деформацией сечения ($m > 1$). Для первых отмечается уменьшение частоты с ростом приведенной плотности внутреннего слоя (кривая 2 на рис. 7, *b*), а для вторых – увеличение частоты (кривая 1 на рис. 7, *b*).

3. Определение параметров ослабленной оболочки. Возможные приложения

3.1. Обоснование метода

Задача определения параметров ослабленной водородом цилиндрической оболочки важна для практиче-

ского применения. К сожалению, в литературе отсутствуют экспериментальные данные одновременного измерения всех трех параметров материала оболочки, подвергшейся водородной коррозии: модуля Юнга, коэффициента Пуассона и объемной плотности. Проведенный в п. 3.2, 3.3 анализ показал, что влияние последних двух параметров на собственные частоты может быть весьма существенным, а зависимость приращения частот от них достаточно сложной.

По результатам вычислений в п. 3 в таблице приведено наибольшее относительное изменение (в процентах) собственных частот оболочки при варьировании одного из трех рассмотренных параметров (ν, ρ_s, E). При этом остальные два параметра остаются фиксированными. В фигурных скобках указан порядковый номер частотной ветки. Диапазоны изменения параметров выбраны характерными для металлов. Отметим, что в целом наибольшие изменения наблюдаются при изменении модуля упругости. Однако вклад приращения

остальных двух параметров также может быть весьма существенным, что требует дополнительного экспериментального исследования. Мы же остановимся на модели, когда изменениями $v(y)$ и $\rho_s(y)$ по сравнению с изменениями модуля упругости $E(y)$ можно пренебречь. В этом случае можно заменить эти величины их интегральными средними и считать их константами, определяемыми формулами (2).

Относительное изменение собственных частот, %

Relative change in natural frequencies, %

Номер моды	$\frac{\Delta f}{f} 100\%$					
	m	$v \in [0,22; 0,38]$	$\rho \in [2700; 7850]$ кг/м ³		$E \in [0,2; 4,0] \cdot 10^{11}$ Н/м ²	
0 (Крут)	0,15 {1}	0,2 {6}	1,5 {1}	1,6 {6}	3,6 {1}	3,6 {6}
0	0,4 {1}	0,4 {5}	0,45 {1}	0,18 {5}	1,2 {1}	0,9 {6}
1	0,5 {1}	0,6 {7}	0,5 {1}	0,6 {7}	3,0 {1}	1,8 {7}
2	1,3 {1}	3,5 {5}	0,08 {1}	0,24 {5}	35,0 {1}	10,0 {6}
3	0,5 {1}	4,8 {5}	0,32 {1}	0,32 {5}	12,0 {1}	24,0 {5}
4	0,3 {1}	1,8 {5}	–	–	–	–
5	0,7 {1}	0,7 {5}	–	–	–	–

Рассмотрим метод определения усредненных параметров трубы, моделируемой неоднородной оболочкой типа Кирхгофа – Лява, по ее частотным характеристикам при этих допущениях. Возьмем ослабленную изнутри водородом, первоначально однородную оболочку, с исходным модулем упругости E_2 . Предположим, что нам известна (например, из эксперимента) фиксированная собственная частота f_0 и количество узлов соответствующей моды вдоль оси Oz и вдоль окружности ослабленной оболочки. Тем самым нам известен номер моды $m = m_0$ и номер ветки $j = j_0$ в (9). Дополнительно предположим, что $m = m_0 \leq 1$. Также найдем, аналитически или экспериментально, фиксированную собственную частоту f_2 исходной оболочки с такими же номерами моды и ветки.

Как показал анализ в п. 3.1, для случая $m_0 \leq 1$ эффективная жесткость D^* ослабленной оболочки приблизительно равна единице, её усредненный модуль упругости E_a будет входить только в безразмерный параметр w (1), поэтому матрицы $\hat{\mathbf{L}}$ и \mathbf{G} из (10) и (12) для исходной и ослабленной оболочек будут практически одинаковыми. Здесь мы также учитываем, что в случае всех рассмотренных моделей в параметр $\alpha^2 = (h/R)^2 / 12$, фигурирующий в матрицах \mathbf{L} и \mathbf{G} систем (1) и (11), входит исходный радиус R , а не эффективный радиус R^* ослабленной оболочки (в противном случае это изменило бы относительную толщину h/R исходной оболочки). Следовательно, решением задачи (12) для обеих оболочек будет одна и та же безразмерная частота w

$$w = \frac{2\pi f_2 R}{\sqrt{E_2}} \zeta = \frac{2\pi f_0 R^*}{\sqrt{E_a}} \zeta; \quad \zeta = \sqrt{\rho_s (1-v^2)}. \quad (15a)$$

Откуда следует

$$\frac{f_2}{f_0} = \frac{R^*}{R} \sqrt{\frac{E_2}{E_a}} \Rightarrow \frac{R^*}{\sqrt{E_a}} = \frac{R}{\sqrt{E_2}} \frac{f_2}{f_0} \equiv \xi, \quad (16)$$

где усредненный модуль упругости E_a остается неизвестным, но дробь $R^* / \sqrt{E_a}$ теперь уже имеет конкретное значение ξ .

Далее предположим, что и для моды с номером $m_1 \geq 2$ нам также известна (например, из эксперимента) фиксированная собственная частота f_1 и количество узлов соответствующей моды вдоль оси Oz и вдоль окружности ослабленной оболочки. Тем самым нам известен номер моды $m = m_1$ и номер ветки $j = j_1$ в (9). Учитывая рассуждения в п. 3.1, в этом случае новый радиус R^* будет влиять и на эффективную жесткость D^* . Для определения этой жесткости перепишем уравнение (12) для определения собственных частот оболочки в виде

$$\det \mathbf{G}(\lambda(w, D^*), D^*) = 0 \quad (17)$$

и положим в нем

$$w = w_1 = 2\pi f_1 \gamma; \quad \gamma \equiv \xi \sqrt{\rho_s (1-v^2)}, \quad \lambda = \lambda_{j_1}. \quad (18)$$

Тем самым операторы \mathbf{L} и \mathbf{G} систем (1) и (11) полностью определены, и уравнение (17) становится уравнением относительно одного неизвестного D^* . Решим (17) численно, изменяя D^* в некотором диапазоне, в окрестности единицы. Найденных значений для γ и D^* будет достаточно для нахождения собственных форм и частот ослабленной оболочки. Последние можно найти, решая уравнение (17) относительно частоты $w = 2\pi f \gamma$, а затем можно найти и собственные формы, решая уравнение (11). Недостатком метода является то, что находится значение $R^* / \sqrt{E_a}$, но не E_a .

Этого недостатка лишен следующий, более простой (хотя и более грубый) подход. Пусть выполнены условия предыдущего метода. Учитывая замечание в п. 3.1 для пятой модели, в безразмерной частоте w (15a) можно заменить R^* на R и тогда соотношение (16) превращается в (19)

$$\frac{f_2}{f_0} = \sqrt{\frac{E_2}{E_a}}, \quad (19)$$

откуда находится $E_a = E_2 (f_0 / f_2)^2$. Далее, рассуждая, как и выше, найдем D^* . Следовательно, все параметры системы для пятой модели теперь известны. В этом

случае можно найти не только собственные частоты и моды по формулам (12) и (11), но также восстановить и коэффициенты жесткости $C_i, D_i, i=1,2$ по формулам (3) и (6)

$$\begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix} = \frac{h E_a}{1-\nu^2} \begin{pmatrix} \nu \\ 1-\nu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} D_1 \\ D_2 \end{pmatrix} = \frac{h^2 D^*}{12} \begin{pmatrix} C_1 \\ C_2 \end{pmatrix}. \quad (20)$$

Заметим, что выбранные частоты f_0, f_1, f_2 в обоих методах лучше брать из первых (низкочастотных) веток собственных частот для минимизации краевых эффектов (см. п. 3.1).

Для данных методов ключевым моментом является точность экспериментального нахождения собственных частот ослабленной оболочки. Для улучшения точности можно нагрузить ослабленную оболочку кольцевой инерционной массой (узким «ободком») и рассмотреть зависимость веток собственных частот нагруженной оболочки от массы ободка [16]. Тогда в окрестности точки пересечения таких веток наблюдается смена характера колебаний, который относительно легко определяется, что позволяет достаточно точно идентифицировать эти характерные частоты. И далее могут отслеживаться именно такие частоты, как на исходной, так и на ослабленной оболочке.

3.2. Определение параметров оболочки с экспоненциальной зависимостью модуля Юнга по толщине

Проиллюстрировать приведенную методику определения усредненных параметров оболочки (с помощью третьей модели оболочки) можно на примере модели оболочки, ослабленной водородом, в предположении, что водород проникает вглубь металла по экспоненциальному закону (21), соответственно экспоненциально ослабляя и модуль упругости E [20]:

$$E(y) = E_2 \left(1 - (1 - E_{12}) e^{-a(y+h/2)} \right); \quad E_1 = E(y)|_{y=-h/2},$$

$$E_2 = E(y)|_{y=h/2}, \quad E_{12} = E_1 / E_2. \quad (21)$$

Здесь a – искомый коэффициент затухания по толщине оболочки, E_1 – модуль упругости ослабленного слоя на внутренней поверхности оболочки, который предполагается известным, а E_2 – модуль упругости исходного материала. В результате применения формул (8), (19), (20) приходим к уравнению относительно ah :

$$\frac{1 - e^{-ah}}{ah} = \left(1 - \left(\frac{f^*}{f_2} \right)^2 \right) / (1 - E_{12}). \quad (22)$$

Это уравнение несложно решается численно, и тем самым находится коэффициент затухания a по толщине оболочки. Заметим, что, используя формулы (8), (19), (20), можно аналогично решить задачу, где проникно-

вление водорода вглубь металла описывается любой (в достаточно широких пределах) заданной однопараметрической функцией.

Далее можно усложнить модель (21), учитывая ослабление модуля упругости E от времени t . Формулы для нахождения коэффициента, характеризующего ослабление насыщения оболочки водородом с ростом времени t , приведены в [20].

Заключение

На модели двуслойной оболочки проведена оценка влияния неоднородности материала трубы, вызванной водородной коррозией, на собственные частоты. Анализ результатов показал необходимость получения новых экспериментальных данных по изменению коэффициента Пуассона и объемной плотности металлов при наводороживании.

На основе теории классических оболочек проведены численные эксперименты для трех моделей усреднения переменного по толщине оболочки модуля Юнга материала. Сравнение с вычислениями по методу конечных элементов позволили оценить степень применимости каждой рассмотренной модели.

Так, метод усреднения модуля Юнга по толщине оболочки не позволяет учесть асимметрию слоев относительно нейтральной линии. Следующий по точности – метод добавления поправки на радиус нейтральной линии оболочки. Его можно применять для расчета мод, в которых сечение оболочки, перпендикулярное образующей, остается неизменным. Это относится к осесимметричным колебаниям, а также к балочной моде.

Следующее по точности приближение – усреднение жесткостей оболочки по ее толщине с учетом приведенного радиуса. Этот метод позволяет получать приемлемые результаты в достаточно широком диапазоне частот и для мод, связанных с деформированием сечения оболочки.

Предложен метод восстановления параметров, характеризующих жесткость оболочки, по трем экспериментально полученным фиксированным частотам.

На основе этих исследований предложены формулы, позволяющие восстановить параметры ослабления материала как по толщине, так и по времени, по частотным характеристикам цилиндрической оболочки (в случае экспоненциальной зависимости модуля Юнга по толщине).

Проанализирована область применимости усредненных значений модуля Юнга, коэффициента Пуассона и объемной плотности материала при модальном анализе, а также степень влияния асимметрии слоев (под действием водорода) на собственные частоты цилиндрической оболочки.

Проведенное моделирование может быть полезно, в том числе для определения опасных режимов колебания ослабленной водородом трубы по её частотным характеристикам.

Библиографический список

1. Cheng Y.F. Stress Corrosion Cracking of Pipelines. – John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, TX, Canada, 2013. – P. 275.
2. Hardie D., Charles E.A., Lopez A.H. Hydrogen embrittlement of high strength pipeline steels // Corrosion Science. – 2006. – Vol. 48, issue 12. – P. 4378–4385. DOI: 10.1016/j.corsci.2006.02.011.
3. Environment hydrogen embrittlement of pipeline steel X70 under various gas mixture conditions with in situ small punch tests / Thanh Tuan Nguyen [et al.] // Materials Science and Engineering: A. – 2020. – Vol. 781. – article 139114. DOI: 10.1016/j.msea.2020.139114.
4. Hydrogen Accumulation and Distribution in Pipeline Steel in Intensified Corrosion Conditions / A.I. Titov, A.V. Lun-Fu, A.V. Gayvaronskiy [et al.] // Materials. – 2019. – Vol. 12 (9). – P. 1409. DOI: 10.3390/ma12091409.
5. Описание деформации и разрушения материалов, содержащих водород, с помощью реологической модели / А.К. Беляев, Н.Р. Кудинова, В.А. Полянский, Ю.А. Яковлев // Научно-технические ведомости СПбГПУ. Физико-математические науки. – 2015. – № 3 (225). – С. 134–149. DOI: 10.5862/JPM.225.14
6. Модели влияния водорода на механические свойства металлов и сплавов / Ю.А. Яковлев, В.А. Полянский, Ю.С. Седова, А.К. Беляев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 3. – С. 136–160. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.13.
7. Study of hydrogen influence on 1020 steel by low deformation method / B.G. Mytsyk, Ya.L. Ivanytskyi, A.I. Balitskii, Ya.P. Kost', O.M. Sakharuk // Materials Letters. – 2016. – Vol. 184. – P. 328–331. DOI: 10.1016/j.matlet.2016.08.065.
8. Polyanskiy V.A., Belyaev A.K. (eds). Advances in Hydrogen Embrittlement Study. Advanced Structured Materials. – Springer, Cham, XII, 2021. – P. 213. DOI: 10.1007/978-3-030-66948-5.
9. Zhukov V.A. Stress corrosion cracking and electrochemical potential of titanium alloys // Advances in Mechanical Engineering, LNME. – Published by Springer International Publishing Switzerland, 2015. – P. 137–141.
10. Суранов Г.И. Водород: разрушение, изнашивание, смазка деталей машин. – Ухта: УГТУ, 2015. – 224 с.
11. Hydrogen embrittlement of a 1500-MPa tensile strength level steel with an ultrafine elongated grain / Y. Nie, Y. Kimura, T. Inoue [et al.] // Metallurgical and Materials Trans. A. – 2012. – Vol. 43, no. 5. – P. 1670–1687.
12. Hydrogen-Induced Cracking of Metastable Austenitic Stainless and High-Strength Carbon Steels / Y. Yagodzinskiy, T. Saukkonen, E. Andronova, L. Rissanen, H. Hanninen // Effects of Hydrogen on Materials: Proceedings of the 2008 International Hydrogen Conference. – ASM International, Materials Park, 2009. – P. 123–130.
13. Probing the Effect of Hydrogen on Elastic Properties and Plastic Deformation in Nickel Using Nanoindentation and Ultrasonic Methods / S.K. Lawrence, B.P. Somerday, M.D. Ingraham, D.F. Bahr // JOM. – 2018. – Vol. 70 (7). – P. 1068–1073. DOI: 10.1007/s11837-018-2850-z.
14. Müller C., Zamanzade M., Motz C. The Impact of Hydrogen on Mechanical Properties; A New In Situ Nanoindentation Testing Method // Micromachines. – 2019. – Vol. 10 (2). – P. 114. DOI: 10.3390/mi10020114.
15. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Axisymmetric Vibrations of the Cylindrical Shell Loaded with Pointed Masses // Advances in Mechanical Engineering. MMESE 2020. LNME. – Springer, Cham, 2021. – P. 80–91. DOI: 10.1007/978-3-030-62062-2_9.
16. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Axially Symmetric oscillations of circular cylindrical shell with localized mass on Winkler foundation // APM 2020, LNME. – Springer, Cham, 2022. – P. 245–257. DOI: 10.1007/978-3-030-92144-6_19.
17. Filippenko G.V., Wilde M.V. Backwards waves in a cylindrical shell: comparison of 2D shell theories with 3D theory of elasticity // Proceedings of the International Conference “Days on Diffraction 2018”. – St.-Petersburg, 2018. – P. 112–117. DOI: 10.1109/DD.2018.8553487.
18. Чулкин С.Г., Зиновьева Т.В. Расчет влияния водорода на прочность морского трубопровода // Морские интеллектуальные технологии. – 2019. – № 2 (44). – Т.1. – С. 31–35. DOI: 10.13140/RG.2.2.22027.34088.
19. Зиновьева Т.В. Влияние концентрации водорода на растрескивание трубы // Современное машиностроение: Наука и образование: материалы 9-й Международной научно-практической конференции. – СПб., 2020. – С. 196–206. DOI: 10.1872/MMF-2020-15.
20. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Analysis of axisymmetric vibrations of a hydrogen weakened pipe in a layered shell model // Advances in Mechanical Engineering, LNME. – Published by Springer International Publishing Switzerland, 2022. – P. 78–85. DOI: 10.1007/978-3-030-91553-7_9.
21. Амбарцумян С.А. Общая теория анизотропных оболочек. – М.: Наука, 1974. – 446 с.
22. Моделирование статики и динамики оболочечных конструкций из композиционных материалов / В.О. Каледин, С.М. Аульченко, А.Б. Миткевич [и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. – 196 с.
23. Carrera E. Theories and finite elements for multilayered, anisotropic, composite plates and shells // Archives of Computational Methods in Engineering. – 2002. – Vol. 9. – P. 87–140. DOI: 10.1007/BF02736649.
24. Mantari J.L., Oktem A.S., Soares C.G. Static and dynamic analysis of laminated composite and sandwich plates and shells by using a new higher-order shear deformation theory // Composite Structures. – 2011. – Vol. 94, issue 1. – P. 37–49. DOI: 10.1016/j.compstruct.2011.07.020.
25. Guarino G., Milazzo A., Gulizzi V. Equivalent-Single-Layer discontinuous Galerkin methods for static analysis of multilayered shells // Applied Mathematical Modelling. – 2021. – Vol. 98. – P. 701–721. DOI: 10.1016/j.apm.2021.05.024.
26. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000–2009 // Composite Structures. – 2010. – Vol. 93, issue 1. – P. 14–31. DOI: 10.1016/j.compstruct.2010.05.014.
27. Qatu M.S. Vibration of Laminated Shells and Plates. – Elsevier Ltd., Amsterdam, 2004. – P. 426.
28. Dynamic stability analysis of composite laminated cylindrical shells via the mesh-free kp-Ritz method / K.M. Liew, Y.G. Hu, X. Zhao, T.Y. Ng // Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering. – 2006. – Vol. 196, issues 1–3. – P. 147–160. DOI: 10.1016/j.cma.2006.02.007.
29. Вильде М.В., Коссович Л.Ю., Шевцова Ю.В. Асимптотическое интегрирование динамических уравнений теории упругости для случая многослойной тонкой оболочки // Известия Саратовского Университета (Н. С.), Серия: Мат. Мех.

Инф. – 2012. – Т. 12 (2). – С. 56–64. DOI: 10.18500/1816-9791-2012-12-2-56-64.

30. Kaplunov J.D., Kossovich I.Yu, Nolde E.V. Dynamics of thin walled elastic bodies. – Academic Press, San Diego, 1988. – P. 226.

31. Болотин В.В., Новичков Ю.Н. Механика многослойных конструкций. – М.: Машиностроение, 1980. – 375 с.

32. Григолюк Э.И., Куликов Г.М. Пути развития теории упругих многослойных пластин и оболочек // Вестник ТГТУ. – 2005. – Т. 11, № 2А. – С. 439–448.

33. Carrera E., Petrolo M. Axiomatic/Asymptotic Method and Best Theory Diagram for Composite Plates and Shells // Encyclopedia of Continuum Mechanics. – Springer, Berlin, Heidelberg, 2020. – P. 143–155. DOI: 10.1007/978-3-662-55771-6_140.

References

1. Cheng Y.F. (Ed.) Stress Corrosion Cracking of Pipelines. John Wiley & Sons, Inc.: Hoboken, TX, Canada, 2013, 275 p.

2. Hardie D., Charles E.A., Lopez A.H. Hydrogen embrittlement of high strength pipeline steels. *Corrosion Science*, 2006, Vol. 48, Issue 12, pp. 4378–4385. doi: 10.1016/j.corsci.2006.02.011.

3. Thanh Tuan Nguyen et al. Environment hydrogen embrittlement of pipeline steel X70 under various gas mixture conditions with in situ small punch tests. *Materials Science and Engineering: A*, 2020, Vol. 781, article 139114. doi: 10.1016/j.msea.2020.139114.

4. Titov A.I., Lun-Fu A.V., Gayvaronskiy A.V., et al. Hydrogen Accumulation and Distribution in Pipeline Steel in Intensified Corrosion Conditions. *Materials*, 2019, 12 (9): 1409. doi: 10.3390/ma12091409.

5. Belyaev A.K., Kudinova N.R., Polyanskiy V.A., Yakovlev Yu.A. Opisanie deformatsii i razrusheniya materialov, soderzhashchih vodorod, s pomoshch'yu reologicheskoy modeli [Description of deformation and fracture of materials containing hydrogen by means of a rheological model] // Nauchno-tehnicheskie vedomosti SPbGPU. Fiziko-matematicheskie nauki. – 2015. – № 3 (225). pp. 134–149. doi: 10.5862/JPM.225.14

6. Yakovlev Yu.A., Polyanskiy V.A., Sedova Yu.S., Belyaev A.K. Modeli vlianiia vodoroda na mekhanicheskie svoystva metallov i splavov [Models of hydrogen influence on the mechanical properties of metals and alloys]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, No.3, pp. 136–160. doi: 10.15593/perm.mech/2020.3.13.

7. Mytsyk B.G., Ivanytskiy Ya.L., Balitskii A.I., Kost' Ya.P., Sakharuk O.M. Study of hydrogen influence on 1020 steel by low deformation method. *Materials Letters*, 2016, Vol. 184, pp. 328–331. doi: 10.1016/j.matlet.2016.08.065.

8. Polyanskiy V.A., Belyaev A.K. (eds). Advances in Hydrogen Embrittlement Study. *Advanced Structured Materials*. Springer, Cham, 2021, XII, 213 p. doi: 10.1007/978-3-030-66948-5.

9. Zhukov V.A. Stress corrosion cracking and electrochemical potential of titanium alloys. *Advances in Mechanical Engineering, LNME*. Published by Springer International Publishing Switzerland, 2015, pp. 137–141.

10. Suranov G.I. Vodorod: razrushenie, iznashivanie, smazka detalei mashin [Hydrogen: Destruction, wear and tear, lubrication of machine parts]. Ukhta, UGTU Publishing House, 2015, 224 p.

11. Nie Y., Kimura Y., Inoue T., et al. Hydrogen embrittlement of a 1500-MPa tensile strength level steel with an ultrafine elongated grain. *Metallurgical and Materials Trans. A*, 2012, Vol. 43, No. 5, pp. 1670–1687.

12. Yagodzinsky Y., Saukkonen T., Andronova E., Rissanen L., Hanninen H. Hydrogen-Induced Cracking of Metastable Austenitic Stainless and High-Strength Carbon Steels. *Effects of*

34. Елисеев В.В. Механика деформируемого твердого тела. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2006. – 231 с.

35. Eliseev V., Vetyukov Yu. Theory of shells as a product of analytical technologies in elastic body mechanics // *Shell Structures: Theory and Applications*. – 2014. – Vol. 3. – P. 81–85.

36. Елисеев В.В., Зиновьева Т.В. Двумерные (оболочечные) и трехмерная модели для упругого тонкостенного цилиндра // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2014. – № 3. – С. 50–70. DOI: 10.15593/perm.mech/2014.3.04.

37. Кармишин А.В., Лясковец В.А., Мяченков В.И., Фролов А.Н. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций. – М.: Машиностроение, 1975. – 376 с.

38. ANSYS Inc. PDF Documentation for Release 16.0

Hydrogen on Materials: Proceedings of the 2008 International Hydrogen Conference, ASM International, Materials Park, 2009, pp. 123–130.

13. Lawrence S.K., Somerday B.P., Ingraham M.D., Bahr D.F. Probing the Effect of Hydrogen on Elastic Properties and Plastic Deformation in Nickel Using Nanoindentation and Ultrasonic Methods. *JOM*, 2018, 70 (7), pp. 1068–1073. doi: 10.1007/s11837-018-2850-z.

14. Müller C., Zamanzade M., Motz C. The Impact of Hydrogen on Mechanical Properties; A New In Situ Nanoindentation Testing Method. *Micromachines*, 2019, 10 (2), p. 114. doi: 10.3390/mi10020114.

15. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Axisymmetric Vibrations of the Cylindrical Shell Loaded with Pointed Masses. *Advances in Mechanical Engineering, MMESE 2020. LNME*. Springer, Cham, 2021, pp. 80–91. doi: 10.1007/978-3-030-62062-2_9.

16. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Axially Symmetric oscillations of circular cylindrical shell with localized mass on Winkler foundation. *APM 2020, LNME*. Springer, Cham, 2022, pp. 245–257. doi: 10.1007/978-3-030-92144-6_19.

17. Filippenko G.V., Wilde M.V. Backwards waves in a cylindrical shell: comparison of 2D shell theories with 3D theory of elasticity. *Proceedings of the International Conference "Days on Diffraction 2018"*, St.-Petersburg, Russia, June 4–8, 2018, pp. 112–117. doi: 10.1109/DD.2018.8553487.

18. Chulkin S.G., Zinovieva T.V. Raschet vlijanija vodoroda na prochnost' morskogo truboprovoda [Calculation of hydrogen influence on the strength of marine pipeline]. *Marine Intellectual Technologies*, 2019, No. 2 (44), Vol. 1, pp. 31–35. doi: 10.13140/RG.2.2.22027.34088.

19. Zinovieva T.V. Vliianie kontsentratsii vodoroda na rastreskivanie truby [Effect of hydrogen concentration on pipe cracking]. *Sovremennoe mashinostroenie: Nauka i obrazovanie: materialy 9-i Mezhdunarodnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii (Modern Mechanical Engineering: Science and Education: Proceedings of the 9th International Scientific and Practical Conference)*. SPb., 2020, pp.196–206. doi: 10.1872/MMF-2020-15.

20. Filippenko G.V., Zinovieva T.V. Analysis of axisymmetric vibrations of a hydrogen weakened pipe in a layered shell model. *Advances in Mechanical Engineering, LNME*. Published by Springer International Publishing Switzerland, 2022, pp. 78–85. doi: 10.1007/978-3-030-91553-7_9.

21. Abarcumjan S.A. Obshchaja teoriya anizotropnykh obolochek [General theory of anisotropic shells]. Moskva, Nauka, 1974, 448p.

22. Kaledin V.O., Aul'chenko S.M., Mitkevich A.B. et al. Modelirovanie statiki i dinamiki obolocheknykh konstruksii iz

kompozitsionnykh materialov [Modeling the statics and dynamics of shell structures made of composite materials]. – M., FIZMATLIT, 2014, 196 p.

23. Carrera E. Theories and finite elements for multilayered, anisotropic, composite plates and shells. *Archives of Computational Methods in Engineering*, 2002, Vol. 9, pp. 87–140. doi: 10.1007/BF02736649.

24. Mantari J.L., Oktem A.S., Soares C.G. Static and dynamic analysis of laminated composite and sandwich plates and shells by using a new higher-order shear deformation theory. *Composite Structures*, 2011, Vol. 94, Issue 1, pp. 37–49. doi: 10.1016/j.compstruct.2011.07.020.

25. Guarino G., Milazzo A., Gulizzi V. Equivalent-Single-Layer discontinuous Galerkin methods for static analysis of multilayered shells. *Applied Mathematical Modelling*, 2021, Vol. 98, pp. 701–721. doi: 10.1016/j.apm.2021.05.024.

26. Qatu M.S., Sullivan R.W., Wang W. Recent research advances on the dynamic analysis of composite shells: 2000–2009. *Composite Structures*, 2010, Vol. 93, Issue 1, pp. 14–31. doi: 10.1016/j.compstruct.2010.05.014.

27. Qatu M.S. *Vibration of Laminated Shells and Plates*. Elsevier Ltd., Amsterdam, 2004, 426 p.

28. Liew K.M., Hu Y.G., Zhao X., Ng T.Y. Dynamic stability analysis of composite laminated cylindrical shells via the mesh-free kp-Ritz method. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 2006, Vol. 196, Issues 1–3, pp. 147–160. doi: 10.1016/j.cma.2006.02.007.

29. Vil'de M.V., Kossovich L.Iu., Shevtsova Iu.V. Asimptoticheskoe integrirovaniye dinamicheskikh uravnenii teorii uprugosti dlia sluchaia mnogoslinoi tonkoi obolochki [Asymptotic integration of dynamic equations of elasticity theory for the case of a multilayered thin shell]. *Izvestiya Saratov University*

(N. S.), *Mat. Mech. Info*, 2012, 12 (2), pp. 56–64. doi: 10.18500/1816-9791-2012-12-2-56-64.

30. Kaplunov J.D., Kossovich I.Yu, Nolde E.V. *Dynamics of thin walled elastic bodies*. Academic Press, San Diego, 1988, 226 p.

31. Bolotin V.V., Novichkov Iu.N. *Mekhanika mnogoslinoikh konstruktssii* [Mechanics of multilayer structures]. M., Mashinostroenie, 1980, 375 p.

32. Grigoliuk E.I., Kulikov G.M. Puti razvitiia teorii uprugikh mnogoslinoikh plastin i obolochek [Ways of developing the theory of elastic multilayered plates and shells]. *TGTU Bulletin*, 2005, Vol. 11, No. 2A, pp. 439–448.

33. Carrera E., Petrolo M. Axiomatic/Asymptotic Method and Best Theory Diagram for Composite Plates and Shells. *Encyclopedia of Continuum Mechanics*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2020, pp. 143–155. doi: 10.1007/978-3-662-55771-6_140.

34. Eliseev V.V. *Mekhanika uprugih tel* [Mechanics of elastic bodies]. SPb., SPbGPU Publishing House, 2003, 336 p.

35. Eliseev V., Vetyukov Yu. Theory of shells as a product of analytical technologies in elastic body mechanics. *Shell Structures: Theory and Applications*, 2014, Vol. 3, pp. 81–85.

36. Eliseev V.V., Zinovieva T.V. Dvumernye (obolochechnye) i trekhmernaia modeli dlia uprugogo tonkostennogo tsilindra [Two-dimensional (shell) and three-dimensional models for an elastic thin-walled cylinder]. *Bulletin of the Perm National Research Polytechnic University. Mechanics*, 2014, No. 3, pp. 50–70. doi: 10.15593/perm.mech/2014.3.04.

37. Karmishin A.V., Liaskovets V.A., Miachenkov V.I., Frolov A.N. *Statika i dinamika tonkostennykh obolochechnykh konstruktssii* [Statics and dynamics of thin-walled shell structures]. M., Mashinostroenie, 1975, 376 p.

38. ANSYS Inc. PDF Documentation for Release 16.0.

Финансирование. Исследование не имело спонсорской поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Financing. The study was not sponsored.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.