

Юрлова, Н.А. Численный анализ вынужденных установившихся колебаний электровязкоупругой системы при совместном воздействии механических и электрических нагрузок / Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2022. – № 4. – С. 67–79. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.4.07

Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V. A numerical analysis of forced steady-state vibrations of an electro-viscoelastic system in case of a joint impact of electrical and mechanical loads. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2022, no. 4, pp. 67-79. DOI: 10.15593/perm.mech/2022.4.07



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2022

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2022.4.07

УДК 539.3

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ВЫНУЖДЕННЫХ УСТАНОВИВШИХСЯ КОЛЕБАНИЙ ЭЛЕКТРОВЯЗКОУПРУГОЙ СИСТЕМЫ ПРИ СОВМЕСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ МЕХАНИЧЕСКИХ И ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ НАГРУЗОК

Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 27 июля 2022 г.
Одобрена: 05 декабря 2022 г.
Принята к публикации:
12 декабря 2022 г.

Ключевые слова:

электровязкоупругость, пьезоэлемент, вынужденные установившиеся колебания, собственные колебания, управление колебаниями, механическое нагружение, электрическое нагружение, численное моделирование.

АННОТАЦИЯ

В рамках данной работы на основе решения задачи о вынужденных установившихся колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел проведена оценка их механического отклика на совместное воздействие механических (силовых, кинематических) и электрических (разность потенциалов, электрический ток) нагрузок в их различной комбинации. Объектом исследования является консольно-заземленная пластина с присоединенным к ее поверхности пьезоэлементом. Пластина выполнена из вязкоупругого материала, механическое поведение которого описывается комплексными динамическими модулями. Материал пьезоэлемента – упругая пьезокерамика. В качестве параметра, характеризующего механический отклик, принята амплитуда вынужденных установившихся колебаний перпендикулярной к поверхности пластины компоненты вектора перемещений свободного торца. Вариационное уравнение движения рассматриваемого объекта формулируется на базе соотношений линейной теории упругости, линейной теории вязкоупругости и уравнений Максвелла для проводящей среды в квазистатическом приближении. Диапазоны изменения значений возбуждающего воздействия для заданных мод при моделировании вынужденных установившихся колебаний объекта выбраны на основе значений собственных частот колебаний, полученных из решения задачи о собственных колебаниях электровязкоупругих тел. Численная реализация поставленной задачи осуществляется в пакете прикладных программ конечно-элементного анализа ANSYS. В результате численных экспериментов установлены характерные особенности зависимости величины механического отклика системы от типа и величины внешних воздействий. Продемонстрировано, что при совместном действии двух нагружающих факторов открываются дополнительные возможности управления величиной механического отклика электровязкоупругой системы.

© ПНИПУ

© Юрлова Наталья Алексеевна – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., e-mail: yurlova@icmm.ru.
Ошмарин Дмитрий Александрович – м.н.с., e-mail: oshmarin@icmm.ru.
Севодина Наталья Витальевна – к.т.н., н.с., e-mail: natsev@icmm.ru.

Nataliia A. Yurlova – CSc in Physics and Mathematics, Associate Professor, Senior Researcher, e-mail: yurlova@icmm.ru

Dmitrii A. Oshmarin – Junior Researcher, e-mail: oshmarin@icmm.ru.

Nataliya V. Sevodina – CSc in Technical Sciences, Researcher, e-mail: natsev@icmm.ru.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

A NUMERICAL ANALYSIS OF FORCED STEADY-STATE VIBRATIONS OF AN ELECTRO-VISCOELASTIC SYSTEM IN CASE OF A JOINT IMPACT OF ELECTRICAL AND MECHANICAL LOADS

N.A. Iurlova, D.A. Oshmarin, N.V. Sevodina

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 27 July 2022
Approved: 05 December 2022
Accepted for publication:
12 December 2022

Keywords:

electroviscoelasticity, piezoelectric element, forced steady vibrations, natural vibrations, vibration control, mechanical impact, electrical impact, numerical modelling.

ABSTRACT

In the current paper an estimation of a mechanical response of a structure on joint mechanical (force and kinematic) and electrical (voltage and current) impacts taking into account different options of their combinations was carried out. A mechanical response was estimated basing on solution to the problem of natural vibrations for piecewise-homogeneous electro-viscoelastic bodies. A cantilever plate with piezoelectric element attached to its surface was chosen as an object under study. The plate was made of viscoelastic material the mechanical properties of which are described using complex dynamic moduli. A piezoelectric ceramic material was chosen as the one for piezoelectric elements. An amplitude of forced steady-state vibrations of a component of displacement vector that is perpendicular to the surface of the plate was chosen as a quantity that characterizes a mechanical response. Variational equation of motion of the object under consideration is formulated based on relations of linear elasticity, linear viscoelasticity and Maxwell's equations for a conducting media in a quasistatic approximation. Ranges of changing of values of excitation impacts for vibration modes taken into account were chosen on the basis of values of natural vibrations frequencies obtained from the solution to natural vibration problem for electro-viscoelastic bodies. Numerical implementation of the stated problem was performed in finite element software package ANSYS. Some characteristic peculiarities of a mechanical response depending on a type and magnitude of external impact were obtained as the result of the carried out numerical experiments. There was demonstrated that in case of joint impact of two loading factors there reveals an additional capability of control a mechanical response of an electro-viscoelastic system.

© PNRPU

Введение

В последние десятилетия технология интеллектуальных (smart) конструкций получила широкое развитие в применении к управлению механическим поведением различных объектов. Для обеспечения необходимых эксплуатационных требований (например, неизменность формы параболической антенны, отсутствие колебаний в отдельных элементах и т.п.) smart-конструкции могут автоматически адаптировать свою реакцию в форме перемещений, напряжений, амплитуды колебаний, резонансных частот и т.п. в зависимости от внешнего воздействия. Особое внимание при ее решении требуют те объекты, эксплуатация которых происходит в условиях сложного или ограниченного доступа к ним (подводные, высокогорные, космические объекты и т.д.).

Возникающие при эксплуатации механических конструкций колебательные процессы в случае динамического внешнего воздействия в некоторых случаях могут быть нежелательными или даже опасными и вызывать сбои, повреждения и шум. Проблема демпфирования колебаний остро стоит для аэрокосмических систем, промышленных изделий, точных инструментов, роботов-манипуляторов и других. Управляемое динамическое поведение особенно важно для спутниковых конструкций, подвергающихся в космосе различным нагрузкам [1; 2]. Кроме этого, в последнее время все

возрастает тенденция уменьшения размеров беспроводной электроники и возрастание потребляемой мощности, увеличение жизнеспособности беспроводных электронных устройств, что делает привлекательным использование в качестве источника питания энергию колебаний, вызываемых внешним воздействием [3]. Это стимулирует интерес исследователей к использованию систем управления динамическими процессами, эффективно работающих без участия оператора и в изменяющихся условиях внешних воздействий.

Создание таких smart-конструкций требует мультидисциплинарного подхода, разработки адекватных математических моделей, описывающих колебания этих систем [4; 5], алгоритмов и методов решения поставленных задач. Интеллектуальные конструкции включают в себя датчики, которые измеряют состояние системы, исполнительные механизмы, которые прикладывают управляющие силы, и элементы обработки сигналов (контроллер), преобразующие измеренные сигналы от датчиков в управляющие сигналы, подаваемые на актуаторы. При этом требуются комбинирование материалов, датчиков и актуаторов, а также систем управления, что значительно усложняет процесс математического моделирования поведения такой системы и поиск параметров, обеспечивающих оптимальные динамические характеристики конструкции: физических, механических, геометрических, электрических [6–8].

Выделяются две основные стратегии управления механическим поведением конструкций: пассивная и активная. Smart-системы, имеющие в своем составе только датчики, которые позволяют вести наблюдение за состоянием конструкции, являются пассивными. В настоящее время внимание исследователей сконцентрировано на двух типах материалах, которые наиболее удобны для использования в качестве датчиков или сенсоров. Это – оптические волокна и пьезоэлектрические материалы.

Для изготовления активных управляемых или реагирующих smart-систем дополнительно к сенсорам необходимы актуаторы или исполнительные механизмы, способные вызывать деформацию основной конструкции заданным образом. В настоящее время в качестве актуаторов применяют: сплавы с памятью формы, пьезоэлектрические материалы, электрострикционные и магнестрикционные материалы, электрореологические жидкости. Обзоры функциональных материалов, используемых в интеллектуальных структурах, даны в работах [9–11].

Способы применения материалов, которые могут выполнять роль актуаторов, можно разделить на две группы: это исполнение некоторых элементов конструкций из таких материалов (секция ферменной конструкции, длиной которой можно управлять) либо встраивание внутрь конструкции (элемент из пьезоматериала, закрепленный на поверхности или встроенный внутрь многослойной конструкции) [12].

Широкое использование пьезоматериалов обусловлено двумя главными причинами. Первая – наличие у пьезоматериалов прямого и обратного пьезоэлектрического эффекта, что позволяет использовать пьезоэлементы как в качестве датчиков, так и в качестве актуаторов [13]. Вторая причина состоит в том, что технологически реализуемая для пьезоматериалов возможность создания электропроводящей поверхности позволяет подключить к smart-конструкции различные варианты электрических цепей [14; 15], реализуя пассивную стратегию управления механическим поведением smart-конструкции.

Наряду с пассивным используется и активный способ управления динамическим поведением конструкций, например, для демпфирования колебаний. Существуют два принципиально различных подхода к активному гашению колебаний или к минимизации отклонений от положения точек конструкции при отсутствии внешнего воздействия любого рода: с обратной связью и с упреждающей адаптивной фильтрацией [14; 16–18].

Alkhatib и Golnaraghi в [16] приводят основательный обзор существующих активных методов управления колебаниями и проблем, связанных с их применением. Fisco и Adeli [17] представляют обзор различных активных и полуактивных систем управления, используемых в основном в гражданских сооружениях. Теории активного управления колебаниями посвящена работа Preumont [18].

Проблема управления механическим поведением smart-конструкций состоит из двух частей: первая связана с решением вопроса об оптимальном распределении датчиков и исполнительных механизмов в системе, а вторая часть заключается в выборе стратегии управления и ее реализации. Gupta et al. в [19] рассмотрели наиболее часто используемые критерии оптимизации размещения датчиков и актуаторов на конструкции. Если распределение внешних возмущений известно заранее, первая проблема может быть решена с помощью метода управления формой. Впервые он был введен Haftka и Adelman [20] для случая квазистационарного воздействия, как в дискретной формулировке, так и в формулировке сплошной среды. Обзор статического и динамического управления формой конструкции с использованием пьезоэлектрических актуаторов приведен в [21; 22], а возможности его практического применения – в [23].

Однако, как правило, внимание исследователей сосредоточено на разработке и реализации закона управления – на получение сигнала, снимаемого с сенсора и подаваемого на актуатор после его усиления. Обзор различных способов активного управления, включая линейный квадратичный, линейный квадратичный гауссовский, нейронные сети и так далее, в применении к гражданскому строительству представлены в [24; 25].

Существует два альтернативных подхода к управлению колебаниями систем с распределенными параметрами. Первый подход – это местное или децентрализованное управление, которое подразумевает, что датчики и актуаторы используются парами, и каждый датчик подключен только к одному соответствующему актуатору, расположенному в той же области механического объекта [26].

Второй подход предполагает независимое управление различными режимами колебаний механического объекта. Он был сформулирован в [27] и получил свое развитие в [28; 29]. Примеры успешного применения модального метода к управлению колебаниями пластин и оболочек с использованием преобразователей PZT и PVDF можно найти в работах Tanaka и Sanada [30], Zenz et al. [31] и других.

Однако факторам, которые могли бы дополнительно способствовать получению требуемого отклика конструкции на управляющее воздействие, исследователями практически не уделяется внимания. Тем не менее, понимая реакцию конструкции на управляющее воздействие, можно снизить требования к аппаратной части, формирующей управляющий сигнал, подаваемый на актуатор, количество требуемых сенсоров и актуаторов и так далее [32–34].

Решению вопросов, которые позволят получить наилучший отклик smart-конструкции на управляющее электрическое воздействие при наличии механического возбудителя колебаний, посвящены исследования, представленные в данной работе.

В статье на основе результатов решения задач о собственных и вынужденных установившихся колебаниях электровязкоупругих тел проведена оценка влияния ряда параметров, характеризующих внешнее электрическое воздействие, прикладываемое к пьезоэлементу, на характеристики механического отклика связанной электромеханической системы в различных условиях.

1. Математическая постановка задачи

Объектом исследования в общем случае является кусочно-однородное тело, объем которого $V = V_1 + V_2 + V_3$ формируется из упругих (V_1), вязкоупругих (V_2) и электроупругих (пьезоэлектрических) (V_3) частей. Принято, что между частями тела идеальный контакт. Поверхность объема $V_3 - S_3^{el}$ частично электродирована (покрыта тонким электропроводящим слоем, толщиной и массой которого можно пренебречь).

На базе соотношений линейной теории упругости, линейной теории вязкоупругости и уравнений Максвелла для проводящей среды в квазистатическом приближении [35] формулируется вариационное уравнение движения рассматриваемого объекта:

$$\int_{V_1} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} + \rho_1 \ddot{u}_i \delta u_i) dV + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} + \rho_2 \ddot{u}_i \delta u_i) dV + \int_{V_3} (\sigma_{ij} \delta \epsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho_3 \ddot{u}_i \delta u_i) dV = \int_{S_3^{el}} q_e \delta \varphi dS + \int_{S_\sigma} p_i \delta u_i dS. \quad (1)$$

Здесь приняты следующие обозначения: D_i, E_i – компоненты векторов индукции электрического поля и напряженности электрического поля; σ_{ij} – компоненты симметричного тензора напряжений Коши, ϵ_{ij} и u_i – компоненты линейного тензора деформаций и вектора перемещений; ρ_1, ρ_2, ρ_3 – удельные плотности материалов упругих, вязкоупругих и пьезоэлектрических частей; S_σ – поверхность кусочно-однородного тела, на которой заданы компоненты вектора поверхностных усилий p_i ; φ – электрический потенциал, q_e – поверхностная плотность свободных зарядов на электродированной поверхности S_3^{el} .

Физические соотношения для анизотропной упругой части V_1 кусочно-однородного тела V описываются обобщенным законом Гука

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}. \quad (2)$$

где C_{ijkl} – компоненты тензора упругих свойств материала ($i, j, k, l = 1, 2, 3$).

Для вязкоупругой части кусочно-однородного тела V_2 физические соотношения линейной наследственной теории вязкоупругости имеют вид интегральных операторов [36]:

$$s_{ij}(t) = 2G_0 \left(e_{ij} - \int_0^t H(t-\tau) e_{ij}(\tau) d\tau \right), \quad (3)$$

$$\sigma(t) = B_0 \left(\vartheta - \int_0^t F(t-\tau) \vartheta(\tau) d\tau \right).$$

Здесь введены следующие обозначения: G_0, B_0 – мгновенные сдвиговой модуль и модуль объемного сжатия; H, F – ядра релаксации; $\vartheta(t)$ – объемная деформация; $e_{ij}(t)$ – компоненты девиаторной части тензора деформаций, $\sigma(t)$ – среднее напряжение, $s_{ij}(t)$ – компоненты девиаторной части тензора напряжений как функции времени t .

В задачах о вынужденных установившихся колебаниях физические соотношения (3) могут быть выражены через комплексные динамические модули [36]:

$$s_{ij} = 2\tilde{G}e_{ij}, \quad \sigma = \tilde{B}\vartheta,$$

$$\tilde{G} = G_{Re} + iG_{Im} = G_{Re} \left(1 - i \frac{G_{Im}}{G_{Re}} \right) = G_{Re} (1 - i\delta_g), \quad (4)$$

$$\tilde{B} = B_{Re} + iB_{Im} = B_{Re} \left(1 - i \frac{B_{Im}}{B_{Re}} \right) = B_{Re} (1 - i\delta_b),$$

где \tilde{G}, \tilde{B} – комплексные динамические сдвиговой модуль и модуль объемного сжатия, в общем случае являющиеся функциями частоты колебаний Ω ; δ_g, δ_b – соответствующие тангенсы углов механических потерь.

Выражения для действительных и мнимых частей комплексных модулей $G_{Re}, B_{Re}, G_{Im}, B_{Im}$ имеют вид:

$$G_{Re} = G_0 \left(1 - \int_{-\infty}^t H(\tau) \cos(\Omega\tau) dt \right), \quad (5)$$

$$G_{Im} = G_0 \int_{-\infty}^t H(\tau) \sin(\Omega\tau) dt,$$

$$B_{Re} = B_0 \left(1 - \int_{-\infty}^t F(\tau) \cos(\Omega\tau) dt \right), \quad (6)$$

$$B_{Im} = B_0 \int_{-\infty}^t F(\tau) \sin(\Omega\tau) dt.$$

Для пьезоэлектрической части V_3 физические соотношения

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ij} &= C_{ijkl} \epsilon_{kl} - \beta_{ijk} E_k \\ D_k &= \beta_{ijk} \epsilon_{ij} + \varepsilon_{ki} E_i \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

где β_{ijk} и ε_{ki} – компоненты тензоров пьезоэлектрических и диэлектрических коэффициентов.

В связанных задачах электровязкоупругости для получения единственности решения система уравнений (1)–(7) должна замыкаться как механическими, так и электрическими граничными условиями.

Механические граничные условия:

$$S_\sigma : \sigma_{ij} n_j = p_i, \quad S_u : u_i = U_i \quad (8)$$

где S_σ и S_u – части поверхности тела объема V , на которых заданы компоненты тензора напряжений σ_{ij} и вектора перемещений U_i , n_j – компоненты вектора единичной нормали к поверхности S_σ .

Граничные условия по компонентам электрического поля:

$$\text{для } S_3^{nel} : \int_{S_3^{nel}} (n_j D_j) dS = 0, \quad \text{для } S_3^{el} : \varphi = \Phi, \quad (9)$$

где S_3^{nel} – неэлектропроводная, а S_3^{el} – электропроводная части поверхности объема V_3 [35]. В связанных задачах электровязкоупругости на части электропроводной поверхности S_3^{el} , как правило, задается нулевой электрический потенциал $\varphi = 0$, что имеет смысл заземления. Тогда значение электрического потенциала $\varphi = \Phi$, заданное на другой части электропроводной поверхности S_3^{el} , будет иметь смысл разности потенциалов.

Решение задачи о собственных колебаниях кусочно-однородного электро-вязкоупругого тела V отыскивается в виде

$$\bar{u}(x, t) = \bar{u}_0(x) e^{i\omega t}, \quad (10)$$

а в задаче о вынужденных установившихся колебаниях –

$$\bar{u}(x, t) = \bar{u}_0(x) e^{i\Omega t}. \quad (11)$$

Здесь $\bar{u}_0(x) = \{u_1(x_1, x_2, x_3), u_2(x_1, x_2, x_3), u_3(x_1, x_2, x_3), \varphi(x_1, x_2, x_3)\}$ – обобщенный вектор состояния, содержащий как компоненты механических перемещений u_1, u_2, u_3 , так и компоненту электрического потенциала φ ; ω – круговая комплексная собственная частота колебаний $\omega = \omega_{Re} + i\omega_{Im}$, при этом ω_{Re} соответствует собственной частоте колебаний, ω_{Im} характеризует скорость затухания колебаний, Ω – круговая частота внешнего возбуждения.

Более подробно математическая постановка задачи представлена в работе [37]. Численная реализация поставленной задачи осуществляется в пакете прикладных программ конечно-элементного анализа ANSYS.

2. Объект исследований

В качестве объекта исследования принята консольно-защемленная прямоугольная пластина с размерами: длина $l_l = 500$ мм, ширина $b_l = 60$ мм, толщина $h_l = 2$ мм (рис. 1). К поверхности пластины присоединен прямоугольный пьезоэлемент длиной $l_p = 50$ мм, шириной

$b_p = 20$ мм и толщиной $h_p = 0,3$ мм. Верхняя и нижняя поверхности пьезоэлемента электропроводны. Центр масс пьезоэлемента смещен на 55 мм от заделки и расположен на продольной оси симметрии пластины. Расположение пьезоэлемента выбрано таким образом, чтобы на трех первых изгибных модах колебаний пластинки обеспечить близкие уровни доли механической энергии, преобразованной в электрическую (или значения коэффициентов электромеханической связи) [34; 38].

В рамках данной работы под механическим откликом понимается резонансное значение амплитуды компоненты вектора перемещений u_z свободного конца пластины при вынужденных установившихся колебаниях.

Принято, что материал пластины обладает вязкоупругими свойствами, описываемыми комплексными динамическими модулями сдвига и объемного сжатия, действительные компоненты которых равны соответственно $G_{Re} = 6,71 \cdot 10^8$ Па, $B_{Re} = 3,33 \cdot 10^{10}$ Па, а мнимые – $G_{Im} = 6,71 \cdot 10^7$ Па, $B_{Im} = 0$. Удельная плотность материала $\rho_{el} = 1190$ кг/м³.

Пьезоэлемент выполнен из пьезокерамики ЦТС-19, поляризованной в направлении оси z , с физико-механическими характеристиками, которые приведены в [34]. На электропроводные поверхности пьезоэлемента подается электрический сигнал с заданными характеристиками разности потенциалов или силы тока.

Прежде чем перейти к анализу механического отклика рассматриваемой системы на внешнее воздействие в режиме вынужденных установившихся колебаний, необходимо определить значения ее собственных частот колебаний в режимах «холостого хода» (open circuit, $f_{o/c} = \omega_{o/c} / 2\pi$) и «короткого замыкания» (short circuit, $f_{s/c} = \omega_{s/c} / 2\pi$), которые задаются путем изменения электрических граничных условий на электропроводных поверхностях пьезоэлемента и являются предельными случаями его работы [35].

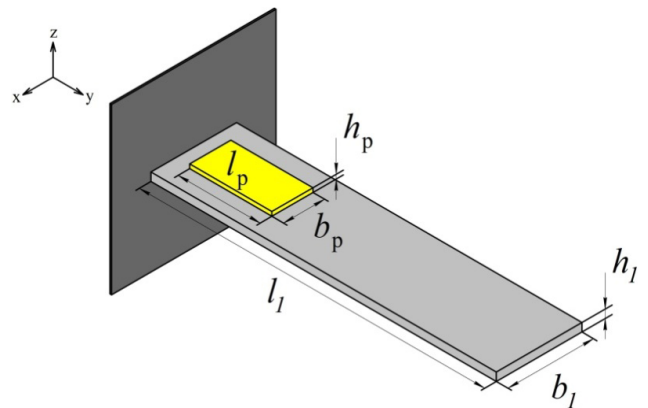


Рис. 1. Расчетная схема пластины с расположенным на ее поверхности пьезоэлементом

Fig. 1. Computational sketch for the plate with a piezoelectric element located on its surface

С этой целью решается задача о собственных колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел в постановке, приведенной в [37]. При этом значения механических и электрических граничных условий (8)–(9) принимаются нулевыми, а в уравнении (1) поверхностные интегралы с величинами p_i и q_e будут отсутствовать:

$$\int_{V_1} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho_1 \ddot{u}_i \delta u_i) dV + \int_{V_2} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \rho_2 \ddot{u}_i \delta u_i) dV + \int_{V_3} (\sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} - D_i \delta E_i + \rho_3 \ddot{u}_i \delta u_i) dV = 0. \quad (12)$$

Для расчета собственных частот колебаний примем, что материал пластины упругий, то есть мнимые части комплексных динамических модулей материала равны нулю $G_{\text{lm}} = B_{\text{lm}} = 0$. Данное допущение справедливо, поскольку это существенно не влияет на изменение частотных характеристик системы (действительных частей собственных частот колебаний), как показано в [36], но при этом значительно сокращается время счета.

Полученные значения собственных частот колебаний позволят корректно выбрать диапазоны изменения значений возбуждающего воздействия для заданных мод при моделировании вынужденных установившихся колебаний объекта.

Далее на основе полученных значений собственных частот колебаний определяются значения коэффициента электромеханической связи K , характеризующего долю преобразованной механической энергии соответствующей моды колебаний в электрическую и наоборот [38]:

$$K = \sqrt{\frac{f_{o/c}^2 - f_{s/c}^2}{f_{s/c}^2}}. \quad (13)$$

Знание значений коэффициентов электромеханической связи для заданных мод колебаний позволяет качественно оценить, насколько эффективно возможно осуществлять управление динамическими характеристиками конструкций путем использования электрических свойств пьезоэлемента (присоединением к нему электрической цепи, подачей электрического сигнала на его электродированные поверхности и т.д.). При этом нулевое значение K свидетельствует, что на данной моде колебаний не происходит преобразования механической энергии в электрическую, т.е. пьезоэлемент при деформировании не проявляет своих пьезоэлектрических свойств. В результате подача электрического сигнала на пьезоэлемент на такой моде колебаний не вызовет механического отклика рассматриваемой системы. Моды колебаний, для которых коэффициент электромеханической связи принимает нулевые значения, называются несвязанными, а моды, для которых $K > 0$, – связанными.

Собственные частоты колебаний и коэффициенты электромеханической связи для первых пяти мод колебаний

Natural vibration frequencies and corresponding electromechanical coupling coefficients for the first five vibration modes

Номер моды колебаний	$f_{o/c}$, Гц	$f_{s/c}$, Гц	K
1	1,962	1,959	0,048
2	12,006	11,991	0,050
3	27,078	27,078	0
4	32,956	32,915	0,050
5	51,137	51,137	0

В табл. 1 приведены значения собственных частот колебаний при режимах короткого замыкания (s/c) и холостого хода (o/c) для первых пяти мод и соответствующие значения коэффициентов электромеханической связи K .

Полученные результаты выявили, что из первых пяти мод колебаний пластинки несвязанными являются третья и пятая моды, и в дальнейшем они не рассматриваются.

3. Исследование механического отклика системы на электрическое воздействие

Рассмотрим три связанные моды колебаний (первая, вторая, четвертая) пластинки, выполненной из вязкоупругого материала, с расположенным на ее поверхности пьезоэлементом, при:

– двух вариантах механического нагружения системы: кинематический (действуют изменяющиеся по гармоническому закону перемещения U , приложенные к заземленному концу пластины) и силовой (к свободному концу пластины приложена изменяющаяся по гармоническому закону сосредоточенная сила F);

– двух вариантах электрического нагружения, приложенного к электродированным поверхностям пьезоэлемента: напряжение V или ток I , которые изменяются по гармоническому закону.

Вязкоупругие свойства материала пластины приняты следующими: $G_{\text{Re}} = 6,71 \cdot 10^8$ Па, $B_{\text{Re}} = 3,33 \cdot 10^{10}$ Па, $G_{\text{Im}} = 6,71 \cdot 10^7$ Па, $B_{\text{Im}} = 3,33 \cdot 10^9$ Па (соответствуют характеристикам усиленного полиуретана марки Ellastolan).

На основе решения задачи о вынужденных установившихся колебаниях (1)–(10) были получены зависимости резонансных значений амплитуд при различных вариантах нагружения.

В качестве величины, характеризующей механический отклик системы, выбрано отношение u_z / u_{stat} , где u_z – резонансное значение амплитуды компоненты перемещений u_z свободного конца балки при вынужденных колебаниях, u_{stat} – величина компоненты u_z вектора

перемещений свободного конца балки при приложении к нему статической силы $\vec{F} = \{0, 0, 1\}$ Н.

На основе результатов численных экспериментов определены значения величин нагружающих факторов, при которых достигается одинаковый уровень механического отклика рассматриваемой конструкции (опорный механический отклик). В качестве опорной величины механического отклика в данной работе принято значение $u_z/u_{stat} = 10^{-3}$, которое для первой моды колебаний наблюдается при следующих значениях нагружающих факторов, действующих отдельно: $u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м, $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н, $U = 12,3$ В, $I = 6,55 \cdot 10^{-6}$ А. Для дальнейших расчетов используются данные значения величин нагрузок.

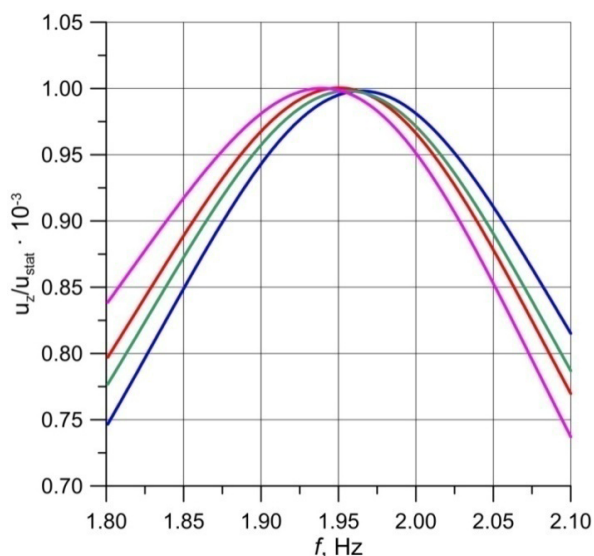


Рис. 2. Амплитудно-частотные характеристики в области первого резонанса при кинематическом (синяя линия) и силовом (красная) нагружении конструкции, а также приложенным к пьезоэлементу разности потенциалов (зеленая линия) и силы тока (розовая)

Fig. 2. Frequency response plots in the vicinity of the first resonance in case of applied kinematic load (blue line) and force load (red line) applied to the structure and potential difference load (green line) and current load (purple line) applied to the piezoelectric element

Таблица 2/Table 2

Резонансные частоты и амплитудные значения механического отклика при действии различных нагружающих факторов

Resonance frequencies and amplitude values of the mechanical response in case of action of different loading factors

Нагрузка	$u_z/u_{stat} \cdot 10^{-3}$	Резонансная частота f_{res} , Гц
$u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м	0,997	1,966
$F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н	1,006	1,950
В	0,996	1,956
$I = 6,55 \cdot 10^{-6}$ А	1,002	1,938

На рис. 2 приведены амплитудно-частотные характеристики (АЧХ) в области первого резонанса в случае, когда на систему действует только один нагружающий фактор: кинематический (синяя линия), силовой (красная), приложенная к пьезоэлементу разность потенциалов (зеленая линия) или сила тока (розовая).

По оси абсцисс откладываются значения частоты внешнего возбуждения $f = \Omega / 2\pi$ в Гц. В табл. 2 приведены значения резонансных частот и соответствующие им значения механического отклика системы. Результаты, представленные на рис. 2 и в табл. 2, были получены при задании на пьезоэлементе электрических граничных условий, соответствующих режиму short circuit.

Согласно данным, приведенным в табл. 1, значение собственной частоты колебаний системы в режиме short circuit, на которой реализуется первая мода, вычисленное без учета вязкоупругие свойств материала пластинки, составляет $f_{s/c} = 1,959$ Гц. Сравнивая данное значение с результатами, приведенными в третьем столбце табл. 2, можно увидеть, что учет вязкоупругих свойств материала пластины приводит к сдвигу резонансной частоты колебаний f_{res} от данного значения, максимум которого составляет 1,07 %.

4. Управление механическим откликом при совместном действии электрического и механического нагружений

В рамках следующей серии вычислительных экспериментов было проведено моделирование работы системы в режиме вынужденных установившихся колебаний при действии на систему совместно двух нагружающих факторов: механического и электрического. При этом величина механического воздействия была фиксированной, а величина электрического воздействия изменялась в пределах следующих диапазонов: $V = [1 \cdot 10^{-1}; 9 \cdot 10^2]$ В; $I = [1 \cdot 10^{-5}; 9 \cdot 10^{-1}]$ А.

Целью данной серии вычислительных экспериментов было показать возможности управления механическим откликом системы путем подачи на пьезоэлементы электрического воздействия, а также оценить, при каких условиях можно достигнуть минимальной величины механического отклика системы при действии двух нагружающих факторов.

Совместное действие на систему двух нагружающих факторов открывает дополнительную возможность управления механическим откликом системы за счет изменения угла сдвига фаз α между действующими нагрузками. В силу того, что мы рассматриваем гармонические колебания, наибольший эффект от влияния второго нагружающего фактора достигается в двух случаях: $\alpha = 0$ (нагрузки действуют синфазно) и $\alpha = 180$ (нагрузки действуют в противофазе). В первом случае предполагается рост уровня механического отклика, а во втором – снижение. В силу линейности используемой

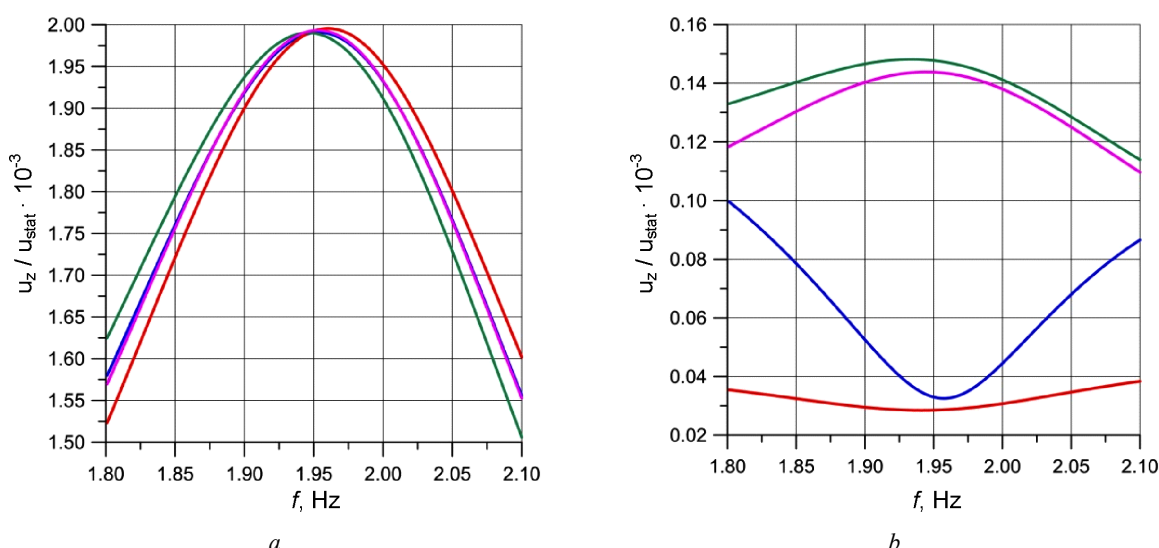


Рис. 3. Амплитудно-частотные характеристики в области первого резонанса при совместном действии двух нагружающих факторов, совпадающих по фазе (a) и действующих в противофазе (b)

Fig. 3. Frequency response plots in the vicinity of the first resonance in case of applying a joint impact acting in the coincident phase (a) and in the opposite phase (b)

Таблица 3/Table 3

Амплитудные значения механического отклика при действии различных комбинаций нагружающих факторов

Amplitude values of the mechanical response in case of the action of various combinations of loading factors

Нагрузки (действуют синфазно)	u_z / u_{stat} (рис. 3, a)	f_{res} , Гц	Нагрузки (действуют в противофазе)	u_z / u_{stat} (рис. 3, b)	f_{res} , Гц
$u_z^0, +U$	$1,996 \cdot 10^{-3}$	1,954	$u_z^0, -U$	$0,028 \cdot 10^{-3}$	1,957
$u_z^0, +I$	$1,991 \cdot 10^{-3}$	1,960	$u_z^0, -I$	$0,033 \cdot 10^{-3}$	1,941
$F_z, +U$	$1,993 \cdot 10^{-3}$	1,946	$F_z, -U$	$0,144 \cdot 10^{-3}$	1,935
$F_z, +I$	$1,990 \cdot 10^{-3}$	1,953	$F_z, -I$	$0,148 \cdot 10^{-3}$	1,944

математической постановки можно ожидать, что результирующая величина механического отклика будет являться суммой величин механического отклика от действия каждого из нагружающих факторов.

На рис. 3 приведены АЧХ в области резонансных частот, соответствующих первой моде колебаний, в случаях, когда рассматриваемые комбинации нагружающих факторов совпадают по фазе (рис. 3, a), и когда они действуют в противофазе (рис. 3, b). Синим цветом на рис. 3 обозначены кривые для схемы нагружения, соответствующей действию на систему перемещений u и тока I , красным – для схемы, соответствующей действию на систему перемещений u и разности потенциалов V , зеленым – для схемы, соответствующей действию на систему силы F и тока I , розовым – для схемы, соответствующей действию на систему силы F и разности потенциалов V .

В табл. 3 приведены численные значения максимальных показателей амплитуды колебаний, соответствующие результатам, представленным на рис. 3. Их

анализ показывает, что для выбранных значений нагружающих факторов минимальный уровень механического отклика достигается в случае, когда нагрузки действуют в противофазе, а максимальный – когда они действуют синфазно.

Однако, несмотря на линейную зависимость механического отклика от каждой из нагрузок по отдельности, свойство аддитивности механических откликов от совместного действия разных нагрузок в точности не выполняется.

Одной из причин подобного поведения может являться тот факт, что максимальные значения перемещений при действии различных нагружающих факторов достигаются при разных значениях частоты внешнего возбуждения. Тем не менее с поправкой на точность определения параметров нагружающих факторов, а также точность определения АЧХ, которая определяется величиной шага по частоте, можно сделать вывод, что в случае синфазного действия нагружающих факторов величина механического отклика относительно величины, наблюдаемой при воздействии только одного фактора, увеличивается пропорционально величине механического отклика от действия второго нагружающего фактора.

При этом с теми же допущениями относительно точности можно резюмировать, что в случае, когда нагрузки действуют в противофазе, можно добиться снижения амплитуды колебаний более чем на порядок относительно величины, наблюдаемой при действии только одного из факторов.

Далее оценим зависимость механического отклика системы от величины одного из электрических нагружающих факторов (разности потенциалов или силы тока) при постоянном значении второго, механического фактора.

При значении механических нагрузок $u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м, $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н значения электрических нагрузок изменялись

в пределах следующих диапазонов: $I = [1 \cdot 10^{-7}; 9 \cdot 10^{-5}]$ А, $U = [1; 900]$ В. Данные диапазоны электрического сигнала были выбраны таким образом, чтобы понять, каким образом изменяется механический отклик системы относительно уже известных значений, приведенных на рис. 3 и в табл. 3.

На рис. 4 в логарифмических координатах приведены кривые зависимости величины механического отклика пластины от величины приложенной к пьезоэлементу силы тока (рис. 4, а) и разности потенциалов (рис. 4, б) в случае, когда совместно с электрической нагрузкой к системе приложено кинематическое возбуждение в виде смещения заделки с амплитудой

$u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м для первой моды колебаний. Красным цветом на рис. 4 обозначены кривые для случая, когда рассматриваемые нагружающие факторы совпадают по фазе, синим – когда они действуют в противофазе. Черной пунктирной линией на рис. 4 обозначена величина механического отклика от действия только кинематического нагружения.

Аналогичные кривые для первой моды колебаний были получены для случая совместного действия силовой и электрической нагрузок при фиксированном значении амплитуды силового воздействия $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н, которые представлены на рис. 5. Цветовое обозначение совпадает с принятым в рис. 4.

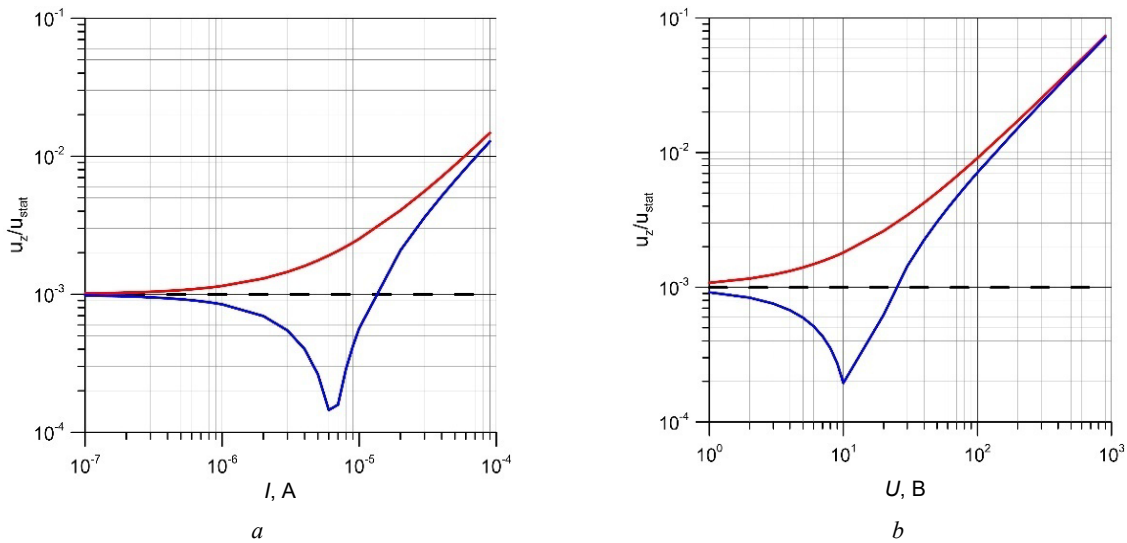


Рис. 4. Кривые зависимости величины механического отклика пластины от величины приложенной к пьезоэлементу силы тока (а) и разности потенциалов (б) при фиксированной величине кинематического нагружения $u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м

Fig. 4. Relationship of the value of the mechanical response of the plate on the value of the current applied to the piezoelectric element (a) and the potential difference (b) at a fixed value of the kinematic loading $u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ m

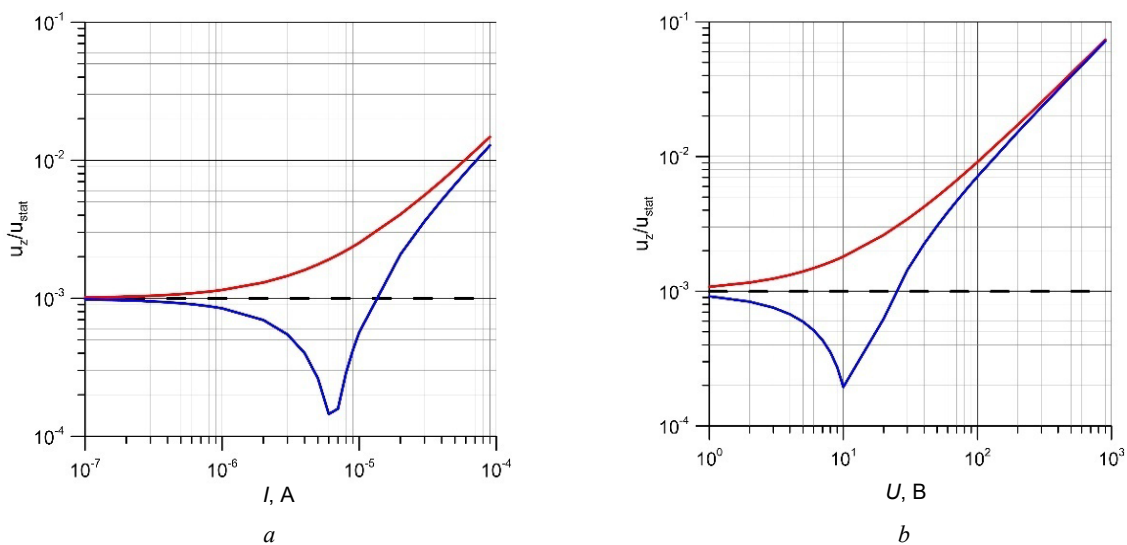


Рис. 5. Кривые зависимости величины механического отклика пластины от величины приложенной к пьезоэлементу силы тока (а) и разности потенциалов (б) при фиксированной величине силового нагружения $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н

Fig. 5. Relationship of the value of the mechanical response of the plate on the value of the current applied to the piezoelectric element (a) and the potential difference (b) at a fixed value of the force loading $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ N

Приведенные на рис. 4 и 5 результаты показали, что при совместном действии механической и электрической нагрузок кривые механического отклика в зависимости от величины электрической нагрузки ведут себя одинаково при фиксированных значениях параметров силового и кинематического нагружения. Более того, продемонстрировано, что оптимальные значения параметров электрической нагрузки, при которых достигается минимальная величина механического отклика, имеют одинаковые значения как для фиксированного силового, так и для кинематического воздействий.

Таким образом, с учетом того, что при выбранных значениях механических нагрузок $u_z^0 = 5 \cdot 10^{-5}$ м и $F_z = 2 \cdot 10^{-4}$ Н достигается примерно одинаковый уровень механического отклика, можно сделать вывод, что величина оптимальных параметров электрического сигнала не зависит от вида механического нагружения (кинематическое или силовое), а зависит только от величины механического отклика, который наблюдается при действии только механической нагрузки и который требуется либо усилить, либо компенсировать приложением электрической нагрузки.

Анализ результатов, представленных на рис. 4 и 5, показывает, что минимальная величина механического отклика системы при совместном действии двух нагружающих факторов (механического и электрического) наблюдается в случае, когда величина механического отклика системы при действии только механической нагрузки совпадает с величиной механического отклика при действии только электрической нагрузки, и эти нагрузки действуют в противофазе.

Аналогичные серии вычислительных экспериментов также были проведены для второй и четвертой мод колебаний. Результаты, полученные для этих мод колебаний, подтверждают выводы о характере влияния различных нагружающих факторов и их комбинаций на величину механического отклика системы, сделанные для первой моды. Таким образом, проведенные серии

расчетов показали, как можно осуществлять управление механическим откликом системы путем изменения параметров электрического воздействия, подаваемого на пьезоэлемент.

Заключение

В рамках данной работы на примере консольно-защемленной пластины проведено исследование влияния на механический отклик системы величины приложенного механического или электрического внешнего воздействий в их различной комбинации.

В результате численных экспериментов на основе решения задачи о вынужденных установившихся колебаниях кусочно-однородных электровязкоупругих тел установлен ряд характерных особенностей зависимости механического отклика системы от величины приложенного механического или электрического внешнего воздействий в их различной комбинации.

Показано, что при совместном действии на рассматриваемую систему механической и электрической нагрузок путем изменения величины приложенной разности потенциалов, а также угла сдвига фаз между механической и электрической нагрузками можно достаточно эффективно управлять степенью механического отклика конструкции, как увеличивая, так и уменьшая амплитуду колебаний.

Установлено, что результирующий механический отклик системы при совместном действии двух нагружающих факторов обладает свойством аддитивности ее механических откликов на действие каждого из факторов по отдельности. Продemonстрировано, что минимальной величины механического отклика системы при совместном действии двух нагружающих факторов можно добиться в случае, когда величины механического отклика от действия каждого из факторов по отдельности совпадают, но при этом нагрузки действуют в противофазе.

Полученные результаты могут являться основой для разработки алгоритмов решения задач управления динамическим поведением электровязкоупругих конструкций.

Библиографический список

1. Nye T.W., Manning R.A., Qassim K. Performance of active vibration control technology: the ACTEX flight experiments // *Smart Materials and Structures*. – 1999. – Vol. 8. – P. 767–780. DOI: 10.1088/0964-1726/8/6/306
2. Crawley E.F., Louis J. Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures // *AIAA Journal*. – 1987. – Vol. 25, no. 10. – P. 1373–1385. DOI: 10.2514/3.9792
3. Kajiwaru I., Uchiyama T., Arisaka T. Vibration Control of Hard Disk Drive with Smart Structure Technology for Improving Servo Performance // *Journal of System Design and Dynamics*. – 2009. – Vol. 3, iss. 6. – P. 906–917. DOI: 10.1299/jsdd.3.906
4. Ватульян А.О., Настеров С.А. Динамическая задача термомеханопругости для функционально-градиентного слоя // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2017. – Т. 10, № 2. – С. 117–126. DOI: 10.7242/1999-6691/2017.10.2.10
5. Моделирование гармонических колебаний и определение резонансных частот полосового пьезоэлектрического актуатора методом конечных элементов высокого порядка точности / М.В. Голуб, А.Н. Шпак, I. Bueche, С.Р. Fritzen // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2015. – Т. 8, № 4. – С. 397–407. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.34
6. Experimental study of local and modal approaches to active vibration control of elastic systems / A.K. Belyaev, A.V. Fedotov, H. Irschik, M. Nader, V.A. Polyanskiy, N.A. Smirnova // *Structural Control and Health Monitoring*. – 2017. – Art. No. e2105. DOI: 10.1002/stc.2105
7. Active vibration control in specific zones of smart structures / P. Wang, A. Korniienko, X. Bombois, M. Collet, G. Scorletti, E. Skow, C. Wang, K. Colin // *Control Engineering Practice*. – 2019. – Vol. 84. – P. 305–322. DOI: 10.1016/j.conengprac.2018.12.005

8. Численный алгоритм поиска компоновок электроупругих тел с внешними электрическими цепями для получения наилучших демпфирующих характеристик / Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина, М.А. Юрлов // Вестник ПНИПУ. Механика. – 2020. – № 3. – С. 108–124. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.11
9. Tani J., Takagi T., Qiu J. Intelligent Material Systems: Application of Functional Materials // Applied Mechanics Reviews. – 1998. – Vol. 51, iss. 8. – P. 505–521. DOI: 10.1115/1.3099019
10. Smart materials in architecture for actuator and sensor applications: A review / M. Sobczyk, S. Wiesenhütter, J.R. Noenig, T. Wallmersperger // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2022. – Vol. 33, iss. 3. – P. 379–399. DOI: 10.1177/1045389X211027954
11. Yu K., Liu Y., Leng J. Conductive Shape Memory Polymer Composite Incorporated with Hybrid Fillers: Electrical, Mechanical, and Shape Memory Properties // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2011. – Vol. 22. – P. 369–379. DOI: 10.1177/1045389x11401452
12. A review on modeling techniques of piezoelectric integrated plates and shells / S.-Q. Zhang, G.-Z. Zhao, M.N. Rao, R. Schmidt, Y.-J. Yu // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2019. – Vol. 30, iss. 8. – P. 1133–1147. DOI: 10.1177/1045389x19836169
13. Shivashankar P., Gopalakrishnan S. Review on the use of piezoelectric materials for active vibration, noise, and flow control // Smart Materials and Structures. – 2020. – Vol. 29, iss. 5. – Art. No. 053001. DOI: 10.1088/1361-665x/ab7541
14. Moheimani S.O.R., Fleming A.J. Piezoelectric transducers for vibration control and damping. – London: Springer, 2006. – 276 p. DOI: 10.1007/1-84628-332-9
15. Niederberger D., Morari M. An autonomous shunt circuit for vibration damping // Smart Materials and Structures. – 2006. – Vol. 15. – P. 359–364. DOI: 10.1088/0964-1726/15/2/016
16. Alkhatib R., Golnaraghi M.F. Active Structural Vibration Control: A Review // The Shock and Vibration Digest. – 2003. – Vol. 35 (5). – P. 367–383 DOI: 10.1177/05831024030355002
17. Fisco N.R., Adeli H. Smart structures: Part I-Active and semi-active control // Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Mechanical Engineering (IJSTM), 2011. – Vol. 18, iss. 3. – P. 275–284. DOI: 10.1016/j.scient.2011.05.034
18. Preumont A. Vibration Control of Active Structures: An Introduction. 3rd ed. – Springer-Verlag: Berlin, 2011. – 444 p. DOI: 10.1007/978-94-007-2033-6
19. Gupta V., Sharma M., Thakur N. Optimization Criteria for Optimal Placement of Piezoelectric Sensors and Actuators on a Smart Structure: A Technical Review // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2010. – Vol. 21, iss. 8. – P. 1227–1243. DOI: 10.1177/1045389X10381659
20. Hafika R.T., Adelman H.M. An analytical investigation of shape control of large space structures by applied temperatures // AIAA Journal. – 1985. – Vol. 23, no. 3. – P. 450–457. DOI: 10.2514/3.8934
21. Irschik H. A review on static and dynamic shape control of structures using piezoelectric actuation // Engineering Structures. – 2002. – Vol. 24, iss.1 – P. 5–11. DOI: 10.1016/S0141-0296(01)00081-5
22. Active shape control of an antenna reflector using piezoelectric actuators / X. Song, S. Tan, E. Wang, S. Wu, Z. Wu // Journal of Intelligent Material Systems and Structures. – 2019. – Vol. 30, iss. 18–19. – P. 2733–2747. DOI: 10.1177/1045389x19873422
23. Nader M. Compensation of Vibrations in Smart Structures: Shape Control, Experimental Realization and Feedback Control // Trauner Verlag: Linz, Austria. – 2008. – 328 p.
24. Fisco N.R., Adeli H. Smart structures: Part II-Hybrid control systems and control strategies // Scientia Iranica. – 2011. – Vol. 18, iss. 3. – P. 285–295. DOI: 10.1016/j.scient.2011.05.035
25. Design and Robust Optimal Control of Smart Beams with Application on Vibrations Suppression / G.E. Stavroulakis, G. Foutsitzi, V. Hadjigeorgiou, D. Marinova, C.C. Baniotopoulos // Advances in Engineering Software. – 2005. – Vol. 36. – P. 806–813. DOI: 10.1016/j.advengsoft.2005.03.024
26. Elliott S.J., Serrand M., Gardonio P. Feedback Stability Limits for Active Isolation Systems with Reactive and Inertial Actuators // Journal of Vibration and Acoustics. – 2001. – Vol. 123, Iss. 2. – P. 250–261. DOI: 10.1115/1.1350822
27. Gould L.A., Murray-Lasso M.A. On the modal control of distributed systems with distributed feedback // IEEE Trans. Autom. Control. – 1966. – Vol. 11, iss. 4. – P. 729–737. DOI: 10.1109/TAC.1966.1098463
28. Shih Y.P., Chu C.K. On optimal feedback control of a class of linear distributed systems // Journal of Optimization Theory and Applications. – 1975. – Vol. 16. – P. 327–338. DOI: 10.1007/BF01262939
29. Meirovitch L. Dynamics and Control of Structures. – Wiley: New York, 1991. – 448 p.
30. Tanaka N., Sanada T. Modal control of a rectangular plate using smart sensors and smart actuators // Smart Materials and Structures. – 2006. – Vol. 16, iss. 1. – P. 36–46. DOI: 10.1088/0964-1726/16/1/004
31. Design of piezoelectric transducer arrays for passive and active modal control of thin plates / G. Zenz, W. Berger, J. Gerstmayr, M. Nader, M. Krommer // Smart Structures and Systems. – 2013. – Vol. 12, iss. 5. – P. 547–577. DOI: 10.12989/SSS.2013.12.5.547
32. Деформирование пластины расположенными на ее поверхности пьезоэлементами / Н.А. Юрлова, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина, И.Е. Ковалев // Вычислительная механика сплошных сред. – 2019. – № 4. – С. 415–426. DOI: 10.7242/1999-6691/2019.12.4.35
33. Controlling the Vibration Amplitude of a System with a Piezoelectric Element by Applying an Electric Voltage to it / D.A. Oshmarin, M.A. Iurlov, N.A. Iurlova, N.V. Sevodina // Journal of Physics: Conference Series. – 2021. – Vol. 1945. – Art. No 012045. doi: 10.1088/1742-6596/1945/1/012045
34. Numerical analysis of influence of an active electric impact on a mechanical response of an electro-viscoelastic structure / M.A. Iurlov, N.V. Sevodina, D.A. Oshmarin, N.A. Iurlova // AIP Conference Proceedings. – 2021. – Vol. 2371. – Art. No 050003. doi: 10.1063/5.0059631
35. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5 т. – Т. 4: Электротермовязкоупругость. – Киев: Наукова Думка, 1988. – 316 с.
36. Matveyenko V.P., Kligman E.P. Natural vibration problem of viscoelastic solids as applied to optimization of dissipative properties of constructions // Journal of Vibration and Control. – 1997. – Vol. 3, iss. 1. – P. 87–102. DOI: 10.1177/107754639700300107
37. Задача о собственных колебаниях электровязкоупругих тел с внешними электрическими цепями и конечно-элементные соотношения для ее численной реализации / В.П. Матвеенко, Д.А. Ошмарин, Н.В. Севодина, Н.А. Юрлова // Вычислительная механика сплошных сред. – 2016. – Т. 9, № 4. – С. 476–485. DOI: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.40
38. Hagood N., Von Flotow A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks // Journal of Sound and Vibration. – 1991. – Vol. 146, iss. 2. – P. 243–268. DOI: 10.1016/0022-460X(91)90762-9

References

1. Nye T.W., Manning R.A., Qassim K. Performance of active vibration control technology: the ACTEX flight experiments. *Smart Materials and Structures*, 1999, Vol. 8, pp. 767–780. doi: 10.1088/0964-1726/8/6/306
2. Crawley E.F., Louis J. Use of Piezoelectric Actuators as Elements of Intelligent Structures. *AIAA Journal*, 1987, Vol. 25, No. 10, pp. 1373-1385. doi: 10.2514/3.9792
3. Kajiwara I., Uchiyama T., Arisaka T. Vibration Control of Hard Disk Drive with Smart Structure Technology for Improving Servo Performance. *Journal of System Design and Dynamics*, 2009, Vol. 3, No. 6, pp. 906-917. doi: 10.1299/jssdd.3.906
4. Vatulyan A.O., Nasterov S.A. Dinamicheskaya zadacha termoelektroprugosti dlya funktsional'no-gradientnogo sloya [Dynamic problem of thermoelectroelasticity for a functionally graded layer]. *Computational Continuum Mechanics*, 2017, Vol. 10, No. 2, pp. 117-126. doi 10.7242/1999-6691/2017.10.2.10
5. Golub M.V., SHpak A.N., Buethel I., Fritzen C.P. Modelirovaniye garmonicheskikh kolebaniy i opredeleniye rezonansnykh chastot polosovogo p'ezoelektricheskogo aktuatora metodom konechnykh elementov vysokogo poriyadka tochnosti [Modeling of harmonic oscillations and determination of resonant frequencies of a strip piezoelectric actuator by the finite element method of a high order of accuracy]. *Computational Continuum Mechanics*, 2015, Vol. 8, No. 4, – pp. 397-407. DOI: 10.7242/1999-6691/2015.8.4.34
6. Belyaev A.K., Fedotov A.V., Irschik H., Nader M., Polyanskiy V.A., Smirnova N.A. Experimental study of local and modal approaches to active vibration control of elastic systems. *Structural Control and Health Monitoring*, 2017, art. No. e2105. doi: 10.1002/stc.2105
7. Wang P., Korniienko A., Bombois X., Collet M., Scorletti G., Skow E., Wang C., Colin K. Active vibration control in specific zones of smart structures. *Control Engineering Practice*, 2019, Vol. 84, pp. 305-322. doi: 10.1016/j.conengprac.2018.12.005
8. Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Iurlov M.A. CHislennyj algoritm poiska komponovok elektrouprugih tel s vneshnimi elektricheskimi cepyami dlya polucheniya nailuchshih dempfiruyushchih harakteristik [Numerical search algorithm for layouts of electroelastic bodies with external electrical circuits to obtain the best damping characteristics]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, No. 3, pp. 108-124. doi: 10.15593/perm.mech/2020.3.11
9. Tani, J., Takagi, T., Qiu, J. Intelligent Material Systems: Application of Functional Materials. *Applied Mechanics Reviews*, 1998, Vol. 51, No. 8, pp. 505-521. doi: 10.1115/1.3099019
10. Sobczyk, M., Wiesenhütter, S., Noennig, J.R., Walmsperger, T. Smart materials in architecture for actuator and sensor applications: A review. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2022, Vol. 33, No. 3, pp. 379-399. doi: 10.1177/1045389X211027954
11. Yu K., Liu Y., Leng J. Conductive Shape Memory Polymer Composite Incorporated with Hybrid Fillers: Electrical, Mechanical, and Shape Memory Properties. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2011, Vol. 22, pp. 369-379. doi: 10.1177/1045389x11401452
12. Zhang S.-Q., Zhao G.-Z., Rao M.N., Schmidt R., Yu Y.-J. A review on modeling techniques of piezoelectric integrated plates and shells. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2019, Vol. 30, No. 8, pp. 1133-1147. doi: 10.1177/1045389x19836169
13. Shivashankar P., Gopalakrishnan S. Review on the use of piezoelectric materials for active vibration, noise, and flow control. *Smart Materials and Structures*, 2020, Vol. 29, No. 5, art. No. 053001. doi: 10.1088/1361-665x/ab7541
14. Moheimani S.O.R., Fleming A.J. Piezoelectric transducers for vibration control and damping. - London: Springer, 2006. – 276 p. doi: 10.1007/1-84628-332-9
15. Niederberger D., Morari M. An autonomous shunt circuit for vibration damping. *Smart Materials and Structures*, 2006, Vol. 15, pp. 359–364. doi: 10.1088/0964-1726/15/2/016
16. Alkhatib R., Golnaraghi M.F. Active Structural Vibration Control: A Review. *The Shock and Vibration Digest*, 2003, Vol. 35, No. 5, pp. 367-383 doi: 10.1177/05831024030355002
17. Fisco N.R, Adeli H. Smart structures: Part I-Active and semi-active control. *Iranian Journal of Science and Technology Transactions of Mechanical Engineering (IJSTM)*, 2011, Vol. 18, No. 3, pp. 275–284. doi: 10.1016/j.scient.2011.05.034
18. Preumont A. Vibration Control of Active Structures: An Introduction. 3rd ed. Springer-Verlag: Berlin, 2011. – 444p. doi: 10.1007/978-94-007-2033-6
19. Gupta V., Sharma M., Thakur N. Optimization Criteria for Optimal Placement of Piezoelectric Sensors and Actuators on a Smart Structure: A Technical Review. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2010, Vol. 21, No. 8, pp. 1227-1243. doi: 10.1177/1045389X10381659
20. Haftka R.T., Adelman H.M. An analytical investigation of shape control of large space structures by applied temperatures. *AIAA Journal*, 1985, Vol. 23, No. 3, pp. 450-457. doi: 10.2514/3.8934
21. Irschik H. A review on static and dynamic shape control of structures using piezoelectric actuation. *Engineering Structures*, 2002, Vol. 24, No. 1, pp. 5–11. doi: 10.1016/S0141-0296(01)00081-5
22. Song X., Tan S., Wang E., Wu S., Wu Z. Active shape control of an antenna reflector using piezoelectric actuators. *Journal of Intelligent Material Systems and Structures*, 2019, Vol. 30, No. 18-19, pp. 2733-2747. doi: 10.1177/1045389x19873422
23. Nader M. Compensation of Vibrations in Smart Structures: Shape Control, Experimental Realization and Feedback Control. Trauner Verlag: Linz, Austria, 2008. 328p.
24. Fisco N.R, Adeli H. Smart structures: Part II-Hybrid control systems and control strategies. *Scientia Iranica*, 2011, Vol. 18, No. 3, – pp. 285–295. doi: 10.1016/j.scient.2011.05.035
25. Stavroulakis G.E., Foutsitzi G., Hadjigeorgiou V., Marinova D. and Baniotopoulos C.C. Design and Robust Optimal Control of Smart Beams with Application on Vibrations Suppression. *Advances in Engineering Software*, 2005, Vol. 36, pp. 806-813. doi: 10.1016/j.advengsoft.2005.03.024
26. Elliott S.J., Serrand M., Gardonio P. Feedback Stability Limits for Active Isolation Systems with Reactive and Inertial Actuators. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2001, Vol. 123, No. 2, – pp. 250-261. doi: 10.1115/1.1350822
27. Gould L.A., Murray-Lasso M.A. On the modal control of distributed systems with distributed feedback. *IEEE Trans. Autom. Control*, 1966, Vol. 11, No. 4, pp.729–737. doi: 10.1109/TAC.1966.1098463
28. Shih Y.P., Chu C.K. On optimal feedback control of a class of linear distributed systems. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 1975, Vol. 16, pp. 327–338. doi: 10.1007/BF01262939

29. Meirovitch L. Dynamics and Control of Structures. Wiley: New York, 1991. 448 p.
30. Tanaka N., Sanada T. Modal control of a rectangular plate using smart sensors and smart actuators. *Smart Materials and Structures*, 2006, Vol. 16, No. 1, pp. 36-46. doi: 10.1088/0964-1726/16/1/004
31. Zenz G., Berger W., Gerstmayr J., Nader M., Krommer M. Design of piezoelectric transducer arrays for passive and active modal control of thin plates. *Smart Structures and Systems*, 2013, Vol. 12, No. 5, pp. 547–577. doi: 10.12989/SSS.2013.12.5.547
32. Iurlova N.A., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Kovalev I.E. Deformirovanie plastiny raspolozhennymi na ee poverhnosti p'ezoelementami [Deformation of a plate by piezoelectric elements located on its surface]. *Computational Continuum Mechanics*, 2019, Vol. 12, No.4. – pp. 415-426. doi: 10.7242/1999-6691/2019.12.4.35
33. Oshmarin D.A., Iurlov M.A., Iurlova N.A., Sevodina N.V. Controlling the Vibration Amplitude of a System with a Piezoelectric Element by Applying an Electric Voltage to it. *Journal of Physics: Conference Series*, 2021, Vol. 1945, art. No 012045. doi: 10.1088/1742-6596/1945/1/012045
34. Iurlov M.A., Sevodina N.V., Oshmarin D.A., Iurlova N.A. Numerical analysis of influence of an active electric impact on a mechanical response of an electro-viscoelastic structure. *AIP Conference Proceedings*, 2021, Vol. 2371, art No 050003. doi: 10.1063/5.0059631
35. Karnauhov V.G., Kirichok I.F. Mekhanika svyazannykh polei v elementakh konstruktssii. (v 5 T.); T.4: Elektrotermovyazkouprugost' [The mechanics of coupled fields in structural elements. (in 5 V.); V. 4: Electrothermoviscoelasticity]. Kiev: Nauk. dumka. 1988. 316 s.
36. Matveyenko V.P., Kligman E.P. Natural vibration problem of viscoelastic solids as applied to optimization of dissipative properties of constructions. *Journal of Vibration and Control*, 1997, Vol. 3 (1), pp. 87-102. doi: 10.1177/107754639700300107
37. Matveenko V.P., Oshmarin D.A., Sevodina N.V., Yurlova N.A. Problem on natural vibrations of electroviscoelastic bodies with external electric circuits and finite element relations for its implementation. *Computational Continuum Mechanics*, 2016, Vol 9, No. 4, pp. 476-485. doi: 10.7242/1999-6691/2016.9.4.40
38. Hagood N., Von Flotow A. Damping of structural vibrations with piezoelectric materials and passive electrical networks, *Journal of Sound and Vibration*, 1991, Vol. 146, No. 2, pp. 243-268. doi: 10.1016/0022-460X(91)90762-9

Финансирование. Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Пермского края (проект № 19-41-590007-р_а).

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Financing. The work was supported by the Russian Foundation for Basic Research and the Perm Territory (project no. 19-41-590007-r_a).

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.