

Косов Д.А., Федоренков Д.И. Анализ напряженно-деформированного состояния алюминиевого сплава Д16Т при сложном напряжённом состоянии с учетом поврежденности // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2023. – № 4. С. 45–53. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.05

Kosov D.A., Fedorenkov D.I. Analysis of the Stress-Strain State of Aluminum Alloy D16T under a Complex Stress State Accounting for Damage. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2023, no. 4, pp. 45-53. DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.05



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2023

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2023.4.05

УДК 620.172

АНАЛИЗ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ АЛЮМИНИЕВОГО СПЛАВА Д16Т ПРИ СЛОЖНОМ НАПРЯЖЁННОМ СОСТОЯНИИ С УЧЕТОМ ПОВРЕЖДЁННОСТИ

Д.А. Косов, Д.И. Федоренков

Институт энергетики и перспективных технологий ФИЦ Казанский научный центр Российской академии наук, Казань, Российская Федерация

О СТАТЬЕ

Получена: 30 ноября 2022 г.
Одобрена: 14 августа 2023 г.
Принята к публикации:
31 августа 2023 г.

Ключевые слова:

сложное напряжённое состояние, параметр поврежденности, многоосность, модель Lemaitre, метод конечных элементов.

АННОТАЦИЯ

Проведено комплексное исследование предельного состояния алюминиевого сплава Д16Т при сложном напряжённом состоянии. Рассмотрены различные виды комбинированного нагружения растяжением, сжатием, кручением и внутренним давлением. Цель исследования – определить влияние накопленных повреждений в материале при сложном напряжённом состоянии на характеристики несущей способности материала. Объектом численных и экспериментальных исследований является полый цилиндрический образец с концентратором напряжения в виде кольцевой выточки. Программа экспериментов включала различные сочетания осевых сил, крутящего момента и внутреннего давления, приложенного к цилиндрическому образцу. В численном исследовании в качестве закона изотропного упрочнения использовался экспоненциальный и линейно-степенной закон. Для определения параметра поврежденности использовался закон накопления повреждений Lemaitre. Обобщённая модель, включающая в себя накопления повреждений Lemaitre и закон изотропного упрочнения, были интегрированы в конечно-элементный комплекс ANSYS в виде динамически подключаемой библиотеки пользовательского материала для трёхмерных задач. Получены поля напряженно-деформированного состояния, поля поврежденности, а также значения предельных напряжений при различных видах нагружения. Построены диаграммы предельного состояния с учётом накопления повреждений. Проведён сравнительный анализ разрушающих напряжений по классическим теориям прочности с учётом накопления повреждений. Установлены закономерности влияния многоосности на предельное состояние алюминиевого сплава Д16Т. Рассмотрена возможность применения модели Lemaitre к анализу состояния материала при сложном напряжённом состоянии с учётом поврежденности. В результате численного расчёта определены тренды накопления повреждений для каждого вида сложного напряжённого состояния.

© ПНИПУ

© Косов Дмитрий Александрович – м.н.с. лаборатории прочности, e-mail: dima45001@gmail.com,

ИД: 0000-0003-1510-4884.

Федоренков Дмитрий Игоревич – м.н.с. лаборатории прочности, e-mail: dif-96@mail.ru, ИД: 0000-0002-7087-549X.

Dmitrii A. Kosov – Junior Researcher at the Strength Laboratory, e-mail: dima45001@gmail.com,

ИД: 0000-0003-1510-4884.

Dmitrii I. Fedorenkov – Junior Researcher at the Strength Laboratory, e-mail: dif-96@mail.ru, ИД: 0000-0002-7087-549X.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

ANALYSIS OF THE STRESS-STRAIN STATE OF ALUMINUM ALLOY D16T UNDER A COMPLEX STRESS STATE ACCOUNTING FOR DAMAGE

D.A. Kosov, D.I. Fedorenkov

Institute of Power Engineering and Advanced Technologies FRC Kazan Scientific Center of RAS,
Kazan, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 30 November 2022
Approved: 14 August 2023
Accepted for publication:
31 August 2023

Keywords:

complex stress state, damage parameter, multiaxis, Lemaitre model, finite element method..

ABSTRACT

This paper studies the limiting state of D16T aluminum alloy under a complex stress state. Various types of combined loadings by tension, compression, torsion and internal pressure are considered. The determining conditions for many products of modern technologies are combinations of several loading components. The purpose of the study is to determine the effect of the accumulated damage in a material under a complex stress state on the characteristics of the material bearing capacity. A hollow cylindrical sample was chosen for the numerical and experimental studies. The experimental program included various combinations of axial forces, torque, and internal pressure applied to a cylindrical sample. In the numerical study, the exponential and linear-power law of isotropic hardening was used as the law of isotropic hardening. The damage accumulation law Lemaitre was used to determine the damage parameter. The generalized law of damage accumulation Lemaitre and the law of isotropic hardening were integrated into the ANSYS finite element complex in the form of a dynamically linked library of custom material for three-dimensional problems. The states of hollow cylindrical samples are investigated. The fields of the stress-strain state, the fields of damage, as well as the values of limit stresses for various types of loading are obtained. Limit state diagrams are constructed taking into account damage accumulation.

© PNRPU

Введение

Поведение конструкционных материалов при сложном напряженном состоянии на протяжении многих лет является предметом теоретических, экспериментальных и численных исследований. В эксплуатационных условиях элементы конструкции подвержены воздействию нескольких компонент нагружения, таких как растягивающие и сжимающие силы, внутреннее давление, изгибающие и крутящие моменты. В таких элементах конструкций, как стойки шасси летательного аппарата, существуют внутренние и внешние концентраторы напряжений в виде кольцевых выточек различного профиля. В связи с этим актуальным является определение предельного состояния подобных конструкций при сложном напряженном состоянии в условиях концентрации напряжений. Формирование феноменологических моделей, описывающих сопротивления материала в условиях монотонного статического деформирования при сложном напряженном состоянии, является одной из основных тем, рассмотренных в работах [1–5].

В связи с тем, что экспериментальное определение предельных напряжений является весьма затратной задачей с практической точки зрения, важное значение принимает формулировка теорий предельного состояния [6]. Теории предельного состояния содержат параметры или функции, которые чувствительны к виду напряжённого состояния [7; 8].

В области инженерии понимание механизмов повреждения твердых тел имеет решающее значение для безопасной эксплуатации элементов конструкций. По-

вреждения на микроскопическом уровне в виде микропор, трещин могут привести к потере несущей способности материала. Чтобы точно спрогнозировать такие механизмы на стадии проектирования изделия, требуются соответствующие модели для моделирования повреждений. Использование таких моделей в методе конечных элементов может быть полезным инструментом для проектирования и эксплуатации элементов конструкции. В используемой модели реализовано объединение закона изотропного упрочнения и закона накопления повреждений Lemaitre [9].

В настоящее время известен ряд моделей, которые можно разделить на модели, основанные на микромеханике, и феноменологические модели. Подробный литературный обзор по моделям поврежденности можно найти в работах [9; 10]. Одна из микромеханических формулировок была разработана Rice и Tracey [11], в которой основное внимание уделялось микроскопическому развитию сферической пустоты в жесткой идеально пластической матрице материала. Разработанная формулировка Rice и Tracey получила развитие в работах Gurson [12] и Tvergaard и Needleman [13], которые представляют внутреннюю деградацию как объемную долю пустот (пористость). Первая модель, полученная на основе подхода механики разрушения сплошной среды, была предложена Качановым [14]. Он ввел скалярную внутреннюю переменную для моделирования разрушения металлов ползучестью при одноосных нагрузках. Физическое значение переменной повреждения было дано позднее Работновым [15], который предложил считать уменьшение площади поперечного сечения

за счет микротрещин в качестве меры состояния внутренних повреждений. Со временем концепция переменной внутреннего повреждения была обобщена рядом авторов на трехмерные ситуации. Так, Leckie и Hayhurst [16] использовали идею эффективного уменьшения площади несущей способности как скалярную меру износа материала для определения модели ползучести при многоосных напряжениях. Скалярная переменная повреждения была также рассмотрена Lemaitre и Chaboche [17–19] при определении чисто феноменологической модели пластического изотропного повреждения в металлах. Основываясь на гипотезе эквивалентности деформаций, которая гласит, что деформационное поведение поврежденного материала представлено конституционными законами неповрежденного материала с заменой истинного напряжения эффективным напряжением, постулирован закон, в котором стандартное определение параметра повреждения с точки зрения уменьшения несущей поверхности заменяется в модели Lemaitre путем уменьшения модуля упругости в идеально изотропном случае. Эта теория была дополнена Lemaitre [20], а эффекты старения были позже включены Marquis и Lemaitre [21]. Позже оригинальная изотропная модель была расширена Lemaitre [22] для учета анизотропии повреждений.

В настоящее время разрушение (макроскопическое нарушение сплошности тела в результате воздействия на него внешнего окружения) рассматривается с учетом процессов внутреннего разрушения. Исследование скрытого разрушения (зарождение и развитие микродфектов, рассеянных по объему тела) осуществляется с помощью методов и теорий механики поврежденности – динамично развивающегося раздела современной механики деформируемого твердого тела. Классические и современные модели поврежденности представлены в работах [9–33].

Поскольку повреждения тела на микроуровне существенно влияют на характер его разрушения, и использование моделей поврежденности направлено на решение задачи об оценке запаса прочности материала, целью настоящего исследования является определение влияния накопленных повреждений в материале при сложном напряженном состоянии на характеристики несущей способности материала. Одной из основных задач данной работы является построение диаграммы предельного состояния, основанной на истинных величинах напряжений и деформаций с учётом поврежденности материала.

1. Модельные представления

1.1. Модели изотропного упрочнения

Для описания процесса деформирования при статическом нагружении необходимо использовать модель изотропного упрочнения. В данной работе проведён сравнительный анализ экспоненциального закона изо-

тропного упрочнения (1) и линейно-степенного закона (2):

$$\sigma_y(R_n) = \sigma_0 + R_{inf} \cdot [1 - \exp(-\gamma \cdot \varepsilon_{pl}^e)]. \quad (1)$$

где σ_0 – предел текучести материала, R_{inf} – асимптотический предел временного сопротивления, γ – показатель упрочнения материала.

$$\frac{\sigma_y}{\sigma_0} = \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_0} + \frac{3G}{\sigma_0} \cdot \varepsilon_{pl} \right)^N, \quad (2)$$

где σ_0 – предел текучести материала, G – модуль сдвига, $N = 1/n$, где n – показатель деформационного упрочнения, ε_{pl} – пластическая деформация

1.2. Модель поврежденности

В данном исследовании использовалась модель накопления повреждений Lemaitre. Накопление повреждений в данной модели основано на термодинамической теории и зависит от скорости накопления пластических деформаций. На данный момент времени модель Lemaitre является одной из наиболее распространенных при моделировании внутренней поврежденности материала на мезоуровне. Выбор модели обоснован наличием интегральной характеристики скорости высвобождения энергии в кинетическом уравнении накопления повреждений в качестве управляющего параметра. Также преимуществом данной модели является определение лишь двух параметров модели Lemaitre, в отличие от многопараметрических моделей накопления повреждений. Данная модель позволяет получить хорошую корреляцию между экспериментом и численным моделированием места и времени инициализации дефектов.

В общем виде модель описывается законом:

$$\dot{\omega} = \dot{\gamma} \frac{1}{1-\omega} \cdot \left(\frac{-Y}{r} \right)^s, \quad (3)$$

$$-Y = \frac{\sigma_{eqv} \cdot R_v}{2E(1-\omega)^2}, \quad (4)$$

$$R_v = \frac{2}{3} \left[(1+\nu) + 3(1-2\nu) \left(\frac{p}{\sigma_{eqv}} \right) \right], \quad (5)$$

где $\dot{\omega}$ – скорость накопления повреждений, $\dot{\gamma}$ – скорость накопления пластических деформаций, Y – скорость выделения энергии деформации повреждений, E – модуль упругости первого рода, ν – коэффициент Пуассона, r, s – искомые параметры материала, R_v – функция трёхосности, p – гидростатическое напряжение.

Из уравнений (3)–(5) следует, что скорость выделения энергии при деформации зависит от параметра

трёхосности напряжений p/σ_{eqv} , который учитывает влияние многоосности нагружения на процесс накопления повреждений.

Параметр поврежденности определен в диапазоне $0 \leq \omega \leq 1$, когда в случае $\omega = 0$ материал не имеет повреждений, а в случае $\omega = 1$ считается разрушенным.

Модель поврежденности Lemaitre, объединяющая в себя уравнения (1)–(5), была интегрирована в программный комплекс ANSYS в виде динамически подключаемой библиотеки для определения влияния поврежденности на напряженно-деформированное состояние материала при сложном напряженном состоянии [34]. Численная реализация модели Lemaitre описана в работах [35; 36]

2. Экспериментальные исследования

Цель экспериментальных исследований состояла в определении основных свойств материала при стандартном одноосном растяжении и характеристик сопротивления деформированию и разрушению при многоосном нагружении.

2.1. Испытание на одноосное растяжение

На первом этапе экспериментального исследования было проведено испытание на одноосное растяжение гладкого цилиндрического образца (рис. 1, б) для определения основных механических свойств алюминиевого сплава Д16Т. Испытание проводилось на универсальной испытательной машине УТС 111.2-50-23 согласно ГОСТ № 1497-84. Измерение деформаций осуществлялось с помощью навесного измерителя деформаций ТС 703-3549-025М-050-ST (рис. 1, а). Результатом испытания является диаграмма одноосного растяжения (рис. 2), а также основные механические свойства материала (табл. 1).

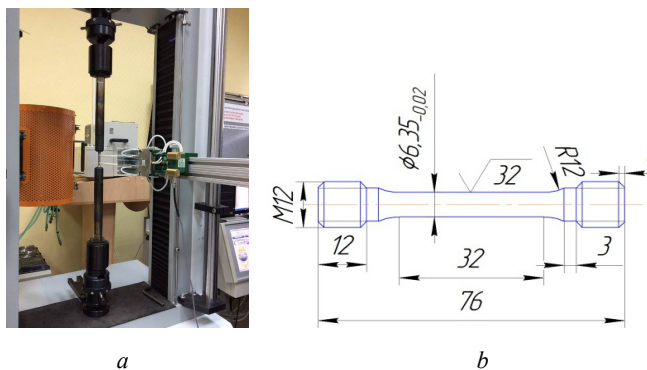


Рис. 1. Установка для испытаний конструкционных материалов УТС 111.2-50-23 (а) и образец для статических испытаний (б)

Fig. 1. Machine for testing structural materials UTS 111.2-50-23 (a) and a specimen for static tests (b)

Полученная диаграмма была аппроксимирована по экспоненциальному и линейно-степенному закону (1),

(2). На рис. 2 показано отличие истинной диаграммы деформирования от аппроксимирующих функций. Было установлено, что для материала Д16Т предпочтительно использовать экспоненциальный закон изотропного упрочнения.

Таблица 1

Основные механические характеристики алюминиевого сплава Д16Т

Table 1

Mechanical properties of aluminum alloy D16T

E , МПа	σ_0 , МПа	σ_{∞} , МПа	R_{inf} , МПа	γ	n
75000	430	590	300	15,5	6,25

Примечание: σ_0 – предел текучести материала, R_{inf} – асимптотический предел временного сопротивления, γ – показатель упрочнения материала, n – показатель деформационного упрочнения.

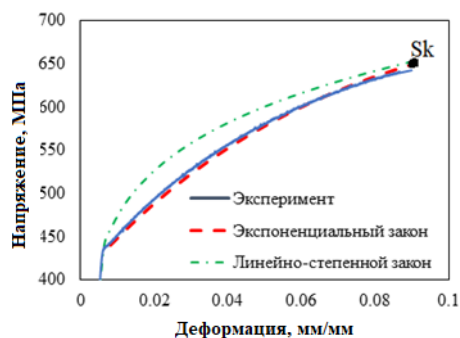


Рис. 2. Диаграмма одноосного растяжения алюминиевого сплава Д16Т

Fig. 2. Diagram of uniaxial tension of aluminum alloy D16T

2.2. Испытания полых цилиндрических образцов

Объектом второго этапа экспериментальных исследований являлся полый цилиндрический образец с кольцевой выточкой (рис. 3, б). Толщина стенки цилиндра в гладком образце и в минимальном сечении образца с концентратором составляла $t = 1$ мм. Испытания проводились на установке Bi-00-701 Axial-Torsion Test System (рис. 3, а), на которой возможна реализация нагружения осевыми силами, крутящим моментом, внутренним давлением, а также их различные комбинации. При испытаниях на растяжение и сжатие использовался осевой экстензометр. Для измерений окружных деформаций при испытаниях на внутреннее давление применялся поперечный экстензометр. Программа экспериментов включала различные сочетания осевых сил, крутящего момента и внутреннего давления, приложенного к цилиндрическому образцу. Полученные в результате испытаний значения предельных нагрузок приведены в табл. 2. Подобные эксперименты проводились для стали 12Х18Н10Т в работах [37; 38], для алюминиевого сплава Д16Т в работе [6].

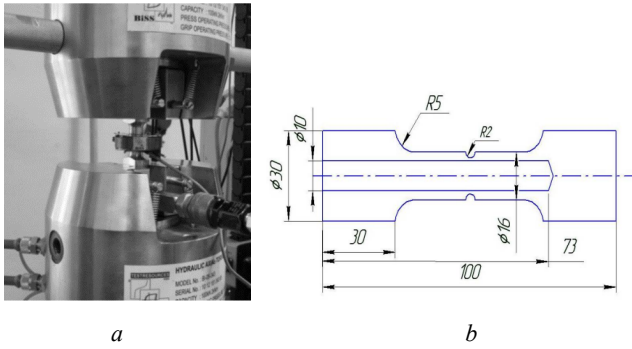


Рис. 3. Испытательная установка (a) и образец с концентратором напряжений (b)

Fig. 3. Test setup (a) and specimen with notch (b)

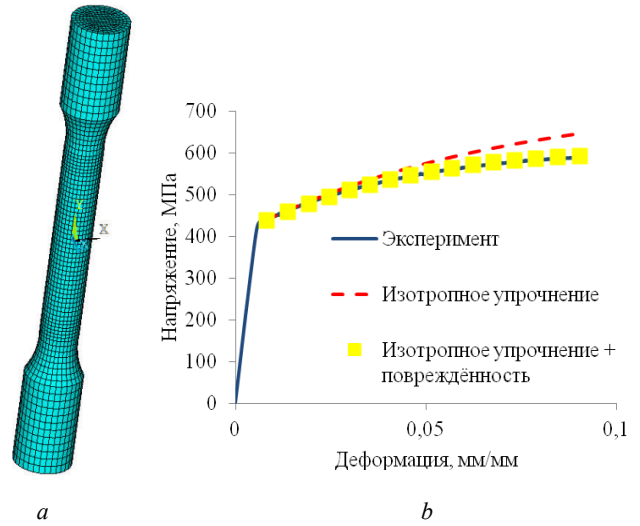


Рис. 4. Диаграмма одноосного растяжения алюминиевого сплава Д16Т

Fig. 4. Diagram of uniaxial tension of aluminum alloy D16T

Таблица 2

Результаты статических испытаний

Table 2

Results of static tests

Вид нагружения	Усилие	Внутреннее давление	Крутящий момент
	P, Н	q, МПа	M, Н*м
Растяжение	17420	0	0
Растяжение + внутреннее давление	16480	21.88	0
Растяжение + внутреннее давление+ кручение	18284	17.48	5.32
Сжатие	-17839	0	0
Сжатие + внутреннее давление	-17619	23.71	0
Сжатие + внутреннее давление + кручение	-16949	19.48	4.71

3. Численные исследования

Для верификации параметров модели накопления повреждений (3) было смоделировано испытание на одноосное растяжение алюминиевого сплава Д16Т. Объектом численных расчетов выступал гладкий цилиндрический образец (см. рис. 1, b) диаметром $d = 6$ мм и длиной рабочей части $l = 32$ мм. Для анализа напряженно-деформированного состояния (НДС) в упругопластической постановке использовались трехмерные расчетные схемы, показанные на рис. 4, a. Расчетные схемы сформированы из объемных 20-узловых изопараметрических элементах второго порядка. Для моделирования эксперимента на расчетной схеме были заданы точки, которые являются местами контакта экстензометра и образца. Граничные условия моделировались путём приложения перемещений к захватной части образца до значения, при котором разрушился гладкий образец в испытании на одноосное растяжение. На каждом этапе нагружения были получены значения действующего усилия и расстояние между контактными ножами экстензометра. Результатом является диаграмма одноосного растяжения, показанная на рис. 4, b.

На рис. 4 приведены результаты двух численных расчётов с использованием закона накопления повреждений и без учета наличия повреждений. Различие полученных диаграмм характеризует накопление повреждений. Можно сделать вывод, что при анализе напряженно-деформированного состояния необходимо использовать закон накопления повреждений.

Для анализа напряженно-деформированного состояния алюминиевого сплава Д16Т при сложном напряженном состоянии были сформированы трёхмерные расчетные схемы (рис. 5) из объемных 20-узловых изопараметрических элементов. В зоне концентратора в виде кольцевой выточки произведено сгущение сетки для определения распределения напряжений и параметра поврежденности по толщине образца. Реализована матрица расчётов полого цилиндрического образца с кольцевой выточкой под воздействием нагрузок, представленных в табл. 2. Результаты численного исследования представлены в табл. 3.

Таблица 3

Результаты численного исследования

Table 3

Numerical results

Вид нагружения	Максимальное значение параметра поврежденности ω , %
Растяжение	1,55
Растяжение + внутреннее давление	2,47
Растяжение + внутреннее давление+ кручение	5,41
Сжатие	1,72
Сжатие + внутреннее давление	0,98
Сжатие + внутреннее давление + кручение	0,98

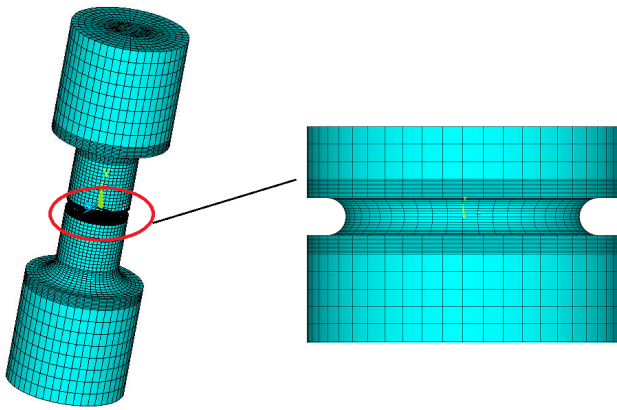


Рис. 5. Расчётная схема полого цилиндрического образца
Fig. 5. Calculation scheme of a hollow cylindrical specimen

На рис. 6 представлено распределение накопленных повреждений по толщине стенки в зоне кольцевой выточки. Для количественного анализа распределения повреждений параметр повреждённости был нормирован на максимальное значение повреждённости из всей матрицы расчётов, который составляет 5,41 %. Максимальное значение параметра повреждённости достигается при сочетании одноосного растяжения, крутящего момента и внутреннего давления. Таким образом, такой вид многосного нагружения является наиболее опасным. Также следует отметить, что идентичный характер накоплений повреждений наблюдается при сочетаниях «сжатие + внутреннее давление» и «сжатие + внутреннее давление + кручение».

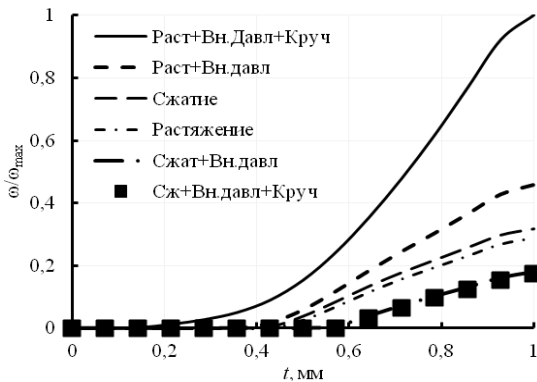


Рис. 6. Распределение параметра повреждённости по толщине стенки образца (t – минимальная толщина стенки образца в зоне выточки)

Fig. 6. Distribution of the damage parameter over the specimen wall thickness (t – minimum thickness in notch zone)

На рис. 7 проведён качественный анализ распределения параметра повреждённости по толщине стенки в зоне кольцевой выточки. Из графика видно, что при нагружении (растяжение + внутреннее давление + кручение) накопленные повреждения распределены по всей толщине стенки, а максимальное значение параметра повреждённости наблюдается в вершине кольцевой вы-

точки. Однако при нагружении (сжатие + внутреннее давление + кручение) накопление повреждений начинается не с внутренней стенки, а с середины сечения стенки. Такой же эффект наблюдается и при взаимодействии сжатия и внутреннего давления.

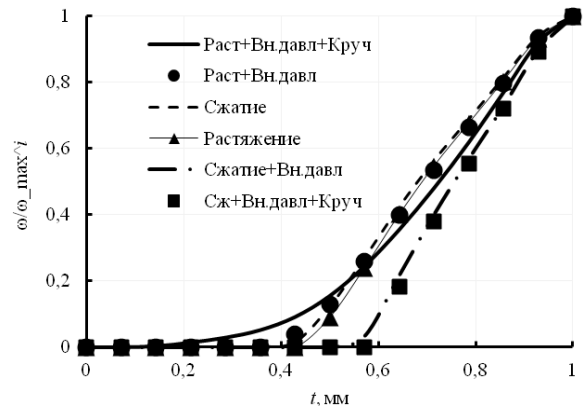


Рис. 7. Распределение параметра повреждённости по толщине стенки образца (t – минимальная толщина стенки образца в зоне выточки)

Fig. 7. Distribution of the damage parameter over the specimen wall thickness (t – minimum thickness in notch zone)

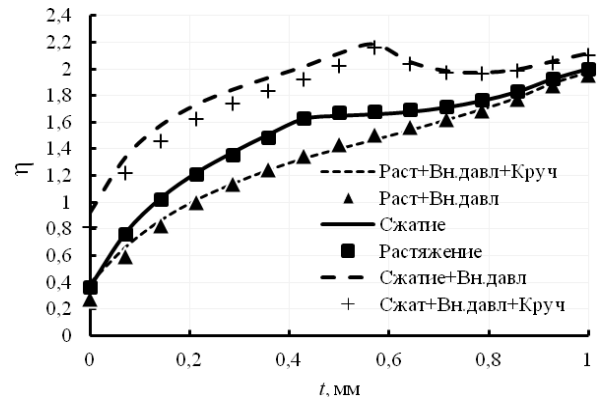


Рис. 8. Распределение коэффициента двухосности по толщине стенки образца (t – минимальная толщина стенки образца в зоне выточки)

Fig. 8. Biaxiality distribution over the specimen wall thickness (t – minimum thickness in notch zone)

Анализ эффектов распределения напряжений в образцах рассматриваемой геометрии проводился на основе распределений коэффициента двухосности напряжений. Коэффициент двухосности определяет отношение осевых напряжений, к окружным напряжениям $\eta = \sigma_{zz} / \sigma_{\phi\phi}$. На рис. 8 видно, что во всех рассматриваемых случаях нагружения коэффициент двухосности в вершине кольцевой выточки находится в диапазоне $1,9 < \eta < 2,1$. Также можно заметить, что перераспределение напряжений при растяжении и сжатии полностью совпадает. На рис. 8 представлено распределение коэффициента двухосности по толщине стенки для различных видов напряжённого состояния.

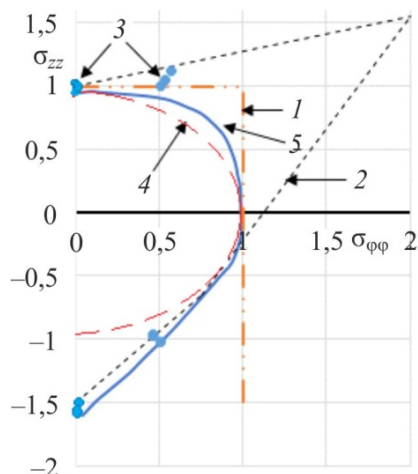


Рис. 9. Диаграмма предельных состояний (1 – теория максимальных нормальных напряжений; 2 – теория максимальных касательных напряжений; 3 – эксперимент; 4 – энергетическая теория прочности, 5 – критерий Писаренко – Лебедева)

Fig. 9. Limit State Diagram (1 – theory of maximum normal stresses; 2 – theory maximum shear stresses; 3 – experiment; 4 – energy theory of strength; 5 – Pisarenko – Lebedev criterion)

Традиционной для оценки влияния сложного напряженного состояния на свойства материала является сравнение экспериментальных данных с классическими теориями прочности. В результате испытаний алюминиевого сплава Д16Т на рис. 9 построены диаграммы предельного состояния по теории максимальных нормальных напряжений (1), теории максимальных касательных напряжений (2), энергетической теории прочности (4), теории прочности с обобщенным критерием Писаренко – Лебедева (5):

$$\chi \cdot \sigma_E + (1 - \chi) \cdot \sigma_1 \leq \sigma_{\text{растяжение}} \quad (6)$$

где константа $\chi = \sigma_{\text{растяжение}} / \sigma_{\text{сжатие}}$ определяется отношением прочности при растяжении к прочности при сжатии. Для алюминиевого сплава Д16Т $\chi = 0,97$.

На рис. 9 показано сопоставление классических теорий прочности и экспериментально полученных ве-

личин предельных напряжений для шести вариантов сложного напряженного состояния алюминиевого сплава Д16Т в нормированных на предел текучести координатах. Из диаграммы следует, что в первом квадранте диаграммы предельных состояний, когда коэффициент двухосности $\eta \geq 0$, достаточно первой теории прочности (теории максимальных нормальных напряжений) для описания предельного состояния. Однако в четвертом квадранте, когда коэффициент двухосности $\eta < 0$, необходимо воспользоваться критерием Писаренко – Лебедева. Особенность подобных исследований состоит в том, что известные в литературе [39] упругие решения для зон концентрации напряжений в полых цилиндрах неприменимы для анализа предельного состояния при нелинейном деформировании.

Заключение

В данной работе проведено численное и экспериментальное исследование алюминиевого сплава Д16Т при сложном напряженном состоянии:

1. На основе экспериментов определены предельные значения напряжений для алюминиевого сплава Д16Т при растяжении, внутреннем давлении, кручении и их комбинации. Объектом исследования являлись цилиндрические полые гладкие образцы и образцы с внешним кольцевым надрезом.

2. Рассмотрена возможность применения модели Lemaitre к анализу состояния материала при сложном напряженном состоянии с учетом поврежденности. В результате численного расчета были проанализированы различные типы сложного напряженного состояния. Результаты исследования позволили установить особенности и закономерности процесса разрушения материала при различных комбинациях нагрузок осевых сил, крутящего момента и внутреннего давления. Определено наиболее опасное с точки зрения повреждений напряженно-деформированное состояние.

3. Результаты подтверждают целесообразность использования модели Lemaitre из-за ее чувствительности к накоплению повреждений и типу многоосного нагружения.

Библиографический список

- Новожилов В.В. О необходимом и достаточном критерии хрупкой прочности // Прикл. математика и механика. – 1969. – Т. 33, № 2. – С. 212–222.
- Ломакин Е.В., Работнов Ю.Н. Соотношения теории упругости для изотропного разномодульного тела // Известия Российской академии наук. Механика твердого тела. – 1978. – № 6. – С. 29.
- Ломакин Е.В. Зависимость предельного состояния композитных и полимерных материалов от вида напряженного состояния // Механика композитных материалов. – 1988. – № 1. – С. 3–9.
- Ломакин Е.В., Мельников А.М. Задачи плоского напряженного состояния тел с вырезами, пластические свойства

которых зависят от вида напряженного состояния // Изв. РАН. Механика твердого тела. – 2011. – № 1. – С. 77–89.

5. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наукова думка, 1976, – 368с.

6. Шлянников В.Н., Иштыряков И.С., Яруллин Р.Р. Характеристики деформирования сплава Д16Т при совместном нагружении растяжением сжатием и внутренним давлением // Труды Академэнерго. – 2014. – № 3.

7. Потапова Л.Б., Ярцев В.П. Механика материалов при сложном напряженном состоянии. Как прогнозируют предельные напряжения – М.: Издательство Машиностроение – 1, 2005. – 244 с.

8. Махутов Н.А. Деформационные критерии разрушения и расчет элементов конструкций на прочность. – М.: Машиностроение, 1981.
9. De Souza Neto E., Peric D., Owen D. Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. – Wiley, 2008.
10. Azinpour E., Ferreira J.P.S. A simple and unified implementation of phase field and gradient damage models. *Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences*. – 2018
11. Rice J.R., Tracey D.M. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields* // *J Mech Phys Solids*. – 1969. – Vol. 17. – P. 201–17.
12. Gurson A.L. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I—yield criteria and flow rules for porous ductile media // *J Eng Mater Technol*. – 1977. – Vol. 99. – P. 2.
13. Tvergaard V., Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar // *Acta Metall*. – 1984. – Vol. 32. – P. 157–69.
14. Kachanov L.M. Time of the Rupture Process under Creep Condition // *Izv. Akad. Nauk. SSSR, Otd. Tekhn. Nauk*. – 1958. – Vol. 8. – P. 26–31.
15. Rabotnov Y.N. On the Equations of State for Creep. Page 307 of: *Progress in Applied Mechanics, Prager Anniversary Volume*. – New York: Macmillan, 1963.
16. Leckie, F.A. and Hayhurst, D.R. 1974. Creep Rupture of Structures. *Proc. Roy. Soc. Lond.* pp. 323–347.
17. Lemaitre J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture // *J Eng Mater Technol*. – 1985. – Vol. 107. – P. 83.
18. Chaboche J.L. Continuum damage mechanics: part I—general concepts // *J Appl Mech*. – 1988. – P. 55–58.
19. Chaboche J.L. Continuum damage mechanics: part II—damage growth, crack initiation, and crack growth // *J Mech*. – 1988. – Vol. 16.
20. Lemaitre J. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture // *J. Engng. Mat. Tech*. – 1985. – Vol. 107. – P. 83–89.
21. Marquis D., Lemaitre J. Constitutive Equations for the Coupling Between Elasto-plasticity Damage and Ageing // *Rev. Phys. Applic*. – 1988. – Vol. 23. – P. 615–624.
22. Lemaitre J., Desmorat R., Sauzay M. Anisotropic Damage Law of Evolution // *Eur. J. Mech. A/Solids*. – 2000. – Vol. 19. – P. 187–208.
23. Кукуджанов В.Н. Компьютерное моделирование деформирования, повреждаемости и разрушения неупругих материалов и конструкций. – М.: МФТИ, 2008.
24. Королев И.К., Петин С.В., Фрейдин А.Б. Численное моделирование накопления повреждений и развития усталостной трещины в упругих материалах // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2009. – Т. 2, № 3. – С. 34–43
25. Степанова Л.В. Математические методы механики разрушения. – М.: Физматлит, 2009. – 336 с.
26. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
27. Извеков О.Я., Селицкий А.А., Крупеник А.М. Реализация энергетической модели континуального разрушения хрупких сред в SIMULIA/ABAQUS 6.9 [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.thesis.com/software/abaqus/abaqus-exp.php> (дата обращения: 10.12.2022).
28. Астафьев В.И., Радаев Ю.Н., Степанова Л.В. Нелинейная механика разрушения. – Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001. – 632 с
29. Kim E.-H., Rim M.-S., Hwang T.-K. Composite damage model based on continuum damage mechanics and low velocity impact analysis of composite plates // *Composite Structures*. – 2013. – Vol. 95. – P. 123–134.
30. Малинин Н. Расчеты на ползучесть элементов машиностроительных конструкций: учеб. пособие для бакалавриата и магистратуры. – 2-е изд., испр. и доп. – Litres, 2022.
31. Murakami S., Ohno N. A Continuum Theory of Creep and Creep Damage. Pages 422–443 of: Ponter, A.R.S. (ed), *Proceedings of the IUTAM Symposium on Creep in Structures*, Leicester, 1980. – Berlin: Springer, 1981.
32. Junhe L., Yuan F., Sebastian M. A Modified Lemaitre Damage Model Phenomenologically Accounting for the Lode Angle Effect on Ductile Fracture // *Procedia Materials Science*. – 2014. – Vol. 3.
33. Armero F., Oller S. A General Framework for Continuum Damage Models. I. Infinitesimal Plastic Damage Models in Stress Space // *Int. J. Solids Structs*. – 2000. – Vol. 37. – P. 7409–7436.
34. ANSYS Mechanical APDL Theory Reference Release 14.5 // ANSYS, Inc. Southpointe. – 2012. – Vol. 275 Technology Drive, CanonBurg, PA.
35. Robert Lee Gates. A Finite Element Implementation of a Ductile. Bachelor Thesis. Gottfried Wilhelm Leibniz University Hannover. – 2012.
36. Косов Д.А., Федоренков Д.И., Туманов А.В. Реализация модели поврежденности Lemaitre в конечно-элементном комплексе Ansys // *Труды Академэнерго*. – 2020. – № 4 (61). – С. 30–48.
37. Моделирование процессов деформирования и локализации пластических деформаций при кручении-растяжении тел вращения / В.Г. Баженов, С.В. Зефилов, Л.Н. Крамарев, Е.В. Павленкова // *Прикл. матем. и механика*. – 2008. – Т. 72, вып. 2. – С. 342–350.
38. Баженов В.Г., Жегалов Д.В., Павленкова Е.В. Численное и экспериментальное исследование упругопластических процессов растяжения-кручения осесимметричных тел при больших деформациях // *Изв. РАН. Механика твердого тела*. – 2011. – № 2. – С. 57–66.
39. Нейбер Г. Концентрация напряжений. ОГИЗ-Гостехиздат. – М.; Л., 1947.

References

1. Novozhilov V.V. O neobkhozhdimom i dostatochnom kriterii khrupkoi prochnosti // *Prikl. matematika i mekhanika*. – 1969. – 33, №2. – S. 212–222.
2. Lomakin E.V., Rabotnov Iu.N. Sootnosheniia teorii uprugosti dlia izotropnogo raznomodul'nogo tela. // *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*. 1978. № 6. S. 29.
3. Lomakin E. V. Zavisimost' predel'nogo sostoianiia kompozitnykh i polimernykh materialov ot vida napriazhennogo sostoianiia // *Mekhanika kompozitnykh materialov*. 1988. № 1. S. 3-9.
4. Lomakin E. V., Mel'nikov A. M. Zadachi ploskogo napriazhennogo sostoianiia tel s vyrezami, plasticheskie svoistva kotorykh zavisiat ot vida napriazhennogo sostoianiia // *Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela*. 2011. № 1. S. 77-89.
5. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. Deformirovanie i prochnost' materialov pri slozhnom napriazhennom sostoianii. – Kiev: Naukova dumka, 1976, – 368s.

6. V.N. Shliannikov, I.S. Ishtyriakov, R.R. Iarullin Kharakteristiki deformirovaniia splava D16T pri sovместnom nagruzhении rastiiazheniem szhatie i vnutrennim davleniem // Trudy Akademenergo. 2014. №3.
7. Potapova L.B., Iartsev V.P. Mekhanika materialov pri slozhnom napriazhennom sostoianii. Kak prognoziruut predel'nye napriazheniia – M.: «Izdatel'stvo Mashinostroenie – 1», 2005. – 244 s.
8. Makhutov N.A. Deformatsionnye kriterii razrusheniia i raschet elementov konstruksii na prochnost'. Moskva: Mashinostroenie, 1981.
9. De Souza Neto, E., Peric, D., and Owen, D. ' Computational Methods for Plasticity: Theory and Applications. Wiley, 2008.
10. E. Azinpour, J. P. S. Ferreira. A simple and unified implementation of phase field and gradient damage models. Advanced Modeling and Simulation in Engineering Sciences. 2018
11. Rice JR, Tracey DM. On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields*. J Mech Phys Solids. 1969,17, pp.201–17 .
12. Gurson AL. Continuum theory of ductile rupture by void nucleation and growth: part I-yield criteria and flow rules for porous ductile media. J Eng Mater Technol. 1977;99:2.
13. Tvergaard V, Needleman A. Analysis of the cup-cone fracture in a round tensile bar. Acta Metall. 1984;32:157–69.
14. Kachanov, L.M. 1958. Time of the Rupture Process under Creep Condition. Izv. Akad. Nauk. SSSR, Otd. Tekhn. Nauk., 8, 26–31 pp
15. Rabotnov, Y.N. 1963. On the Equations of State for Creep. Page 307 of: Progress in Applied Mechanics, Prager Anniversary Volume. New York: Macmillan
16. Leckie, F.A. and Hayhurst, D.R. 1974. Creep Rupture of Structures. Proc. Roy. Soc. Lond. pp. 323–347.
17. Lemaitre J. A continuous damage mechanics model for ductile fracture. J Eng Mater Technol. 1985;107:83.
18. Chaboche JL. Continuum damage mechanics: part I-general concepts. J Appl Mech. 1988. pp. 55-59.
19. Chaboche JL. Continuum damage mechanics: part II—damage growth, crack initiation, and crack growth. J Mech. 1988
16. Lemaitre, J. 1985. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture. J. Engng. Mat. Tech., 107, 83–89 pp.
20. Lemaitre, J. 1985. A Continuous Damage Mechanics Model for Ductile Fracture. J. Engng. Mat. Tech., 107, 83–89.
21. Marquis, D. and Lemaitre, J. 1988. Constitutive Equations for the Coupling Between Elasto-plasticity Damage and Ageing. Rev. Phys. Applic, 23, 615–624.
22. Lemaitre, J., Desmorat, R. and Sauzay, M. 2000. Anisotropic Damage Law of Evolution. Eur. J. Mech. A/Solids, 19, 187–208.
23. Kukudzhанov V.N. Komp'uternoe modelirovanie deformirovaniia, povrezhdaemosti i razrusheniia neuprugikh materialov i konstruksii. M.: MFTI, 2008.
24. Korolev I.K., Petinov S.V., Freidin A.B. Chislennoe modelirovanie nakopleniia povrezhdenii i razvitiia ustalostnoi treshchiny v uprugikh materialakh // Vychislitel'naia mekhanika sploshnykh sred. 2009. T. 2. № 3. S. 34–43
25. Stepanova L.V. Matematicheskie metody mekhaniki razrusheniia M.: Fizmatlit, 2009. 336 c.
26. Volkov I.A., Korotkikh Iu.G. Uravneniia sostoianiiia viazkouprugoplasticheskikh sred s povrezhdeniiami. M.: Fizmatlit, 2008. 424 c.
27. Izvekov O.Ia., Selitskii A.A., Krupenik A.M. Realizatsiia energeticheskoi modeli kontinual'nogo razrusheniia khрупkikh sred v SIMULIA/ABAQUS 6.9. URL: <http://www.thesis.com/software/abaqus/abaqus-exp.php>.
28. Astaf'ev V.I., Radaev Iu.N., Stepanova L.V. Nelineinaia mekhanika razrusheniia. Samara: Izd-vo "Samsarskii universitet", 2001. 632 c
29. Kim E.-H., Rim M.-S., Hwang T.-K. Composite damage model based on continuum damage mechanics and low velocity impact analysis of composite plates // Composite Structures. 2013. V. 95. P. 123–134.
30. Stepanova L.V. Utochnennyi raschet napriazhenno-deformirovannogo sostoianiiia u vershiny treshchiny v usloviakh tsiklicheskogo nagruzheniia v srede s povrezhdennost'iu // Vestnik Samarskogo gosuniversiteta. 2011. № 83. S. 105–115.
31. Murakami, S. and Ohno, N. 1981. A Continuum Theory of Creep and Creep Damage. Pages 422–443 of: Ponter, A.R.S. (ed), Proceedings of the IUTAM Symposium on Creep in Structures, Leicester, 1980. Berlin: Springer.
32. Junhe L., YuanF., SebastianM. A Modified Lemaitre Damage Model Phenomenologically Accounting for the Lode Angle Effect on Ductile Fracture. Procedia Materials Science 3. 2014.
33. Armero, F. and Oller, S. 2000. A General Framework for Continuum Damage Models. I. Infinitesimal Plastic Damage Models in Stress Space. Int. J. Solids Structs, 37, 7409–7436.
34. ANSYS Mechanical APDL Theory Reference Release 14.5 // ANSYS, Inc.Southpointe, 275 Technology Drive, CanonBurg, PA 2012.
35. Robert Lee Gates. A Finite Element Implementation of a Ductile. Bachelor Thesis. Gottfried Wilhelm Leibniz University Hannover. 2012.
36. Kosov D.A, Fedorenkov D.I., Tumanov A.V. Realizatsiia modeli povrezhdennosti Lemaitre v konechno-elementnom komplekse Ansys // Trudy Akademenergo, 2020, №4 (61). – Kazan'. S. 30-48
37. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Pavlenkova E.V. Modelirovanie protsessov deformirovaniia i lokalizatsii plasticheskikh deformatsii pri kruchenii rastiiazhenii tel vrashcheniia // Prikl. matem. i mekhanika. – 2008. – T. 72. Vyp. 2. – S. 342–350.
38. Bazhenov V.G., Zhegalov D.V., Pavlenkova E.V. Chislennoe i eksperimental'noe issledovanie uprugoplasticheskikh protsessov rastiiazheniia-krucheniiia osesimmetrichnykh tel pri bol'shikh deformatsiiakh // Izv. RAN. Mekhanika tverdogo tela. – 2011. – № 2. – S. 57–66.
39. Neiber G. Kontsentratsiia napriazhenii. OGIZ-Gostekhizdat, Moskva Leningrad, 1947.

Финансирование. Работа не имела финансовой поддержки.

Конфликт интересов. Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

Вклад авторов равноценен.

Funding. The work had no financial support.

Conflict of interest. The authors declare no conflict of interest.

The contribution of the authors is equivalent.