

Вязкопластическое деформирование гранулированного никелевого сплава при высоких температурах / Д.Р. Абашев, В.С. Бондарь, П.О. Диковицкий, С.В. Морозов, О.Е. Ларионова // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2024. – № 1. – С. 13–20. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.02

Perm Polytech Style: Abashev D.R., Bondar V.S., Dikovitsky P.O., Morozov S.V., Larionova O.E. Viscoplastic deformation of granular nickel alloy at high temperatures. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2024, no. 1, pp. 13-20. DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.02



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 1, 2024

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.1.02

УДК 539.43:531.781.2

## ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ГРАНУЛИРОВАННОГО НИКЕЛЕВОГО СПЛАВА ПРИ ВЫСОКИХ ТЕМПЕРАТУРАХ

Д.Р. Абашев, В.С. Бондарь, П.О. Диковицкий, С.В. Морозов, О.Е. Ларионова

Московский политехнический университет, Москва, Российская Федерация

### О СТАТЬЕ

Получена: 08 августа 2023 г.  
Одобрена: 28 ноября 2023 г.  
Принята к публикации:  
12 марта 2024 г.

#### Ключевые слова:

вязкопластическое деформирование, гранулированный никелевый сплав, высокая температура, теория термовязкопластичности, диаграмма вязкопластического деформирования, разупрочнение.

### АННОТАЦИЯ

Рассматривается вязкопластическое деформирование гранулированного никелевого сплава в процессе изотермической раскатки в условиях высокой температуры. Напряженное состояние сплава в процессе раскатки является неоднородным и многоосным при повторном деформировании с переменной скоростью деформирования. Диаграммы вязкопластического деформирования сплава при высоких температурах и различных скоростях деформирования имеют падающий (разупрочняющийся) участок вплоть до разрушения, что обусловлено кратковременной ползучестью при мощном разупрочнении. Математическое моделирование вязкопластического поведения сплава в таких условиях предлагается осуществлять на основе варианта теории термовязкопластичности, базирующегося на теории течения при комбинированном упрочнении. Вариант теории термовязкопластичности обобщен на неизотермическое нагружение и на зависимость процесса нагружения от скорости деформирования. Изложены основные положения и уравнения варианта теории термовязкопластичности. Определены материальные параметры, замыкающие вариант теории, базовый эксперимент и метод получения материальных параметров. Получены материальные параметры гранулированного никелевого сплава при высоких температурах и различных скоростях деформирования. Приведены результаты экспериментов на одноосное растяжение цилиндрических образцов из гранулированного никелевого сплава при высоких температурах и различных скоростях деформирования. Рассмотрены также испытания с разгрузкой и последующим нагружением. Математическое моделирование испытаний гранулированного никелевого сплава осуществляется на основе численного решения задачи Коши методом Рунге – Кутты 4-го порядка точности системы уравнений для одноосного напряженного состояния при жестком нагружении, полученной на основе общих уравнений варианта теории термовязкопластичности. Полученные расчетные диаграммы вязкопластического деформирования сопоставляются с экспериментальными. Наблюдается надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов, что говорит об адекватности разработанного варианта теории термовязкопластичности и метода идентификации материальных параметров.

© ПНИПУ

© Абашев Дмитрий Рустамович – к. ф.-м. н., доц., e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Бондарь Валентин Степанович – д. ф.-м. н., проф., Заслуженный деятель науки РФ, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Диковицкий Павел Олегович – асп., e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Морозов Сергей Викторович – к. т. н., доц., e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Ларионова Ольга Евгеньевна – асп., e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).

Dmitriy R. Abashev – PhD, Associate Professor, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Valentin S. Bondar – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Pavel O. Dikovitskiy – Postgraduate Student, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Sergey V. Morozov – PhD in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).  
Olga E. Larionova – Postgraduate Student, e-mail: [tm@mospolytech.ru](mailto:tm@mospolytech.ru).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## VISCOPLASTIC DEFORMATION OF GRANULAR NICKEL ALLOY AT HIGH TEMPERATURES

D.R. Abashev, V.S. Bondar, P.O. Dikovitsky, S.V. Morozov, O.E. Larionova

Moscow Polytechnic University, Moscow, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 08 August 2023  
Approved: 28 November 2023  
Accepted for publication:  
12 March 2024

#### Keywords:

viscoplastic deformation, granular nickel alloy, high temperature, theory of thermoviscoplasticity, diagram of viscoplastic deformation, softening.

### ABSTRACT

The viscoplastic deformation of a granular nickel alloy during isothermal rolling under high temperature conditions is considered. The stress state of the alloy during rolling is inhomogeneous and multiaxial during repeated deformation with a variable deformation rate. The diagrams of the viscoplastic deformation of the alloy at high temperatures and various deformation rates have a falling (softening) section up to destruction, which is due to a short-term creep during powerful softening. Mathematical modeling of the viscoplastic behavior of the alloy under such conditions is proposed to be carried out on the basis of a variant of the theory of thermoviscoplasticity based on the theory of flow under combined hardening. A variant of the theory of thermoviscoplasticity is generalized to non-isothermal loading and to dependence of the violation process on the deformation rate. The main provisions and equations of the variant of the theory of thermoviscoplasticity are presented. The material parameters that close the version of the theory, the basic experiment and the method of obtaining material parameters are determined. The material parameters of the granular nickel alloy at high temperatures and various deformation rates are obtained. The results of experiments on uniaxial stretching of cylindrical samples made of granular nickel alloy at high temperatures and different deformation rates are presented. Tests with unloading and subsequent loading are also considered. Mathematical modeling of tests of a granular nickel alloy is carried out on the basis of a numerical solution of the Cauchy problem by the Runge-Kutta method of the 4th order of accuracy of the system of equations for a uniaxial stress state under rigid loading obtained on the basis of general equations of a variant of the theory of thermoviscoplasticity. The obtained calculated diagrams of viscoplastic deformation are compared with experimental ones. There is a reliable correspondence between the calculated and experimental results, which indicates the adequacy of the developed version of the theory of thermoviscoplasticity and the method of identification of material parameters.

© PNRPU

### Введение

Авиационное двигателестроение является крупным потребителем сложнелегированных, в том числе порошковых (гранульных), сталей и жаропрочных сплавов на никелевой и титановой основе, которые трудно поддаются обработке давлением. Поэтому, для формообразования из них заготовок дисков газотурбинных двигателей (ГТД) 5-го и 6-го поколения требуется разработка новых технологических процессов. Перспективными в этом отношении являются ротационные методы, которые существенно снижают силы деформации, позволяют получать детали сложной пространственной формы и существенно повышают коэффициент использования металла [1; 2].

В процессе изотермической раскатки в условиях высокой температуры материал подвергается вязкопластическому деформированию. При этом процесс деформирования материала в зависимости от вращения диска и движения ролика может повторяться. Напряженное состояние материала в процессе раскатки является неоднородным и многоосным. К тому же диаграмма вязкопластического деформирования материала при растяжении с различными скоростями деформирования после начального упрочнения имеют падающий участок разупрочнения вплоть до разрушения. Такое поведение материала обусловлено тем, что при высоких темпера-

турах наблюдается кратковременная ползучесть, происходящая в условиях мощного разупрочнения.

Экспериментальному исследованию и математическому моделированию процессов термовязкопластического деформирования конструкционных сталей и сплавов посвящено большое количество работ [3–33]. Наиболее развитыми и перспективными направлениями математического моделирования термовязкопластического деформирования являются варианты теории термовязкопластичности, базирующиеся на теории течения при комбинированном упрочнении [8–17; 21–29].

В работе рассматривается вариант теории термовязкопластичности, основанный на теории неупругости [9]. Вариант теории термовязкопластичности обобщен на неизотермическое нагружение и на зависимость процесса нагружения от скорости деформирования. Определены материальные параметры варианта теории термовязкопластичности, базовый эксперимент и метод определения материальных параметров. Для гранулированного никелевого сплава получены материальные параметры для высоких температур. Проводится экспериментально-теоретическое исследование вязкопластического поведения гранулированного никелевого сплава при одноосном растяжении в условиях высоких температур в широком диапазоне скоростей деформирования. Результаты расчетов сравниваются с данными экспериментов.

## 1. Основные положения и уравнения варианта теории термовязкопластичности

Материал однороден и начально изотропен. В процессе вязкопластического деформирования в нем может возникать только деформационная анизотропия. Тензор скоростей деформаций  $\dot{\epsilon}_{ij}$  представляется в виде суммы тензоров скоростей упругой  $\dot{\epsilon}_{ij}^e$  и неупругой  $\dot{\epsilon}_{ij}^p$  деформаций

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \dot{\epsilon}_{ij}^e + \dot{\epsilon}_{ij}^p. \quad (1)$$

Процесс деформирования зависит от изменения температуры  $T$  и скорости деформирования  $\xi$

$$\xi = \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij} \dot{\epsilon}_{ij} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (2)$$

где  $\dot{\epsilon}_{ij}$  – девиатор скоростей деформации.

При изменении напряжений, температуры и скорости деформирования упругие деформации следуют закону Гука, обобщенному на неизотермическое нагружение и нагружение при переменной скорости деформирования

$$\dot{\epsilon}_{ij}^e = \frac{1}{E} \left[ \dot{\sigma}_{ij} - \nu (3\sigma_0 \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij}) \right] + \alpha_{ij}^T \dot{T} + \alpha_{ij}^{\xi} \dot{\xi}, \quad (3)$$

$$\alpha_{ij}^T = \alpha_T \delta_{ij} - \frac{1}{E^2} \left[ \sigma_{ij} - \nu (3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \right] \frac{\partial E}{\partial T} - \frac{1}{E} (3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \frac{\partial \nu}{\partial T},$$

$$\alpha_{ij}^{\xi} = -\frac{1}{E^2} \left[ \sigma_{ij} - \nu (3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \right] \frac{\partial E}{\partial \xi} - \frac{1}{E} (3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij}) \frac{\partial \nu}{\partial \xi},$$

где  $\sigma_{ij}$  – тензор напряжений;  $\sigma_0 = \sigma_{ii}/3$  – среднее напряжение;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера;  $E$  – модуль Юнга;  $\nu$  – коэффициент Пуассона.

Полагается, что в пространстве составляющих тензора напряжений существует поверхность нагружения, разделяющая области упругого и неупругого состояний. Поверхность нагружения изотропно расширяется или сужается и смещается в процессе нагружения. Уравнение поверхности нагружения принимается в следующем виде:

$$f(\sigma_{ij}) = \frac{3}{2} (s_{ij} - a_{ij})(s_{ij} - a_{ij}) - C^2 = 0. \quad (4)$$

Здесь  $s_{ij}^* = s_{ij} - a_{ij}$  – девиатор активных [4] напряжений;  $s_{ij}$  – девиатор напряжений. Тензор  $a_{ij}$  (добавочных напряжений [6], остаточных микронапряжений [4]) характеризует смещение поверхности нагружения в девиаторном пространстве напряжений, т.е. направленное (анизотропное) упрочнения. Скаляр  $C$  отвечает размеру (радиусу) поверхности нагружения и характеризует изотропное упрочнение (разупрочнение). Тензор  $a_{ij}$

и радиус  $C$  являются функционалами процесса нагружения.

Для радиуса поверхности нагружения принимается следующая зависимость:

$$C = C_p(\epsilon_{u^*}^p, T, \xi), \quad (5)$$

$$\dot{C} = q_\epsilon \dot{\epsilon}_{u^*}^p + q_T \dot{T} + q_\xi \dot{\xi}. \quad (6)$$

Здесь  $\dot{\epsilon}_{u^*}^p = \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}}$  – интенсивность скоростей

неупругой деформации (скорость накопленной неупругой деформации);

$\epsilon_{u^*}^p = \int_0^t \left( \frac{2}{3} \dot{\epsilon}_{ij}^p \dot{\epsilon}_{ij}^p \right)^{\frac{1}{2}} dt$  – накопленная

неупругая деформация (длина дуги траектории неупругой деформации);  $q_\epsilon, q_T, q_\xi$  – определяющие функции, которые далее будут выражены через материальные.

Смещение поверхности нагружения определяется эволюционным уравнением Армстронга – Фредерика – Кадашевича [19; 20], обобщенным на неизотермическое [9] нагружение и переменную скорость деформирования

$$\dot{a}_{ij} = \frac{2}{3} g \dot{\epsilon}_{ij}^p + g_a a_{ij} \dot{\epsilon}_{u^*}^p + g_a^T a_{ij} \dot{T} + g_a^\xi a_{ij} \dot{\xi}. \quad (7)$$

Здесь  $g, g_a, g_a^T, g_a^\xi$  – определяющие функции, которые выражаются [9] через материальные функции  $\beta$  и  $\sigma_a$  следующим образом:

$$g = \beta \sigma_a, \quad g_a = -\beta, \quad g_a^T = \frac{1}{\sigma_a} \frac{\partial \sigma_a}{\partial T}, \quad g_a^\xi = \frac{1}{\sigma_a} \frac{\partial \sigma_a}{\partial \xi}.$$

Неупругие деформации являются функционалами процесса нагружения и определяются на основе ассоциированного с поверхностным нагружением (4) закона течения (градиентального закона течения) следующим образом:

$$\dot{\epsilon}_{ij}^p = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^*}{\sigma_u^*} \dot{\epsilon}_{u^*}^p, \quad \sigma_u^* = \left( \frac{3}{2} s_{ij}^* s_{ij}^* \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

Здесь  $\sigma_u^*$  – интенсивность активных напряжений;  $\lambda$  – скалярная функция.

Скорость накопленной неупругой деформации при мягком (задаются компоненты тензора напряжений) и жестком (задаются компоненты тензора деформаций) режимах нагружения определяется [9] следующим образом:

$$\dot{\epsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_*} \left[ \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} - B^\xi \dot{\xi} \right], \quad (9)$$

$$\dot{\epsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_* + 3G} \left[ 3G \frac{s_{ij}^* (\dot{\epsilon}_{ij} - \alpha_{ij}^T \dot{T} - \alpha_{ij}^\xi \dot{\xi})}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} - B^\xi \dot{\xi} \right], \quad (10)$$

$$E_* = q_\varepsilon + g + g_a a_u^*,$$

$$B^T = q_T + g_a^T a_u^*,$$

$$B^\xi = q_\xi + g_a^\xi a_u^*,$$

$$a_u^* = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}}{\sigma_u^*}.$$

Уравнение (9) соответствует мягкому нагружению, а уравнение (10) – жесткому.

Условия упругого и неупругого состояний следуют из того, что для неупругого состояния необходимо, чтобы изображающаяся точка процесса нагружения находилась на поверхности нагружения и определяемая скорость накопленной неупругой деформации была положительная, а упругое состояние следует при нарушении любого из двух упомянутых условий. Тогда условия упругого и неупругого состояний будут иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \sigma_u^* < C \cup \dot{\varepsilon}_{u^*}^p \leq 0 & \quad \text{– упругость,} \\ \sigma_u^* = C \cap \dot{\varepsilon}_{u^*}^p > 0 & \quad \text{– неупругость.} \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь под  $\dot{\varepsilon}_{u^*}^p$  подразумевается выражение, задаваемое уравнением (9) либо (10) или любым другим уравнением, связывающим скорость накопленной неупругой деформации и любой набор скоростей напряжений и деформаций (смешанное нагружение).

## 2. Материальные функции и их аппроксимации

Рассмотренный вариант теории термовязкопластичности замыкается следующими материальными функциями:

$E(T, \xi), \nu, \alpha_T(T)$  – упругие функции;

$C_p(\varepsilon_{u^*}^p, T, \xi)$  – функция изотропного упрочнения;

$\sigma_a(T, \xi), \beta$  – функции анизотропного упрочнения.

Эти функции предлагается аппроксимировать следующими выражениями:

$$E(T, \xi) = K_E(T) \xi^{n_E(T)}, \quad (12)$$

$$C_p(\varepsilon_{u^*}^p, T, \xi) = E_C(T) \varepsilon_{u^*}^p + C_0(T, \xi), \quad (13)$$

$$C_0(T, \xi) = K_C(T) \xi^{n_C(T)}, \quad (14)$$

$$\sigma_a(T, \xi) = K_a(T) \xi^{n_a(T)}, \quad (15)$$

$$\begin{aligned} q_\varepsilon = \frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u^*}^p} = E_C, \quad q_T = \frac{\partial C_p}{\partial T} = \frac{dE_C}{dT} \varepsilon_{u^*}^p + \frac{\partial C_0}{\partial T}, \\ q_\xi = \frac{\partial C_p}{\partial \xi} = \frac{\partial C_0}{\partial \xi}. \end{aligned} \quad (16)$$

Таким образом, на основе результатов экспериментов необходимо определить следующие материальные параметры:

$K_E(T), n_E(T), \nu, \alpha_T(T)$  – параметры аппроксимации упругих функций;

$E_C(T), K_C(T), n_C(T)$  – параметры аппроксимации функции изотропного упрочнения;

$K_a(T), n_a(T), \beta$  – параметры аппроксимации функций анизотропного упрочнения.

Экспериментальные исследования, проведенные авторами работ, показали, что изменение материальных функций  $\nu$  и  $\beta$  от температуры и скорости деформирования незначительно.

## 3. Метод определения материальных параметров

Метод определения параметров гранулированного никелевого сплава основан на представлении экспериментальных данных в виде линейных зависимостей с использованием метод наименьших квадратов. Материальные параметры сплава определяются при разных температурах. Исходными данными для определения материальных параметров сплава является диаграмма, связывающая нагрузку, приложенную к образцу (рис. 1), его удлинение, начальный диаметр образца, база, на которой проводится измерение удлинения, и заданная скорость удлинения образца. Полученные по результатам эксперимента диаграммы перестраиваются в истинные диаграммы деформирования, связывающие истинное напряжение и логарифмическую деформацию для каждой температуры и разных скоростей деформирования.

Модуль упругости определяется как тангенс угла наклона начального (упругого) участка диаграммы деформирования. Далее в логарифмической системе координат строится линейная зависимость  $\lg E$  от  $\lg \xi$  и определяются параметры  $K_E$  и  $n_E$  для каждой температуры.

Для определения скорости изотропного разупрочнения  $E_C$  диаграмма деформирования перестраивается в диаграмму неупругого деформирования, исключая упругую деформацию. На построенных диаграммах неупругого деформирования присутствует линейный участок, тангенс угла наклона которого и есть скорость изотропного разупрочнения  $E_C$ .

Начальный размер поверхности нагружения  $C_0$  определяется напряжением, разделяющим область упругого и неупругого деформирования, значение которого можно определить путем экстраполяции первых точек диаграммы неупругого деформирования до нулевой деформации. Далее в логарифмических координатах строится линейная зависимость  $\lg C_0$  от  $\lg \xi$  и определяются параметры  $K_C$  и  $n_C$  для каждой температуры.

Для определения параметров анизотропного упрочнения  $\sigma_a$  и  $\beta$  из диаграммы неупругого деформирования вычитается функция (13) изотропного разупрочнения, и получается диаграмма изменения микронапряжений от неупругих деформаций. Далее полученная диаграмма перестраивается в координатах производной микронапряжения  $da/d\epsilon^p$  от микронапряжения  $a$ . Аппроксимируя эту зависимость линейной функцией, можно получить [9] параметры  $\sigma_a$  и  $\beta$ . Далее в логарифмических координатах строится линейная зависимость  $\lg \sigma_a$  от  $\lg \xi$  и определяются параметры  $K_a$  и  $n_a$ .

#### 4. Вязкопластическое деформирование гранулированного никелевого сплава

Для выбора модели поведения гранулированного никелевого сплава и определения материальных параметров необходимо провести ряд экспериментов по одноосному растяжению образцов (см. рис. 1) в диапазоне температур, до которых может быть нагрета заготовка при проведении раскатки. Для получения достоверной диаграммы деформирования материала замер деформации осуществляется по перемещению захватов испытательной машины, отношению к длине рабочей части образца, измеряемой между серединами радиусов перехода от рабочей части к захватной. Испытания образцов проводятся при температурах 1050, 1100, 1150 °C и скоростях деформирования 0,032; 0,0053; 0,00053; 0,00026; 0,00011 с<sup>-1</sup>.

В таблице приведены материальные параметры гранулированного никелевого сплава для трех уровней высоких температур. Для данных, приводимых в таблице, скорость деформирования  $\xi$  измеряется в с<sup>-1</sup>.

Материальные параметры гранулированного никелевого сплава

Material parameters of granular nickel alloy

Параметр	Значение		
$T, ^\circ\text{C}$	1050	1100	1150
$K_E, \text{МПа}$	14000	14000	12000
$n_E$	0.0756	0.113	0.138
$K_C, \text{МПа}$	745	456	255
$n_C$	0.166	0.166	0.166
$E_C, \text{МПа}$	-1600	-1600	-780
$K_a, \text{МПа}$	196	165	92
$n_a$	0.16	0.17	0.173
$\beta$	250	250	250
$\nu$	0,3	0,3	0,3

Экспериментальные диаграммы деформирования при разных температурах и скоростях деформирования приведены на рис. 2–4.

Результаты испытаний образцов на растяжения с разгрузкой и последующим растяжением со скоро-

стью деформирования 0,032 с<sup>-1</sup> приведены на рис. 5–7 для разных температур. Экспериментальные результаты на рис. 2–7 показаны кружками различного цвета.

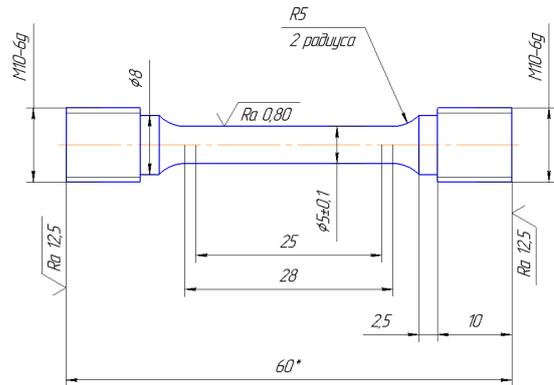


Рис. 1. Образец для испытаний при повышенных температурах

Fig. 1. Specimen for testing at elevated temperatures

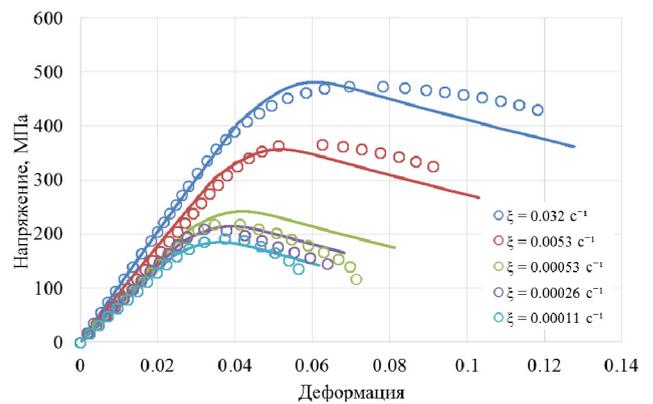


Рис. 2. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1050 °C

Fig. 2. Calculated and experimental diagrams of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1050 °C

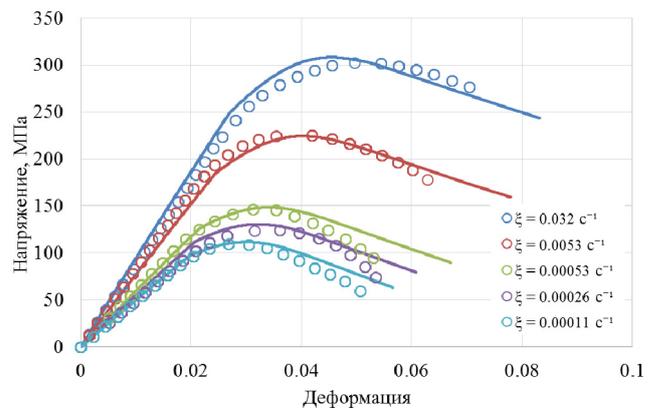


Рис. 3. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1100 °C

Fig. 3. Calculated and experimental diagrams of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1100 °C

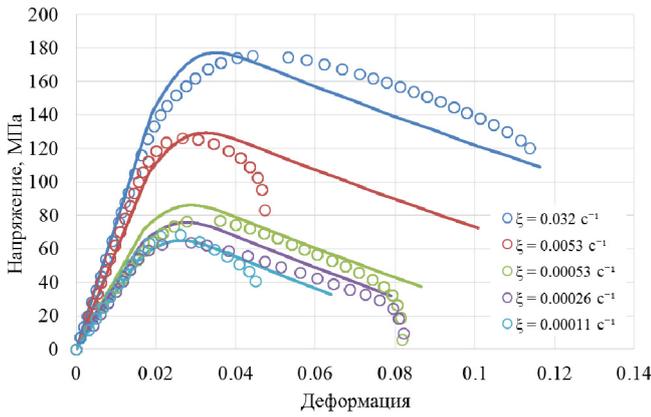


Рис. 4. Расчетные и экспериментальные диаграммы деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1150 °С

Fig. 4. Calculated and experimental diagrams of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1150 °C

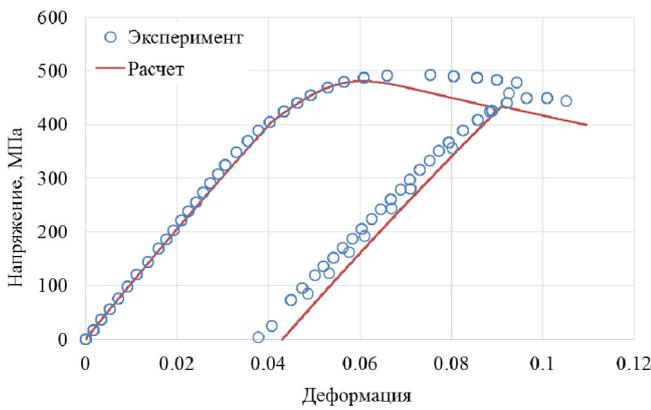


Рис. 5. Расчетная и экспериментальная диаграмма деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1050 °С с разгрузкой

Fig. 5. Calculated and experimental diagram of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1050 °C with unloading

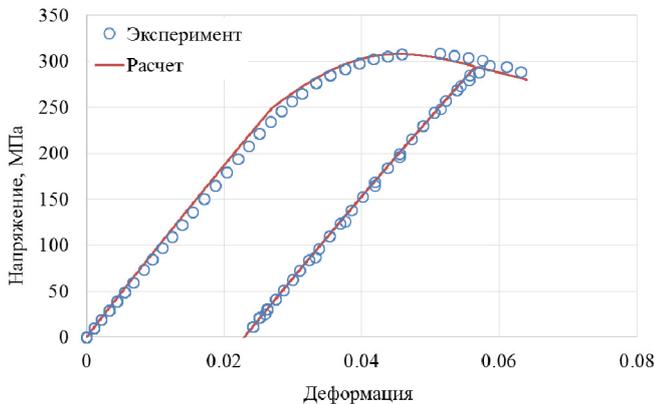


Рис. 6. Расчетная и экспериментальная диаграмма деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1100 °С с разгрузкой

Fig. 6. Calculated and experimental diagram of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1100 °C with unloading

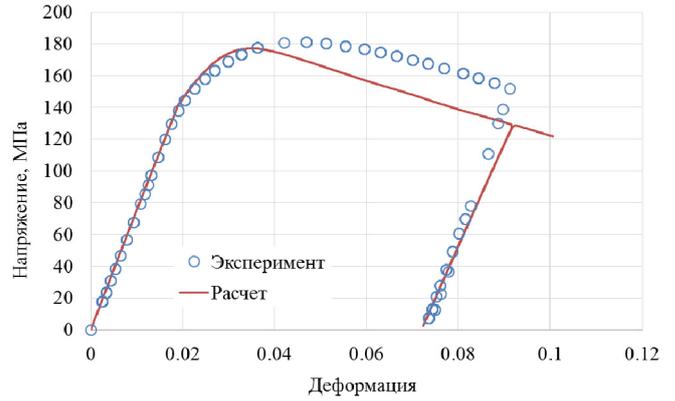


Рис. 7. Расчетная и экспериментальная диаграмма деформирования гранулированного никелевого сплава при температуре 1150 °С с разгрузкой

Fig. 7. Calculated and experimental diagram of deformation of a granular nickel alloy at a temperature of 1150 °C with unloading

Для расчетного определения напряженно-деформированного состояния при одноосном деформировании по заданной скорости осевой деформации и температуре решается задача Коши для системы уравнений для одноосного напряженного состояния при жестком нагружении, полученной на основе общих уравнений, приведенных выше. Пример получения такой системы уравнений приводится в работе [9]. Решение задачи Коши проводится по методу Рунге – Кутты 4-го порядка точности.

На рис. 2–7 сплошными кривыми различного цвета показаны результаты, полученные на основе предложенного варианта теории вязкопластичности. Сравнение результатов расчетов и экспериментов показывает, что расчет качественно моделирует нестандартное поведение падающих диаграмм растяжения при различных скоростях деформирования и температурах. Поведение материала в экспериментах при упругой разгрузке и последующем нагружении соответствует рассчитанному с помощью модели поведения материала. Отличие результатов расчетов и экспериментов не превышает 15 %.

## Закключение

Сформулированы основные положения и уравнения варианта теории термовязкопластичности для математического моделирования процесса раскатки дисков из гранулированного никелевого сплава. Разработан метод идентификации материальных параметров, замыкающих вариант теории термовязкопластичности. Получены материальные параметры гранулированного никелевого сплава.

Результаты проведенного математического моделирования удовлетворительно коррелируют с результатами экспериментов, что говорит об адекватности предложенного варианта теории термовязкопластичности и метода идентификации материальных параметров.

## Библиографический список

1. Бурлаков, И.А. Расчет технологических параметров изотермической раскатки дисков газотурбинных двигателей / И.А. Бурлаков, С.В. Морозов, И.А. Боровских // Заготовительные производства в машиностроении. – М., 2010. – № 2. – С. 28–34.
2. Поперечно-клиновое прокатывание в машиностроении / А.И. Целиков, И.Л. Казанская, А.С. Сафронов [и др.]. – М.: Машиностроение, 1982. – 192 с.
3. Ильющин, А.А. Механика сплошной среды / А.А. Ильющин. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.
4. Новожилов, В.В. Микронапряжения в конструкционных материалах / В.В. Новожилов, Ю.И. Кадашевич. – Л.: Машиностроение, 1990. – 224 с.
5. Работнов, Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций / Ю.Н. Работнов. – М.: Физматгиз, 1966. – 752 с.
6. Термопрочность деталей машин: справочник / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.
7. Качанов, Л.М. Теория ползучести / Л.М. Качанов. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960. – 455 с.
8. Малинин, Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести / Н.Н. Малинин. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
9. Bondar, V.S. Inelasticity. Variants of the theory / V.S. Bondar. – New York: Begell House, 2013. – 194 p.
10. Ресурс материалов и конструкций / В.С. Бондарь, И.Г. Горячева, Ю.Г. Матвиенко [и др.]; под общей ред. В.С. Бондаря. – М.: Издательство Московского политеха, 2019. – 192 с.
11. Волков, И.А. Уравнения состояния вязкоупруго-пластических сред с повреждениями / И.А. Волков, Ю.Г. Коротких. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.
12. Прикладная теория вязкопластичности: монография / И.А. Волков [и др.]. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 318 с.
13. Капустин, С.А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ / С.А. Капустин, Ю.А. Чурилов, В.А. Горохов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 347 с.
14. Нелинейная механика материалов / Ж. Бессон [и др.]. – СПб.: Изд-во политехн. ун-та, 2010. – 397 с.
15. Бондарь, В.С. Вариант теории термовязкопластичности / В.С. Бондарь, В.В. Даншин, А.А. Кондратенко // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 1. – С. 39–56. DOI: 10.15593/pern.mech/2016.1.0
16. Бондарь, В.С. Прикладная теория неупругости / В.С. Бондарь, Д.Р. Абашев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 4. – С. 147–162. DOI: 10.15593/pern.mech/2018.4.14
17. Бондарь, В.С. Неупругое поведение и разрушение материалов при изотермических и неизотермических, простых и сложных нагружениях / В.С. Бондарь, Д.Р. Абашев // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2020. – № 4. – С. 107–119. DOI: 10.15593/pern.mech/2020.4.10
18. Темис, Ю.М. Моделирование пластичности и ползучести конструкционных материалов ГТД / Ю.М. Темис // Материалы 49-й Международной научно-технической конференции ААИ «Приоритеты развития отечественного автотракторостроения и подготовки инженерных научных кадров». Школа-семинар «Современные модели термовязкопластичности». – М.: МАМИ, 2005. – Ч. 2. – С. 25–76.
19. Armstrong, P.J. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect / P.J. Armstrong, C.O. Frederick // CEGB Report No. RD/B/N/ 731. – 1966.
20. Кадашевич, Ю.И. О различных тензорно-линейных соотношениях в теории пластичности / Ю.И. Кадашевич // Исследования по упругости и пластичности. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1967. – Вып. 6. – С. 39–45.
21. Miller, A.K. A unified approach to predicting interactions among creep, cyclic plasticity, and recovery / A.K. Miller // Nuclear Engineering and Design. – 1978. – Vol. 51. – P. 35–43.
22. Miller, K.J. Multiaxial fatigue: a brief review / K.J. Miller, M.W. Brown // Adv. Fract. Res. Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conf. New Delhi 4-10 Dec. – 1984. – Vol. I. – P. 31–56.
23. Miller, A.K. NONSS: A new method for integrating unified constitutive equations under complex histories / A.K. Miller, T.G. Tanaka // Trans. ASME: Journal of Engineering Materials and Technology – 1988. – Vol. 110, no. 3. – P. 205–211.
24. Hart, E.W. Constitutive relations for the nonelastic deformation of metals / E.W. Hart // ASME. J. Eng. Mater. Technol. – 1976. – Vol. 98, no. 3. – P. 193–202. DOI: 10.1115/1.3443368
25. Chaboche, J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity / J.L. Chaboche // Inter. J. of Plasticity. – 1989. – Vol. 5, no. 3. – P. 247–302.
26. Chaboche, J.L. Thermodynamically based viscoplastic constitutive equations: theory versus experiment / J.L. Chaboche // ASME Winter Annual Meeting, Atlanta, GA (USA), 1991. – P. 1–20.
27. Chaboche, J.L. Cyclic viscoplastic constitutive equations, parts I and II / J.L. Chaboche // ASME J. of Applied Mechanics 60. – 1993. – P. 813–828.
28. Chaboche, J.L. On the plastic and viscoplastic constitutive equations / J.L. Chaboche, G. Rousselier // ASME J. of Pres. Vessel Techn. – 1983. – Vol. 105. – P. 153–164.
29. Chaboche, J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories / J.-L. Chaboche // Int. J. of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – P. 1642–1692.
30. Nahrman, M. A critical review and assessment of different thermoviscoplastic material models for simultaneous hot/cold forging analysis / M. Nahrman, A. Matzenmiller // international journal of material forming. – 2021. – Vol. 14. – P. 641–662. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12289-020-01553-0>
31. Brocker, C. On the generalization of uniaxial thermoviscoplasticity with damage to finite deformations based on enhanced rheological models / C. Brocker, A. Matzenmiller // Technische Mechanik. – 2014. – Vol. 34. – P. 142–165. DOI: 10.24352/UB.OVGU-2017-059
32. Brocker, C. Thermoviscoplasticity deduced from enhanced rheological models / C. Brocker, A. Matzenmiller // Proc. Appl. Math. Mech. – 2012. – Vol. 12. – P. 327–328. DOI: 10.1002/pamm.201210152
33. Oppermann, P. A thermo-viscoplasticity model for metals over wide temperature ranges- application to case hardening steel / P. Oppermann, R. Denzer, A. Menzel // Computational Mechanics. – 2022. – Vol. 69. – P. 541–563. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00466-021-02103-4>

## References

1. Burlakov I.A., Morozov S.V., Borovskih I.A. Raschet tehnologicheskikh parametrov izotermicheskoi raskatki diskov gazoturbinihkh dvigatelei / Zagotovitel'nie proizvodstva v mashinostroenii. M., 2010. № 2, P. 28-34.
2. Celikov A.I., Kazanskaya I.L., Safronov A.S. i dr. Poperechno-klinovaya prokatka v mashinostroenii.- M.: Mashinostroenie, -1982.- 192 p.
3. Il'ushin A.A. Mehanika sploshnoi sredi. – M.: Izd-vo MGU, 1990. – 310 p.
4. Novozhilov V.V., Kadashevich Iu.I. Mikronapriazheniia v konstruktsionnykh materialakh [Backstresses in structural materials]. L., Mashinostroenie, 1990, 224 p.
5. Rabotnov Ju.N. Polzuchest' elementov konstrukcii. – M.: Fizmatlit, 1996. – 752 p.
6. Termoprochnost' detalei mashin. Spravochnik / pod red. I.A. Birgera, B.F. Shorra – M.: Mashinostroenie, 1975. – 455 p.
7. Kachanov L.M. Teoriya polzuchesti. – M.: FIZMATLIT, 1960. – 455 p.
8. Malinin N.N. Prikladnaya teoriya plastichnosti I polzuchesti. – M.: Mashinostroenie, 1975. – 400 p.
9. Bondar V.S. Inelasticity. Variants of the theory. – New York: Begell House, 2013. – 194 p.
10. Resurs materialov I konstrukcii / V.S. Bondar, I.G. Goryacheva, Ju.G. Matvienko I dr.; pod obschei redakciei V.S. Bondarya. – M.: Izdatel'stvo Moscovskogo Politeha, 2019, 192 p.
11. Volkov I.A., Korotkih Ju.G. Uravneniya sostoyaniya vyazkouprugoplasticheskikh sred s povrejdeniyami. – M.: FIZMATLIT, 2008. – 424 p.
12. Prikladnaya teoriya vyazkoplastichnosti: monografiya / Volkov I.A. [I dr.] – N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2015. 318 p.
13. Modelirovanie nelineinogo deformirovaniya I razrushe-niya konstrukcii v usloviyah mnogofaktornih vozdeistvii na os-nove MKE / Kapustin S.A., Churilov Ju.A., Gorohov V.A. – N. Novgorod: Izd-vo NNGU, 2015. 347 p.
14. Nelineinaya mehanika materialov / Besson J. [I dr.] – Sankt-Peterburg: Izd-vo Politehn. un-ta, 2010. – 397 p.
15. Bondar V.S., Danshin V.V., Kondratenko A.A. Variant of thermoviscoplasticity theory, PNRPU Mechanics Bulletin. 2016, No. 1, pp. 39-56. doi: 10.15593/perm.mech/2016.1.03
16. Bondar V.S., Abashev D.R. Applied theory of inelasticity // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2018. – № 4. – P. 145-160. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.14
17. Bondar V.S., Abashev D.R. Inelastic behavior and destruction of materials under isothermal and non-isothermal, simple and complex loads // PNRPU Mechanics Bulletin. – 2020. – № 4. P. 107-119. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.4.10.
18. Temis Ju.M. Modelirovanie plastichnosti I polzuchesti konstruktsionnykh materialov GTD // Materiali 49-oi Mezhdunarodnoi nauchno-tehnicheskoi konferencii AAI "Prioriteti razvitiya otechestvennogo avtotraktorostroeniya I podgotovki inzhenernih nauchnih kadrov". Shkola-seminar "Sovremennye modeli termovyazkoplastichnosti". Chast' 2.- Moskva. MAMI, 2005. – P. 25-76.
19. Armstrong P.J., Frederick C.O. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect // CEGB Report No. RD/B/N/ 731. – 1966.
20. Kadashevich Ju.I. O razlichnih tenzorno-lineinikh sootnosheniyah v teorii plastichnosti // Issledovaniya po uprugosti I plastichnosti. – L.: Izd-vo LGU. – 1967. – Vip. 6. – P. 39-45.
21. Miller A.K. A unified approach to predicting interactions among creep, cyclic plasticity, and recovery // Nuclear Engineering and Design. – 1978. – Vol. 51. – P.35-43.
22. Miller K.J., Brown M.W. Multiaxial fatigue: a brief review // Adv. Fract. Res. Proc. 6<sup>th</sup> Int. Conf. New Delhi 4-10 Dec. – 1984. Vol. I. – P. 31-56.
23. Miller A.K., Tanaka T.G. NONSS: A new method for integrating unified constitutive equations under complex histories // Trans. ASME: Journal of Engineering Materials and Technology – 1988. – V. 110, № 3. – P. 205-211.
24. Hart E.W. Constitutive relations for the nonelastic deformation of metals // ASME. J. Eng. Mater. Technol. – 1976. – Vol. 98, No. 3. – P. 193–202. <https://doi.org/10.1115/1.3443368>
25. Chaboche J.L. Constitutive equation for cyclic plasticity and cyclic viscoplasticity. Inter. J. of Plasticity. Vol. 5. №3, -1989, P. 247-302.
26. Chaboche J.L. Thermodynamically based viscoplastic constitutive equations: theory versus experiment. ASME Winter Annual Meeting, Atlanta, GA (USA), – 1991, – P. 1-20.
27. Chaboche J.L. Cyclic viscoplastic constitutive equations, parts I and II. ASME J. of Applied Mechanics 60, – 1993. – P. 813-828.
28. Chaboche J.L., Rousselier G. On the plastic and viscoplastic constitutive equations // ASME J. of Pres. Vessel Techn. – 1983. Vol. 105. – P. 153-164.
29. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. Int. J. of Plasticity. – 2008. V.24. – P.1642-1692.
30. Nahrman M., Matzenmiller A. A Critical Review and Assessment of Different Thermoviscoplastic Material Models for Simultaneous Hot/Cold Forging Analysis // International Journal of Material Forming. Vol. 14, – 2021, P. 641–662. DOI: <https://doi.org/10.1007/s12289-020-01553-0>.
31. Brocker C., Matzenmiller A. On the Generalization of Uniaxial Thermoviscoplasticity with Damage to Finite Deformations Based on Enhanced Rheological Models // Technische Mechanik. Vol. 34, – 2014, P. 142-165. DOI: 10.24352/UB.OVGU-2017-059.
32. Brocker C., Matzenmiller A. Thermoviscoplasticity deduced from enhanced rheological models // Proc. Appl. Math. Mech. Vol. 12, – 2012, P. 327-328. DOI: 10.1002/pamm.201210152.
33. Oppermann P., Denzer R., Menzel A.A. thermoviscoplasticity model for metals over wide temperature ranges- application to case hardening steel // Computational Mechanics. Vol. 69, – 2022, P. 541-563. DOI: <https://doi.org/10.1007/s00466-021-02103-4>.

**Финансирование.** Исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов равноценен.**

**Financing.** The study was not sponsored.

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

**The contribution of the authors is equivalent.**