



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 2, 2024

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



Научная статья

DOI: 10.15593/perm.mech/2024.2.10

УДК 539.3

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПОДВОДНОГО ГАЗОПРОВОДА ПОД ДЕЙСТВИЕМ ВЗРЫВНОЙ НАГРУЗКИ

М.Х. Абузяров, Е.Г. Глазова, А.В. Кочетков, М.А. Кочетков

Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Российская Федерация

### О СТАТЬЕ

Получена: 27 октября 2023 г.  
Одобрена: 25 апреля 2024 г.  
Принята к публикации:  
21 мая 2024 г.

#### Ключевые слова:

подводный газопровод, взрыв, трехмерная задача, численное моделирование, схема Годунова, повышенная точность, эйлерово-лагранжев подход, упругопластическое деформирование.

### АННОТАЦИЯ

Моделируется процесс деформирования подводного двухслойного газопровода при взрыве близко расположенного заряда октогена. Для моделирования применяется специально разработанный авторский пакет программ для решения трехмерных динамических задач взаимодействия упругопластических конструкций со сжимаемыми средами, основанный на единой схеме Годунова повышенной точности для расчета совместного движения как газовых, жидкостных, так и упругопластических сред. В пакете применен эйлерово-лагранжев подход с явным выделением подвижных контактных поверхностей между различными средами. Используются три типа расчетных сеток для каждой из сред. Это лагранжевые поверхностные сетки в виде непрерывного набора треугольников для задания начальной геометрии тел и для их сопровождения в процессе расчета и два вида автоматически генерируемых в процессе расчета объемных трехмерных сеток. Инициация заряда, имеющего сферическую форму, производится в его центре. Для описания процесса распространения установившейся детонации применяется гидродинамическая теория детонации. Сформированные при взрыве в окружающей жидкости ударные волны взаимодействуют с фрагментом двухслойного трубопровода и жестким дном. Анализируются волновые процессы как в стальной трубе, так и в утяжеляющей ее бетонной оболочке. Оцениваются нагрузки на трубопровод в зависимости от расстояния до заряда. Показано возможное разрушение как стальной, так и бетонной утяжеляющей оболочки в областях растягивающих деформаций, формирующихся в местах максимального изгиба трубопровода. Показано, что близость дна может существенно усилить воздействие взрывного нагружения за счет действия отраженных от дна ударных волн.

© ПНИПУ

© Абузяров Мустафа Хасьянович – к.ф.-м.н., в.н.с., e-mail: [abouziar@mech.unn.ru](mailto:abouziar@mech.unn.ru), ID: 0000-0002-7522-1284.

Глазова Елена Геннадьевна – к.ф.-м.н., с.н.с., e-mail: [glazova@mech.unn.ru](mailto:glazova@mech.unn.ru), ID: 0000-0003-4351-889X.

Кочетков Анатолий Васильевич – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., e-mail: [kochetkov@mech.unn.ru](mailto:kochetkov@mech.unn.ru), ID: 0000-0001-7939-8207.

Кочетков Михаил Анатольевич – лаборант-исследователь, e-mail: [kochetkov@mech.unn.ru](mailto:kochetkov@mech.unn.ru), ID: 0009 0004 2876 6558.

Mustafa H. Abuziarov – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher,

e-mail: [abouziar@mech.unn.ru](mailto:abouziar@mech.unn.ru), ID: 0000-0002-7522-1284.

Elena G. Glazova – PhD in Physical and Mathematical Sciences, Senior Researcher,

e-mail: [glazova@mech.unn.ru](mailto:glazova@mech.unn.ru), ID: 0000-0003-4351-889X.

Anatoly V. Kochetkov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher,

e-mail: [kochetkov@mech.unn.ru](mailto:kochetkov@mech.unn.ru), ID: 0000-0001-7939-8207.

Mikhail A. Kochetkov – Research Assistant, Researcher, e-mail: [kochetkov@mech.unn.ru](mailto:kochetkov@mech.unn.ru), ID: 0009 0004 2876 6558.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

# MODELING THE DEFORMATION PROCESS OF AN UNDERWATER GAS PIPELINE UNDER THE EXPLOSIVE LOADING

M.H. Abuzyarov, E.G. Glazova, A.V. Kochetkov, M.A. Kochetkov

Research Institute for Mechanics, National Research Lobachevskiy State University of Nizhny Novgorod, Nizhny Novgorod, Russian Federation

## ARTICLE INFO

Received: 27 October 2023  
Approved: 25 April 2024  
Accepted for publication:  
21 May 2024

### Keywords:

underwater gas pipeline, explosion, three-dimensional problem, numerical modeling, Godunov scheme, increased accuracy, Eulerian-Lagrangian approach, elastoplastic deformation.

## ABSTRACT

The process of deformation of an underwater two-layer gas pipeline during the explosion of a nearby octogen charge is simulated. For modeling, a specially developed proprietary software package is used to solve three-dimensional dynamic problems of interaction of elastoplastic structures with compressible media, based on a single Godunov scheme of increased accuracy for calculating the joint motion of gas, liquid, and elastoplastic media. The package uses an Eulerian-Lagrangian approach with explicit identification of moving contact surfaces between different media. For each environment, three types of computational grids are used. These are Lagrangian surface meshes in the form of a continuous set of triangles for specifying the initial geometry of bodies and accompanying them during the calculation process, as well as two types of three-dimensional volumetric meshes automatically generated during the calculation process. The charge, which has a spherical shape, is initiated at its center. To describe the process of propagation of steady-state detonation, the hydrodynamic theory of detonation is used. Shock waves generated during an explosion in the surrounding liquid interact with a fragment of a two-layer pipeline and a solid bottom. Wave processes are analyzed both in the steel pipe and in the concrete shell that weighs it down. Loads on the pipeline are estimated depending on the distance to the charge and the position of the pipeline relative to the bottom. The possible destruction of both steel and concrete weight shells in areas of tensile deformations that are formed in places of the maximum bending of the pipeline is shown. It is shown that the proximity of the bottom can significantly enhance the impact of explosive loading due to the action of shock waves reflected from the bottom.

© PNRPU

## Введение

В настоящее время широкое распространение получили подводные трубопроводы высокого давления, в частности газопроводы «Северный поток» и «Северный поток – 2», представляющие собой стальную трубу (СТ), покрытую защитным слоем высокопрочного бетона, удерживающим газопровод на дне и фиксирующим трубу. Эти трубопроводы в сентябре 2022 г. подверглись террористической атаке и частично были разрушены взрывами. Проблемы воздействия взрывных нагрузок на подводные элементы конструкций рассматривались в работах [1–4]. В данной статье рассматривается задача ударного воздействия на фрагмент газопровода взрыва сферического заряда взрывчатого вещества (ВВ) октогена, инициированного в центре заряда. Для моделирования задач используются уравнения динамики сплошных сред и авторский пакет программ [5–7], реализованный на языке фортран с технологией распараллеливания openMP. Система решаемых уравнений включает законы сохранения массы, импульса, энергии и физические соотношения упругости и пластичности с учетом больших перемещений и поворота тензора напряжений в эйлеровых переменных – производная Яуманна [8], записанные в дифференциальной форме [9]. При отсутствии сдвиговых напряжений система переходит в уравнения Эйлера для сжимаемой жидкости или газа [10]. К уравнениям добавляются начальные и

краевые условия. На границах контактных поверхностей тел ставятся условия непроникания и отсутствия трения. В этом случае на контактной поверхности отсутствуют сдвиговые напряжения и полагаются равными нормальные компоненты скоростей взаимодействующих сред. Для описания процессов в плотных сжимаемых средах (сталь, бетон) применяется баротропное уравнение состояния (УРС) вида  $p = p(\rho)$ , связывающее давление  $p$  и плотность среды  $\rho$ , позволяющее избежать интегрирования уравнения сохранения энергии. Для среды с плотностью  $\rho_0$  это будет УРС идеального упругопластического тела  $p = K\varepsilon_v$  для шаровых компонент, где  $K$  – модуль объемного сжатия,  $\varepsilon_v = 1 - \rho_0 / \rho$  – объемная деформация. Критерием перехода из упругого напряженно-деформированного состояния в пластическое является условие текучести Мизеса:  $J_2 = 0,5 S_{ij} S_{ij} \geq (1/3)\sigma_T^2$ , где  $J_2$  – второй инвариант девиатора тензора напряжений,  $\sigma_T$  – предел текучести. В случае этого условия происходит коррекция компонент девиатора в соответствии с [11–14]. Для воды используется уравнение состояния в форме Тейта [15; 16]  $\varepsilon = \frac{p + B_0}{(\gamma - 1)\rho} - \frac{c_0^2}{\gamma - 1}$ , где  $\varepsilon$  – внутренняя энергия единицы массы,  $\gamma$  – показатель адиабаты,  $B_0$ ,  $c_0$  – некоторые константы. Для численного решения уравнений применяется модификация

схемы Годунова повышенной точности [17; 18], первоначально предложенной для решения нелинейных динамических задач гидрогазодинамики [10]. В отличие от существующих в настоящее время многочисленных модификаций схемы Годунова повышенной точности для упругопластических течений, в частности, работы [20–25], модификация [17; 18] практически одинакова как для газодинамических, так и упругопластических течений, причем повышение точности достигается на компактном пространственном шаблоне. Модификация использует точное решение задачи распада разрыва на контакте «жидкость – упругое тело» и метод расщепления [12–14] для расчета пластической составляющей течения. Для моделирования процесса распространения детонации в заряде октогена применяется гидродинамическая теория детонации [25] и лучевая модель распространения [26–31]. Для продуктов взрыва (ПВ) зависимость показателя адиабаты  $\gamma$  от  $p$  принимается в виде:

$$\gamma(p) = \frac{\rho_0 / \rho R_1 A \exp(-R_1 \rho_0 / \rho) + \rho_0 / \rho R_2 B \exp(-R_2 \rho_0 / \rho) + C(1 + \omega)(\rho / \rho_0)^{1+\omega}}{A \exp(-R_1 \rho_0 / \rho) + B \exp(-R_2 \rho_0 / \rho) + C(\rho / \rho_0)^{1+\omega}},$$

полученной в предположении равенства скоростей звука для ПВ с использованием УРС идеального газа и УРС типа JWL [32; 33].  $R_1, R_2, \omega, A, B, C$  – константы ВВ для УРС типа JWL,  $D$  – скорость установившейся детонации,  $p_n$  – давление на фронте детонационной волны. Для октогена эти константы приведены в таблице.

Константы октогена для УРС типа JWL

HMX constants for JWL type EOS

ВВ	$\rho_0$ , кг/м <sup>3</sup>	$D$ , м/с	$p_n$ , ГПа	$R_1$	$R_2$	$\omega$	$A$ , ГПа	$B$ , ГПа	$C$ , ГПа
Октоген	1891	9110	42,0	4,2	1,0	0,30	778,3	7,071	0,643

### 1. Численное моделирование процесса взрывного нагружения подводного трубопровода

Постановка задачи приведена на рис. 1. Рассматривался участок трубопровода длиной 6 м, внутренний диаметр и толщина стальной трубы соответственно 1,15 и 0,027 м (внешний радиус  $R = 0,5885$  м), толщина бетонного покрытия (БП) 0,1 м. Предполагается, что нижняя часть трубопровода находится над жестким дном на высоте 0,198 м (ось трубопровода проходит на высоте 0,9 м от дна). Центр сферического заряда диаметром 0,5 м и массой 123 кг находится на высоте 0,65 м от дна на расстоянии 1,3 м от оси трубопровода (от поверхности заряда до бетонного покрытия трубы – 0,35 м). Инициация ВВ происходит в центре заряда. Размеры расчетной области 0,29×2×6 м, на искусственных внешних границах области (СТ, БП, вода) ставятся условия «свободного вытока» [10]. Реализация этих условий осуществляется присвоением граничным значениям параметров из прилегающих ячеек.

Данные граничные условия позволяют исключить влияние искусственных границ трубопровода на процессы, происходящие в области его максимального деформирования до 1,5 мс. Начало координат находится на оси  $Z$  в середине трубы. В начальный момент давление во всех средах и внутри трубопровода полагалось равным 0,1 МПа. На рис. 1, *a*, изображена поверхностная сетка (STL-файлы всех объектов, кроме воды) по стальной трубе, бетонному покрытию и сферическому заряду ВВ; также изображена жесткая поверхность дна; всего, включая воду, порядка 600 тысяч треугольников. На рис. 1, *b*, приведена основная кубическая расчетная сетка (сечение в плоскости  $Z=0$ ) по СТ, БП, воде и ВВ, размеры ячеек сетки по каждой среде соответственно 0,005, 0,02, 0,03 и 0,02 м, всего – порядка 14 млн ячеек. Выбор данной сетки и граничных условий был произведен после ряда предварительных расчетов с оценкой влияния действия прямых и отраженных ударных волн на трубопровод с тем, чтобы исключить возможное нефизичное влияние близко расположенных границ расчетной области.

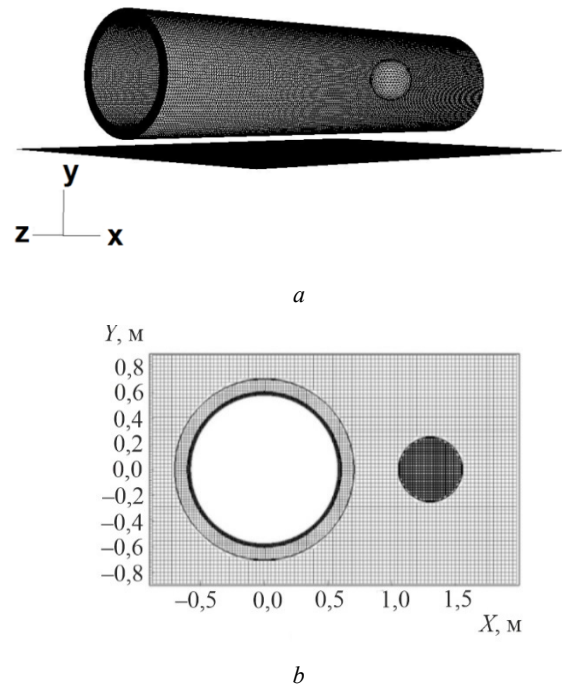


Рис. 1. Поверхностная сетка (a); сетка в сечении  $Z=0$  (b)

Fig. 1. Surface mesh (a); mesh in section  $Z=0$  (b)

Механические характеристики двухслойного трубопровода: сталь Х70 и бетон с железорудным наполнителем [34; 35], плотности 7850 и 2500 кг/м<sup>3</sup>, объемные модули упругости 168 и 22,2 ГПа, модули сдвига 77,7 и 15 ГПа, пределы текучести 500 и 80 МПа соответственно. Предполагается идеальная пластичность этих сред. Ввиду кратковременности нагрузок для бетона предполагалось равенство модулей на сжатие и растяжение. Для воды в уравнении Тета показатель адиабаты  $\gamma=7,15, B_0 = 304,5$  МПа,  $c_0 = 1450$  м/с, и эти параметры полагались постоянными в процессе всего нагружения. Октоген был выбран как

одно из наиболее мощных используемых взрывчатых веществ. Расчеты проводились на компьютере с процессором i9-13900K (24 ядра, 32 потока) до времени 1,6 мс, соответствующему окончанию основной взрывной нагрузки. Расчет одного варианта занимал порядка 50 ч. Ударная волна от расширяющихся продуктов взрыва распространяется по водной среде и нагружает БП, которое, в свою очередь, взаимодействует с СТ. Наблюдается достаточно сложная нелинейная картина взаимодействия волн.

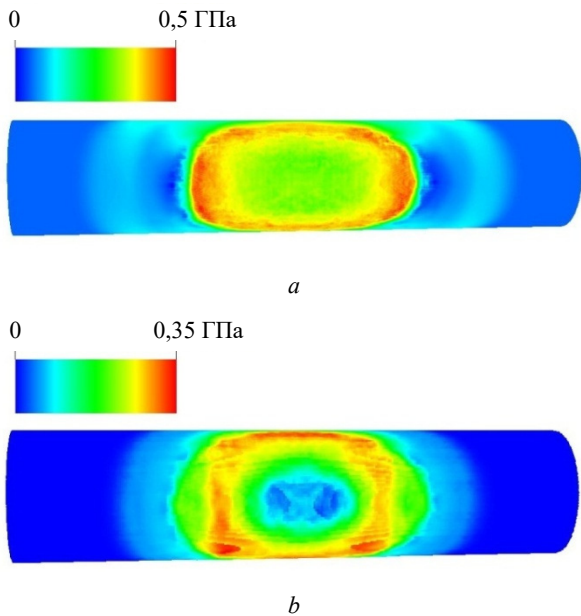


Рис. 2. Давление на поверхности трубопровода в момент времени 0,5 мс: *a* – СТ; *b* – БП

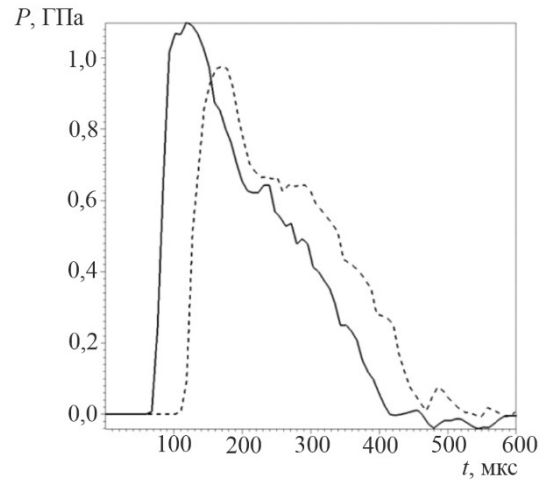
Fig. 2. Pressure on the surface of the pipeline at a time of 0.5 ms: *a* – ST; *b* – BP

Скорости распространения возмущений по СТ и БП выше, чем в воде, но амплитуда их существенно меньше, чем от головной ударной волны. Для более близкого расположения заряда ВВ к трубопроводу на момент 0,5 мс распределение давления на поверхности СТ и БП показано на рис. 2, *a*, и *b* соответственно. Область максимального давления на СТ практически совпадает с областью максимального нагружения БП головной ударной волной. Возмущения, распространяющиеся по СТ с большей скоростью, на момент 0,5 мс еще не достигают концов СТ.

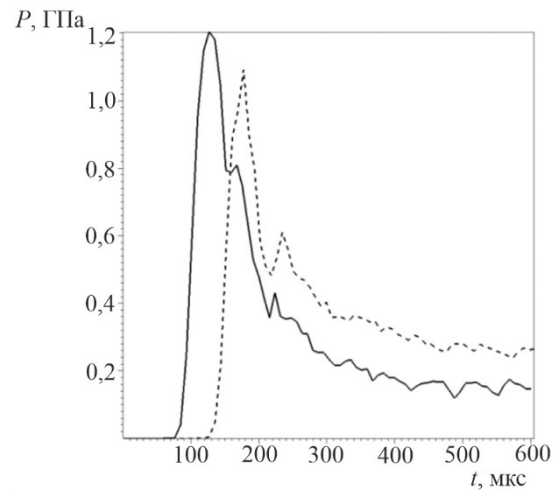
На рис. 3, *a*, *b*, показаны давления от времени на поверхности БП и на СТ соответственно (здесь и далее под поверхностью БП и СТ понимается внешняя поверхность БП и СТ) в ближайших к заряду точках трубопровода для двух положений зарядов на расстоянии 0,6 и 0,7 м от центра заряда до БП. Сплошными линиями показано давление для расстояния от центра заряда 0,6 м, штриховыми – для 0,7 м. Максимальное давление на СТ оказывается несколько выше, чем на БП, что связано с большей жесткостью стали, чем бетона. При разгрузке также наблюдается различие, связанное с тем, что сталь

разгружается в бетон, а бетон в менее плотную среду – воду. Следует отметить, что влияние падения давления на поверхность СТ существенно меньше, чем на поверхность БП. На рис. 4 приведены радиальные скорости на поверхности СТ (положительные в сторону центра трубы), сплошной линией для ближнего расположения заряда, пунктирной – для дальнего.

На рис. 5 показаны зависимости давления и вертикальные скорости от времени на поверхности СТ в сечении  $Z=0$  в точке, ближайшей ко дну и диаметрально противоположной. Отличия в поведении кривых вызваны влиянием отраженной от дна волны.



*a*



*b*

Рис. 3. Давление на поверхности в сечении  $Z=0$ , сплошная линия – от ближнего расположения заряда, штриховая – от дальнего: *a* – на БП; *b* – на СТ

Fig. 3. Pressure on the surface in section  $Z=0$ , the solid line is from the near charge location, the dashed line is from the far one: *a* – at BP; *b* – at ST

Нижняя точка, более близкая ко дну, приобретает значительно большую вертикальную скорость, чем верхняя точка. Аналогичный эффект наблюдается и для горизонтальных скоростей, но в меньшей степени.

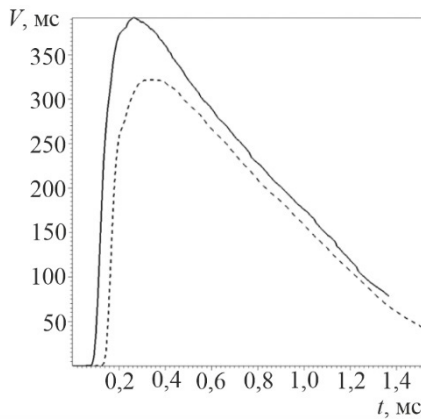
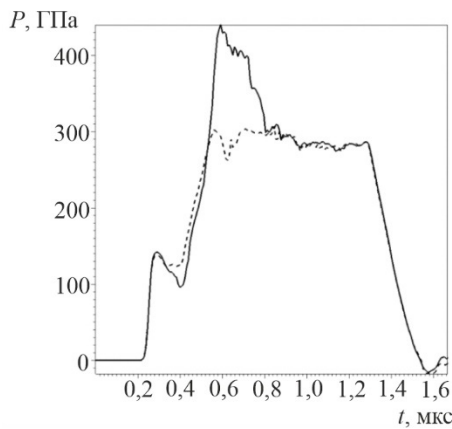
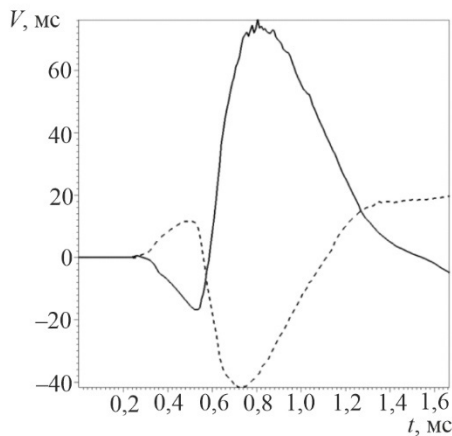


Рис. 4. Скорости на поверхности СТ в сечении  $Z=0$  в ближайшей к заряду точке, сплошная от ближнего расположения заряда, штриховая – от дальнего

Fig. 4. Speed on the surface of the ST in the section  $Z=0$  at the point closest to the charge, solid from the nearest location of the charge, dashed from the further one



a



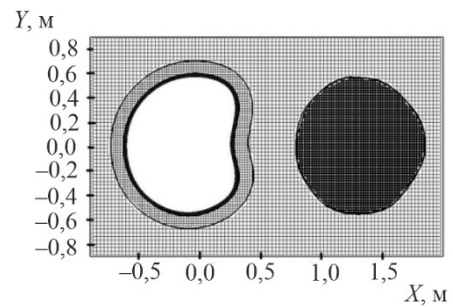
b

Рис. 5. Давления и скорости на поверхности СТ: a – давления; b – вертикальные скорости СТ в точках, имеющих в начальный момент координаты  $X=0, Z=0, Y= \pm R$ ; (низ и верх трубы), сплошная при  $Y= -R$ , штриховая при  $Y= +R$

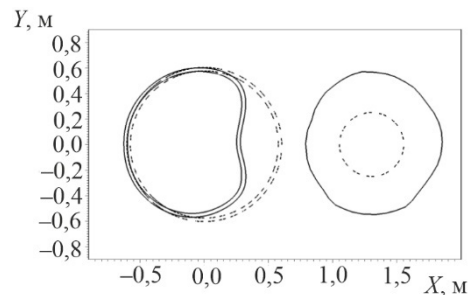
Fig. 5. Pressures and velocities on the surface of the ST: a – pressure; b – vertical velocities of the ST at points that at the initial moment have coordinates  $X=0, Z=0, Y= \pm R$ ; (bottom and top of pipe), a solid line is for  $Y= -R$ , a dashed line is for  $Y= +R$

На рис. 6, a, показаны расчетные сетки в сечении  $Z=0$  на момент времени 1,6 мс. На рис. 6, b, в сечении  $Z=0$  приведены штриховыми линиями начальные формы заряда и СТ, сплошными линиями – эти формы на момент времени 1,6 мс.

Можно отметить большие перемещения деформирующегося трубопровода и газовой полости, занятой продуктами детонации. В сечении  $Z=0$  наблюдаются максимальные изгибы трубопровода, где окружные деформации растяжения к моменту времени 0,5 мс превышают 20 % и продолжают расти до расчетного времени 1,6 мс, аналогичным образом в этих точках ведут себя деформации по толщине трубы. Следовательно, в этих областях происходит разрушение стальной трубы. На внешнем слое БП также возникают большие положительные деформации, превышающие 5 %, что также ведет к разрушению БП. Таким образом, накапливающийся уровень деформаций при заданной нагрузке приводит к разрушению трубопровода.



a



b

Рис. 6. Расчетные сетки на момент 1,6 мс в сечении: a –  $Z=0$ ; b – начальное положение заряда ВВ и стальной трубы показано штриховыми, сплошными на момент времени 1,6 мс

Fig. 6. Calculation grids at the moment of 1.6 ms in the section: a –  $Z=0$ , b – the initial position of the explosive charge and the steel pipe is shown as dashed and solid lines at the time of 1.6 ms

## Заключение

На основе разработанной авторской численной методики и соответствующего программного обеспечения решения трехмерных задач динамики сплошных сред проведено моделирование взаимодействия двухслойного трубопровода с ударными волнами в окружающей жидкости от близкого взрыва сферического заряда октогена



весом 123 кг для двух положений заряда. Расчет ведется в эйлеровых переменных с выделением лагранжевых контактных поверхностей. В связанной постановке описывается процесс взрывного нагружения трубопровода вблизи жесткого дна, включая распространение детонации в твердом ВВ с последующим расширением газового пузыря с продуктами детонации, его расширением в окружающую жидкость с формированием ударных волн,

их взаимодействием с деформируемыми слоями трубопровода. Показана возможность разрушения подводного двухслойного трубопровода в областях максимального изгиба под действием этой взрывной нагрузки. Трубопровод испытывает большие перемещения и деформации под действием взрывной нагрузки. Влияние положения заряда может усилить воздействие взрывной волны на трубопровод за счет ее отражения от дна.

## Библиографический список

1. Замышляев, Б.В. Динамические нагрузки при подводном взрыве / Б.В. Замышляев, Ю.С. Яковлев. – Л.: Судостроение, 1967. – 387 с.
2. Explosion Hazards and Evaluation / W.E. Baker [et al.]. – Elsevier Scientific Publishing Company Amsterdam – Oxford – New York, 1983. – 840 p. DOI: 10.1016/0010-2180(85)90099-9
3. Surov, V.S. Modeling of the interaction of an underwater shock wave and an obstacle in the presence of a bubble screen / V.S. Surov // J. Eng. Phys. Thermophys. – 2016. – Vol. 89, no. 1. – P. 90–99. DOI: 10.1007/s10891-016-1355-2
4. Оценка параметров ударных волн при разрушении морских и сухопутных участков магистральных газопроводов / С.И. Сумской [и др.] // ИТС. Вестник газовой науки. – 2020. – № 3(45). – С. 72–79.
5. Абузяров, К.М. Метод распада разрывов в трехмерной динамике упругопластических сред / К.М. Абузяров // Проблемы прочности и пластичности. – 2020. – Т. 82, № 3. – С. 5–17. DOI: 10.32326/1814-9146-2020-82-3-377-389
6. Численная методика решения трехмерных задач взаимодействия высокоскоростных газовых струй с упругопластическими преградами / М.Х. Абузяров [и др.] // ВАИТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2021. – Вып. 4. – С. 24–40.
7. Численное решение трехмерных задач ударного взаимодействия упругопластических тел в эйлеровых переменных на базе модифицированной схемы Годунова / М.Х. Абузяров [и др.] // ВАИТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2023. – Вып. 3. – С. 16–29.
8. Meyers, A. Choice of objective rate in single parameter hypoelastic deformation cycles / A. Meyers, H. Xiao, O.T. Bruhns // Computers and Structures. – 2006. – Vol. 84. – P. 1134–1140. DOI: 10.1016/j.compstruc.2006.01.012
9. Применение схемы Годунова для решения трехмерных задач высокоскоростного взаимодействия упругопластических тел / К.М. Абузяров [и др.] // Математическое моделирование. – 2023. – Т. 35, № 8. – С. 97–115. DOI: 10.20948/mm-2023-08-07
10. Численное решение многомерных задач газовой динамики / С.К. Годунов [и др.]. – М.: Наука, 1976. – 400 с.
11. Wilkins, M.L. Calculation of elastic-plastic flow / M.L. Wilkins; ed. by B. Alder, S. Fernbach, M. Rotenberg // Methods in Computational physics. – Academic, New York, 1964. – Vol. 3. – 211 p.
12. Kukudzhyanov, V.N. Decomposition method for elastoplastic equations / V.N. Kukudzhyanov // Mechanics of Solids. – 2004. – No. 1. – P. 73–80.
13. Кукуджанов, В.Н. Связанные модели упругопластичности и поврежденности и их интегрирование / В.Н. Кукуджанов // Механика деформируемого твердого тела. – 2006. – № 6. – С. 103–135.
14. Kukudzhyanov, V.N. Numerical modeling of cutting processes for elastoplastic materials in 3D-statement / V.N. Kukudzhyanov, A.L. Levitin // Mech. Solids. – 2008. – Vol. 43. – P. 494–501. DOI: 10.3103/S0025654408030205
15. Ляхов, Г.М. Волны в грунтах и пористых многокомпонентных средах / Г.М. Ляхов. – М.: Наука, 1982. – 286 с.
16. Фахретдинов, И.А. Об уравнении состояния Тейта для жидких смесей / И.А. Фахретдинов, Э.Р. Жданов // Теплофизика высоких температур. – 2004. – Т. 42, № 3. – С. 396–400.
17. Abouziarov, M. An application of conservative scheme to structure problems / M. Abouziarov, H. Aiso, T. Takahashi // Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics. – 2004. – № 1353. – P. 192–201.
18. Abouziarov, M.X. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows) / M.X. Abouziarov, H. Aiso // Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications. Tenth International Conference in Osaka. September 2004. – Copyright 2006 by Yokohama Publishers Inc. – P. 223–230.
19. Miller, G.H. A high order Eulerian Godunov method for elastic-plastic flow in solids / G.H. Miller, P. Colella // J. Comput. Phys. – 2001. – Vol. 167. – P. 131–176. DOI: 10.1006/jcph.2000.6665
20. Miller, G.H. A Conservative Three-Dimensional Eulerian Method for Coupled Solid–Fluid Shock Capturing / G.H. Miller, P. Colella // J. Comput. Phys. – 2002. – Vol. 183. – P. 26–82. DOI: 10.1006/jcph.2002.7158
21. High order ADER schemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: viscous heat-conducting fluids and elastic solids / M. Dumbser [et al.] // J. Comput. Phys. – 2016. – Vol. 314. – P. 824–862. DOI: 10.1016/j.jcp.2017.07.020
22. Wallis, T. A flux-enriched Godunov method for multi-material problems with interface slide and void opening / T. Wallis, Ph. Barton, N. Nikiforakis // J. Comput. Phys. – 2021. – Vol. 442. – P. 1–40. DOI: 10.1016/j.jcp.2021.110499
23. Exact and approximate solutions of Riemann problems in nonlinear elasticity / P.T. Barton [et al.] // J. Comput. Phys. – 2009. – Vol. 228. – P. 7046–7068. DOI: 10.1016/j.jcp.2009.06.014
24. Michael, L. A multi-physics methodology for the simulation of reactive flow and elastoplastic structural response / L. Michael, N. Nikiforakis // J. Comput. Phys. – 2018. – Vol. 367. – P. 1–27. DOI: 10.1016/j.jcp.2018.03.037
25. Зельдович, Я.Б. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений / Я.Б. Зельдович, Ю.П. Райзер. – М.: Наука, 1966. – 688 с.
26. Mader, C.L. Numerical modeling of detonations / C.L. Mader. – University of California Press Berkeley CA. – 1979. – 485 pp.
27. Бондаренко, Ю.А. Свойства решений при счете нормальной детонации навязыванием энерговыделения с заданной скоростью фронта / Ю.А. Бондаренко // ВАИТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2009. – Вып. 1. – С. 3–18.
28. Бондаренко, Ю.А. Особенности счета детонации на эйлеровых сетках с навязанной скоростью фронта / Ю.А. Бон-

даренко // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2010. – Вып. 3. – С. 38–45.

29. Соколов, С.С. Алгоритмы контроля скорости распространения фронта детонационной волны в методике «тим» / С.С. Соколов, А.А. Пушкарёв, В.Н. Мотлохов // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2021. – Вып. 2. – С. 44–55.

30. Методы численного моделирования детонации и горения ВВ в эйлеровых газодинамических расчетах / Ю.В. Янилкин [и др.] // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. – 2011. – Вып. 3. – С. 16–28.

31. Численное моделирование трехмерных процессов разгона упругопластических тел взрывом / К.М. Абузяров [и др.] //

## References

1. Zamyshlyayev B.V., Yakovlev Yu.S. Dinamicheskie nagruzki pri podvodnom vzryve. [Dynamic loads during an underwater explosion]. Leningrad. Shipbuilding, 1967, 387 p.

2. Explosion Hazards and Evaluation W. E. Baker, et al. Elsevier Scientific Publishing Company Amsterdam – Oxford – New York 1983, 840 pp. doi: 10.1016/0010-2180(85)90099-9.

3. Surov V.S. Modeling of the interaction of an underwater shock wave and an obstacle in the presence of a bubble screen, *J. Eng. Phys. Thermophys.*, 2016, 89, No. 1, pp. 90–99. doi: 10.1007/s10891-016-1355-2

4. Otsenka parametrov udarnykh voln pri razrushenii morskikh i sukhoputnykh uchastkov magistralnykh gazoprovodov [Estimation of parameters of shock waves during the destruction of offshore and onshore sections of main gas pipelines]. S.I. Sumskey, et al. NTS. *Vestnik gazovoy nauki – NTS. Bulletin of Gas Science*, 2020, No. 3(45), pp. 72–79.

5. Abuzyarov K.M. Metod raspada razryvov v trekhmernoy dinamike uprugoplasticheskikh sred [The method of decomposition of gaps in the three-dimensional dynamics of elastoplastic media]. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of Strength and plasticity*, 2020, Vol. 82, No 3, pp. 5–17. doi: 10.32326/1814-9146-2020-82-3-377-389

6. Chislennaya metodika resheniya trekhmernykh zadach vzaimodeystviya vysokoskorostnykh gazovykh struy s uprugoplasticheskimi pregradami [Numerical method for solving three-dimensional problems of interaction of high-speed gas jets with elastoplastic barriers]. M.Kh. Abuziarov, et al. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes*, 2021, No. 4, pp. 24–40.

7. Chislennoe reshenie trekhmernykh zadach udarnogo vzaimodeystviya uprugoplasticheskikh tel v eylerovykh peremennykh na baze modifitsirovannoy skhemy Godunova [Numerical solution of three-dimensional problems of impact interaction of elastoplastic bodies in Euler variables based on the modified Godunov scheme]. M.Kh. Abuziarov, et al. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes*, 2023, No.3, pp.16–29.

8. Meyers A., Xiao H., Bruhns O.T. Choice of objective rate in single parameter hypoelastic deformation cycles *Computers and Structures*, 2006, Vol. 84, pp. 1134–1140. doi: 10.1016/j.compstruc.2006.01.012

9. Primeneniye skhemy Godunova dlya resheniya trekhmernykh zadach vysokoskorostnogo vzaimodeystviya uprugoplasticheskikh tel. [Application of the Godunov scheme to solve three-dimensional problems of high-speed interactions of elastic-plastic bodies].

Проблемы прочности и пластичности. – 2018. – Вып. 80, № 2. – С. 255–266. DOI: 10.32326/1814-9146-2018-80-2-255-266

32. Физика взрыва: в 2 т. / под ред. Л.П. Орленко. – Изд. 3-е, испр. – М.: Физматлит, 2004. – Т. 2. – 488 с.

33. Study on JWL equation of state for the numerical simulation of near-field and far-field effects in underwater explosion scenario / S. Koli [et al.] // *Engineering Science and Technology International Journal*. – 2020. – Vol. 23, no. 4. – P. 758–768. DOI: 10.1016/j.jestch.2020.01.007

34. Сорокин, В.Г. Справочник – марочник сталей и сплавов / В.Г. Сорокин. – Справ. изд. – 2001. – 680 с.

35. Дворкин, Л.И. Строительное материаловедение / Л.И. Дворкин, О.Л. Дворкин. – М.: Инфра-Инженерия, 2013. – 832 с.

K.M. Abuzyarov, et al. *Matematicheskoe modelirovanie – Mathematical models and computer simulations*, 2023, Vol. 35, No 8, pp. 97–115. doi: 10.20948/mm-2023-08-07

10. Chislennoe reshenie mnogomernykh zadach gazovoy dinamiki [Numerical solution of multidimensional problems of gas dynamics]. S.K. Godunov, et al. Moscow, Nauka Publ., 1976, 400 p.

11. Calculation of elastic-plastic flow Wilkins M.L. edited by B.Alder, S.Fernbach, and M. Rotenbeg *Methods in Computational physics*, Academic, New York, 1964, Vol.3, 211 pp.

12. Kukudzhanov V.N. Decomposition method for elastoplastic equations, *Mechanics of Solids*, 2004, No. 1, pp. 73–80.

13. Kukudzhanov V.N. Coupled Models of Elastoplasticity and Damage and Their Integration, *Izv. Akad. Nauk. Mekh. Tverd. Tela*, 2006, No. 6, pp. 103–135. – переводная версия журнала есть, но статья в ней отсутствует.

14. Kukudzhanov V.N. and Levitin A.L. Numerical modeling of cutting processes for elastoplastic materials in 3D-statement *Mech. Solids*. 2008, Vol. 43, pp. 494–501. doi: 10.3103/S0025654408030205

15. Lyakhov G.M. Volny v gruntakh i poristykh mnogokomponentnykh sredakh [Waves in soils and porous multicomponent media]. Moscow, Nauka Publ., 1982, 286 p.

16. Fakhretdinov I.A., Zhdanov E.R.. Tait's equation of state for liquid mixtures. *Thermophysical Properties of Materials*. 2004, V. 42, No. 3, pp. 396–400. doi: 10.1023/B:HITE.0000033875.95296.50

17. Abouziarov M., Aiso H., Takahashi T. An application of conservative scheme to structure problems Series from Research Institute of Mathematics of Kyoto University. *Mathematical Analysis in Fluid and Gas Dynamics*. 2004, No. 1353, pp. 192–201.

18. Abouziarov M.X., Aiso H. An application of retroactive characteristic method to conservative scheme for structure problems (elastic-plastic flows). *Hyperbolic Problems, Theories, Numerics, Applications. Tenth International Conference in Osaka*. September 2004, Copyright 2006 by Yokohama Publishers Inc. pp. 223–230. doi: 10.1006/jcph.2000.6665

19. Miller G.H., Colella P. A high order Eulerian Godunov method for elastic-plastic flow in solids. *J. Comput. Phys.*, 2001, Vol. 167, pp. 131–176. doi: 10.1016/j.jcp.2017.07.020

20. Miller G.H., Colella P. A Conservative Three-Dimensional Eulerian Method for Coupled Solid–Fluid Shock Capturing. *J. Comput. Phys.*, 2002, Vol. 183, pp. 26–82. doi: 10.1006/jcph.2002.7158

21. High order ADERschemes for a unified first order hyperbolic formulation of continuum mechanics: viscous heat-conducting fluids and elastic solids M. Dumbser, et al. *J. Comput. Phys.*, 2016, Vol. 314, pp. 824–862. doi: 10.1016/j.jcp.2021.110499

22. Wallis Tim, Barton Philip, Nikiforakis Nikolaos A flux-enriched Godunov method for multi-material problems with interface

slide and void opening. *J. Comput. Phys.*, 2021, Vol. 442, pp. 1-40. doi: 10.1016/j.jcp.2009.06.014

23. Exact and approximate solutions of Riemann problems in nonlinear elasticity P.T. Barton, et al. *J. Comput. Phys.*, 2009, Vol. 228, pp. 7046–7068.

24. Michael L., Nikiforakis N. A multi-physics methodology for the simulation of reactive flow and elastoplastic structural response, *J. Comput. Phys.*, 2018, Vol. 367, pp. 1–27. doi: 10.1016/j.jcp.2018.03.037

25. Zeldovich Ya. B., Rayzer Yu. P. *Fizika udarnykh voln i vysokotemperaturnykh gidrodinamicheskikh yavleniy* [Physics of shock waves and high-temperature hydrodynamic phenomena]. Moscow, Nauka Publ., 1966, 688p.

26. Mader C.L. Numerical modeling of detonations, University of California Press, Berkeley, CA. 1979, 485 p.

27. Bondarenko Yu.A. Svoystva resheniy pri raschete normal'noy detonatsii putem navyazyvaniya energovydeleniya s zadannoy skorost'yu fronta. [Properties of solutions when calculating normal detonation by imposing energy release with a given front velocity.] *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes.* 2009, No.1, pp. 3-18.

28. Bondarenko Yu.A. Osobennosti rascheta detonatsii na eylerovykh setkakh s zadannoy skorost'yu fronta. [Peculiarities of detonation calculation on Eulerian grids with imposed front velocity.] *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes.* 2010, No.3, pp. 38-45.

29. Sokolov S.S., Pushkarev A.A., Motlokhov V.N. Algoritmy upravleniya skorost'yu rasprostraneniya fronta detonatsionnoy volny v metodike “tim”. [Algorithms for controlling the speed of

propagation of the detonation wave front in the "tim" technique.] *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes.* 2021, No.2, pp. 44-55.

30. Metody chislennogo modelirovaniya detonatsii i goreniya VV v eylerovykh gazodinamicheskikh raschetakh [Methods for numerical modeling of detonation and combustion of explosives in Eulerian gas-dynamic calculations p] Yu.V. Yanilkin, et al. *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki. Seriya: Matematicheskoe modelirovanie fizicheskikh protsessov – Problems of Atomic Science and Technology. Series: Mathematical modeling of physical processes.* 2011, No.3, pp. 16-28.

31. Chislennoe modelirovanie trekhmernykh protsessov razgona uprugoplasticheskikh tel vzryvom [Numerically modeling 3D processes of explosive acceleration of elastoplastic bodies] K.M. Abuzyarov, et al. *Problemy prochnosti i plastichnosti – Problems of Strength and plasticity.* 2018, Vol. 80, No. 2, pp. 255-266. doi:10.32326/1814-9146-2018-80-2-255-266

32. *Fizika vzryva: v 2 t. pod red. L.P. Orlenko. Izd. 3-e, ispr.* [Physics of explosion: in 2 volumes ed. L.P. Orlenko, correct]. Moscow, Physmatlit, 2004, Vol. 2, 488 p.

33. Study on JWL equation of state for the numerical simulation of near-field and far-field effects in underwater explosion scenario Koli S., et al. *Engineering Science and Technology, an International Journal*, 2020, T. 23, No. 4, pp. 758-768. doi: 10.1016/j.jestech.2020.01.007

34. Sorokin V.G. Spravochnik – marochnik staley i splavov: [Directory – Grades of steels and alloysSprav]. *Sprav. izd.*, 2001, 680 p.

35. Dvorkin L.I., Dvorkin O.L. *Stroitelnoe materialovedenie.* [Construction materials science]. Moscow, Infra-Ingenieria, 2013, 832 p.

**Финансирование.** Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках государственного задания (проект № FSWR 2023-0036).

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов** равноценен.

**Funding.** The work was carried out with financial support from the Russian Ministry of Education and Science within the framework of a state assignment (project No. FSWR 2023-0036).

**Conflict of interest.** The authors declare no conflict of interest.

**The contribution of the authors** is equivalent.