



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2018

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2018.3.06

УДК 539.3:669.01

## ПЛОТНОСТЬ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ В ПЛОСКОСТИ ОБРАЗЦА VT1-00 ПРИ РАСТЯЖЕНИИ

А.М. Реков<sup>1</sup>, Д.И. Вичужанин<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина, Институт новых материалов и технологий, Екатеринбург, Россия

<sup>2</sup>Институт машиноведения, Уральское отделение РАН, Екатеринбург, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 27 июля 2018 г.  
Принята: 03 сентября 2018 г.  
Опубликована: 08 октября 2018 г.

#### Ключевые слова:

корреляционно-оптический метод, плотность распределения, тензор пластических деформаций, напряженно-деформированное состояние, зерно поликристалла, статистический анализ.

### АННОТАЦИЯ

Неоднородность поля пластических деформаций является общим свойством поликристаллических материалов. Числовые показатели неоднородности деформаций определяются с помощью различных экспериментальных методов. Классическим является метод делительных сеток с размерами ячеек, которые соизмеримы со средним размером зерна материала образца. Метод позволяет получить полную характеристику неоднородности поля мезодеформаций (на уровне зерна и внутри отдельных зерен материала). Метод сеток достаточно трудоемкий. Для получения статистически достоверных данных необходим большой объем измерений при визуальном наблюдении увеличенного изображения в окуляре микроскопа. Развитие современных средств вычислительной техники и цифровых видеокамер с высокой разрешающей способностью позволяют получать результаты с помощью корреляционно-оптического метода. На основе метода корреляции цифровых изображений предложена методика для нахождения статистических параметров неоднородности поля деформаций в поверхностном слое образца. Испытания проводили при одноосном растяжении плоских образцов титана VT1-00. Материал – однофазный ( $\alpha$ -фаза) с гексагональной кристаллической решеткой. С помощью метода случайных секущих определен средний размер зерна. Зерна являются равноосными. В материале образца имеются двойники отжига.

Определены поля векторов необратимых смещений, компоненты тензора упругопластических деформаций в ортогональных направлениях относительно оси образца и сдвиговые деформации в плоскости образца. Третью компоненту линейных деформаций находили из условия несжимаемости материала. В качестве опорных меток использовали деформационный рельеф, возникающий на поверхности образца при растяжении. Рассчитаны главные логарифмические упругопластические деформации, их интенсивность и случайные коэффициенты Надаи-Лоде, характеризующие напряженно-деформированное состояние отдельных участков поверхности образца. Построены плотности распределения указанных параметров и корреляционные функции интенсивности деформаций. Проводится сравнение результатов работы с экспериментальными данными, полученными методом делительных сеток при одноосном растяжении образцов титана марки VT1-0, близкого по химическому составу к титану VT1-00. У титана VT1-0 выше уровень вредных примесей.

© ПНИПУ

© Реков Александр Михайлович – к.т.н., доц., e-mail: arekov@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-9698-2963.  
Вичужанин Дмитрий Иванович – к.т.н., с.н.с., e-mail: mmm@imach.uran.ru, ORCID: 0000-0002-6508-6859.

Aleksander M. Rekov – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: arekov@yandex.ru, ORCID: 0000-0002-9698-2963.

Dmitry I. Vichuzhanin – CSc in Technical Sciences, Senior Researcher, e-mail: mmm@imach.uran.ru, ORCID: 0000-0002-6508-6859.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## THE DENSITY OF DEFORMATION DISTRIBUTION IN A PLANE OF VT1-00 SAMPLE UNDER UNIAXIAL STRAIN

A.M. Rekov<sup>1</sup>, D.I. Vichuzhanin<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Ural Federal University named after the first President of Russia B.N. Yeltsin,  
Institute of new materials and technologies, Ekaterinburg, Russian Federation

<sup>2</sup>Federal State Budgetary Institution of Science Institute of Mechanical Engineering  
of the Ural branch of the Russian Academy of Sciences, Ekaterinburg, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 27 July 2018  
Accepted: 03 September 2018  
Published: 08 October 2018

#### Keywords:

correlational photo-elastic method, distribution density, plastic deformation tensor, stress-strain state, polycrystalline grain, statistical analysis.

### ABSTRACT

The inhomogeneity of the plastic deformation field is a common property of all polycrystalline materials. Numerical indicators of deformation inhomogeneity are defined using various experimental methods. The grid method with grid sizes commensurable with the average size of the material grain is meant to be the classical one. This method allows obtaining full characteristics of the field inhomogeneity for mesodeformations (at the grain level and inside the individual grains of the material). The grid method is considerably laborious and has limitations in accuracy. Statistically reliable data require performing a large number of measurements. The coordinates of grid points are measured by a visual observation of the magnified image in a microscope eyepiece. The development of modern means of computer technology and digital video cameras with high resolution allows using more advanced experimental methods. This article based on the method of digital image correlation provides the technique for defining statistical parameters of the deformation field inhomogeneity in the surface layer of the sample under loading. On the basis of digital images correlation method we propose a technique aimed at identification of statistical parameters of the deformation field inhomogeneity in a surface layer of the sample. The tests were performed using uniaxial strain of plane VT1-00 titanium samples. It is a single-phase material ( $\alpha$ - phase) with the hexagonal crystal grid. The metallographic studies of material structure of the sample have been performed. The average grain size is determined using the random linear intercept method. The grains are equiaxial. The sample material has annealing twins. There are fields of vectors for irreversible displacements, components of the tensor for elastic-plastic deformations in orthogonal directions about the axis of the sample and shear deformations in a plane of the sample that have been determined. The third component of linear deformations has been defined according to the material's incompressibility. The deformation relief on a surface of the sample during the strain was used as reference targets. The main logarithmic elastic-plastic deformations, its intensity and random Nadai-Lode parameters characterizing the stress-strain state of individual sections of the sample's surface have been calculated. Distribution densities of the specified parameters have been built up and correlation functions of deformation intensity have been obtained. The results of the study have been compared with the experimental data obtained by the grain grid method under uniaxial strain of titanium grade VT1-0 samples, similar in chemical composition to titanium VT1-00. There are more impurities in titanium VT1-0.

© PNRPU

### Введение

Неоднородность протекания пластической деформации характерна для любых поликристаллических материалов. При упругих деформациях параметры статистических распределений определяются расчетным путем с учетом анизотропии свойств отдельных кристаллитов. Наиболее эффективными на настоящее время являются модели материала, основанные на статистическом подходе, постоянно совершенствуются экспериментальные методы. При этом неоднородность деформаций определяется на различных уровнях в зависимости от масштаба объекта исследования (С.Д. Волков, А.А. Вайнштейн, П.В. Трусов, А.А. Ташкинов и др.) [1–9]. При пластических деформациях неоднородность деформаций выявляется методом делительных сеток. Размер квадратных ячеек делительной сетки (от 10 до 100 мкм) в этих экспериментах соизмерим со средним размером зерна материала образцов. Метод позволяет получить полную характеристику неоднородно-

сти поля мезодеформаций зерен (мезодеформации первого порядка) и внутри отдельных зерен (мезодеформации второго порядка). Для этой цели строятся одномерные и двухточечные законы распределения. Параметрами законов распределения являются: среднее значение, стандартное отклонение и коэффициенты парной корреляции (А.А. Вайнштейн, А.В. Гурьев, Л.В. Кукса, Д.Ю. Хесин) [10–13]. Метод сеток также позволяет получить оценку напряженно-деформированного состояния отдельных зерен поликристаллического образца. Функции распределения случайного показателя Надаи-Лоде в мезоструктуре позволяют оценить напряженно-деформированное состояние зерен на мезоуровне первого и второго порядка. Мезоуровень первого порядка соответствует деформациям зерна материала, а мезоуровень второго порядка – деформациям внутри зерен. [10, 14, 15]. Достоинства метода делительных сеток – наглядность и возможность прямых измерений деформаций ячеек делительной сетки. Для обработки результатов экспериментов применяются класси-

ческие методы математической статистики и теории вероятностей [16, 17].

Основные недостатки метода делительных сеток: относительно низкая точность определения деформаций (особенно мелкозернистых материалов); высокая трудоемкость, что обусловлено большим объемом измерений при визуальном наблюдении ячеек делительной сетки в окуляре микроскопа; определяются только остаточные пластические деформации на различных стадиях деформирования образца. Известны эксперименты, когда малые упругопластические деформации были определены для образца из бериллиевой бронзы. Для этой цели авторы использовали рамку, с помощью которой фиксировали растянутый образец, затем проводили измерения координат узлов ячеек делительной сетки под микроскопом [18]. Автоматическая запись координат узлов ячеек делительной сетки позволила повысить производительность метода, но существенно не изменила его трудоемкость и точность результатов [19].

Современные компьютерные технологии позволяют существенно снизить трудоемкость, а также повысить информативность и точность результатов определения деформаций. В частности, метод корреляции цифровых изображений позволяет получить наглядную, в режиме реального времени, картину протекания деформационных процессов в поверхностном слое растягиваемого образца. «Метод широко применяется при исследовании деформационных процессов в условиях статического растяжения на всех структурных уровнях от микро- и мезоуровней, вплоть до перехода к процессу нарушения сплошности материала» [20–23].

Основной целью данной работы является определение функций плотности распределения упругопластических деформаций, оценка показателя напряженно-деформированного состояния отдельных участков поверхностного слоя образца при одноосном растяжении. Функции распределения позволяют получить вероятностную оценку появления в образце деформаций, являющихся предельными для данного материала. В качестве материала был выбран чистый титан ВТ1-00, свойства которого хорошо известны из литературных источников [24]. Кроме того, есть возможность сравнить результаты данных экспериментов с экспериментальными данными, которые получены методом делительных сеток при одноосном растяжении образцов титана ВТ1-0.

## 1. Методика эксперимента

Плоские образцы, с размерами расчетной части  $50 \times 4,5 \times 0,54$  мм (рис. 1, а), вырезали из листа титана ВТ-00. Исходный лист был получен способом пакетной прокатки с последующим вакуумным отжигом в производственных условиях. В работах [26, 27] выполнена оценка анизотропии свойств готового листа. Для испытаний было подготовлено три партии плоских образцов, которые вырезали вдоль, поперек и под углом  $45^\circ$ . Механические

свойства и показатели пластичности оказались различными для указанных направлений. Аналогичные результаты получены в работе [28] при изучении ориентационной зависимости коэффициента повреждаемости прокатанных листов технического титана ВТ1-0. Средний размер зерна материала образцов, определенный методом случайных секущих [29], равен 0,040 мм. Зерна равноосные. В исходной структуре образца до деформации выявлены двойники отжига. Доля двойников занимает примерно 22 % площади шлифа (рис. 1, б). Наличие двойников влияет на деформационные процессы, проходящие при растяжении образца. В частности, об этом свидетельствуют результаты работы [27]. Авторы исследования методом акустической эмиссии выявили влияние двойников в процессе деформирования образцов титана ВТ1-0.

Растяжение образцов и измерение деформаций проводили в лаборатории микромеханики материалов Института машиноведения УрО РАН. В состав испытательного комплекса входит разрывная машина Instron 8801, оптическая система Strain Master, светодиодный осветитель, компьютер и специальное программное обеспечение. В процессе нагрузки образца производится покадровая съемка и запись файлов изображений на жесткий диск компьютера. Компьютерная обработка этих файлов позволяет построить искомое поле векторов смещений и определить компоненты тензора деформации. Векторное поле представляет собой массив смещений отдельных точек поверхности образца. На расчетной части образца было выбрано несколько виртуальных прямых, параллельных оси растяжения. Координаты этих прямых, в направлении, перпендикулярном оси растяжения образца, составляют от 0,5 до 4,5 мм (с шагом равным 0,5 мм, рис. 2, а). Для исключения влияния геометрии захватных частей образца измерения проводили на участке образца длиной 30 мм. Такой подход позволяет учесть неоднородность деформаций на всей площади расчетной части образца. На данном этапе исследований ограничились анализом результатов в области равномерной деформации (до момента образования шейки). В процессе экспериментов проводили покадровую съемку поверхности образца (рис. 2, б). Проведен анализ данных с 210 кадров. В качестве опорных меток принимали деформационный рельеф, возникающий на поверхности плоского образца в процессе пластической деформации растяжения. Механизмы формирования деформационного рельефа на поверхности поликристаллических образцов ВТ1-0 при одноосном растяжении исследованы в работе [30]. Базу измерения деформаций приняли равной 0,280 мм, что позволяет при среднем размере зерна 0,040 мм получить только приближенную оценку мезодеформаций первого уровня. Происходит очевидное усреднение деформаций отдельных зерен в пределах ячейки, выбранной на поверхности образца. Объем исходных данных для расчетов составил от 865 до 981 значений линейных деформаций для каждого кадра. Расчеты и построения графиков выполняли с помощью программ, разработанных в пакете Excel.

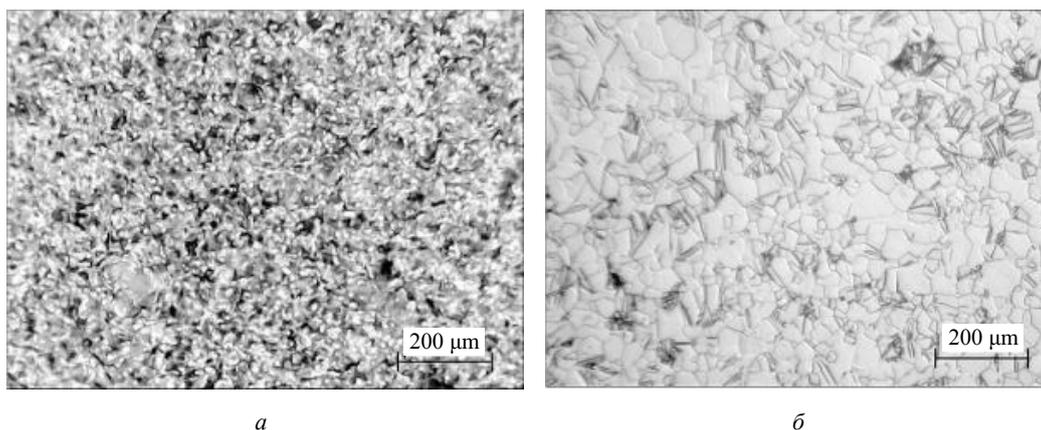


Рис. 1. Поверхность образца титана VT1-00: *a* – исходный микрорельеф поверхности; *б* – исходная микроструктура  
 Fig. 1. The surface of titanium VT1-00 specimen: *a* – the initial microrelief of the surface; *b* – the original microstructure

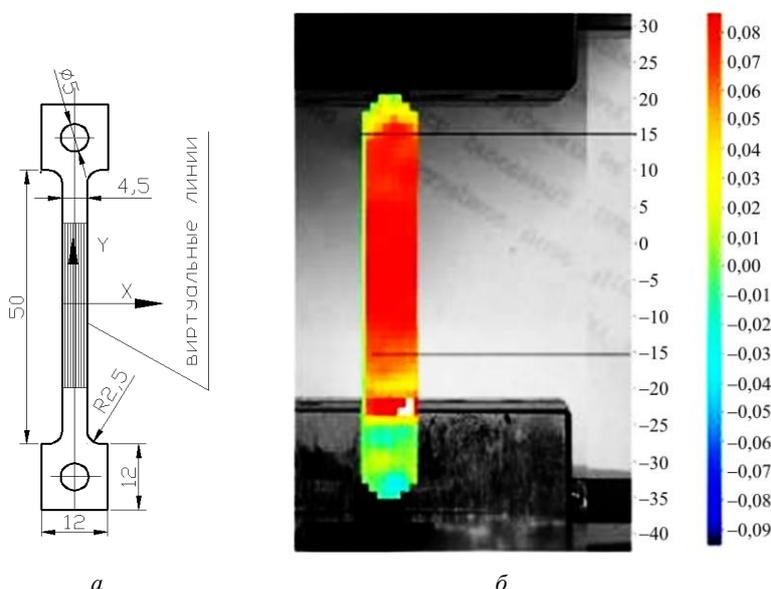


Рис. 2. Иллюстрация процесса испытания образца: *a* – форма и размеры образца; *б* – пример кадра на экране монитора

Fig. 2. Illustration of the specimen testing process: *a* – the shape and dimensions of the specimen; *b* – the sample frame on the monitor screen

Поле векторов смещений определяли по соотношениям [21]

$$\vec{u}(x, y) = u_x(x, y)\vec{e}_x + u_y(x, y)\vec{e}_y. \quad (1)$$

Здесь  $u_x, u_y$  – проекции вектора смещения;  $\vec{e}_x, \vec{e}_y$  – единичные орты.

Компоненты тензора деформаций  $\varepsilon_{i,j}$  рассчитывали на основе уравнений механики деформируемого твердого тела для плоского случая:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{xx} &= \partial u_x / \partial x, \quad \varepsilon_{yy} = \partial u_y / \partial y, \\ \varepsilon_{xy} &= (\partial u_y / \partial x + \partial u_x / \partial y) / 2. \end{aligned} \quad (2)$$

Компоненту  $\varepsilon_{zz}$  тензора деформации определяли из условия несжимаемости материала:

$$\varepsilon_{zz} = -(\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}). \quad (3)$$

Относительные деформации (2) и (3) преобразовывали в логарифмические деформации. Затем по формулам, ана-

логичным тем, которые приведены в монографии [1], оценивали значения логарифмических главных упругопластических деформаций в поверхностном слое образца:

$$e_{1,2} = \left( e_{xx} + e_{yy} \pm \sqrt{(e_{xx} - e_{yy})^2 + e_{xy}^2} \right) / 2. \quad (4)$$

Вычисляли интенсивность деформаций:

$$e_u^2 = 2 \left[ (e_1 - e_2)^2 + (e_2 - e_3)^2 + (e_3 - e_1)^2 \right] / 9 \quad (5)$$

и параметр Надаи-Лоде для отдельных элементарных площадок на поверхности образца:

$$\chi = (2e_2 - e_1 - e_3) / (e_1 - e_3). \quad (6)$$

## 2. Основные результаты

Определены средние значения  $\bar{e}_i$  и стандартные отклонения  $\sigma_i$  главных деформаций и интенсивности главных деформаций ( $e_u$  и  $\sigma_u$  соответственно). Выполнена оценка

напряженно-деформированных состояний участков поверхности образца на различных стадиях деформирования образца, вплоть до момента начала образования шейки.

На принятой базе измерения (0,280 мкм) наблюдается существенная неоднородность поля деформаций. С ростом величины интенсивности деформации образца  $e_u$  от 0,026 до 0,305 стандартное отклонение интенсивности деформаций  $\sigma_u$  возрастает от 0,014 до 0,115. Аналогично, чем выше степень деформации главных деформаций  $\bar{e}_i$ , тем выше и соответствующие значения стандарта  $\sigma_i$  (таблица) Мода показателя напряженно-деформированного состояния Надаи-Лоде  $\bar{\chi}$  изменяется в пределах от 0,035 до 0,314, стандартное отклонение  $\sigma_\chi$  при этом незначительно уменьшается от значения 0,504 до 0,445.

Уравнения линейной регрессии главных логарифмических деформаций  $\bar{e}_i$  в функции номера кадра  $N$  (что с точность до постоянной величины соответствует времени процесса растяжения) и величины коэффициентов детерминации  $R^2$  приведены ниже:

$$\bar{e}_1 = 0,1305N + 0,4487, R^2 = 0,999,$$

$$\bar{e}_2 = -0,0241N + 0,4215, R^2 = 0,911, \quad (7)$$

$$\bar{e}_3 = -0,10601N - 0,8863, R^2 = 0,985.$$

Уравнения (7) наглядно свидетельствуют о равномерной деформации всего образца (коэффициент детерминации  $R^2$ , близок к единице).

Плотности распределения главных мезодеформаций и их интенсивности отличаются от нормального распределения (рис. 3). Отклонения обусловлены появлением больших деформаций в два, три раза больше средней величины. Это связано с особенностями процессов пластической деформации данного материала с ГПУ-решеткой и наличием большого количества (примерно 22 % от всех зерен в плоскости шлифа) двойников отжига в исходном материале образца.

Напряженно-деформированное состояние участков поверхности образца при растяжении отличается от нормального распределения (рис. 4).

Статистика параметров эксперимента  
Statistics of the experiment parameters

Кадр	Главные 1		Главные 2		Главные 3		Интенсивность		Надаи-Лоде	
	$\bar{e}_1$	$\sigma_1$	$\bar{e}_2$	$\sigma_2$	$\bar{e}_3$	$\sigma_3$	$\bar{e}_u$	$\sigma_u$	$\bar{\chi}$	$\sigma_\chi$
9	0,021	0,012	-0,0005	0,023	-0,022	0,013	0,026	0,014	0,035	0,504
70	0,096	0,446	-0,0068	0,049	-0,089	0,045	0,070	0,111	-0,113	0,518
140	0,186	0,805	-0,0212	0,086	-0,162	0,072	0,209	0,084	-0,203	0,485
210	0,279	0,112	-0,0537	0,071	-0,226	0,096	0,305	0,115	-0,314	0,445

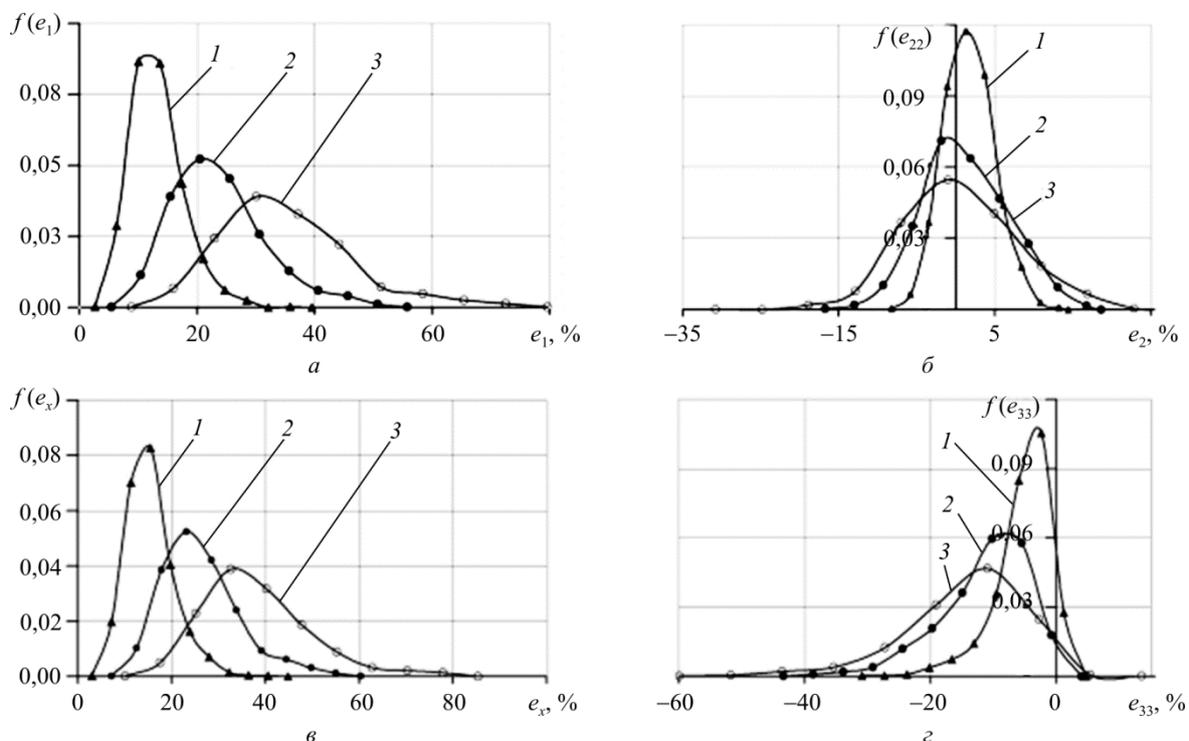


Рис. 3. Плотности распределения деформаций: а – главные деформации  $e_1$ ; б – главные деформации  $e_2$ ; в – интенсивность главных деформаций  $e_u$ ; г – главные деформации  $e_3$ ; цифры у кривых соответствуют деформации  $\bar{e}_1$ : 1 – 9,6; 2 – 18,6; 3 – 27,9 %  
Fig. 3. Densities of deformations distribution: a – main deformations  $e_1$ ; b – main deformations  $e_2$ ; c – intensity of main deformations  $e_u$ ; d – main deformations  $e_3$ . The numbers in the curves correspond to deformation  $\bar{e}_1$ : 1 – 9.6; 2 – 18.6; 3 – 27.9 %

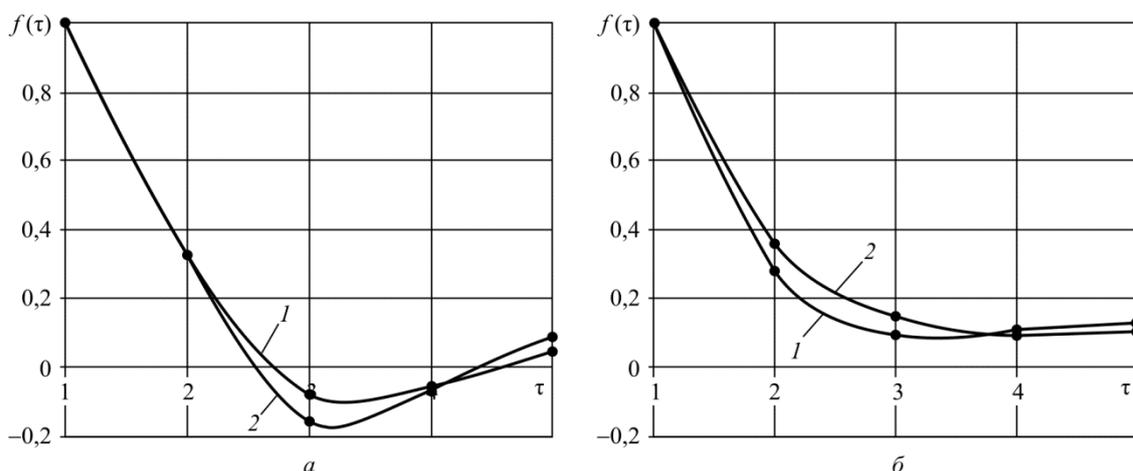


Рис. 4. Корреляционные функции интенсивности деформаций: *a* – вдоль оси образца; *b* – поперек оси образца; цифры у кривых соответствуют деформации  $\bar{\epsilon}_1$ : 1 – 18,6; 2 – 27,9 %  
 Fig. 4. Correlation functions of the strain intensity: *a* – along the axis of the specimen, *b* – across the axis of the specimen. The figures in the curves correspond to deformation  $\bar{\epsilon}_1$ : 1 – 18.6; 2 – 27.9 %

Нормированные автокорреляционные функции интенсивности деформаций различны в ортогональных направлениях (вдоль и поперек вертикальной оси образца), что свидетельствует об анизотропии поля деформаций (см. рис. 4). Коэффициенты корреляции пар соседних участков поверхностного слоя образца позволяют построить двухточечную (трехмерную) плотность распределения деформаций. Методика построения таких графиков приведена в работе [10].

Результаты экспериментов качественно хорошо совпадают с результатами, которые получены при испытаниях на растяжение образцов титана ВТ1-0 [26] с длительными сетками, с размерами ячеек 10 мкм. Количественные результаты при этом совпадают существенно хуже. В частности, величины стандартных отклонений оказались примерно в 2–2,5 раза выше, чем в экспериментах, проводимых с помощью метода делительных сеток.

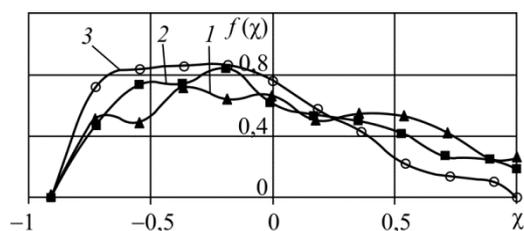


Рис. 5. Плотность распределения случайного параметра Надаи-Лоде; цифры у кривых соответствуют деформации  $\bar{\epsilon}_1$ : 1 – 9,6; 2 – 18,6; 3 – 27,9 %

Fig. 5. The distribution density of the random Nadai-Lode parameter. The figures in the curves correspond to deformation  $\bar{\epsilon}_1$ : 1 – 9.6; 2 – 18.6; 3 – 27.9 %

При испытаниях образцов с делительными сетками модальное значение функции распределения Надаи-Лоде, как правило, выше и составляет при одноосном растяжении образца величины от  $-0,7 \leq \chi \leq 0,5$  (рис. 5) [14, 15].

Результаты экспериментов показывают возможность применения данного метода для исследования неоднородности протекания пластической деформации поликристалличе-

ских материалов. В плане проведения дальнейших исследований мелкозернистых материалов целесообразно дополнительно использовать микроскоп (увеличенное изображение поверхности образца) с последующим формированием единого изображения поверхности материала всего образца по методике работы [21]. Такой подход позволит более точно учесть неоднородность полей деформаций на мезоуровне.

### Выводы

1. Предложена методика для определения параметров неоднородности полей упругопластических деформаций при растяжении плоских образцов. Эксперименты основаны на корреляционно-оптическом методе определения деформаций.

2. Определены компоненты  $\epsilon_{yy}, \epsilon_{xx}, \epsilon_{zz}, \epsilon_{xy}$  и  $\epsilon_{yx}$  тензора упругопластических деформаций при одноосном растяжении плоского образца из титана ВТ1-00.

3. Рассчитаны величины главных деформаций и определена их интенсивность для локальных участков на поверхности образца титана ВТ1-00 при одноосном растяжении.

4. Определены параметры плотности распределения главных деформаций и их интенсивности на различных этапах растяжения образца.

5. Выполнена оценка напряженно-деформированного состояния различных участков поверхности образца. Построены плотности распределения показателя напряженно-деформированного состояния Надаи-Лоде.

6. Результаты работы могут быть использованы в качестве дополнительных критериев при анализе деформационных процессов, протекающих при одноосном растяжении титановых образцов.

### Благодарности

Работа выполнена в рамках темы государственного задания ИМАШ УрО РАН (№ 0391-2016-0004). Испытания проведены с использованием оборудования ЦКП «Пластометрия» Института машиноведения УрО РАН.

## Acknowledgements

The work was carried out within the framework of the State Assignment of the Institute of Mechanical Engineering of the

Ural branch of the Russian Academy of Sciences (No. 0391-2016-0004). The tests were carried out using the facilities of the Collective Center "Plastometriya" of the Institute of Engineering Science of the Ural Branch of the Russian Academy of Sciences.

## Библиографический список

1. Богачев И.Н., Вайнштейн А.А., Волков С.Д. Статистическое металловедение. – М.: Металлургия, 1984. – 176 с.
2. Ташкинов А.А., Шавкунов В.Е. Неоднородность полей деформаций в зернах поликристаллических материалов и задача Эшелби // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 1. – С. 58–72. DOI 10.15593/perm.mech/2018.1.05
3. Бразгина О.В., Трусов П.В. Двухуровневая модель для описания упруговязкопластического деформирования ГПУ-металлов // Вычислительная механика сплошных сред. – 2012. – Т. 5, № 1. – С. 40–53.
4. Трусов П.В., Швейкин А.И. Многоуровневые физические модели моно- и поликристаллов. Статистические модели // Физическая мезомеханика. – 2011. – Т. 14, № 4. – С. 17–28.
5. Панин В.Е., Гриняев Ю.В., Данилов В.И. Структурные уровни пластической деформации и разрушения. – Новосибирск: Наука, 1990. – 255 с.
6. Панин В.Е., Гриняев Ю.В. Физическая мезомеханика – новая парадигма на стыке физики и механики деформируемого твердого тела // Физическая мезомеханика. – 2003. – Т. 6, № 4. – С. 9–36.
7. Экспериментальная механика: в 2 кн. Кн. 1: пер. с англ. / под ред. А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 616 с.
8. Экспериментальная механика: в 2 кн. Кн. 2: пер. с англ. / под ред. А. Кобаяси. – М.: Мир, 1990. – 552 с.
9. Пригоровский Н.Н. Методы и средства определения полей деформаций и напряжений: справочник. – М.: Машиностроение, 1983. – 248 с.
10. Вайнштейн А.А., Алехин А.Н. Основы теории упругости и пластичности с учетом неоднородности материала. – Екатеринбург: Изд-во Урал. гос. техн. ун-та, 2004. – 236 с.
11. Гурьев А.В., Кукса Л.В., Хесин Ю.Д. Исследование микросообностей деформации реальных сплавов // Металлы. – 1967. – № 4. – С. 122–129.
12. Реков А.М., Корниенко В.Т., Корниенко Э.О. Определение параметров прецизионных малобазных делительных сеток по их изображениям // Наука и технологии. – 2010. – Т. 1. – С. 131–138.
13. Вайнштейн А.А., Боровиков В.С. Двумерная корреляционная функция микродеформаций // Прикладная механика. – 1982. – Т. 18, № 12. – С. 121–122.
14. Реков А.М. Функции распределения напряженно-деформированных состояний микроструктуры поликристаллов // Заводская лаборатория. Диагностика материалов. – 2014. – Т. 80, № 2. – С. 26–31.
15. Реков А.М. Аппроксимация функции распределения случайного коэффициента Надаи-Лоде в микроструктуре // Математическое моделирование в естественных науках. – 2013. – № 1. – С. 128–130.

## References

1. Bogachev I.N., Vajnshtejn A.A., Volkov S.D. Statisticheskoe metallovedenie. [Statistical metallography]. Moscow, Metallurgiya, 1984, 176 p.
2. Tashkinov A.A., Shavshukov V.E. Inhomogeneities in grains of polycrystalline materials and Eshelby problem.

16. Смирнов Н.В., Душин-Барковский И.В. Курс теории вероятностей и математической статистики для технических приложений. – М.: Наука, 1969. – 512 с.
17. Степнов М.Н. Статистические методы обработки результатов механических испытаний: справочник. – М.: Машиностроение, 1985. – 232 с.
18. Неоднородность упругопластических деформаций бериллиевой бронзы / А.В. Вайнштейн [и др.] // Изв. вузов. Цветная металлургия. – 1984. – № 6. – С. 71–75.
19. Корниенко В.Т., Рушинов П.С., Вайнштейн А.А. Установка для автоматизации записи координат микрообъектов // Заводская лаборатория. – 1984. – № 3. – С. 83–85.
20. Peters W.H., Ranson W.F. Digital imaging technique in experimental stress analysis // Optical Engineering. – 1982. – Vol. 21. – P. 427–431.
21. Формирование единого изображения поверхности материала для измерения поля смещений и деформаций / В.В. Кибиткин [и др.] // Автометрия. – 2011. – Т. 47, № 4. – С. 83–90.
22. Измерение деформации материалов методом корреляции цифровых изображений / В.С. Плешанов [и др.] // Изв. Том. политех. ун-та. – 2008. – Т. 312, № 2. – С. 343–349.
23. Sutton M.A., Orteu J.-J., Schreier H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. – University of South Carolina, Columbia, SC, USA, 2009. – 364 p.
24. Илларионов А.Г., Попов А.А. Технологические и эксплуатационные свойства титановых сплавов. – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2014. – 137 с.
25. Vainshtein A.A., Rekov A.M., Ladygin S.A. Effect of Heat Treatment Regimes of Titanium On the Nonuniformity of Tensile Microdeformations // Metal Science and Heat Treatment. – 2001. – Vol. 43. – No. 7-8. – P. 302–304.
26. Вайнштейн А.А., Реков А.М. Определение предельной равномерной деформации титана по диаграмме деформирования // Вестн. УГТУ-УПИ. Конструирование и технология изготовления машин. Ч. 1. – Екатеринбург, 2005. – № 18 (70). – С. 218–221.
27. Строев П.И., Папилов И.И. Акустическая эмиссия титана в процессе деформации // Вопросы атомной науки и техники. – 2007. – № 4. – С. 184–191.
28. Гохман А.Р., Волчок Н.А. Изучение ориентационной зависимости коэффициента повреждаемости прокатанных листов технического титана ВТ1-0 // Физика и техника высоких давлений. – 2009. – Т. 19, № 4. – С. 111–116.
29. Салтыков С. А. Стереометрическая металлография. – М.: Металлургия, 1986. – 272 с.
30. Механизмы формирования деформационного рельефа на поверхности поликристаллических образцов ВТ1-00 при одноосном растяжении / А.В. Панин [и др.] // Физическая мезомеханика. – 2016. – Т. 19, № 5. – С. 74–83.

*PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 1, pp. 58-72 DOI 10.15593/perm.mech/2018.1.05

3. Brazgina O.V., Trusov P.V. Dvuhurovnevaya model' dlya opisaniya uprugovyazkoplasticheskogo deformirovaniya GPU metallov [Two-level Model for Description of Elastoviscoplastic

Deformation of HCP Metals] *Vychislitel'naya mekhanika sploshnyh sred*, 2012, vol.5, no1. pp. 40-53.

4. Trusov P.V., Shveikin A.I. Mnogoyrovnevye phisicheskie modeli mono- i polikristallov. Statisticheskie modeli. [Multilevel physical modeling of single- and polycrystals. Statistical models]. *Physicheskaya mesomechanika*, 2011, vol. 14, no. 4, pp. 17-28.

5. Panin V.E., Grinyayev Yu.V., Danilov V.I. Strukturnyye urovni plasticheskoy deformatsii i razrusheniya [Structural levels of plastic deformation and fracture]. *Novosibirsk, Nauka*, 1990, 255 p.

6. Panin V.E., Grinyayev Yu.V. Fizicheskaya mezomekhanika – novaya paradigma na styke fiziki i mekhaniki de-formiruемого tverdogo tela [Structural levels of plastic deformation and fracture]. *Physicheskaya mesomechanika*, 2003, vol. 6, no, pp. 9-36.

7. Kobayasi A. et al Eksperimental'naya mekhanika: V 2-h knigah: Kniga 1. Perevod s angliyskogo. [Experimental mechanics. In 2 books: Book 1. English translation]. *Moscow, Mir*, 1990, 616 p.

8. Kobayasi A. et al Eksperimental'naya mekhanika: V 2-h knigah: Kniga 2. Perevod s angliyskogol. [Experimental mechanics. In 2 books: Book 2. English translation]. *Moscow, Mir*, 1990, 552 p.

9. Prigorovskiy N.N. Metody i sredstva opredeleniya poley deformatsiy i napryazheniy: Spravochnik [Methods and means of determining the fields of deformation and stress: Handbook]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1983, 248 p.

10. Vainshtejn A.A., Alekhin A.N. Osnovy teorii uprugosti i plastichnosti s uchetom neodnorodnosti materiala. [Fundamentals of elasticity and plasticity theory due to nonhomogeneity of materials]. *Ekaterinburg, Ural State Technical University*, 2004, 236 p.

11. Gur'ev A.V., Kuksa L.V., Hesin Yu.D. Issledovanie mikroosobennostey deformatsii real'nyh splavov [The study of the micro features of the deformation of real alloys]. *Metally*, 1967, no. 4, pp. 122-129.

12. Rekov A.M., Kornienko V.T., Kornienko E.O. Opredelenie parametrov precizionnyh malobaznyh deli-tel'nyh setok po ih izobrazheniyam [Determination of parameters of precision low-range dividing grids by their images]. *Moscow, RAN, Nauka i tekhnologii*, 2010, vol. 1, pp.131-138.

13. Vajnshtejn A.A., Borovikov V.S. Dvumernaya korrelyacionnaya funkciya mikrodeformatsij [Two –dimensional correlation function of microdeformations]. *Prikladnaya mekhanika*, 1982, vol.18, no.12, pp.121-122.

14. Rekov A.M. Funkcii raspredeleniya napryazhenno-deformirovannyh sostoyanij mikrostruktury polikri-stallov [Stress-strain distribution functions of polycrystalline microstructure ]. *Zavodskaya laboratoriya. Diagnostika materialov*, 2014, vol.80, no. 2, pp. 26-31.

15. Rekov A.M. Approksimaciya funkcii raspredeleniya sluchajnoego koefficienta Nadai-Lode v mikrostrukture [Approximation of the distribution function of the random Nadai-Lode coefficient in the microstructure]. *Matematicheskoe modelirovanie v estestvennyh naukah*, 2013, no. 1, pp. 128-130.

16. Smirnov N.V., Dunin-Barkovskij I.V. Kurs teorii veroyatnostey i matematicheskoy statistiki dlya tekhnicheskikh prilozhenij. [A course in probability theory and mathematical statistics for technical applications]. *Moscow, Nauka*, 1969, 512 p.

17. Stepnov M.N. Statisticheskie metody obrabotki rezul'tatov mekhanicheskikh ispytanij: Spravochnik [Statistical

methods of processing the results of mechanical tests: Reference]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1985, 232p.

18. Vajnshtejn A.A. et al Neodnorodnost' uprugoplasticheskikh deformatsij berilliovoj bronzy [Inhomogeneity of elastic-plastic deformations of beryllium bronze]. *Izvestiya vuzov. Cvetnaya metallurgiya*, 1984, no. 6, pp. 71-75.

19. Kornienko V.T., Rusinov P.S., Vajnshtejn A.A. Ustanovka dlya avtomatizatsii zapisi koordinat mikroob"ektov [Installation for automation of recording the coordinates of micro-objects]. *Zavodskaya laboratoriya*, 1984, no. 3, pp. 83-85.

20. Peters W.H., Ranson W.F. Digital imaging technique in experimental stress analysis. *Optical Engineering*, 1982, vol. 21, pp. 427-431

21. Kibitkin V.V. et al Formirovanie edinogo izobrazheniya poverhnosti materiala dlya izmereniya polya smeshchenij i deformatsij [Formation of a single image of the material surface to measure the displacement and deformation field]. *Avtometriy*, 2011, vol. 47, no. 4, pp. 83-90.

22. Pleshanov V.S., Kibitkin. V.V. et al. Izmereniye deformatsii materialov metodom korrelyatsii tsifrovyykh izobrazheniy [Measurement of material deformation by digital image correlation]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo universiteta*, 2008, vol. 312, no 2, pp. 343-349.

23. Sutton M.A., Ortu J.-J., Schreier H. Image Correlation for Shape, Motion and Deformation Measurements. *University of South Carolina, Columbia, SC, USA*, 2009, 364 p.

24. Illarionov A.G., Popov A.A. Tekhnologicheskkiye i ekspluatatsionnyye svoystva titanovykh splavov. [Technological and operational properties of titanium alloys]. *Ekaterinburg, Izdatelstvo Uralskogo universiteta*, 2014, 137 p.

25. Vainshtein A.A., Rekov A.M., Ladygin S.A. Effect of Heat Treatment Regimes of Titanium On the Nonuniformity of Tensile Microdeformations . *Metal Science and Heat Treatment*, 2001, vol. 43, no. 7-8, part. 307-8, pp. 302-304.

26. Vajnshtejn A.A., Rekov A.M. Opredelenie predel'noj ravnomernoy deformatsii titana po diagramme de-formirovaniya [Determination of the limit uniform the stress-strain diagram of the titanium] *Vestnik UGTU-UPI. Konstruirovaniye i tekhnologiya izgotovleniya mashin: Chast' I*, 2005, no. 18(70), pp.218-221.

27. Stroev P.I., Papirova I.I. Akusticheskaya emissiya titana v processe deformatsii [Acoustic emission of titanium during deformation], *Voprosy atomnoy nauki i tekhniki*, 2007, no 4. pp.184-191.

28. Gohman A.R., Volchok N.A. Izuchenie orientacionnoy zavisimosti koefficienta povrezhdaemosti proka-tannyh listov tekhnicheskogo titana VT 1-0 [Study of the orientation dependence of the damage coefficient of rolled sheets of technical titanium VT 1-0]. *Fizika i tekhnika vysokih davlenij*, 2009, vol. 19, no. 4. pp. 111-116.

29. Saltykov S.A. Stereometricheskaya metallografiya [Stereometric metallography]. *Moscow, Metallurgiya*, 1986, 272 p.

30. Panin A.V., Kazachenok M.S. et al. Mekhanizmy formirovaniya deformatsionnogo rel'efa na poverhnosti polikristallicheskikh obrazcov VT1-0 pri odnoosnom rastyazhenii [Formation mechanisms of the deformation on the surface of polycrystalline VT1-0 titanium specimens under uniaxial tension]. *Physicheskaya mezomechanika*, 2016, vol. 19, no. 5, pp. 74-83.