



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2018

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2018.3.12

УДК 539.42

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ СМЕШАННОГО НАГРУЖЕНИЯ НА ПРИМЕРЕ ПОЛУДИСКА С ВЕРТИКАЛЬНЫМ И НАКЛОННЫМ НАДРЕЗАМИ

Л.В. Степанова¹, К.В. Фролов^{1,2}

¹Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева, Самара, Россия

²Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 06 июля 2018 г.
Принята: 25 сентября 2018 г.
Опубликована: 08 октября 2018 г.

Ключевые слова:

полудиск с наклонной трещиной, конечно-элементное решение, коэффициенты интенсивности напряжений, T -напряжений, смешанное нагружение, чистый нормальный отрыв, чистый поперечный сдвиг, метод фотоупругости.

АННОТАЦИЯ

Приведен класс конечно-элементных решений задач определения напряженно-деформированного состояния в новых типах экспериментальных образцов на трехточечный изгиб: полудиск с вертикальным и наклонным надрезом и полудиск с вертикальным надрезом с несимметричным расположением опор. Для первого типа образца проведен анализ полей напряжений у вершины наклонного надреза для различных значений угла наклона надреза: 0° , $10\text{--}45^\circ$, 49° , $50\text{--}80^\circ$ и вычислены параметры механики разрушения (коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжения для нормального отрыва и нагружений, близких к поперечному сдвигу) для различных видов смешанного нагружения. Для второго типа образца проведен вычислительный эксперимент для различных расстояний опор до центра диска. Изменение расстояний между опорой и центром диска позволяет реализовать нормальный отрыв и различные виды смешанного нагружения вплоть до нагружений, близких к чистому поперечному сдвигу. С помощью метода фотоупругости выполнена серия натурных экспериментов, нацеленных на анализ поля напряжений в полудиске и вида смешанного нагружения. Наблюдаемая интерференционная картина позволяет ясно видеть тип нагружения (нормальный отрыв и смешанное нагружение) и сделать заключение о невозможности реализации чистого поперечного сдвига в рассматриваемом типе образцов. Проведенное конечно-элементное исследование, реализованное в многофункциональном комплексе SIMULIA Abaqus, и последующее сравнение полученных результатов и наблюдений в рамках интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (метод цифровой фотоупругости) подтверждают невозможность реализации чистого поперечного сдвига в данном типе образцов с наклонной трещиной. Анализ численных расчетов показывает, что, действительно, при угле наклона разреза, равном 49° , чистого поперечного сдвига не происходит. В полудиске с наклонным надрезом реализуется смешанное нагружение для всех углов наклона надреза от 0 до 85° .

© ПНИПУ

© Степанова Лариса Валентиновна – д.ф.-м.н., проф., e-mail: stepanova@pstu.ru, ORCID: [0000-0002-6693-3132](https://orcid.org/0000-0002-6693-3132).
Фролов Кирилл Владимирович – магистрант, e-mail: riksot@mail.ru, ORCID: [0000-0001-6271-7902](https://orcid.org/0000-0001-6271-7902).

Larisa V. Stepanova – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, e-mail: stepanova@pstu.ru, ORCID: [0000-0002-6693-3132](https://orcid.org/0000-0002-6693-3132).

Kirill V. Frolov – Postgraduate Student, e-mail: riksot@mail.ru, ORCID: [0000-0001-6271-7902](https://orcid.org/0000-0001-6271-7902).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

FINITE ELEMENT STUDY OF MIXED MODE LOADING OF THE CRACKED SEMICIRCULAR DISC UNDER BENDING

L.V. Stepanova¹, K.V. Frolov^{1,2}

¹Samara University, Samara, Russian Federation

²Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 06 July 2018
Accepted: 25 September 2018
Published: 08 October 2018

Keywords:

semicircular bend (SCB) specimen, finite element solution, stress intensity factors, T-stresses, Mixed Mode loading, pure mode I loading, pure Mode II loading, photoelasticity method.

ABSTRACT

Numerical and experimental works are performed on the mixed-mode I/II brittle fracture by two types of edge cracked semicircular bend specimens. The first type is edge cracked semicircular bend (SBC) specimens with vertical and inclined notches. The second type of specimens is semi-circular samples in which the contribution of Mode I and Mode II components varies by changing the bottom loading support. In the test numerical program fracture tests were conducted at crack inclination angles of 0°, 10–45°, 49°, 50–80°. The stress intensity factors for Mode I and Mode II loading and T-stresses are obtained numerically in FEM package SIMULIA Abaqus/CAE. The results of FEM modeling are compared with the experimental results obtained by the photoelasticity method. The experimental approach based on the photoelasticity method allows us to observe the von Mises equivalent stress distribution in the whole specimen and confirm the FEM studies performed. The comparison shows that in the specimens the pure Mode II loading cannot be realized. Analysis of numerical studies and isochromatic fringe patterns allows us to conclude that in the semicircular disc the mixed mode loadings are realized for all angles from 0 to 85°. The pure Mode II or sliding fracture can not be created by so-called Mode II loading in disc-type specimens SCB, because there are opening displacements observed for all the specimens investigated numerically and experimentally.

© PNRPU

Введение

Определение направления роста трещины в условиях смешанного нагружения и критерии разрушения, позволяющие найти угол направления распространения трещины, являются одними из широко обсуждаемых проблем современной механики разрушения [1–25]. В настоящее время широко обсуждаются вопросы теоретического, экспериментального и численного определения параметров механики разрушения для смешанного деформирования тел с надрезами и трещинами [1–23]. Одним из наиболее важных вопросов является моделирование чистого поперечного сдвига в экспериментальных условиях. Во многих работах [1, 4–13] предложены специальные образцы и специальные условия нагружения для воспроизведения чистого поперечного сдвига. В настоящее время предложен и широко используется ряд экспериментальных образцов для исследования смешанного нагружения. Например, в работах [1, 4–13, 20, 21] рассматривается полудиск с вертикальным и наклонным надрезами. Данный тип образца является удобным для верификации различных критериев разрушения [26–31] и для оценки вклада высших приближений в асимптотическом разложении М. Уильямса поля напряжений в окрестности вершины трещины в изотропном линейно-упругом материале [24, 25, 29, 31]. В [6] обсуждается серия вычислительных экспериментов с данным типом образца, в котором варьируется угол наклона надреза. На основе проведенного компьютерного имитационного моделирования авторы показывают, что для определенного значения угла наклона разреза, равного 49°, можно

реализовать чистый поперечный сдвиг. Отметим, что чистый нормальный отрыв возникает при действии сосредоточенной силы на полукруглый диск с симметричным надрезом, ортогональным хорде полудиска. Изменение угла наклона разреза приводит к изменению типа нагружения и реализации смешанного деформирования. Тем не менее многие вопросы остаются открытыми [16–23]: проведенное в рамках данной работы экспериментальное исследование полудиска с наклонным разрезом методом фотоупругости показывает смешанное нагружение при данном значении угла наклона надреза, но не чистый поперечный сдвиг. Поэтому целью настоящей работы являлось конечно-элементное решение задач определения напряженно-деформированного состояния у вершины наклонного надреза в полудиске для различных значений угла наклона дефекта и вычисление параметров механики разрушения (коэффициентов интенсивности напряжений для нормального отрыва и поперечного сдвига и T-напряжений) для нахождения вида смешанного нагружения. Вычисленные значения параметров разрушения (коэффициенты интенсивности напряжений и T-напряжения) показывают реализацию смешанного деформирования для указанного угла наклона надреза 49°. Проведенное конечно-элементное исследование, выполненное в многофункциональном комплексе SIMULIA Abaqus, и последующее сравнение полученных результатов и наблюдений в рамках интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (метод цифровой фотоупругости) подтверждают невозможность реализации чистого поперечного сдвига в данном типе образцов с наклонной трещиной. Анализ

численных расчетов показывает, что, действительно, при угле наклона разреза, равном 49° , чистого поперечного сдвига не происходит. Для получения экспериментально-образца, в котором реализуется чистый поперечный сдвиг, следует продолжить компьютерное имитационное моделирование для различных типов образцов. Смешанное нагружение образца с надрезом можно получить в полудиске, сохраняя вертикальный надрез, но меняя расстояние между опорами. Для различных геометрических параметров этого образца [1,14,19] получены конечно-элементные и экспериментальные результаты для параметров механики хрупкого разрушения. Однако многие вопросы остаются невыясненными, а именно реализация чистого поперечного сдвига при определенных сочетаниях геометрических параметров образца [1, 14, 19]. Поэтому в настоящей работе проводятся конечно-элементное и экспериментальное исследования двух типов полудисков с надрезами: 1) первый тип образца – образец с наклонным надрезом для моделирования смешанного нагружения и 2) второй тип образца – образец с вертикальным надрезом с симметричным и несимметричным расположением опор. Для каждого типа образца вычислены параметры механики разрушения (коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжения) и показана невозможность реализации чистого поперечного сдвига в каждом типе экспериментального образца.

1. Конечно-элементное решение задачи о диске с наклонным надрезом. Определение параметров механики разрушения: коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжения

В настоящей работе выполнена серия вычислительных экспериментов для полудиска с надрезом, ориентированным под разным углом к вертикали. Конфигурация образца показана на рис. 1. В полудиске, находящемся под действием сосредоточенной силы, с вертикальным надрезом реализуется чистый нормальный отрыв. Меняя угол наклона надреза, можно в вычислительном и натурном эксперименте осуществить ту или иную форму смешанного нагружения.

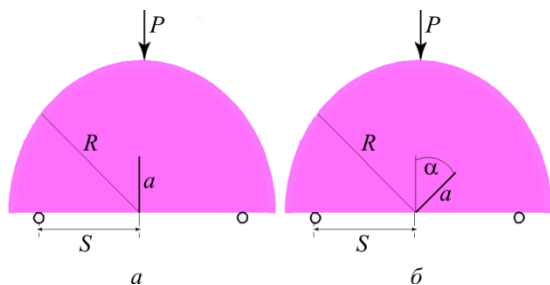


Рис. 1. Схематичное изображение образцов с надрезом для исследования нормального отрыва (а) и смешанного нагружения (б)
 Fig. 1. General configuration of the semicircular bend (SCB) specimen: Mode I loading (a) and Mixed Mode loading (б)

Пример типичного разбиения, используемого при моделировании, приведен на рис. 2. На рис. 2 показан пример автоматического разбиения на конечные элементы, и отдельно выделена окрестность надреза. Сингулярное поведение напряжений, соответствующее классическому решению линейной теории упругости, воспроизводилось с помощью сингулярных элементов, окружающих вершину трещины.

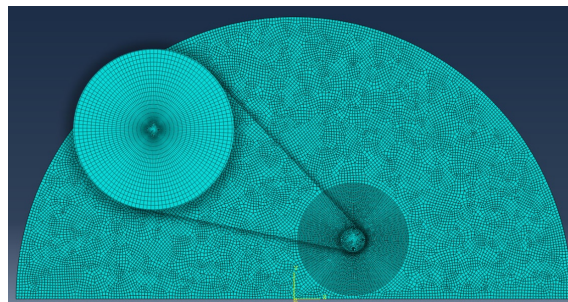


Рис. 2. Пример конечно-элементного разбиения полудиска на конечные элементы: вершину трещины окружают сингулярные элементы
 Fig. 2. Details of the finite element mesh pattern for the simulation the semicircular disc with the inclined notch

Для рассматриваемого образца коэффициенты интенсивности напряжений $K_i, i = I, II$ и T -напряжения [5, 25] определяются согласно соотношениям [4]

$$K_i = \frac{P}{2Rt} \sqrt{\pi a} Y_i(a/R, S/R, \alpha) \quad i = I, II, \quad (1)$$

$$T = \frac{P}{2Rt} T^*(a/R, S/R, \alpha),$$

где P – приложенная нагрузка; R – радиус полудиска; a – длина надреза; $2S$ – расстояние между опорами; α – угол наклона надреза к линии продолжения надреза в образце; t – толщина образца.

В проведенных расчетах приняты следующие значения материальных постоянных и геометрических параметров модели: $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ Н/см}^2$, $\nu = 0,3$, $a = 15 \text{ мм}$, $P = 2500 \text{ Н}$, $R = 50 \text{ мм}$, $2S = 86 \text{ мм}$. Результаты вычислений сведены в табл. 1. Зависимости безразмерных функций от угла наклона надреза показаны на рис. 3. Из рис. 3 видно, что чистый поперечный сдвиг в полудиске не реализуется; что для всех углов надреза, больших нуля, в полудиске реализуется состояние смешанного деформирования, но не чистого поперечного сдвига, поскольку безразмерная функция Y_I и безразмерное T -напряжение T^* одновременно должны обращаться в нуль. Из графиков, приведенных на рис. 3, видно, что ни при каких значениях угла наклона надреза коэффициент интенсивности напряжений $K_I = (P/(2Rt)) \sqrt{\pi a} Y_I(a/R, S/R, \alpha)$, отвечающий нормальному отрыву, и T -напряжение $T = (P/(2Rt)) T^*(a/R, S/R, \alpha)$ не обращаются в нуль.

Таблица 1

Вычисленные значения коэффициентов интенсивности напряжений и T -напряжений в полудиске с наклонным надрезом для различных значений углов наклона надреза

Table 1

The calculated values of stress intensities and T -stresses in the semicircular disc with an inclined notch for different angles

α	$K_I, \text{H}/\text{мм}^{3/2}$	$K_{II}, \text{H}/\text{мм}^{3/2}$	$T, \text{H}/\text{мм}^2$
0	66,68	0	-0,90
10	64,74	-7,50	-0,30
20	58,89	-13,43	0,93
30	50,58	-17,40	2,62
40	41,17	-19,03	4,23
45	36,49	-19,08	4,93
49	32,78	-18,78	5,40
50	31,90	-18,66	5,52
60	23,35	-16,75	6,42
70	15,74	-13,61	7,02
80	8,81	-9,19	7,39
85	5,53	-6,16	7,45

После вычисления коэффициентов интенсивности напряжений можно определить параметр смешанности нагружения. Вид смешанного нагружения задается с помощью параметра смешанности нагружения [1–24]:

$$M^e = \frac{2}{\pi} \arctan \left(\frac{K_I}{K_{II}} \right). \quad (2)$$

Результаты конечно-элементных расчетов приведены на рис. 4, где показано распределение интенсивности напряжений в полудиске с наклонным под углом 49° надрезом. Для подтверждения конечно-элементных расчетов, выполненных в комплексе SIMULIA Abaqus, была проведена серия лабораторных экспериментов с помощью интерференционно-оптических методов механики деформируемого твердого тела (с помощью метода фотоупругости) и дано сравнение конечно-элементного и фотоупругого эксперимента. На рис. 5 и 6 показана интерференционная картина – картина изохроматических полос в диске с наклонным под углом 49° надрезом при действии двух нагрузок 100 и 230 кГ.

Изохроматические полосы представляют собой геометрические места точек с равными значениями разности главных напряжений. В плоских образцах разность главных напряжений равна интенсивности напряжений, и поэтому интерференционная картина позволяет сделать вывод: 1) линии равных значений интенсивности напряжений, показанные на рис. 4, совпадают с изохроматическими полосами, приведенными на рис. 5 и 6; 2) в полудиске с данным углом наклона не реализуется состояние чистого поперечного сдвига, ибо картина изохроматических полос у вершины трещины, полученная с помощью метода фотоупругости (см. рис. 5 и 6), не обладает симметрией, а соответствует смешанному нагружению.

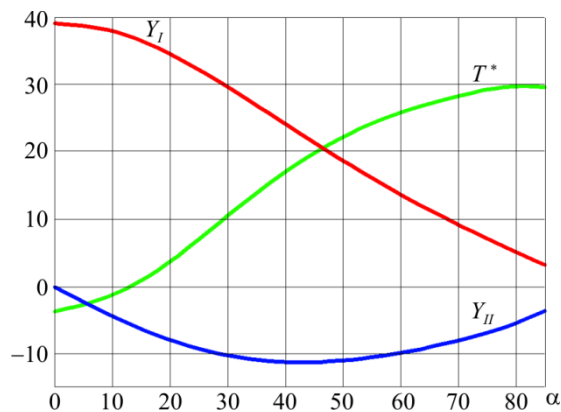


Рис. 3. Зависимости безразмерных тарировочных функций Y_I, Y_{II}, T^* от угла наклона надреза α

Fig. 3. Dependence of dimensionless functions Y_I, Y_{II}, T^* on the inclination angle of notch α

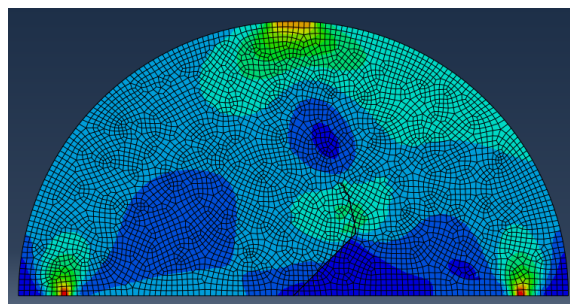


Рис. 4. Распределение интенсивности касательных напряжений в полудиске с надрезом под углом наклона 49° к вертикали

Fig. 4. Distribution of the Mises equivalent stress in the semi-disc with the inclined notch at the angle 49° to the vertical

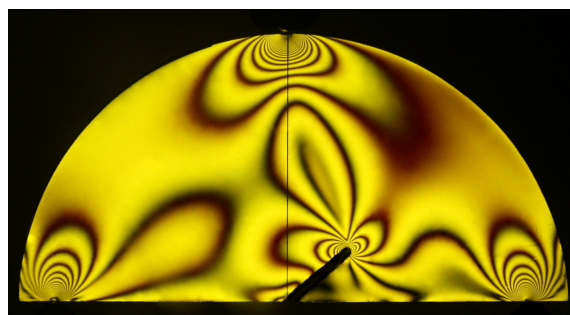


Рис. 5. Интерференционная картина, полученная с помощью метода фотоупругости, в диске с углом наклона 49° при нагрузке $P = 100 \text{ кГ}$

Fig. 5. Isochromatic fringe pattern in the semi-disc with the inclined notch at the angle 49° under $P = 100 \text{ кГ}$ loading

На рис. 7 и 8 показаны траектории роста трещины в полудиске с наклонным надрезом. На рис. 7 приведены результаты конечно-элементного моделирования в пакете SIMULIA Abaqus/CAE. Моделирование выполнено с помощью расширенного метода конечного элемента (XFEM). Конечно-элементное решение ясно показывает, что трещина растет к точке приложения нагрузки, что полностью подтверждает проведенный натуральный эксперимент (см. рис. 8).

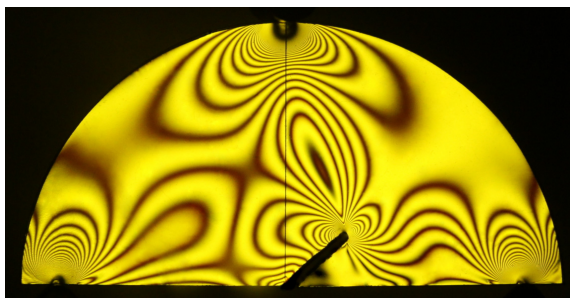


Рис. 6. Интерференционная картина, полученная с помощью метода фотоупругости, в диске с углом наклона 49° при нагрузке $P = 230$ кГ

Fig. 6. Isochromatic fringe pattern in the semi-disc with the inclined notch at the angle 49° under $P = 230$ kG loading

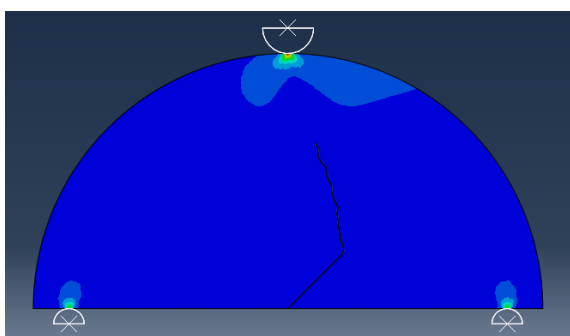


Рис. 7. Траектория роста трещины: моделирование роста трещины в многоцелевом комплексе SIMULIA Abaqus с помощью расширенного метода конечного элемента
Fig. 7. Crack path in the semi-disc. The numerical solution performed in Simulia Abaqus. The results are obtained by the extended finite element method (XFEM)

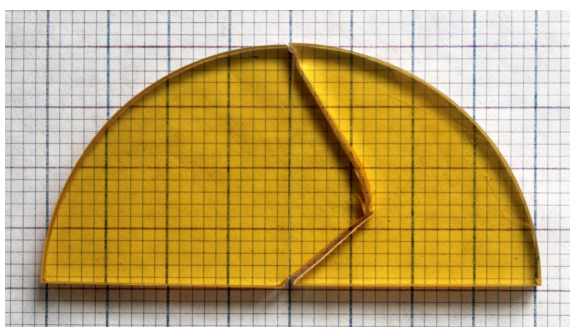


Рис. 8. Экспериментальная траектория роста трещины
Fig. 8. Experimental crack path in the semicircular bend specimen

Сравнивая результаты конечно-элементного решения и экспериментально полученные картины изохроматических полос, можно заключить, что конечно-элементное решение позволило получить достоверные результаты и в полудиске с надрезом при различных углах наклона надреза к диаметру диска может быть реализовано состояние чистого нормального отрыва и смешанного деформирования, но не чистого поперечного сдвига.

2. Конечно-элементное решение задачи о диске с вертикальным надрезом с различным расстоянием между опорами. Определение параметров механики разрушения: коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжения

Другим широко используемым образцом для моделирования смешанного нагружения является полудиск с вертикальным надрезом с различным расположением опор. В работах [1, 14, 19] проведены исследования для данного типа образца. Было показано, что для определенных сочетаний геометрических параметров образца реализуется состояние чистого поперечного сдвига. Поскольку были выявлены расхождения результатов на примере предыдущего образца, было решено провести более широкое компьютерное моделирование для образца с различным расположением опор (рис. 9) и дополнить имеющиеся вычисления определением T -напряжений у вершины надреза для различных типов смешанного нагружения. В программном комплексе Simulia Abaqus была реализована серия экспериментов для данного образца. Расположение левой опоры $S_1 = 40$ мм оставалось неизменным относительно надреза, а расстояние правой S_2 опоры изменялось от 40 до 1 мм с шагом 5 мм. Для каждой конфигурации вычислены значения коэффициентов интенсивности напряжений и T -напряжений. После проведения расчетов были вычислены безразмерные функции Y_I, Y_{II} и T^* , где безразмерные функции введены с помощью соотношений

$$K_i = \frac{P}{2Rt} \sqrt{\pi a} Y_i(a/R, S_1/R, s) \quad i = I, II, \quad (3)$$

$$T = \frac{P}{2Rt} T^*(a/R, S_1/R, s),$$

где $s = S_2 / S_1$. Результаты вычислений сведены в табл. 2. Из табл. 2 видно, что обе моды нагружения плавно снижаются до нуля при приближении опоры к центру диска: в этом случае трещина перестает быть концентратором напряжений.

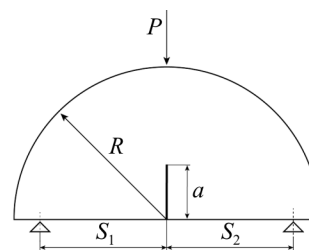


Рис. 9. Схематичное изображение образца с различным расположением опор
Fig. 9. Scheme of the specimen's geometry and the applied load

Таблица 2

Полученные значения коэффициентов интенсивности напряжений и T -напряжения для различных значений расстояния правой опоры до центра полудиска

Table 2

The obtained values of stress intensity factors and T -stresses for different values of the distance of the right fulcrum to the center of the semi-disc

Расстояние опоры до центра диска S_2	K_I – коэффициент интенсивности напряжений, Н/мм ^{3/2}	K_{II} – коэффициент интенсивности напряжений, Н/мм ^{3/2}	T -напряжение, Н/мм ²
40	58,13	0,00	-0,87
35	53,28	-0,95	-0,92
30	39,42	-1,67	-0,79
25	33,82	-2,73	-0,83
20	27,23	-4,25	-1,00
15	15,21	-5,33	-1,24
10	7,49	-8,31	-2,33
8	5,66	-13,12	-4,02
6	0,84	-8,79	-2,92
5	0,50	-5,68	-1,96
1	0,14	-0,34	-0,13

Результаты вычислений, показанные в табл. 2, иллюстрирует рис. 10. Из рис. 10 видно, что кривые, показывающие зависимость коэффициентов интенсивности напряжений и T -напряжений от расстояния S_2 , стремятся к началу координат при стремлении расстояния S_2 к нулю, когда надрез перестает быть концентратором напряжений.

Результаты конечно-элементных расчетов показаны на рис. 11, где показаны распределения интенсивности напряжений для различных значений расстояния S_2 от правой опоры до центра диска.

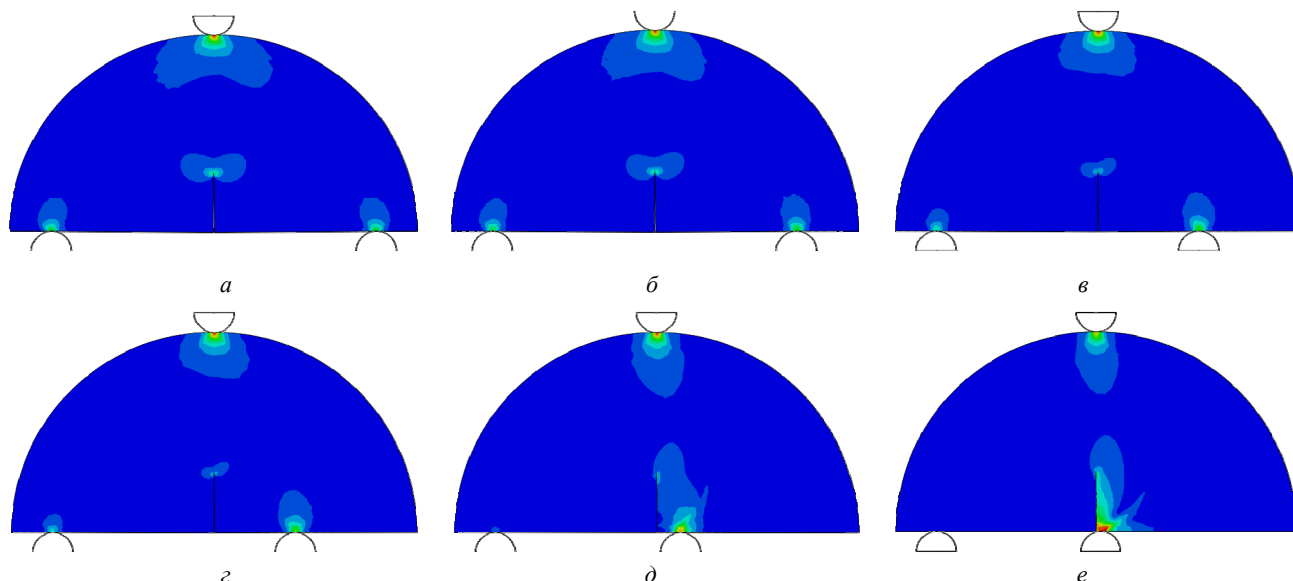


Рис. 11. Распределение интенсивности напряжений в диске с различным расстоянием S_2 от правой опоры до центра диска:

$a - S_2 = 40$ мм; $b - S_2 = 35$ мм; $c - S_2 = 25$ мм; $d - S_2 = 20$ мм; $e - S_2 = 5$ мм; $f - S_2 = 1$ мм

Fig. 11. Distribution of the von Mises equivalent stresses in the semi-disc with the notch for different distances S_2 :

$a - S_2 = 40$ мм; $b - S_2 = 35$ мм; $c - S_2 = 25$ мм; $d - S_2 = 20$ мм; $e - S_2 = 5$ мм; $f - S_2 = 1$ мм

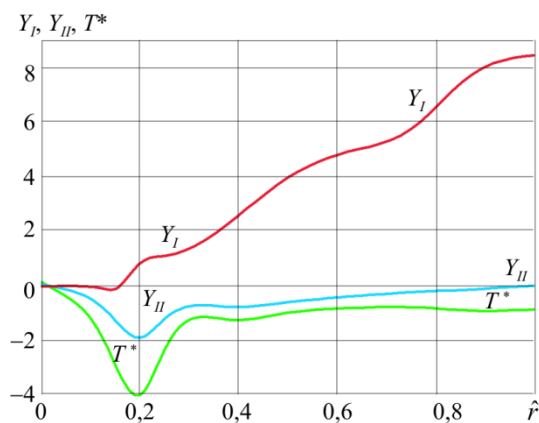


Рис. 10. Зависимость безразмерных функций Y_I, Y_{II} и T^* от расстояния S_2 от правой опоры до центра диска

Fig. 10. Dependence of the dimensionless functions Y_I, Y_{II} and T^* on distance S_2 from the right fulcrum to the disc's center

Из рис. 11, d, e видно, что наибольшие значения интенсивности напряжений достигаются у правой опоры, а не в окрестности вершины трещины.

Для подтверждения проведенных конечно-элементных расчетов была проведена серия натуральных экспериментов с помощью метода фотоупругости на образцах из оптически чувствительных материалов (в данном случае использовалась эпоксидная смола). В эксперименте были исследованы три различных конфигурации образцов с различными расстояниями между опорами (рис. 12).

Интерференционная картина (картина изохроматических полос) в дисках с различным расположением опор показана на рис. 13–15.

Из рис. 14 и 15 следует, что при несимметричном расположении опор в диске с вертикальным надрезом в диске реализуется смешанное нагружение, но не нагружение, отвечающее поперечному сдвигу.

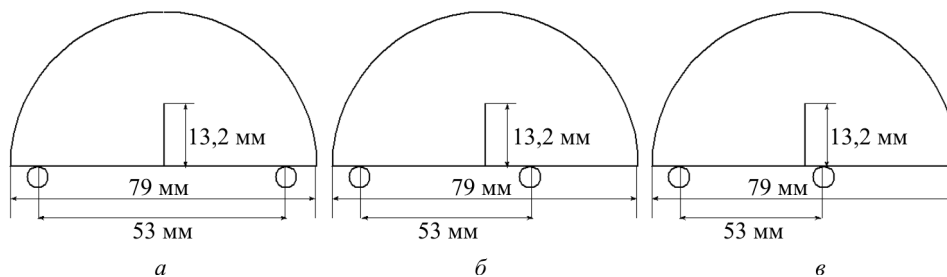


Рис. 12. Геометрия образцов в форме надрезанных полудисков с вертикальным надрезом одинаковой длины с различным расположением опор: *a* – симметричное расположение опор; *b* – второй тип образца с расстоянием $S_2 = 9$ мм; *c* – третий тип образца $S_2 = 5$ мм
 Fig. 12. Scheme of the specimen's geometry and the applied load for the semicircular discs with the same length vertical notch and different locations of fulcrums: *a* – shows a symmetric location of fulcrums; *b* – shows the second type of the specimen with a distance of $S_2 = 9$ мм; *c* – is the third type of the specimen with $S_2 = 5$ мм

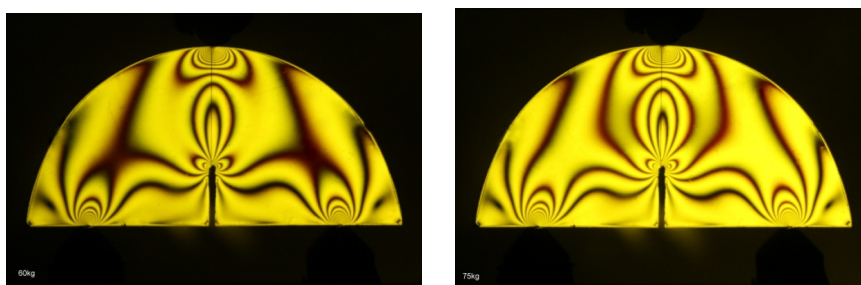


Рис. 13. Картина изохроматических полос в диске с вертикальным надрезом с одинаковым расстоянием опор от центра диска при действии двух нагрузок $P = 60$ кГ и $P = 75$ кГ (первый тип образца)
 Fig. 13. An image of isochromatic fringe patterns in the semi-disc under $P = 60$ kG and $P = 75$ kG (the first type of specimen)

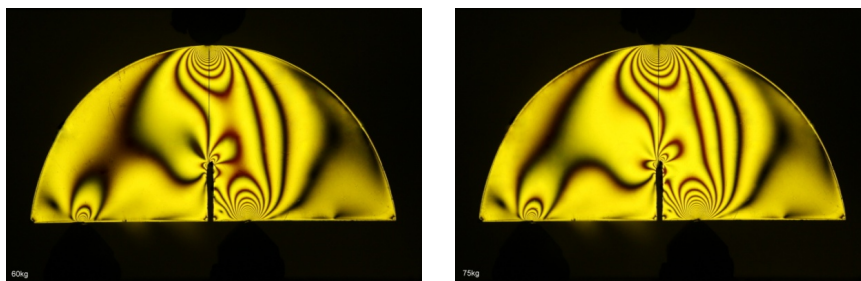


Рис. 14. Картина изохроматических полос в диске с вертикальным надрезом с разным расположением опор при действии двух нагрузок $P = 60$ кГ и $P = 75$ кГ (второй тип образца)
 Fig. 14. An image of isochromatic fringe patterns in the semicircular disc under $P = 60$ kG and $P = 75$ kG (the second type of the specimen)

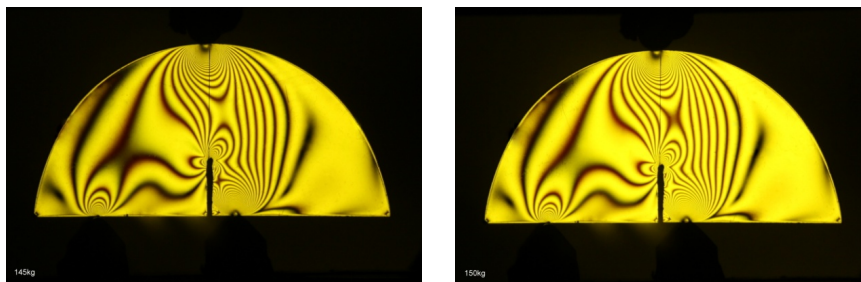


Рис. 15. Картина изохроматических полос в диске с вертикальным надрезом с разным расположением опор при действии двух нагрузок $P = 145$ кГ и $P = 150$ кГ (третий тип образца)
 Fig. 15. An image of isochromatic fringe patterns in the semi-disc under $P = 145$ kG and $P = 150$ kG (the third type of the specimen)

Выводы и обсуждение результатов

В настоящей работе выполнено компьютерное имитационное моделирование смешанного деформирования элементов конструкций с надрезами в полном диапазоне смешанных форм нагружения от чистого нормального отрыва до нагружений, близких к чистому поперечному сдвигу. Проведена серия конечно-элементных расчетов в многофункциональном программном комплексе SIMULIA/Abaqus на примере диска под действием различных систем нагрузок. Рассмотрены два типа полукруглых дисков с надрезами: 1) диск с вертикальным и наклонным надрезом под действием сжимающей сосредоточенной силы, вызывающей состояние трехточечного изгиба; 2) диск с вертикальным надрезом с симметричным и несимметричным расположением опор. Данный тип образцов широко используется для создания условий смешанного нагружения.

В работе вычислены параметры линейной механики разрушения: коэффициенты интенсивности напряжений и T -напряжения. На основании проведенных вычислений показано, что данный тип образцов не может служить для создания условий чистого поперечного сдвига, поскольку выполненные расчеты ясно показывают, что коэффициент интенсивности напряжений K_I обращается в нуль ни при одном значении геометрических параметров модели.

Для верификации конечно-элементных расчетов была произведена последовательность натуральных экспериментов с помощью интерференционно-оптических методов (метода фотоупругости). Наблюдаемая картина интерференционных полос указывает на реализацию смешанного де-

формирования. Полученные картины изохроматических полос для каждого из двух рассмотренных типов экспериментальных образцов свидетельствуют о реализации смешанного нагружения для двух типов образцов.

Таким образом, разработка и анализ экспериментальных образцов на смешанное нагружение должны быть продолжены. Такие исследования должны включать обширный виртуальный (компьютерный) эксперимент с целью выяснения характерных особенностей новых нестандартных типов экспериментальных образцов, что приведет к сокращению затрат на прямую экспериментальную проверку новых типов образцов механики разрушения и обработку их результатов.

В заключение отметим дополнительное прикладное значение полученных результатов. Проведенный численный и экспериментальный анализ может быть полезен и в различных приложениях механики разрушения, например при численной реализации прогнозирования распространения трещин в условиях сложного напряженного состояния при моделировании продвижения трещины с помощью различных подходов [32–34].

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №16-08-00571).

Acknowledgements

The work was carried out with the financial support from the Russian Foundation for Basic Research (Grant No. 16-08-00571).

Библиографический список

1. Fakhri M., Haghghat Kharrazi, Aliha M.R.M. Mixed-mode tensile – In plane shear fracture energy determination for hot mix asphalt mixtures under intermediate temperature conditions // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 192. – P. 98–113.
2. Степанова Л.В., Бронников С.А., Белова О.Н. Оценка направления роста трещины в условиях смешанного нагружения (нормальный отрыв и поперечный сдвиг): обобщенные критерии классической механики разрушения и атомистическое моделирование смешанного нагружения (метод молекулярной динамики) // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2017. – Т. 4. – С. 189–213.
3. Stepanova L.V., Bronnikov S.A. Mathematical modeling of the crack growth in linear elastic isotropic materials by conventional fracture mechanics approaches and by molecular dynamics method: Crack propagation direction angle under mixed mode loading // *Journal of Physics: Conference Series*. – 2018. – Vol. 973(1). – 012046.
4. Степанова Л.В., Яковлева Е.М. Смешанное деформирование пластины с трещиной в условиях плоского напряженного состояния // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2014. – № 3. – С. 129–162.
5. Stepanova L., Roslyakov P. Complete Williams asymptotic expansion of the stress field near the crack tip: Analytic solutions, interference-optic methods and numerical experiments // *AIP Conference Proceedings*. – 2016. – Vol. 1785. – 030029.
6. Mirsayar M.M., Razmi A., Aliha M.R.M., Berto F. EMTSN criterion for evaluating mixed mode I/II crack propagation in rock materials // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 190. – № 1. – С. 186–197.
7. Mirsayar M.M., Razmi A., F. Berto F. Tangential strain-based criteria for mixed-mode I/II fracture toughness of cement concrete // *Fatigue Fracture Engineering Materials Structure*. – 2017. – P. 1–9.
8. Development of an index to evaluate the cracking potential of asphalt mixtures using the semi-circular bending test / F. Kaseer, F. Yin, E. Arambula-Mercado, A.E. Martin // *Construction and Building Materials*. – 2018. – Vol. 167. – No. 20. – P. 286–298.
9. Malikova L., Vesely V., Seitzl S. Crack propagation direction in a mixed mode geometry estimated via multi-parameter fracture criteria // *International Journal of Fatigue*. – 2016. – Vol. 89. – P. 99–107.
10. Mirsayar M.M. On fracture analysis of dental restorative materials under combined tensile-shear loading // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 93. – P. 170–176.

11. Damage evolution and Crack Propagation in Semicircular Bending Asphalt Mixture Specimens / G. Zheng, X. Yang, L. Chen, F. Bai // *Acta Mechanica Solida Sinica*. – 2016. – Vol. 29. – Iss. 6. – P. 596–609.
12. Mixed mode fracture behavior of concrete pavement containing RAP-3D finite element analysis / M.A. Mubarak, Abd-Elhady, S.A. Osman, H.E.M. Sallam // *Procedia Structural Integrity*. – 2017. – Vol. 5. – P. 19–26.
13. Some S.C., Fredj M.A., Nguyen M.-L. Multi-parametric characterization of mode I fracture toughness of asphalt concrete: Influence of void and RA contents, binder and aggregate types // *International Journal of Pavement Research and Technology*. – 2018. – Vol. 11. – P. 274–284.
14. Ayatollahi M.R., Aliha M.R.M., Hasani M.M. Mixed mode brittle fracture in PMMA – an experimental study using SCB specimens // *Materials Science Engineering A*. – 2006. – Vol. 417(2). – P. 348–356.
15. Ayatollahi M.R., Aliha M.R.M. Wide range data for crack tip parameters in two-disc-type specimens under mixed mode loading // *Computational Materials Science*. – 2007. – Vol. 38. – P. 660–670.
16. Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending, part 2 – mixed mode / I.L. Lim, I.W. Jonston, S.K. Choi, J.N. Boland // *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*. – 1994. – Vol. 31(3). – P. 199–212.
17. Akbardoost J., Ayatollahi M.R. R. Experimental analysis of mixed mode crack propagation in brittle rocks: The effect of non-singular terms // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2014. – Vol. 129. – P. 77–89.
18. Malikova L. Multi-parameter fracture criteria for the estimation of crack propagation direction applied to a mixed-mode geometry terms // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2015. – Vol. 143. – P. 32–46.
19. Mixed mode fracture resistance of asphalt concrete mixtures / M. Ameri, A. Mansourain, S. Pirmohammad, M.R.M. Aliha, M. Ayatollahi // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2012. – Vol. 93. – P. 153–167.
20. Ayatollahi M.R., Pirmohammad S. Experimental Determination of Mode II Fracture Resistance in Asphalt Concrete // *13th International Conference on Fracture*. – 2013. – P. 1–8.
21. Zabihi M., Ayatollahi M.R., Rezaie H.R. Mixed-mode fracture of synthesized nanocrystalline forsterite for biomedical applications // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2018. – Vol. 94. – P. 173–180.
22. Some S.C., Feeser A., Pavoine A. Numerical and experimental investigation of mode I cracking of asphalt concrete using

semi-circular bending test // *Construction and Building Materials*. – 2018. – Vol. 169. – P. 34–46.

23. Razmi A., Mirsayar M.M. Fracture resistance of asphalt concrete modified with crumb rubber at low temperature // *International Journal of Pavement Research and Technology*. – 2018. – Vol. 11. – P. 265–273.

24. Степанова Л.В., Росляков П.С. Полное асимптотическое разложение М. Уильямса у вершин двух коллинеарных трещин конечной длины в бесконечной пластине // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2015. – № 4. – С. 188–225.

25. Stepanova L.V. The generalized fracture criteria based on the multi-parameter representation of the crack tip stress field // *AIP Conference Proceedings*. – 2017. – Vol. 1945. – 040058.

26. Ayatollahi M.R., Saboori B. T-stress effects in mixed mode I/II/III brittle fracture // *Engineering fracture mechanics*. – 2015. – Vol. 144. – P. 32–45.

27. Fracture prediction of rocks under mode I and mode II loading using the generalized maximum tangential strain criterion / M.-D. Wei, F. Dai, N.-W. Xu, T. Zhao // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2017. – Vol. 186. – P. 21–38.

28. Mirsayar M.M. On the low temperature mixed mode fracture analysis of asphalt binder – Theory and experiments // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2017. – Vol. 186. – P. 181–194.

29. Akbardoost J., Rastin A. Comprehensive data for calculating the higher order terms of crack tip stress field in disk-type specimens under mixed mode loading // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*. – 2015. – Vol. 76. – P. 75–90.

30. Aliha M.R.M., Ayatollahi M.R. Mixed mode I/II fracture evaluation of marble using SCB specimen // *Procedia Engineering*. – 2011. – Vol. 10. – P. 311–318.

31. Mixed mode fracture analysis of semi-circular bend (SBC) specimen: A numerical study based on extended finite element method / Y. Xie, P. Cao, J. Jin, M. Wang // *Computers and Geotechnics*. – 2017. – Vol. 82. – P. 157–172.

32. Сметанников О.Ю., Кашников Ю.А., Ашихмин С.Г., Шустов Д.В. Численная модель развития трещины при повторном гидроразрыве пласта // *Вычислительная механика сплошных сред*. – 2015. – Т. 8, № 2. – С. 208–218.

33. Кулиев В.Д., Морозов Е.М. Градиентный деформационный критерий хрупкого разрушения // *Докл. Акад. наук*. – 2016. – Т. 470, № 5. – С. 528–530.

34. Matvienko Y.G., Morozov E.M. Two basic approaches in a search of the crack propagation angle // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2017. – Vol. 40. – No. 8. – P. 1191–1200.

References

1. Fakhri M., Haghghat Kharrazi, Aliha M.R.M. Mixed-mode tensile – In plane shear fracture energy determination for hot mix asphalt mixtures under intermediate temperature conditions. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, vol. 192, pp. 98–113.
2. Stepanova L.V., Bronnikov S.A., Belova O.N. Estimation of crack propagation direction angle under Mixed-Mode loading (Mode I and Mode II): Generalized fracture mechanics criteria and atomistic modeling (molecular dynamics method). *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 4, pp. 189–213.
3. Stepanova L.V., Bronnikov S.A. Mathematical modeling of the crack growth in linear elastic isotropic materials by conventional fracture mechanics approaches and by molecular dynamics method: Crack propagation direction angle under mixed mode

loading. *Journal of Physics: Conference Series*, 2018, vol. 973(1), 012046.

4. Stepanova L.V., Yakovleva E.M. Mixed-mode loading of the cracked plate under plane stress. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2014, no. 3, pp. 129–162.

5. Stepanova L., Roslyakov P. Complete Williams asymptotic expansion of the stress field near the crack tip: Analytic solutions, interference-optic methods and numerical experiments. *AIP Conference Proceedings*, 2016, vol. 1785, 030029.

6. Mirsayar M.M., Razmi A., Aliha M.R.M., Berto F. EMTSN criterion for evaluating mixed mode I/II crack propagation in rock materials. *Engineering Fracture Mechanics*, 2018, vol. 190, no. 1, pp. 186–197.

7. Mirsayar M.M., Razmi A., F. Berto F. Tangential strain-based criteria for mixed-mode I/II fracture toughness of cement concrete. *Fatigue Fracture Engineering Materials Structure*, 2017, pp. 1-9.
8. Kaseer F., Yin F., Arambula-Mercado E., Martin A.E. Development of an index to evaluate the cracking potential of asphalt mixtures using the semi-circular bending test. *Construction and Building Materials*, 2018, vol 167, no. 20, pp. 286-298.
9. Malikova L., Vesely V., Seitl S. Crack propagation direction in a mixed mode geometry estimated via multi-parameter fracture criteria. *International Journal of Fatigue*, 2016, vol. 89, pp. 99-107.
10. Mirsayar M.M. On fracture analysis of dental restorative materials under combined tensile-shear loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2018, vol. 93, pp. 170-176.
11. Zheng G., Yang X., Chen L., Bai F. Damage evolution and Crack Propagation in Semicircular Bending Asphalt Mixture Specimens. *Acta Mechanica Solida Sinica*, 2016, vol. 29, issue 6, pp. 596-609.
12. Mubaraki M.A., Abd-Elhady, Osman S.A., Sallam H.E.M. Mixed mode fracture behavior of concrete pavement containing RAP-3D finite element analysis. *Procedia Structural Integrity*, 2017, vol. 5, pp. 19-26.
13. Some S.C., Fredj M.A., Nguyen M.-L. Multi-parametric characterization of mode I fracture toughness of asphalt concrete: Influence of void and RA contents, binder and aggregate types. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 2018, vol. 11, pp. 274-284.
14. Ayatollahi M.R., Aliha M.R.M., Hasani M.M. Mixed mode brittle fracture in PMMA – an experimental study using SCB specimens. *Materials Science Engineering A*, 2006, vol. 417(2), pp. 348-356.
15. Ayatollahi M.R., Aliha M.R.M. Wide range data for crack tip parameters in two-disc-type specimens under mixed mode loading. *Computational Materials Science*, 2007, vol. 38, pp. 660-670.
16. Lim I.L., Jonston I.W., Choi S.K., Boland J.N. Fracture testing of a soft rock with semi-circular specimens under three-point bending, part 2 – mixed mode. *Int J Rock Mech Min Sci Geomech Abstr*, 1994, vol. 31(3), pp. 199–212.
17. Akbardoost J., Ayatollahi M.R. R. Experimental analysis of mixed mode crack propagation in brittle rocks: The effect of non-singular terms. *Engineering Fracture Mechanics*, 2014, vol. 129, pp. 77-89.
18. Malikova L. Multi-parameter fracture criteria for the estimation of crack propagation direction applied to a mixed-mode geometry terms. *Engineering Fracture Mechanics*, 2015, vol 143, pp. 32-46.
19. Ameri M., Mansourain A., Pirmohammad S., Aliha M.R.M., Ayatollahi M. Mixed mode fracture resistance of asphalt concrete mixtures. *Engineering Fracture Mechanics*, 2012, vol. 93, pp. 153-167.
20. Ayatollahi M.R., Pirmohammad S. Experimental Determination of Mode II Fracture Resistance in Asphalt Concrete. *13th International Conference on Fracture*, 2013, pp. 1-8.
21. Zabihi M., Ayatollahi M.R., Rezaie H.R. Mixed-mode fracture of synthesized nanocrystalline forsterite for biomedical applications. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2018, vol. 94, pp. 173-180.
22. Some S.C., Feeser A., Pavoine A. Numerical and experimental investigation of mode I cracking of asphalt concrete using semi-circular bending test. *Construction and Building Materials*, 2018, vol. 169, pp. 34-46.
23. Razmi A., Mirsayar M.M. Fracture resistance of asphalt concrete modified with crumb rubber at low temperature. *International Journal of Pavement Research and Technology*, 2018, vol. 11, pp. 265-273.
24. Stepanova L.V., Roslyakov P.S. Complete asymptotic expansion m.williams near the crack tips of collinear cracks of equal lengths in an infinite plane medium. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 4, pp. 188-225.
25. Stepanova L.V. The generalized fracture criteria based on the multi-parameter representation of the crack tip stress field. *AIP Conference Proceedings*, 2017, vol. 1945, 040058.
26. Ayatollahi M.R., Saboori B. T-stress effects in mixed mode I/II/III brittle fracture. *Engineering fracture mechanics*, 2015, vol. 144, pp 32-45.
27. Wei M.-D., Dai F., Xu N.-W., Zhao T. Fracture prediction of rocks under mode I and mode II loading using the generalized maximum tangential strain criterion. *Engineering fracture mechanics*, 2017, vol. 186, pp. 21-38.
28. Mirsayar M.M. On the low temperature mixed mode fracture analysis of asphalt binder – Theory and experiments. *Engineering fracture mechanics*, 2017, vol. 186, pp. 181-194.
29. Akbardoost J., Rastin A. Comprehensive data for calculating the higher order terms of crack tip stress field in disk-type specimens under mixed mode loading. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2015, vol. 76, pp. 75-90.
30. Aliha M.R.M., Aaytollahi M.R. Mixed mode I/II fracture evaluation of marble using SCB specimen. *Procedia Engineerin*, 2011, vol. 10, pp. 311-318.
31. Xie Y., Cao P., Jin J., Wang M. Mixed mode fracture analysis of semi-circular bend (SBC) specimen: A numerical study based on extended finite element method. *Computers and Geotechnics*, 2017, vol. 82, pp. 157-172.
32. Smetannikov O.Y., Kashnikov Y.A., Ashihmin S.G. Shustov D.V. Chislennaia model razvitiia treshchiny pri povtornom gidrorazryve plasta [Numerical model of crack growth in hydraulic re-fracturing]. *Computational continuum mechanics*, 2015, vol. 8(2), pp. 208-218.
33. Kuliev V.D., Morozov E.M. gradientnyi deformatsionnyi kriterii khрупкого razrusheniia [The gradient deformation criterion of brittle fracture]. *Doklady Akademii Nauk*, 2016, vol. 470(5), pp. 528-530.
34. Matvienko Y.G., Morozov E.M. Two basic approaches in a search of the crack propagation angle. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 2017, vol. 40 (8), pp. 1191-1200.