

Баженов В.Г., Казаков Д.А., Нагорных Е.В., Осетров Д.Л., Рябов А.А. Экспериментальное и теоретическое исследование больших деформаций цилиндрических образцов из стали 09Г2С с концентраторами напряжений при нагружении растяжением–кручением до разрушения // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 4. – С. 69-81. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.06

Bazhenov V.G., Kazakov D.A., Nagornykh E.V., Osetrov D.L., Ryabov A.A. The experimental and theoretical study of large deformations of cylindrical samples from steel 09G2S with stress concentrators under tension-torsion loading to failure. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 4, pp. 69-81. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.06



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2018

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.06

УДК 539.3

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ БОЛЬШИХ ДЕФОРМАЦИЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБРАЗЦОВ ИЗ СТАЛИ 09Г2С С КОНЦЕНТРАТОРАМИ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ НАГРУЖЕНИИ РАСТЯЖЕНИЕМ–КРУЧЕНИЕМ ДО РАЗРУШЕНИЯ

В.Г. Баженов¹, Д.А. Казаков¹, Е.В. Нагорных¹, Д.Л. Осетров¹, А.А. Рябов²

¹Научно-исследовательский институт механики Национального исследовательского Нижегородского государственного университета им. Н.И. Лобачевского, Нижний Новгород, Россия

²ФГУП РЯЦ-ВНИИЭФ, Саров, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 09 августа 2018 г.

Принята: 25 сентября 2018 г.

Опубликована: 28 октября 2018 г.

Ключевые слова:

большие деформации, концентратор напряжений, разрушение, пропорциональное кинематическое нагружение растяжением–кручением, истинная диаграмма деформирования, сложное напряженное состояние, параметр Надаи–Лоде по напряжениям, параметр вида напряженного состояния, параметр трехосности напряжений, численное моделирование, эксперимент.

АННОТАЦИЯ

Представлены результаты экспериментального и численного анализа процессов упругопластического деформирования образцов с цилиндрической рабочей частью и образцов с концентратором напряжений из стали 09Г2С при монотонных кинематических нагружениях растяжением–кручением до разрушения с учетом больших деформаций и неоднородности напряженно-деформированного состояния (НДС). Полная система уравнений, описывающих обобщенные осесимметричные задачи кручения, записывается в цилиндрической системе координат. Кинематические соотношения формулируются в скоростях в метрике текущего состояния, что дает возможность описать большие формоизменения. Уравнение движения сплошной среды следует из уравнения баланса виртуальных мощностей. Поскольку рассматриваются процессы активного нагружения, близкие к пропорциональным, то упругопластические свойства материалов описываются теорией течения с нелинейным изотропным упрочнением. Система уравнений, дополненная кинематическими граничными и начальными условиями, решается методом конечных элементов в сочетании с явной схемой интегрирования типа «крест». На основе экспериментально-расчетного метода для оснащения модели пластичности материальными функциями построены истинные диаграммы деформирования при растяжении и кручении. Эти диаграммы существенно различаются при деформациях более 15%, что вызвано чувствительностью пластических свойств исследуемого материала к виду напряженного состояния. Для

© Баженов Валентин Георгиевич – д.ф.-м.н., проф., г.н.с., e-mail: bazhenov@mech.unn.ru, [id 0000-0002-0077-7704](https://orcid.org/0000-0002-0077-7704)

Казаков Дмитрий Александрович – к.т.н., зав. лаб., e-mail: kazakov@mech.unn.ru, [id 0000-0002-9316-4105](https://orcid.org/0000-0002-9316-4105)

Нагорных Елена Владимировна – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., e-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru, [id 0000-0003-3330-5954](https://orcid.org/0000-0003-3330-5954)

Осетров Дмитрий Львович – м.н.с., e-mail: osetrovdmity@mail.ru, [id 0000-0001-9703-8504](https://orcid.org/0000-0001-9703-8504)

Рябов Александр Алексеевич – д.ф.-м.н., [id 0000-0001-6133-0108](https://orcid.org/0000-0001-6133-0108)

Valentin G. Bazhenov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Chief Researcher, e-mail:

bazhenov@mech.unn.ru, [id 0000-0002-0077-7704](https://orcid.org/0000-0002-0077-7704)

Dmitry A. Kazakov – CSc in Technical Sciences, Head of Laboratory, e-mail: kazakov@mech.unn.ru,

[id 0000-0002-9316-4105](https://orcid.org/0000-0002-9316-4105)

Elena V. Nagornykh – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher,

e-mail: pavlyonkova@mech.unn.ru, [id 0000-0003-3330-5954](https://orcid.org/0000-0003-3330-5954)

Dmitry L. Osetrov – Junior Researcher, e-mail: osetrovdmity@mail.ru, [id 0000-0001-9703-8504](https://orcid.org/0000-0001-9703-8504)

Aleksandr A. Ryabov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, [id 0000-0001-6133-0108](https://orcid.org/0000-0001-6133-0108)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)



описания процессов растяжения–кручения введена зависимость диаграммы деформирования от вида напряженного состояния. Уточненная диаграмма деформирования является линейной комбинацией диаграмм растяжения и кручения, коэффициенты которой зависят от параметра вида напряженного состояния Π , параметра трехосности напряжений ξ или параметра Надаи–Лоде по напряжениям χ_σ . Наблюдается хорошее соответствие численных результатов с экспериментом по интегральным характеристикам (осевая сила от осевого перемещения и крутящий момент от угла закручивания). Выполнен анализ параметров НДС в шейке и круговом концентраторе. Оцениваются особенности взаимного влияния растяжения и кручения на процессы локализации деформаций и разрушения цилиндрических образцов и образцов с концентратором напряжений.

© ПНИПУ

THE EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDY OF LARGE DEFORMATIONS OF CYLINDRICAL SAMPLES FROM STEEL 09G2S WITH STRESS CONCENTRATORS UNDER TENSION-TORSION LOADING TO FAILURE

V.G. Bazhenov¹, D.A. Kazakov¹, E.V. Nagornyykh¹, D.L. Osetrov¹, A.A. Ryabov²

¹Researcher Institute of Mechanics, National Research Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod, Nizhni Novgorod, Russian Federation

²FGUP RFYAC-VNIEF, Sarov, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 09 August 2018
Accepted: 25 September 2018
Published: 28 December 2018

Keywords:

large deformations, stress concentrator, fracture, proportional kinematic stress-torsion loading, true strain diagram, complex stress state, Nadai-Lode parameter for stresses, stress state parameter, stress triaxiality, numerical simulation, experiment.

ABSTRACT

The paper presents the experimental and numerical results of elastoplastic deformation of specimens with a cylindrical working part and specimens with a stress concentrator made of 09G2C steel under monotonic kinematic tension-torsion loadings prior to failure, taking into account large deformations and inhomogeneity of the stress-strain state (SSS). A complete system of equations describing generalized axisymmetric torsion problems is written in a cylindrical coordinate system. Kinematic relations are formulated at speeds in the metric of the current state, which makes it possible to describe large deformations. The equation of motion of a continuous medium follows from the equation of the balance of virtual capacities. Since we consider active loading processes close to proportional ones, we describe the elastoplastic properties of materials by the flow theory with nonlinear isotropic hardening. The system of equations, supplemented by kinematic boundary and initial conditions, is solved by the finite element method in a combination with an explicit integration scheme of the "cross" type. On the basis of the experimental calculation method, true deformation diagrams for tension and torsion were constructed to supplement the plasticity model with material functions. These diagrams differ significantly with deformations of more than 15 %, which is caused by the sensitivity of the plastic properties of the test material to the form of the stressed state. To describe the tension-torsion, the dependence of the deformation diagram on the form of the stressed state is introduced. The refined deformation diagram is a linear combination of tension and torsion diagrams, which coefficients depend on the parameter of the form of the stressed state, the parameter of the stress triaxiality or the Nadai-Lode stress parameter. There is a good correspondence of the numerical results with the experiment on the integral characteristics (axial force from axial displacement and torque from the twist angle). The analysis of the SSS parameters in the neck and circular concentrator is performed. The estimated the peculiarities of the mutual influence of tension and torsion on the localization of deformations and destruction of cylindrical samples and samples with a stress concentrator.

© PNRPU

Введение

Элементы конструкций в штатных и нештатных режимах работы могут подвергаться многокомпонентному силовому воздействию, которое приводит к сложному напряженному состоянию. В теории пластичности полагается, что закон пластического упрочнения при нагружениях, близких к простым, не зависит от вида напряженного состояния [1, 2]. Многочисленные экспериментальные проверки гипотезы «единой кривой» при простом и сложном напряженном состоянии, реализуемом при растяжении–сжатии–кручении–внутреннем или внешнем давлении металлических трубчатых и

сплошных образцов как подтверждают, так и отрицают ее справедливость даже при умеренных пластических деформациях (до 15 %) [2–12]. В теоретических исследованиях при описании процессов деформирования и разрушения материалов, пластические свойства которых чувствительны к изменению вида напряженного состояния, физические соотношения (условия пластичности, критерии разрушения) дополняются зависимостями от параметров и функций вида напряженного состояния, выраженных через главные напряжения $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ [10, 13–20]. Для описания вида напряженного состояния широко применяется параметр «жесткости» напряженного состояния (параметр трехосности напря-

жений), являющийся отношением среднего напряжения (первого инварианта тензора напряжений) к интенсивности касательных напряжений (квадратный корень из второго инварианта тензора напряжений) [13–16, 20–25],

$$\xi = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3}}. \quad (1)$$

Показано, что предельная нагрузка существенным образом зависит от параметров, характеризующих чувствительность пластических свойств материалов к изменению вида напряженного состояния [15].

В модели накопления повреждений [16, 17] для учета зависимости величины критического значения энергии пластического разрыхления W_1^R , при которой происходит разрушение в точке материала, от реализуемого вида напряженного состояния применяется параметр

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}. \quad (2)$$

В [10, 19] для учета чувствительности пластических свойств от вида напряженного состояния вводится зависимость функции, описывающей поверхность нагружения с учетом микронапряжений, от параметра вида напряженного состояния, пропорционального отношению третьего инварианта девиатора активных напряжений ко второму в степени 3/2,

$$\mu_* = \frac{27}{2} \frac{I_3(D_\sigma^*)}{[3I_2(D_\sigma^*)]^{\frac{3}{2}}}.$$

Процесс образования или снятия микронапряжений также зависит от вида напряженного состояния и определяется через второй и третий инварианты девиатора микронапряжений [10, 19].

Поскольку вид напряженного состояния определяется отношением главных напряжений, а этих отношений два, то и параметров вида напряженного состояния в общем случае также два [26]. В ряде работ для учета вида напряженного состояния при построении моделей пластических сред с поврежденностью рассматривается набор параметров, характеризующих вид напряженного состояния (меры напряженного состояния): параметр трехосности напряжений, параметр Надаи–Лоде по напряжениям

$$\chi_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1 \quad (3)$$

и параметр $\omega = 1 - \left(\frac{27I_3(D)}{2(3I_2(D))^{\frac{3}{2}}} \right)^2$ [13, 22, 27, 28].

При экспериментальном изучении поведения материалов при сложном напряженном состоянии для реализации сложного напряженного состояния в образцах применяются надрезы, выточки [29, 23]. Анализ напря-

женно-деформированного состояния (НДС) сплошных и полых образцов с концентраторами напряжений в стадии упругопластического деформирования связан с большими трудностями в связи с его существенной неодноосностью и неоднородностью, вызванными локализацией деформаций [29]. Перспективным является применение численного моделирования, которое позволяет изучать свойства материалов, процессы деформирования и разрушения при достаточно сложной геометрии образцов с учетом геометрической и физической нелинейности, краевых эффектов, неоднородности НДС без привлечения упрощающих предположений и априорных гипотез силового и кинематического характера.

В настоящей работе выполнены экспериментальные и численные исследования процессов упругопластического деформирования сплошных цилиндрических образцов с гладкой поверхностью и с круговым концентратором напряжений из стали 09Г2С при пропорциональном кинематическом нагружении кручением и растяжением до разрушения. Изучено влияние вида напряженного состояния на деформационное упрочнение стали 09Г2С при растяжении и кручении при больших деформациях, а также проведена оценка влияния комбинированного нагружения на потерю устойчивости пластического деформирования в виде шейки. Результаты подобных исследований при больших деформациях и неоднородном НДС практически отсутствуют.

1. Методика численного решения

Полная система механических уравнений, описывающих решение обобщенных двумерных задач кручения, записывается в цилиндрической системе эйлеровых координат r, β, z (Oz – ось вращения) в текущей лагранжевой постановке [30]. Кинематические соотношения формулируются в скоростях и строятся в метрике текущего состояния, что позволяет учитывать большие формоизменения. Компоненты тензоров скоростей деформаций (симметричной части градиента скорости перемещений) \dot{e}_{ij} и скоростей вращения $\dot{\omega}_{ij}$ при учете равенства $\dot{u}_\beta = r\dot{\theta}$ (θ – угол закручивания по окружной координате β) имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{e}_{rr} &= \dot{u}_{r,r}, \quad \dot{e}_{\beta\beta} = \dot{u}_r r^{-1}, \quad \dot{e}_{zz} = \dot{u}_{z,z}, \\ \dot{e}_{zr} &= \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} + \dot{u}_{r,z}), \\ \dot{e}_{r\beta} &= \frac{1}{2}r\dot{\theta}_{,r}, \quad \dot{e}_{\beta z} = \frac{1}{2}r\dot{\theta}_{,z}, \quad \dot{\omega}_{zr} = \frac{1}{2}(\dot{u}_{z,r} - \dot{u}_{r,z}), \\ \dot{\omega}_{r\beta} &= -\frac{1}{2}(r\dot{\theta}_{,r} + 2\dot{\theta}), \quad \dot{\omega}_{\beta z} = \frac{1}{2}r\dot{\theta}_{,z}. \end{aligned} \quad (4)$$

Точка над переменной означает частную производную по времени, а символ после запятой – частную производную по соответствующей координате.

Уравнение движения сплошной среды следует из уравнения баланса виртуальных мощностей

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} (\sigma_{rr} \delta \dot{e}_{rr} + \sigma_{\beta\beta} \delta \dot{e}_{\beta\beta} + \sigma_{zz} \delta \dot{e}_{zz} + 2\sigma_{rz} \delta \dot{e}_{rz} + \\ & \quad + 2\sigma_{r\beta} \delta \dot{e}_{r\beta} + 2\sigma_{\beta z} \delta \dot{e}_{\beta z}) rd\Omega + \\ & + \iint_{\Omega} (\rho w_r \delta \dot{u}_r + \rho w_\beta \delta \dot{u}_\beta + \rho w_z \delta \dot{u}_z) rd\Omega - \\ & - \int_{G_p} (p_r \delta \dot{u}_r + p_\beta \delta \dot{u}_\beta + p_z \delta \dot{u}_z) rdG - \\ & - \int_{G_q} (q_r \delta \dot{u}_r + q_\beta \delta \dot{u}_\beta + q_z \delta \dot{u}_z) rdG = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

Здесь Ω – область, занимаемая меридиональным сечением сплошной среды; σ_{ij} – компоненты тензоров напряжений Коши; \dot{u}_α и w_α – компоненты векторов скорости перемещения и ускорения перемещения; ρ – плотность; G_p – часть поверхности, на которой задается априори известная поверхностная нагрузка; G_q – часть поверхности, на которой задаются контактные давления, определяемые в процессе решения; p_α и q_α – компоненты поверхностных и контактных нагрузок ($i, j, \alpha = r, \beta, z$).

В силу осевой симметрии все искомые функции зависят от радиальной и осевой координат и не зависят от окружной.

Для устранения особенности на оси вращения и повышения точности численного решения уравнений движения вводятся новые функции $\dot{v}_r = r\dot{u}_r$, $\dot{v}_z = r\dot{u}_z$, $\dot{\theta} = r^{-1}\dot{u}_\beta$. Тогда общее уравнение динамики (5) при учете соотношений (4) преобразуется к виду

$$\begin{aligned} & \iint_{\Omega} \left(\sigma_{rr} \frac{\partial \delta \dot{v}_r}{\partial r} + \sigma_{rz} \frac{\partial \delta \dot{v}_r}{\partial z} - \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\beta\beta}}{r} \delta \dot{v}_r + \rho w_r \delta \dot{v}_r \right) d\Omega - \\ & - \int_G (p_r + q_r) \delta \dot{v}_r dG = 0, \\ & \iint_{\Omega} \left(\sigma_{r\beta} \frac{\partial \delta \dot{\theta}}{\partial r} + \sigma_{\beta z} \frac{\partial \delta \dot{\theta}}{\partial z} + \rho w_\beta \delta \dot{\theta} \right) r^2 d\Omega - \\ & - \int_G (p_\beta + q_\beta) r^2 \delta \dot{\theta} dG = 0, \\ & \iint_{\Omega} \left(\sigma_{zz} \frac{\partial \delta \dot{v}_z}{\partial z} + \sigma_{rz} \frac{\partial \delta \dot{v}_z}{\partial r} - \frac{\sigma_{rz}}{r} \delta \dot{v}_z + \rho w_z \delta \dot{v}_z \right) d\Omega - \\ & - \int_G (p_z + q_z) \delta \dot{v}_z dG = 0. \end{aligned} \quad (6)$$

При моделировании процессов активного нагружения, близких к пропорциональным, упругопластические свойства материалов описываются теорией течения с нелинейным изотропным упрочнением.

Связь между компонентами девиатора скоростей напряжений $\dot{\sigma}'_{ij} = \dot{\sigma}_{ij} + \dot{P}\delta_{ij}$ и упругими составляющими компонент девиатора скоростей деформаций $(\dot{e}'_{ij}) = \dot{e}_{ij} - \dot{e}\delta_{ij}/3 - \dot{e}^p_{ij}$ осуществляется на основе обобщенного закона Гука в метрике текущего состояния

$$\begin{aligned} D_j \sigma'_{ij} &= 2G(\dot{e}'_{ij})', D_j \sigma'_{ij} = \dot{\sigma}'_{ij} - \dot{\omega}_{ik} \sigma'_{kj} - \dot{\omega}_{jk} \sigma'_{ik} \\ \dot{P} &= -K\dot{e}^e, \dot{P} = -\dot{\sigma}_{ii}/3, \dot{e} = \dot{e}_{ii}^e, \dot{e}_{ii}^p = 0, \end{aligned} \quad (7)$$

где D_j – производная Яуманна, описывающая поворот частицы среды как жесткого целого; K, G – модули объемного сжатия и сдвига; P – давление; δ_{ij} – символ Кронекера.

В силу осевой симметрии в выражениях для компонент тензоров скоростей вращения $\dot{\omega}_{ij}$ (последние три равенства в (4)) полный угол поворота относительно оси Oz не учитывается.

Скорости пластических деформаций определяются ассоциированным законом течения

$$\dot{e}_{ij}^p = \dot{\lambda} \sigma'_{ij}, \sigma'_{ij} \sigma'_{ij} = \frac{2}{3} \sigma_i^2(\mathfrak{a}), \mathfrak{a} = \sqrt{\frac{2}{3}} \int_0^t \sqrt{\dot{e}_{ij}^p \dot{e}_{ij}^p} dt \quad (8)$$

где $\sigma_i = \sigma_i(\mathfrak{a})$ – зависимость интенсивности напряжений от параметра Оджвиста \mathfrak{a} при монотонном нагружении (истинная диаграмма деформирования материала).

Система уравнений (4), (6)–(8), дополненная кинематическими граничными и начальными условиями, решается методом конечных элементов в сочетании с явной схемой интегрирования типа «крест» [8].

Для численного моделирования процессов деформирования образцов при пропорциональном комбинированном нагружении растяжением–кручением реализована зависимость диаграммы деформирования от вида напряженного состояния. Уточненная диаграмма деформирования является линейной комбинацией диаграмм растяжения и кручения, коэффициенты которой зависят от параметра вида напряженного состояния Π (2), принятого в виде [18], параметра «жесткости» напряженного состояния ξ (1) или параметра Надаи–Лоде по напряжениям χ_σ (3)

$$\Pi = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2}}, \quad (9)$$

$$\xi = \frac{\sigma}{\sigma_0} = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)/3}{\sqrt{\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 - \sigma_1\sigma_2 - \sigma_2\sigma_3 - \sigma_1\sigma_3}} \quad (10)$$

$$\chi_\sigma = 2 \frac{\sigma_2 - \sigma_3}{\sigma_1 - \sigma_3} - 1. \quad (11)$$

Параметр вида напряженного состояния изменяется в отрезке $-\sqrt{3} \leq \Pi \leq \sqrt{3}$, при этом величина $\Pi = -\sqrt{3}$ соответствует всестороннему сжатию, $\Pi = -1$ – одноосному сжатию, $\Pi = 0$ – чистому сдвигу, $\Pi = 1$ – одноосному растяжению, $\Pi = \sqrt{3}$ – всестороннему растяжению [18]. Истинная диаграмма деформирования принимается в виде

$$\sigma_i = \begin{cases} |\Pi| \sigma'_i(\mathfrak{a}) + (1 - |\Pi|) \sigma_i^2(\mathfrak{a}), & |\Pi| \leq 1, \\ \sigma'_i(\mathfrak{a}), & 1 \leq |\Pi| \leq \sqrt{3}. \end{cases} \quad (12)$$

Здесь $\sigma_i^1 = \sigma_i^1(\varepsilon)$ – диаграмма деформирования при одноосном растяжении; $\sigma_i^2 = \sigma_i^2(\varepsilon)$ – диаграмма деформирования при кручении.

Параметр «жесткости» напряженного состояния изменяется в интервале $-\infty \leq \xi \leq +\infty$, при этом величина $\xi = -\infty$ соответствует всестороннему сжатию, $\xi = -1/3$ – одноосному сжатию, $\xi = 0$ – чистому сдвигу, $\xi = 1/3$ – одноосному растяжению, $\xi = +\infty$ – всестороннему растяжению [20]. Истинная диаграмма деформирования принимается в виде

$$\sigma_i = \begin{cases} 3|\xi|\sigma_i^1(\varepsilon) + (1-3|\xi|)\sigma_i^2(\varepsilon), & 3|\xi| \leq 1, \\ \sigma_i^1(\varepsilon), & 3|\xi| > 1. \end{cases} \quad (13)$$

Параметр Надаи–Лоде по напряжениям изменяется в отрезке $-1 \leq \chi_\sigma \leq 1$, при этом величина $\chi_\sigma = -1$ соответствует одноосному растяжению, $\chi_\sigma = 0$ – чистому сдвигу, $\chi_\sigma = 1$ – одноосному сжатию. Истинная диаграмма деформирования принимается в виде

$$\sigma_i = |\chi_\sigma| \sigma_i^1(\varepsilon) + (1-|\chi_\sigma|) \sigma_i^2(\varepsilon). \quad (14)$$

2. Монотонное пропорциональное нагружение кручением и растяжением цилиндрических образцов

Проводилось численное и экспериментальное исследование процессов деформирования осесимметричных образцов переменной толщины с цилиндрической рабочей частью при монотонном кинематическом нагружении растяжением–кручением с учетом больших деформаций и неоднородности НДС. Эксперименты выполнялись на модернизированном испытательном комплексе Z100 ZWICK-ROEL, позволяющем проводить испытания на растяжение и кручение цилиндрических образцов при одновременном синхронизированном по времени задании параметров: скорость изменения продольного перемещения – скорость изменения угла закручивания. Предельные значения параметров испытательной техники: по силе ± 100 кН, по крутящему моменту ± 1000 Нм. Измерительная аппаратура комплекса включает в себя лазерный экстензометр Laser Xtens, позволяющий одновременно измерять как продольные деформации (база измерения 20–100 мм) с разрешающей способностью ≤ 1 мкм, так и деформации при кручении, класс точности 1 по ISO 9513, датчик силы 0–250 кН, класс точности 1 по ISO 7500–1. Программное обеспечение testXpert настраивается для проведения испытаний при растяжении, кручении или комбинированном нагружении и предоставляет возможность получения необходимых экспериментальных значений параметров исследуемого процесса (осевое перемещение, угол закручивания, осевая сила, крутящий момент) в параметрическом или других видах.

Геометрические параметры образца (рис. 1): радиус и длина рабочей части $R_1 = 6 \cdot 10^{-3}$ м, $L_1/R_1 = 10,333$, размеры переходной части $R_2/R_1 = 1$, $L_2/R_1 = 1$, радиус и длина цилиндрического захвата $R_3/R_1 = 2$, $L_3/R_1 = 12,166$, общая длина образца $L = 0,22$ м. Образец изготовлен из стали 09Г2С, упругие характеристики материала: модуль объемного сжатия $K = 1,667 \cdot 10^5$ МПа, модуль сдвига $G = 7,692 \cdot 10^4$ МПа, предел текучести $\sigma_T = 2,4 \cdot 10^2$ МПа, плотность $\rho = 7,85 \cdot 10^3$ кг/м³.

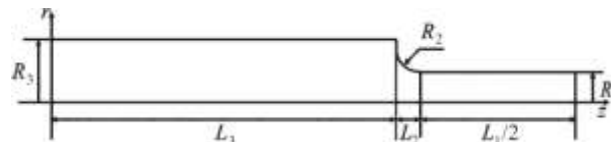


Рис. 1. Конструктивная схема образца с цилиндрической рабочей частью
Fig. 1. The scheme of the specimen with a cylindrical working part

Для оценки взаимного влияния двух видов нагружения на процесс деформирования вводятся следующие параметры:

$$q = \frac{R_1 \theta}{\sqrt{3} u_z}, \quad \bar{e}_i = \sqrt{\bar{e}_{zz}^2 + \frac{4}{3} \bar{e}_{\beta z}^2} = \frac{u_z}{L_0} \sqrt{1 + q^2},$$

$$\bar{e}_{zz} = \frac{u_z}{L_0}, \quad \bar{e}_{\beta z} = \frac{1}{2} \frac{R_1 \theta}{L_0}, \quad L_0 = \frac{L_1}{2}, \quad F = 2\pi \int_0^R \sigma_{zz} r dr,$$

$$M = 2\pi \int_0^R \sigma_{\beta z} r^2 dr, \quad A = \int_0^{u_z} F du_z + \int_0^\theta M d\theta.$$

Кинематический параметр q характеризует соотношение кручения и растяжения, \bar{e}_i , \bar{e}_{zz} и $\bar{e}_{\beta z}$ – условные интенсивность деформаций, осевая и сдвиговая деформации соответственно на поверхности рабочей части образца, отнесенные к начальной длине L_1 и радиусу R_1 рабочей части образца, u_z и θ – осевое перемещение и угол закручивания между торцами. При чистом кручении $q = \infty$, $\bar{e}_i = 2\bar{e}_{\beta z}/\sqrt{3}$, при одноосном растяжении $q = 0$, $\bar{e}_i = \bar{e}_{zz}$, при комбинированном нагружении $0 < q < \infty$; F – осевая сила, M – крутящий момент, A – суммарная работа осевой силы и крутящего момента.

При $q \equiv \text{const}$ выражение для работы A можно преобразовать к виду (W – обобщенная сила)

$$A = \int_0^{\bar{e}_i} \frac{L_0}{\sqrt{1+q^2}} \left(F + \frac{\sqrt{3}q}{R_1} M \right) d\bar{e}_i = \int_0^{\bar{e}_i} W d\bar{e}_i.$$

В качестве критерия потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки принимается условие $dW/d\bar{e}_i = 0$, характеризующее момент достижения обобщенной силой W максимальных значений.

Данное условие является обобщением известного условия А. Консидера, полученного при растяжении стержней [3].

В эксперименте реализованы следующие программы нагружения: одноосное растяжение ($q = 0$), чистое кручение ($q = \infty$), пропорциональное нагружение растяжением–кручением при $q \approx 2,84; 5,69; 11,4$. На рис. 2 и 3 линиями с маркерами приведены экспериментальные зависимости осевой силы от условной осевой деформации $F = F(\bar{\epsilon}_{zz})$ и крутящего момента от условной сдвиговой деформации $M = M(\bar{\epsilon}_{\beta z})$. Соответствующие значения параметра q приведены рядом с кривыми. Точками на кривых отмечены моменты потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки.

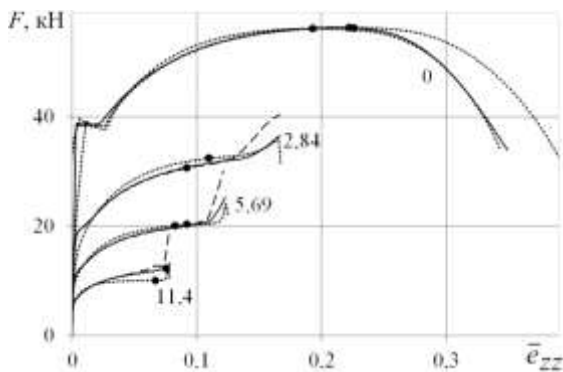


Рис. 2. Экспериментальные и расчетные зависимости осевой силы от условной осевой деформации при растяжении–кручении образцов с цилиндрической рабочей частью
Fig. 2. Experimental and calculated dependencies of the axial force from the conditional axial strain under tension-torsion of specimens with a cylindrical working part

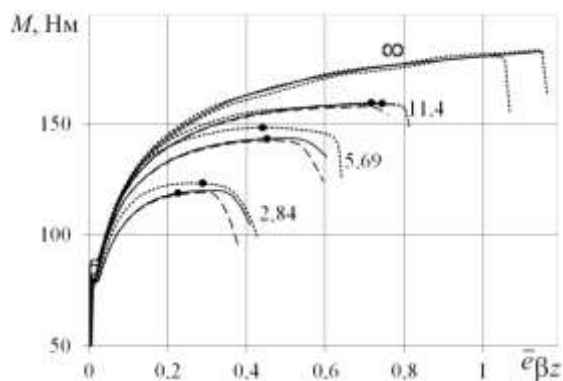


Рис. 3. Экспериментальные и расчетные зависимости крутящего момента от условной сдвиговой деформации на поверхности рабочей части образца при растяжении–кручении образцов с цилиндрической рабочей частью
Fig. 3. Experimental and calculated dependencies of the torsional moment from the conditional shear strain under tension-torsion of specimens with a cylindrical working part

На основе проведенных экспериментов строились истинные диаграммы деформирования для стали 09Г2С. На рис. 4 сплошной линией отмечена истинная диаграмма деформирования, построенная на основе экспе-

риментальных данных по монотонному кручению ($q = \infty$) до разрушения образца по методике [8], пунктирной – по одноосному растяжению ($q = 0$) с учетом образования шейки по методике [31]. На диаграмме растяжения стали 09Г2С имеется площадка текучести, предел текучести при растяжении $\sigma_t = 340$ МПа. Материальные кривые, построенные при этих двух видах нагружения, при величине параметра Одквиста $0,02 < \alpha < 0,1$ практически совпадают. При величине параметра Одквиста $\alpha = 0,2$ (момент начала образования шейки при одноосном растяжении) расхождение между кривыми составляет 4,5 % при $\alpha = 1$ – 17 %. В работе [12] отмечается, что диаграммы деформирования при растяжении и кручении принципиально не могут совпадать, поскольку при растяжении до начала образования шейки реализуется простое нагружение, а при кручении – сложное с поворотом осей тензора напряжений. Однако на основе имеющихся у авторов экспериментальных данных [11, 12] был сделан вывод, что расхождения эти лежат в рамках погрешности эксперимента. Для ряда материалов (стали 3, ЭЯ-1Т, ШХ-15, 12Х80Н10Т, латунь [8, 11, 12]) «гипотеза единой кривой» подтверждается экспериментально при больших деформациях до 80 %. Причиной различия диаграмм растяжения и кручения стали 09Г2С, по-видимому, является крупнозернистая неоднородная структура исследуемого материала.

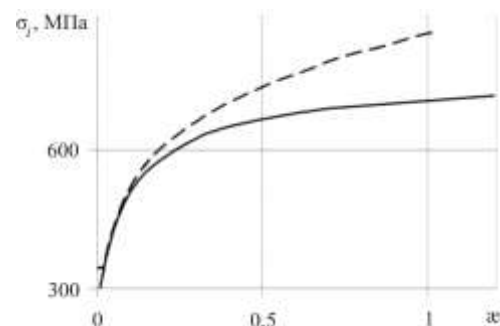


Рис. 4. Истинные диаграммы деформирования стали 09Г2С при растяжении (пунктир) и кручении (сплошная линия)
Fig. 4. The true stress-strain diagrams of steel 09G2S under tension (dotted line) and torsion (solid line)

Проведено численное моделирование процессов деформирования образцов с учетом зависимости диаграммы деформирования от вида напряженного состояния. В расчетах темп нагружения задавали таким образом, чтобы вклад инерционных сил был пренебрежимо мал. На рис. 2, 3 сплошными линиями приведены результаты расчетов, в которых зависимость диаграмм деформирования от вида напряженного состояния учитывается выражениями (9), (10) с параметром вида напряженного состояния Π и параметром жесткости ξ (эти расчеты практически совпадают), пунктирными – выражением (11) с параметром Надаи–Лоде по напряжениям. При комбинированном пропорциональном нагружении рас-

четные кривые, учитывающие вид НДС, располагаются между кривыми, полученными с диаграммами деформирования растяжения или кручения. Закритическое поведение образцов после локализации деформаций с образованием шейки лучше описывается моделью, учитывающей вид напряженного состояния с помощью параметра Π (или ξ). Неучет вида напряженного состояния приводит к существенным различиям в определении моментов потери устойчивости пластического деформирования в виде шейки и в описании закритического поведения.

При комбинированном нагружении растяжением–кручением ($0 < q < \infty$) в эксперименте и расчете после момента потери устойчивости в процессе образования шейки наблюдается более интенсивный рост осевой силы \hat{F} до разрушения, при этом величина крутящего момента \hat{M} уменьшается из-за уменьшения радиуса поперечного сечения шейки, что согласуется с результатами исследований для стали 12Х18Н10Т [8, 31]. Процессы деформирования до момента потери устойчивости близки к лучевым, а закритическое поведение характеризуется траекториями малой кривизны. При комбинированном нагружении ($0 < q < \infty$) до момента потери устойчивости во всем объеме образца вид напряженного состояния медленно изменяется в сторону растяжения, так как радиус образца уменьшается. Изменение вида напряженного состояния в шейке в сторону деформации чистого сдвига после момента потери устойчивости происходит наиболее интенсивно при чистом растяжении ($q = 0$). До момента падения осевой силы во всем объеме образца происходит процесс активного нагружения. В месте образования шейки активный процесс продолжается до разрушения. В экспериментах шейка образуется в средней части образца, ее положение зависит от многих случайных факторов. В расчетах образование шейки происходит на плоскости симметрии.

3. Монотонное пропорциональное нагружение кручением и растяжением цилиндрических образцов с концентратором напряжений

Проводилось численное и экспериментальное исследование процессов деформирования осесимметричных образцов переменной толщины с кольцевыми концентраторами напряжений на цилиндрической рабочей части из стали 09Г2С при монотонном кинематическом нагружении растяжением–кручением с учетом больших деформаций и неоднородности НДС. Геометрические параметры образца (рис. 5) и упругопластические характеристики материала такие же, как у образцов с цилиндрической рабочей частью. Радиус кольцевого концентратора $R_4/R_1 = 1/3$.

В эксперименте реализованы следующие программы нагружения: одноосное растяжение ($q = 0$), чистое кручение ($q = \infty$), пропорциональное нагружение растяже-

нием–кручением при $q \approx 1,36; 2,73; 5,54$. На рис. 6, 7 приведены зависимости осевой силы от условной осевой деформации $F = F(\bar{e}_{zz})$ и крутящего момента от условной сдвиговой деформации на поверхности цилиндрической части образца $M = M(\bar{e}_{\beta z})$.



Рис. 5. Расчетная схема образца с круговым концентратором на цилиндрической рабочей части
Fig. 5. The computational scheme of the specimen with a circular concentrator on a cylindrical working part

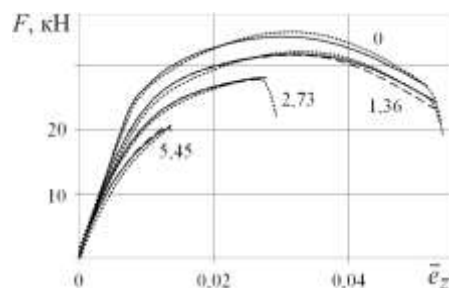


Рис. 6. Экспериментальные и расчетные зависимости осевой силы от условной осевой деформации при растяжении–кручении образцов с круговым концентратором
Fig. 6. Experimental and calculated dependencies of the axial force from the conditional axial strain under tension–torsion of specimens with a circular concentrator on a cylindrical working part

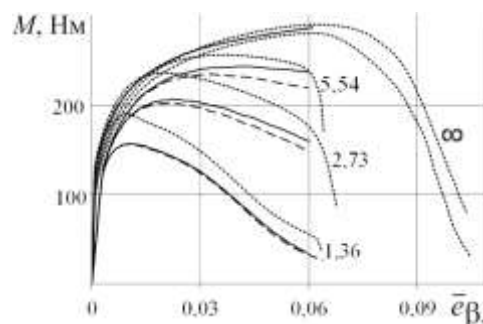


Рис. 7. Экспериментальные и расчетные зависимости крутящего момента от условной сдвиговой деформации на цилиндрической поверхности при растяжении–кручении образцов с круговым концентратором
Fig. 7. Experimental and calculated dependencies of the torsional moment from the conditional shear strain under tension–torsion of specimens with a circular concentrator on a cylindrical working part

Обозначения такие же, как на рис. 2, 3. Соответствующие значения параметра q приведены рядом с кривыми. Расчетные зависимости хорошо согласуются с экспериментальными данными как по величине, так и по моменту достижения максимальных значений интегральных характеристик. При чистом растяжении нисходящая ветвь

экспериментальной кривой расчетом описывается также удовлетворительно. При наложении кручения на растяжение и в чистом кручении эта ветвь не описывается, поскольку при численном моделировании не были учтены поврежденность материала и разрушение, которое имеет многостадийный характер, включающий образование микроповреждений, слияние микропор, а затем развитие макроразрушения. Процесс макроразрушения начинается на поверхности образца и при дальнейшем нагружении (кручении) распространяется к оси вращения. Заключительный этап деформирования лабораторных образцов, характеризующийся разупрочнением и разрушением материала, данной методикой описывается только до момента начала процесса макроразрушения.

4. Анализ НДС-образцов при больших деформациях

По результатам расчетов проведен анализ НДС-образцов в момент потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки (только для образцов с гладкой поверхностью) и в момент начала разрушения при растяжении, комбинированном нагружении (для образцов с гладкой поверхностью $q \approx 5,69$,

для образцов с круговым концентратором напряжений $q \approx 1,84$) и кручении.

Получено распределение параметра Одквиста (рис. 8, 9) в меридиональном сечении образцов. На рис. 8 приведены данные для образцов с цилиндрической рабочей частью, буквами *a* и *b* обозначены распределения полей при растяжении, *c* и *d* – при комбинированном нагружении, *e* – при кручении, *a* и *c* – в момент потери устойчивости, *b*, *d*, *e* – в момент начала разрушения. На рис. 9 приведены данные для образцов с круговой выточкой в момент начала разрушения, буквой *a* обозначено распределение полей при растяжении, *b* – при комбинированном нагружении, *c* – при кручении.

На рис. 10–19 приведены расчетные распределения параметров НДС вдоль радиуса на плоскости симметрии образцов. По оси абсцисс отложены номера ячеек конечно-элементной сетки, нумерация осуществляется от свободной поверхности к оси вращения. Сплошными линиями обозначены данные при растяжении, пунктирными – при комбинированном нагружении, штрихпунктирными – при кручении. Кривые без маркеров соответствуют моментам начала разрушения, с маркерами – моментам потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки (только для сплошных образцов).

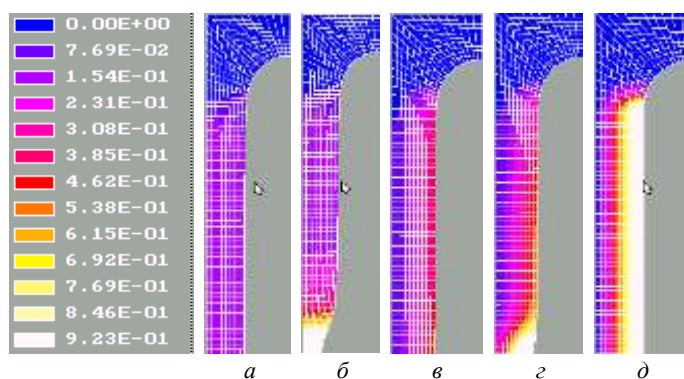


Рис. 8. Распределение параметра Одквиста в меридиональном сечении образцов в момент потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки (*a*, *e*) и в момент начала разрушения (*b*, *z*, *d*) при растяжении (*a*, *b*), растяжении-кручении (*e*, *z*) и кручении (*d*)
 Fig. 8. Distribution of the Odquist parameter in the meridional section of specimens at the moment of the stability loss under plastic deformation with the neck formation (*a*, *c*) and in the beginning of fracture (*b*, *d*, *e*) under tension (*a*, *b*), tension-torsion (*c*, *d*) and torsion (*e*)

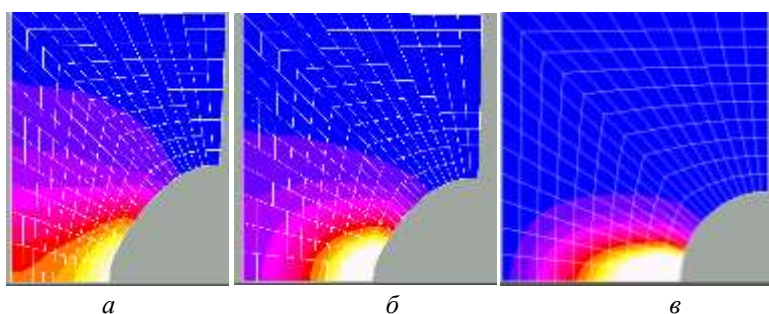


Рис. 9. Распределение параметра Одквиста в меридиональном сечении образцов с концентратором напряжений в момент начала разрушения
 Fig. 9. Distribution of the Odquist parameter in the meridional section of the specimens with a stress concentrator at the beginning of fracture

На рис. 10, 11 приведены распределения интенсивности напряжений и параметра Одквиста в шейке вдоль радиуса сплошного образца, на рис. 12, 13 – на плоскости симметрии образца с кольцевым концентратором. При растяжении сплошного образца до момента потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки наблюдается однородность НДС рабочей части как вдоль радиуса, так и вдоль оси вращения. При кручении и комбинированном нагружении до образования шейки наблюдается однородность НДС вдоль оси вращения и существенная неоднородность вдоль радиуса. При растяжении в процессе образования шейки максимальные значения интенсивности напряжений и параметра Одквиста наблюдаются в шейке на оси вращения и вдоль радиуса отличаются незначительно (см. рис. 10, 11). При кручении и кручении–растяжении максимальные значения этих функций достигаются на поверхности образца, зависимость параметра Одквиста от радиуса близка к линейной. При растяжении и/или кручении образца с круговым концентратором напряжений максимальные значения интенсивности напряжений и параметра Одквиста возникают на поверхности выточки в поперечном сечении с минимальным радиусом (см. рис. 12, 13).

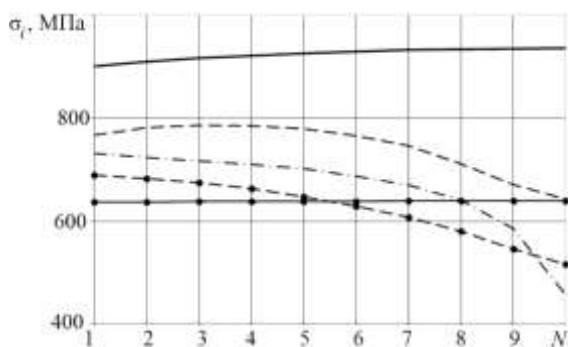


Рис. 10. Распределение интенсивности напряжений в шейке вдоль радиуса образца с цилиндрической рабочей частью
Fig. 10. Distribution of stress intensity in the neck along the radius of the specimen with a cylindrical working part

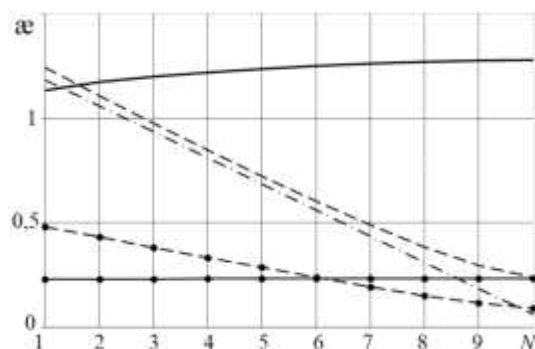


Рис. 11. Распределение параметра Одквиста в шейке вдоль радиуса образца с цилиндрической рабочей частью
Fig. 11. Distribution of the Odquist parameter in the neck along the radius of the specimen with a cylindrical working part

На рис. 14, 15 приведены расчетные распределения по радиусу (в шейке) образца с цилиндрической рабо-

чей частью параметров вида напряженного состояния Π и трехосности напряжений ξ в момент потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки и в момент начала разрушения. При растяжении и растяжении–кручении сплошного образца в момент потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки значения обоих параметров практически совпадают. При растяжении их величины близки к 1, при комбинированном нагружении изменяются монотонно от 0,15 на поверхности до 1,1 на оси вращения. В процессе образования шейки их величины на поверхности образца практически не меняются, а на оси вращения становятся больше 1, что соответствует смещению вида напряженного состояния от одноосного растяжения в сторону всестороннего сжатия (см. рис. 14, 15).

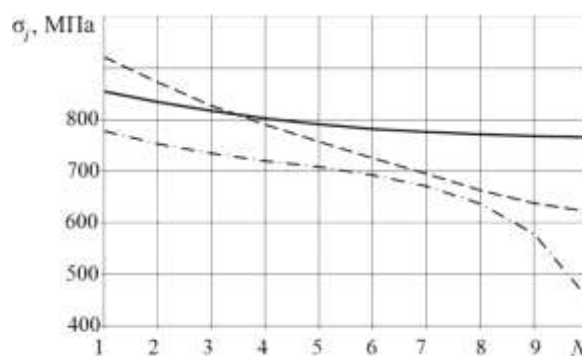


Рис. 12. Распределение интенсивности напряжений вдоль радиуса на плоскости симметрии образца с круговым концентратором

Fig. 12. Distribution of stress intensity along the radius on the plane of symmetry of a specimen with a circular concentrator

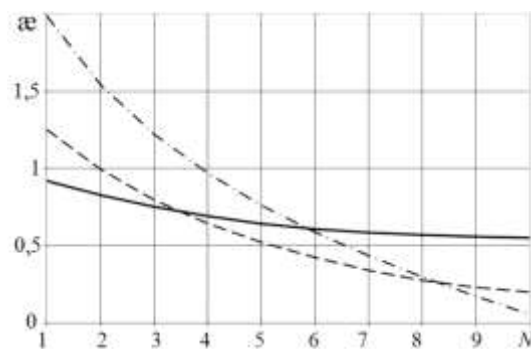


Рис. 13. Распределение параметра Одквиста вдоль радиуса на плоскости симметрии образца с круговым концентратором
Fig. 13. Distribution of Odquist parameter along the radius on the plane of symmetry of a specimen with a circular concentrator

На рис. 16 приведены расчетные распределения параметра Надаи–Лоде по напряжениям χ_σ . В процессе образования шейки имеется немонотонная зависимость параметра Надаи–Лоде χ_σ от условной интенсивности деформаций (параметра нагружения), поэтому распределения в момент потери устойчивости и в момент разрушения практически совпадают.

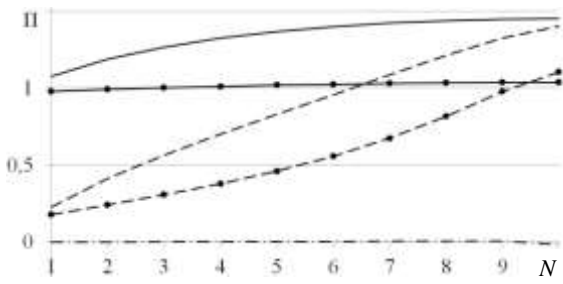


Рис. 14. Распределение параметра вида напряженного состояния Π в шейке вдоль радиуса образца с цилиндрической рабочей частью

Fig. 14. Distribution of the parameter of the form of the stressed state Π in the neck along the radius of the specimen with a cylindrical working part

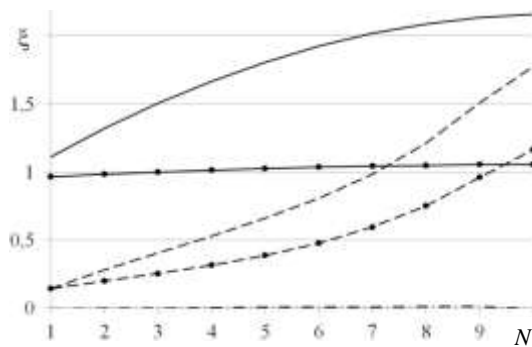


Рис. 15. Распределение параметра трехосности напряжений ξ в шейке вдоль радиуса образца с цилиндрической рабочей частью

Fig. 15. Distribution of the parameter of stress triaxiality ξ in the neck along the radius of a specimen with a cylindrical working part

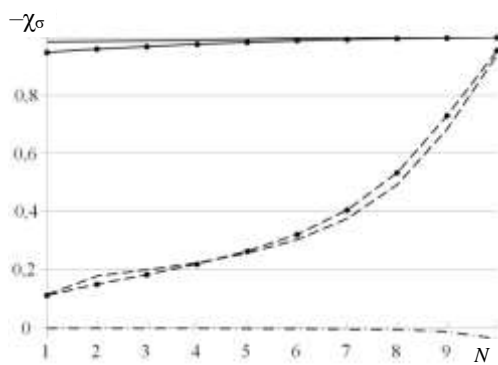


Рис. 16. Распределение параметра Надаи–Лоде по напряжениям χ_σ в шейке вдоль радиуса образца с цилиндрической рабочей частью

Fig. 16. Distribution of the Nadai-Lode parameter for stresses χ_σ in the neck along the radius of the specimen with a cylindrical working part

На рис. 17–19 представлены кривые на плоскости симметрии образцов с концентратором в момент начала разрушения. При растяжении и комбинированном нагружении параметры вида напряженного состояния Π и трехосности напряжений ξ на поверхности принимают значения, близкие к 1, а на оси вращения – большие 1.

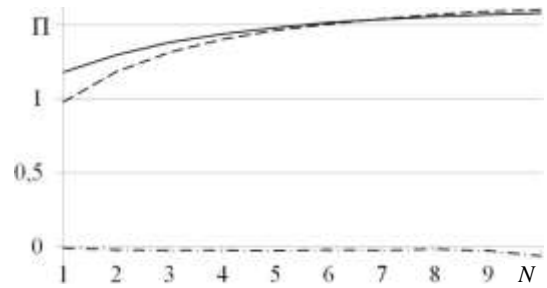


Рис. 17. Распределение параметра вида напряженного состояния Π вдоль радиуса на плоскости симметрии образца с круговым концентратором

Fig. 17. Distribution of the parameter of the form of the stressed state Π along the radius in the plane of symmetry of the specimen with a circular concentrator

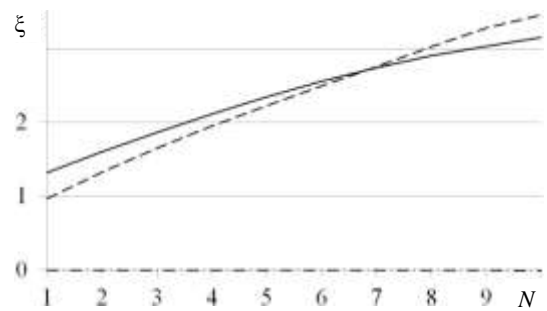


Рис. 18. Распределение параметра трехосности напряжений ξ вдоль радиуса на плоскости симметрии образца с круговым концентратором

Fig. 18. Distribution of the three-axis stress parameter ξ along the radius on the plane of symmetry of the specimen with a circular concentrator

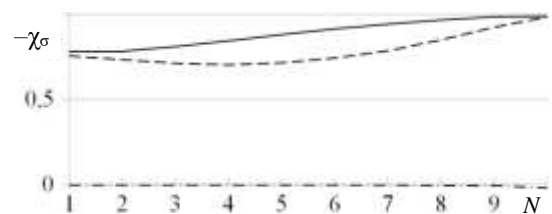


Рис. 19. Распределение параметра Надаи–Лоде по напряжениям χ_σ вдоль радиуса на плоскости симметрии образца с круговым концентратором

5. Анализ разрушения образцов при различных видах НДС

На рис. 20 и 21 приведены фотографии образцов после испытаний до разрушения при монотонном нагружении растяжением (1), кручением (2) и кручением–растяжением (3) с $q \approx 5,69$ для сплошного образца и с $q \approx 2,73$ для образца с концентратором напряжений. Видно, что при кручении сплошного образца (см. рис. 20) не происходит потери устойчивости пластического деформирования, как при растяжении с образованием шейки, а разрушение про-

исходит от сдвиговых деформаций в плоскости, перпендикулярной оси стержня. При совместном действии кручения–растяжения образуется шейка, радиус поперечного сечения которой больше, а длина меньше, чем при чистом растяжении; разрушение происходит по винтовой поверхности с максимальными сдвиговыми деформациями в зависимости от соотношения деформаций растяжения и кручения.



Рис. 20. Образцы с цилиндрической рабочей частью после испытаний растяжением (1), кручением (2) и растяжением–кручением (3)

Fig. 20. Specimens with a cylindrical working part after testing by tension (1), torsion (2) and tension–torsion (3)



Рис. 21. Образцы с кольцевым концентратором напряжений после испытаний растяжением (1), кручением (2) и растяжением–кручением (3)

Fig. 21. Specimens with a circular stress concentrator after testing by tension (1), torsion (2), and tension–torsion (3)

В аналогичных экспериментах для стали 12Х18Н10Т при чистом растяжении в шейке в месте разрушения образца образуется симметричная чашка, так как сначала происходит хрупкое разрушение отрывом поперек оси вращения, а затем сдвиговое с выходом на поверхность образца [32]. В случае стали 09Г2С

Библиографический список

1. Дегтярев В.П. Деформации и разрушение в высоконапряженных конструкциях. – М.: Машиностроение, 1987. – 105 с.
2. Зубчанинов В.Г. Механика сплошных деформируемых сред. – Тверь: Изд-во ТГТУ: Чудо, 2000. – 703 с.
3. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.
4. Механические свойства материалов при статическом нагружении трубчатых образцов в условиях плоского и объ-

происходит сдвиговое разрушение под углом, близким к 45° к оси стержня. Поверхность сдвигового разрушения шероховатая, как при хрупком отрыве стали 12Х18Н10Т. Причиной различия в характере разрушения является крупнозернистая структура стали 09Г2С. При чистом кручении вид поверхности разрушения практически совпадает для обеих сталей. На образцах с кольцевым концентратором характер разрушения аналогичен характеру разрушения образцов без выточки.

Заключение

Построенные истинные диаграммы деформирования стали 09Г2С на основе экспериментов по растяжению и кручению цилиндрических сплошных образцов до разрушения практически совпадают до величины параметра Одквиста 15 % и существенно отличаются при больших деформациях. В результате численного моделирования процессов деформирования образцов из стали 09Г2С при монотонном кинематическом нагружении растяжением–кручением до разрушения получено хорошее совпадение с экспериментальными данными по интегральным характеристикам (усилиям и моментам) для образцов с гладкой поверхностью и образцов с кольцевым концентратором. Расчеты проведены с учетом влияния вида напряженного состояния на диаграмму деформирования. Неучет вида напряженного состояния приводит к существенным различиям в определении моментов образования шеек и в описании закритического поведения. В рассмотренных задачах растяжения–кручения до момента потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки выбор параметра вида напряженного состояния не оказывает существенного влияния на результаты расчетов. Закритическое поведение образцов после момента потери устойчивости пластического деформирования с образованием шейки лучше описывается моделями с параметром Π или ξ .

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №17-08-00972-а).

Acknowledgments

The work is made with the financial support of the Russian Foundation for Basic Research (Grant Nr. 17-08-00972-a).

емного напряженных состояний / А.Ю. Кузькин, Д.В. Латышев, М.Ю. Петров, В.А. Попов // Науч.-техн. ведомости С.-Петерб. гос. политехн. ун-та. – 2014. – № 2 (195). – С. 162–173.

5. Шлянников В.Н., Иштыряков И.С., Яруллин Р.Р. Характеристики деформирования сплава Д16Т при совместном нагружении растяжением, сжатием, кручением и внутренним давлением // Тр. Академэнерго. – 2014. – № 3. – С. 78–90.

6. Ипатов А.В., Вильдеман В.Э. Построение материальных функций неупругого деформирования алюминиевого сплава Д16Т по результатам испытаний на растяжение и кручение // Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. – 2012. – № 4 (29). – С. 106–114. DOI: <https://DOI.org/10.14498/vsgtu1106>
7. Высокоскоростное деформирование и разрушение стали 09Г2С / Вл.Вас. Баландин, Вл.Вл. Баландин, А.М. Брагов, Л.А. Игумнов, А.Ю. Константинов, А.К. Ломунов // Изв. РАН. МТТ. – 2014. – № 6. – С. 78–85.
8. Моделирование процессов деформирования и локализации пластических деформаций при кручении–растяжении тел вращения / В.Г. Баженов, С.В. Зефилов, Л.Н. Крамарев, Е.В. Павленкова // ПММ. – 2008. – Т. 72. – Вып. 2. – С. 342–350.
9. Бердин В.К., Кашаев Р.М. Об определении напряженного состояния при растяжении с кручением сплошного цилиндра // Проблемы прочности. – 2001. – № 1. – С. 28–37.
10. Бондарь В.С., Даншин В.В. Пластичность. Непропорциональные нагружения. – М.: Изд-во МГТУ «МАМИ», 2008. – 218 с.
11. Дошинский Г.А., Максак В.И. О деформации простой сдвиг // Изв. Том. политехн. ин-та. – 1970. – Т. 173. – С. 13–17.
12. Максак В.И., Дошинский Г.А. Методика и исследование больших пластических деформаций при простом нагружении // Изв. Том. политехн. ин-та. – 1970. – Т. 173. – С. 3–9.
13. Шляников В.Н., Иштыряков И.С. Параметры функций вида напряженного состояния для алюминиевого сплава Д16Т // Тр. Академэнерго. – 2014. – № 4. – С. 51–63.
14. Ломакин Е.В., Мельников А.М. Задачи плоского напряженного состояния тел с вырезами, пластические свойства которых зависят от вида напряженного состояния // Изв. РАН. МТТ. – 2011. – № 1. – С. 77–89.
15. Ломакин Е.В., Мельников А.М. Пластическое плоское напряженное состояние тел, свойства которых зависят от вида напряженного состояния // Вычислительная механика сплошных сред. – 2009. – Т. 2, № 2. – С. 48–64.
16. Ломакин Е.В. Зависимость предельного состояния композитных и полимерных материалов от вида напряженного состояния // Мех. композит. материалов. – 1988. – № 1. – С. 3–9.
17. Соотношения модели поврежденной среды для материалов, подвергающихся терморadiационным воздействиям / С.А. Капустин, В.А. Горохов, О.Ю. Виленский, В.Б. Кайдалов, А.А. Руин // Проблемы прочности и пластичности. – 2012. – № 74. – С. 5–15.
18. Капустин С.А., Чурилов Ю.А., Горохов В.А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ: монография. – Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та им. Н.И. Лобачевского, 2015. – 347 с.
19. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Пластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 1. – С. 29–39. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.1.03.
20. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.
21. Tekoğlu C, Hutchinson JW, Pardoën T. 2015 On localization and void coalescence as a precursor to ductile fracture. *Phil. Trans. R. Soc. A* 373. DOI: 10.1098/rsta.2014.0121.
22. Nahshon K., Hutchinson J.W. Modification of the Gurson Model for shear failure // *European Journal of Mechanics A/Solids*. – 2008. – Vol. 27. – P. 1–17. DOI:10.1016/j.euromechsol.2007.08.002
23. Kossakowski P.G. Experimental determination of the void volume fraction for s235jr steel at failure in the range of high stress triaxialities // *Arch. Metall. Mater.* – 2017. – Vol. 62. – No. 1. – P. 167–172. DOI: 10.1515/amm-2017-0023
24. Modeling of Ductile Failure in High Strength Steel / N. Herzig, S. Abdel-Malek, L.W. Meyera, S.J. Cimpoeu // *Procedia Engineering*. 2017. – Vol. 197. – P. 285–293. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.08.106
25. Flow and fracture behavior of aluminum alloy 6082-T6 at different tensile strain rates and triaxialities / X Chen, Y Peng, S Peng, S Yao, C Chen, P Xu // *PLoS ONE*. – 2017. – Vol. 12(7): e0181983. <https://DOI.org/10.1371/journal.pone.0181983>
26. Ломакин Е.В. Механика сред с зависящими от вида напряженного состояния свойствами // *Физ. мезомеханика*. – 2007. – № 10 (5). – С. 41–52.
27. Calibration procedures for a computational model of ductile fracture / Z. Xue, M.G. Pontin, F.W. Zok, John W. Hutchinson // *Engineering Fracture Mechanics*. – 2009. – Vol. 77(3). – P. 492–509. DOI:10.1016/j.engfracmech.2009.10.007
28. Nielsen K.L., John W. Hutchinson. 2012. Cohesive traction–separation laws for tearing of ductile metal plates // *International Journal of Impact Engineering*. – 2011. – Vol. 48. – P. 15–23. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2011.02.009
29. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии. – Киев: Наукова думка, 1976. – 416 с.
30. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. – Новосибирск: Изд-во СО РАН, 2000. – 262 с.
31. Экспериментально-теоретическое исследование предельных состояний упругопластических стержней различного поперечного сечения при растяжении / В.Г. Баженов, А.И. Кибец, П.В. Лаптев, С.Л. Осетров // *Проблемы механики: сб. ст. к 90-летию со дня рождения А.И. Ишлинского / под ред. Д.М. Климова и др.* – М.: Физматлит, 2003. – С. 116–123.
32. Баженов В.Г., Жегалов Д.В., Павленкова Е.В. Численное и экспериментальное исследование упругопластических процессов растяжения–кручения осесимметричных тел при больших деформациях // *Изв. РАН. МТТ*. – 2011. – № 2. – С. 57–66.

References

1. Degtyarev V.P. Deformatsii i razrusheniye v vysokonapryazhennykh konstruktivnykh [Deformations and fractures in highly stressed structures]. *Moscow, Mashinostroyeniye*, 1987, 105 p.
2. Zubchaninov V.G. Mekhanika sploshnykh deformiruyemykh sred [Mechanics of continuous deformable media]. *Tver', TGTU, ChuDo*, 2000, 703 p.
3. Malinin N.N. Prikladnaya teoriya plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]. *Moscow, Mashinostroyeniye*, 1975, 400 p.
4. Kuzkin A.Yu., Latyshev D.V., Petrov M.Yu., Popov V.A. Mekhanicheskiye svoystva materialov pri staticheskom nagruzhении trubchatykh obraztsov v usloviyakh ploskogo i obyemnogo napryazhennykh sostoyaniy [The mechanical properties of materials with the static load of tubular models under the conditions of the flat and volumetric stressed states]. *Nauchno–tekhnicheskiye vedomosti Sankt-Peterburgskogo gosudarstvennogo politekhnicheskogo universiteta*, 2014, no. 2 (195), pp. 162-173.
5. Shlyannikov V.N., Ishtyryakov I.S., Yarullin R.R. Kharakteristiki deformirovaniya splava D16T pri sovместnom

nagruzhenii rastyazheniyem, szhatiyem, krucheniyem i vnutrennim davleniyem [Deformation characteristics for d16t alloy under combined loading by tension, compression, torsion, and internal pressure]. *Transactions of Academenergo*, 2014, no. 3, pp. 78-90.

6. Ipatova A.V., Vil'deman V.E. Postroyeniye material'nykh funktsiy neuprugogo deformirovaniya alyuminiyevogo splava D16T po rezul'tatam ispytaniy na rastyazheniye i krucheniiye [Construction of material functions of aluminum alloy d16t inelastic deformation based on the results of tests of tension and torsion]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universitetata. Ser. Fiz.-mat. Nauki*, 2012, no. 4 (29), pp. 106–114. DOI: <https://DOI.org/10.14498/vsgtu1106>

7. Balandin VI.Vas., Balandin VI.Vl., Bragov A.M., Igumnov L.A., Konstantinov A.Yu., Lomunov A.K. High-rate deformation and fracture of steel 09G2S. *Mechanics Of Solids*, 2014, no. 6 (49), pp. 666-672. DOI: 10.3103/S0025654414060089.

8. Bazhenov V.G., Zefirov S.V., Kramarev L.N., Pavlenkova Ye.V. Modelling of the deformation processes and the localization of plastic deformations in the torsion-tension of solids of revolution. *Journal Of Applied Mathematics And Mechanics*, 2008, vol. 72, iss. 2, pp. 226–232. DOI: 10.1016/j.jappmathmech.2008.04.001

9. Berdin V.K., Kashayev R.M. On the determination of the stress state of a solid cylinder in tension with torsion. *Strength Of Materials*, 2001, vol. 33, no 1, pp. 15-21. DOI: 10.1023/A:1010407109070.

10. Bondar V.S., Danshin V.V. Plastichnost'. Neproportsional'nyye nagruzheniya [Plasticity. nonproportional loadings]. Moscow, MGTU «MAMI», 2008, 218 p.

11. Doshchinskiy G.A., Maksak V.I. O deformatsii prostoy sdvlg [About deformation of simple shear]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo instituta*, 1970, vol. 173, pp. 13–17.

12. Maksak V.I., Doshchinskiy G.A. Metodika i issledovaniye bol'shikh plasticheskikh deformatsiy pri prostom nagruzhenii [The procedure and investigation of large plastic deformations at simple loading]. *Izvestiya Tomskogo politekhnicheskogo instituta*, 1970, vol. 173, pp. 3–9.

13. Shlyannikov V.N., Ishtyryakov I.S. Parametry funktsiy vida napryazhennogo sostoyaniya dlya alyuminiyevogo splava D16T [Parameters of stress-strain state functions for D16T alloy]. *Transactions of Academenergo*, 2014, no 4, pp. 51–63.

14. Lomakin Ye.V., Mel'nikov A.M. Plane stress state problems for notched bodies whose plastic properties depend on the form of the stress state. *Mechanics of Solids*, 2011, vol. 46, no. 1, pp. 62–69. DOI: 10.3103/S0025654411010092.

15. Lomakin Ye.V., Mel'nikov A.M. Plasticheskoye ploskoye napryazhennoye sostoyaniye tel, svoystva kotorykh zavisyat ot vida napryazhennogo sostoyaniya [Plane stress state of media with plastic properties sensitive to the type of stress]. *Computational continuum mechanics*, 2009, vol. 2, no 2, pp. 48-64.

16. Lomakin Ye.V. Dependence of the limit state of composite and polymer materials on the type of the stress state. *Mechanics of composite materials*, 1988, vol. 24, iss. 1, pp. 1-7. DOI: 10.1007/BF00611327.

17. Kapustin S.A., Gorokhov V.A., Vilenskiy O.Yu., Kaydalov V.B., Ruin A.A. Sootnosheniya modeli povrezhdennoy sredy dlya materialov, podvergayushchikhsya termoradiatsionnym vozdeystviyam [Relations of the damaged medium model for materials subjected to thermal radiation]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, 2012, no. 74, pp. 5–15.

18. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorokhov V.A. Modelirovaniye nelineynogo deformirovaniya i razrusheniya konstruksiy v

usloviyakh mnogofaktornykh vozdeystviy na osnove MKE: monografiya [Modeling of nonlinear deformation and fracture of structures under conditions of multifactor effects on the basis of FEM: monograph]. N. Novgorod, Izd-vo Nizhegorodskogo gosuniversiteta im. N.I. Lobachevskogo, 2015, 347 p.

19. Bondar V.S., Abashev D.R. Plasticheskoye deformirovaniye materialov, chuvstvitel'nykh k vidu napryazhennogo sostoyaniya [Plastic deformation of materials sensitive to a type of stress state]. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 1, pp. 29-39. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.1.03

20. volkov I.A., Korotkikh Yu.G. Uravneniya sostoyaniya vyazkoupругoplasticheskikh sred s povrezhdeniyami [Equations of state of viscoelastoplastic media with damages]. *Moscow, FIZ-MATLIT*, 2008, 424 p.

21. Tekoğlu C, Hutchinson JW, Pardoen T. On localization and void coalescence as a precursor to ductile fracture. *Phil. Trans. R. Soc. A*, 2015, 373, pp. 1-19. DOI: 10.1098/rsta.2014.0121.

22. Nahshon K., Hutchinson J.W. Modification of the Gurson Model for shear failure. *European Journal of Mechanics A/Solids*, 2008, vol. 27, pp. 1–17. DOI:10.1016/j.euromechsol.2007.08.002

23. Kossakowski P.G. Experimental determination of the void volume fraction for s235jr steel at failure in the range of high stress triaxialities. *Arch. Metall. Mater.*, 2017, vol. 62, no 1, 167-172. DOI: 10.1515/amm-2017-0023

24. Herzig N., Abdel-Malek S., Meyera L.W., Cimpoeu S.J. Modeling of Ductile Failure in High Strength Steel. *Procedia Engineering*, 2017, vol. 197, pp. 285–293. DOI: 10.1016/j.proeng.2017.08.106

25. Chen X., Peng Y., Peng S., Yao S., Chen C., Xu P. Flow and fracture behavior of aluminum alloy 6082-T6 at different tensile strain rates and triaxialities. *PLoS ONE*, 2017, vol. 12(7): e0181983, pp. 1-28. DOI: 10.1371/journal.pone.0181983.

26. Lomakin Ye.V. Mekhanika sred s zavislyashchimi ot vida napryazhennogo sostoyaniya svoystvami [Mechanics of Media with Stress-State Dependent Properties]. *Physical Mesomechanics*, 2007, vol. 10, no 5, pp. 255-264. DOI: 10.1016/j.physme.2007.11.004

27. Xue Z., Pontin M. G., Zok F. W., and Hutchinson John W. Calibration procedures for a computational model of ductile fracture. *Engineering Fracture Mechanics*, 2010, vol. 77, no. 3, pp. 492-509. DOI:10.1016/j.engfracmech.2009.10.007.

28. Nielsen K. L., Hutchinson John W. Cohesive traction–separation laws for tearing of ductile metal plates. *International Journal of Impact Engineering*, 2012, vol. 48, pp.15-23. DOI:10.1016/j.ijimpeng.2011.02.009

29. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. Deformirovaniye i prochnost' materialov pri slozhnom napryazhennom sostoyanii [Deformation and Strength of Materials under Complex Stress State]. Kiyev, Naukova dumka, 1976, 416 p.

30. Korobeynikov S.N. Nelineynoye deformirovaniye tverdyykh tel [nonlinear deformation of solids]. novosibirsk: Izd-vo SO RAN, 2000, 262 p.

31. Bazhenov V.G., Kibets A.I., Laptev P.V., Osetrov S.L. Eksperimental'no–teoreticheskoye issledovaniye predel'nykh sostoyaniy uprugoplasticheskikh sterzhney razlichnogo poperechnogo secheniya pri rastyazhenii [Experimental-theoretical investigation of the limiting states of elastoplastic rods of different cross-sections under tension]. *Problemy mekhaniki. Sb. statey k 90-letiyu so dnya rozhdeniya A.I. Ishlinskogo. Pod red. Klimova D.M. i dr.* Moscow, Fizmatlit, 2003, pp. 116–123.

32. Bazhenov V.G., Zhegalov D.V., Pavlenkova Ye.V. Numerical and experimental study of elastoplastic tension-torsion processes in axisymmetric bodies under large deformations. *Mechanics Of Solids*, 2011, vol. 46, no. 2, pp. 204-212. DOI: 10.3103/S0025654411020087