



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2018

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.12

УДК 539.32: 534.8.081.7

ОПРЕДЕЛЕНИЕ УПРУГИХ И ДИССИПАТИВНЫХ СВОЙСТВ БЕТОНА ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ДЕФОРМИРОВАНИИ

И.Н. Шардаков, А.П. Шестаков, И.О. Глот

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 27 октября 2018 г.

Принята: 27 ноября 2018 г.

Опубликована: 28 декабря 2018 г.

Ключевые слова:

бетон, вибрационная диагностика, ударное воздействие, деформационный отклик, свободные колебания, идентификация механических характеристик, вязкоупругость, упругость, диссипативные свойства, численное моделирование, эксперимент.

АННОТАЦИЯ

Одним из наиболее перспективных подходов к оценке целостности железобетонных конструкций является вибрационная диагностика, в основе которой лежит исследование вибрационных процессов, вызванных ударными нагрузками. В этих подходах анализируются распространение ударной волны по исследуемой конструкции и влияние дефектов на этот процесс. Важным элементом системы ударно-волнового контроля является математическая модель конструкции. Ее адекватность обеспечивается точностью определения жесткостных и диссипативных характеристик материала конструкции. Особенно важным является этот вопрос для бетона, так как для каждой конкретной конструкции механические свойства бетона могут значительно различаться.

В данной работе предложен расчетно-экспериментальный подход для идентификации механических характеристик бетона. В рамках вязкоупругой модели анализируется деформационный отклик бетонного образца на ударную нагрузку. Численное решение начально-краевой задачи распространения ударной волны в образце получено методом конечных элементов с использованием программного комплекса ANSYS. На основе результатов моделирования предложена структурная схема эксперимента по анализу деформационного отклика образца на ударное воздействие. На основе моделирования разработан алгоритм обработки экспериментальных результатов. В эксперименте возбуждались свободные колебания бетонного образца с помощью ударника, оснащенного виброметром, и регистрировался деформационный отклик в характерных точках образца. Разработана итерационная вычислительная процедура, обеспечивающая согласование между численными и экспериментальными результатами за счет уточнения значений механических характеристик материала.

Надежность и эффективность предлагаемого подхода продемонстрированы на примере идентификации свойств конкретного бетонного образца. Полученные значения механических характеристик справедливы в диапазоне частот (5,6±0,5) кГц. Предлагаемый алгоритм может быть использован для идентификации механических характеристик бетона в любом частотном диапазоне, а также открывает возможности анализа зависимостей упругих и диссипативных свойств материалов от частоты.

© ПНИПУ

© Шардаков Игорь Николаевич – д.ф.-м.н., проф., зав. лаб, e-mail: shardakov@icmm.ru, [ID: 0000-0001-8673-642X](https://orcid.org/0000-0001-8673-642X).

Шестаков Алексей Петрович – м.н.с., e-mail: shap@icmm.ru, [ID: 0000-0003-3387-7442](https://orcid.org/0000-0003-3387-7442).

Глот Ирина Олеговна – к.ф.-м.н., доц., с.н.с., e-mail: glot@icmm.ru, [ID: 0000-0002-2842-7511](https://orcid.org/0000-0002-2842-7511).

Igor N. Shardakov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Laboratory, e-mail: shardakov@icmm.ru, [ID: 0000-0001-8673-642X](https://orcid.org/0000-0001-8673-642X).

Aleksey P. Shestakov – Junior Researcher, e-mail: shap@icmm.ru, [ID: 0000-0003-3387-7442](https://orcid.org/0000-0003-3387-7442).

Irina O. Glot – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Senior Researcher, e-mail: glot@icmm.ru, [ID: 0000-0002-2842-7511](https://orcid.org/0000-0002-2842-7511).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

DETERMINATION OF ELASTIC AND DISSIPATIVE PROPERTIES OF CONCRETE UNDER DYNAMIC DEFORMATION

I.N. Shardakov, A.P. Shestakov, I.O. Glot

Institute of Continuous Media Mechanics, Russian Academy of Sciences, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 27 October 2018
Accepted: 27 November 2018
Published: 28 December 2018

Keywords:

concrete, vibration diagnostics, impact load, deformation response, free vibrations, identification of mechanical characteristics, viscoelasticity, elasticity, dissipative properties, numerical simulation, experiment.

ABSTRACT

Vibration diagnostics is one of the most promising approaches for the diagnostic of reinforced concrete structures integrity, which analyzes natural vibrations caused by impact loads. It concentrates on the propagation of the shock wave through the elements of the structure and the effect of defects on this process. An important element of the shock wave control system is a mathematical model of the structure. The mathematical modeling accuracy is ensured by a precise determination of the material elastic and dissipative characteristics. This aspect is essentially important for concrete since its characteristics may vary much.

The paper presents a theoretical and experimental approach to determining elastic and dissipative characteristics of concrete. In the framework of the viscoelastic model, the deformation response of a concrete specimen to a localized shock impulse load is analyzed. A numerical solution of the initial boundary value problem is obtained by the finite-element method using the ANSYS software. Based on this solution, the structural scheme of experiments has been obtained. In the experiments, free vibrations of the specimen are excited using a striker equipped with a vibrometer. The deformation response at reference points of the sample is recorded with a laser vibrometer. A special iterative procedure ensuring the agreement between the numerical and experimental results is developed. The agreement is achieved by the correction of the mechanical characteristics of the material.

The reliability and effectiveness of the proposed approach are demonstrated by considering the vibration processes in a concrete specimen. Model parameters are obtained for description of elastic and dissipative characteristics of concrete at frequency range of 5.6 ± 0.5 kHz. The proposed algorithm can be used to identify the properties of concrete in any frequency range. It represents the possibilities for determining the frequency dependence of the elastic and dissipative properties of materials. The described approach can be used to identify the elastic and dissipative characteristics of other materials.

© PNRPU

Введение

Одним из наиболее перспективных подходов к оценке целостности железобетонных конструкций является вибрационная диагностика, в основе которой лежит исследование вибрационных процессов, вызванных ударными нагрузками [1–3]. В этих подходах анализируются распространение ударной волны по исследуемой конструкции и влияние дефектов на этот процесс [4–12]. Математическое моделирование процесса распространения волн является важным элементом вибрационной диагностики [13–16]. Достоверность описания деформационного поведения элементов железобетонных конструкций при воздействии динамических нагрузок во многом определяется точностью соответствия упругих и диссипативных характеристик модели свойствам реального материала. Особенно актуален этот вопрос для бетона, так как для каждой конкретной конструкции механические свойства бетона могут различаться значительно [17–20]. Знание физико-механических свойств конкретных образцов бетона необходимо для верификации параметров моделей деформирования и прочности железобетона, используемых при анализе напряженно-деформированного состояния реальных конструкций [21]. Особенно важным становится

этот вопрос для обеспечения адекватной работы аналитического блока систем долговременного деформационного мониторинга, которые требуют специальной настройки, чтобы обеспечить соответствие процессов, отображаемых численной моделью, реальным процессам, происходящим в инспектируемой конструкции.

Значения основных механических характеристик бетона могут быть получены в испытаниях, регламентированных нормативными документами [22–24]. Однако среди этих испытаний практически отсутствуют подходы и методы, дающие возможность получить значения механических параметров, необходимых для моделирования динамических деформационных процессов. Обычно в этих моделях используют параметры, получаемые в статических экспериментах, но в этом случае они не могут обеспечить достоверность математического моделирования.

Для идентификации физико-механических свойств материала могут быть использованы эксперименты по измерению скорости распространения упругих волн либо по регистрации затухающих свободных колебаний [25–32]. Одним из основных недостатков этих подходов является идеализация динамического вибрационного (или волнового) деформационного процесса при математической интерпретации экспериментальных измерений. Как

правило, в этих математических моделях не учитывается трехмерность деформационного процесса, соответствующего конкретному экспериментальному образцу.

Данная работа посвящена определению параметров вязкоупругой модели бетона на основе интерпретации результатов регистрации свободных колебаний бетонного образца, вызванных воздействием локализованной ударной импульсной нагрузки. В эксперименте регистрируется скорость на поверхности образца в момент контакта с ударником и скорость в характерных точках на поверхности образца. Интерпретация экспериментальных измерений реализуется на основе численных решений трехмерной начально-краевой задачи о свободных колебаниях образца, физические свойства которого описываются в рамках вязкоупругой модели. Искомые значения упругих и вязких характеристик бетона

устанавливаются из предложенной итерационной последовательности численных решений.

1. Математическая модель собственных колебаний бетонного образца

Математическая модель описывает свободные колебания бетонного образца, вызванные воздействием ударника. Образец имеет форму правильной призмы длиной L , с основанием в виде квадрата со стороной A (рис. 1, а). Объем призмы обозначим V , поверхность контактного взаимодействия ударника с образцом – S_σ . На призму со стороны ударника воздействует импульсная сила $F(t)$, зависимость которой от времени t показана на рис. 1, б. Длительность силового воздействия определяется величиной τ .

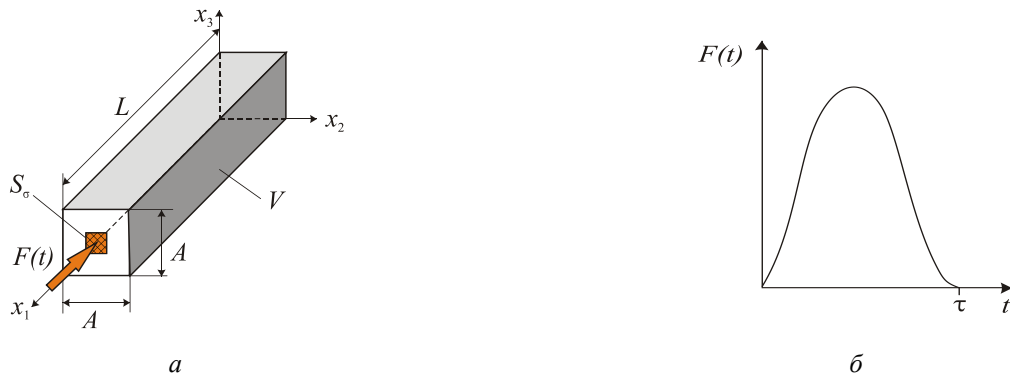


Рис. 1. Расчетная схема (а) и форма силового импульса (б)
 Fig. 1. Calculation scheme (a) and force impulse shape (b)

Напряженно-деформированное состояние образца, реализующееся при воздействии на него ударника, описывается следующими соотношениями:

уравнения равновесия

$$\operatorname{div} \sigma = \rho \frac{\partial^2 \mathbf{U}}{\partial t^2}, \quad \mathbf{x} \in V; t \in [0, t^*]; \quad (1)$$

геометрические соотношения

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\nabla \mathbf{U} + (\nabla \mathbf{U})^T); \quad (2)$$

физические соотношения, учитывающие как упругость, так и вязкость бетона [33],

$$\sigma = 2G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} I(\varepsilon) \hat{\mathbf{E}} + \varepsilon \right) + 2\beta G \left(\frac{\nu}{1-2\nu} I(\dot{\varepsilon}) \hat{\mathbf{E}} + \dot{\varepsilon} \right). \quad (3)$$

Здесь $\mathbf{x} = \{x_1, x_2, x_3\}$ – декартовы координаты точки; $\sigma, \varepsilon, \dot{\varepsilon}$ – поля тензоров напряжений, деформаций и скорости деформаций; \mathbf{U} – вектор перемещений, который зависит от аргументов \mathbf{x} и t ; t^* – время, существенно превышающее периоды свободных колебаний; ∇ – набла-оператор; $I(\varepsilon), I(\dot{\varepsilon})$ – первые инварианты тензоров деформации и скорости деформации; $\hat{\mathbf{E}}$ – единич-

ный тензор; ρ – плотность; G – модуль сдвига; ν – коэффициент Пуассона бетона в предположении изотропии свойств; β – параметр, определяющий вклад вязких сил в тензор напряжений.

Граничные условия задаются в соответствии с условиями проведения эксперимента. В эксперименте бетонный образец подвешивался на тонких нитях, что обеспечивало возможность формулировки граничных условий в виде отсутствия усилий и связей на считающейся свободной поверхности $S \setminus S_\sigma$ образца. Следует отметить, что возникающее при этом напряжение от действия силы тяжести не может оказать существенного влияния на собственные колебания бетонного образца в силу малости напряженного состояния и большой изгибной жесткости образца [33].

В зоне контакта ударника с поверхностью образца действовала сила, направленная по нормали к поверхности. Значение ее определялось в эксперименте по данным акселерометра, установленного на ударнике. Зарегистрированное ускорение $w_n(t)$ ударника массой M^* в течение интервала контакта τ позволило рассчитать значение усилия, производимого ударником: $F(t) = M^* w_n(t)$. Таким образом, граничные условия описываются следующими уравнениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= F(t), \quad \mathbf{n} \times \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = 0, \quad \mathbf{x} \in S_{\sigma}; \\ \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} &= 0, \quad \mathbf{x} \in S \setminus S_{\sigma}, \end{aligned} \quad (4)$$

где \mathbf{n} – вектор нормали к поверхности образца.

Начальные условия для скоростей и перемещений принимались нулевыми. Численное решение начально-краевой задачи (1)–(4) в трехмерной постановке было получено методом конечных элементов с использованием программного средства ANSYS.

2. Схема эксперимента и обработка данных

Схемы экспериментов представлены на рис. 2. Образцом для испытаний является бетонная призма размерами 100×100×400 мм. Плотность бетона определялась взвешиванием образца, используемого в эксперименте, и в данном конкретном случае она составила 2464 кг/м³.

Возбуждение свободных колебаний образца осуществлялось ударником, оснащенный акселерометром. При этом использовались две схемы возбуждения колебаний, что объясняется необходимостью определения двух упругих характеристик – модуля Юнга E и упругого модуля сдвига G . Воздействие ударником вдоль продольной оси образца (рис. 2, *а*) приводит к возникновению свободных колебаний с доминирующими продольными модами. Их частоты в значительной степени определяются модулем Юнга E . Воздействие ударником на боковую поверхность образца (рис. 2, *б*) приводит к возбуждению колебаний с доминирующими изгибно-крутильными формами. Для этих колебаний собственные частоты определяются в значительной степени упругим модулем сдвига G .

Регистрация виброграмм перемещений в локальных точках образца по нормали к его поверхности осуществлялась лазерным виброметром Polytec PDV 100. Точки регистрации выбирались так, чтобы в них можно было зафиксировать доминирующие собственные формы.

Алгоритм обработки экспериментальных данных опишем на примере продольных колебаний (см. рис. 2, *а*). Он состоит из нескольких этапов. На первом выделяется временная область τ , в пределах которой регистрируются свободные колебания. На экспериментальной виброграмме скорости (рис. 3, *а*) этот интервал соответствует 15–40 мс. Для этого сигнала строится Фурье-

образ (рис. 3, *б*) и определяется значение доминирующей собственной частоты: в данном случае оно составило $f_{long}^{exp} = 4882$ Гц. На втором этапе выполняется полосовая фильтрация резонансной частоты. Виброграмма, полученная в результате фильтрации, и соответствующий ей Фурье-образ показаны на рис. 4, *а*, *б*. На третьем этапе отслеживается эволюция амплитудных значений скорости. На рис. 5, *а* эти значения отмечены красными крестиками. Зависимость амплитуды от времени в логарифмическом масштабе показана на рис. 5, *б*, здесь же приведена линейная аппроксимация этой зависимости. На основе линейной аппроксимации вычисляется логарифмический декремент затухания. В данном случае он составил $\lambda_{long}^{exp} = 33,38 \cdot 10^{-3}$.

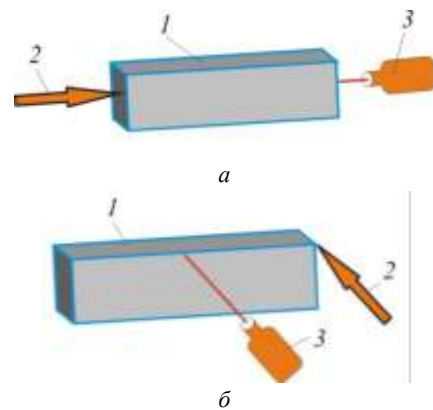


Рис. 2. Схемы возбуждения продольной (*а*) и изгибно-крутильной (*б*) форм колебаний: 1 – бетонная призма; 2 – вектор ударного воздействия; 3 – лазерный виброметр
Fig. 2. Excitation of longitudinal vibrations (*a*) and bending-torsional vibrations (*b*): 1 – concrete prism; 2 – impact vector; 3 – laser vibrometer

Аналогичным образом обрабатываются результаты второго эксперимента – возбуждения изгибно-крутильных форм колебаний образца (см. рис. 2, *б*). Экспериментальные зависимости и результаты их обработки представлены на рис. 6–8. В результате обработки полученных данных вычислены следующие характеристики колебаний: собственная частота для изгибно-крутильной формы колебаний $f_{rot}^{exp} = 5630$ Гц, соответствующий логарифмический декремент затухания $\lambda_{rot}^{exp} = 39,25 \cdot 10^{-3}$.

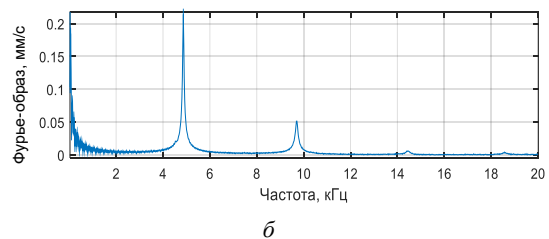
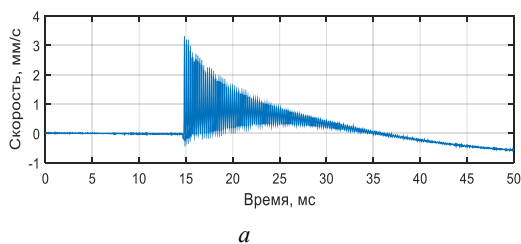


Рис. 3. Продольные колебания: исходная виброграмма скорости (*а*) и соответствующий ей Фурье-образ (*б*)
Fig. 3. Longitudinal vibrations: original velocity vibrogram (*a*), and corresponding Fourier image (*b*)

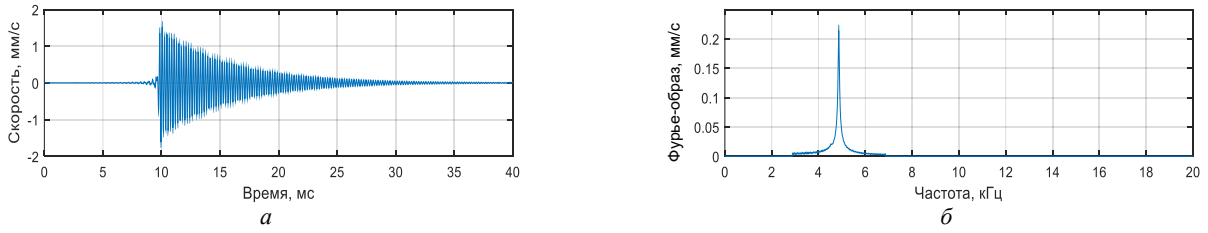


Рис. 4. Виброграмма скорости, отфильтрованная в области первого резонанса ($f_{long}^{exp} = 4,882$ кГц) (а), и соответствующий ей Фурье-образ (б)

Fig. 4. Velocity vibrogram filtered in the vicinity of the first resonance frequency ($f_{long}^{exp} = 4.882$ kHz) (a) and corresponding Fourier image (b)

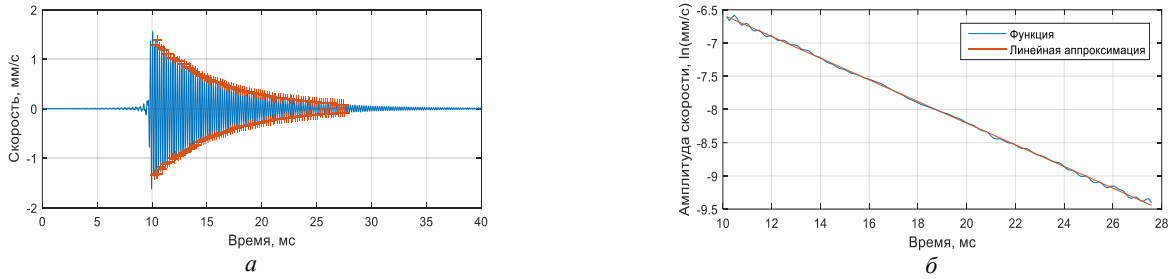


Рис. 5. Отфильтрованная виброграмма скорости с отмеченными амплитудными значениями (а); изменение амплитуды в логарифмическом масштабе (б)

Fig. 5. Filtered velocity vibrogram with marked amplitude values (a); amplitude evolution in the logarithmic scale (b)

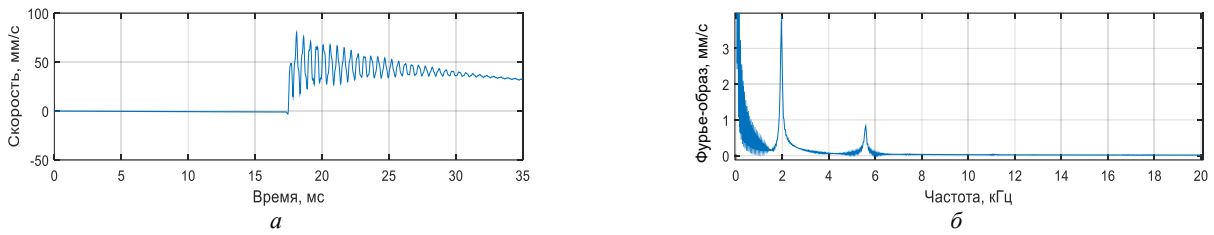


Рис. 6. Изгибно-крутильные колебания: исходная виброграмма скорости (а) и соответствующий ей Фурье-образ (б)

Fig. 6. Bending-torsional vibrations: original velocity vibrogram (a); and corresponding Fourier image (b)

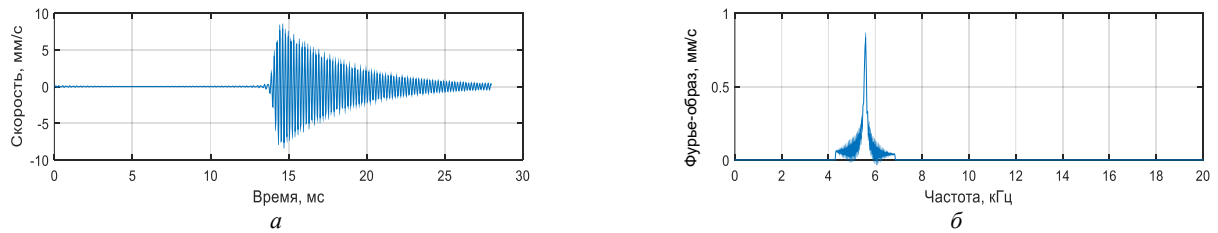


Рис. 7. Виброграмма сигнала, отфильтрованного в окрестности частоты $f_{long}^{exp} = 5,63$ кГц (а) и соответствующий ей Фурье-образ (б)

Fig. 7. Velocity vibrogram filtered in the vicinity of the eigenfrequency of $f_{long}^{exp} = 5.63$ kHz (a) and corresponding Fourier image (b)

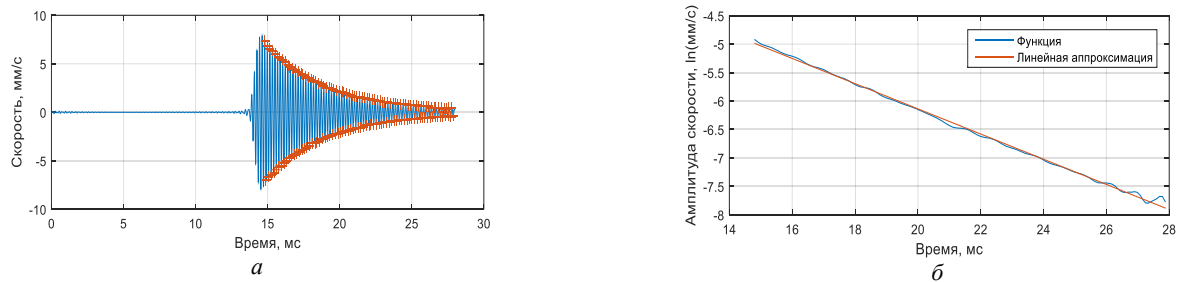


Рис. 8. Отфильтрованная виброграмма скорости с отмеченными амплитудными значениями (а); изменение амплитуды в логарифмическом масштабе (б)

Fig. 8. Filtered velocity vibrogram with marked amplitude values (a); amplitude evolution in the logarithmic scale (b)

Все экспериментально полученные значения частот свободных колебаний, логарифмических декрементов затухания и плотности были использованы далее в вычислительном алгоритме для определения характеристик бетона: упругих модулей (E , G), коэффициента Пуассона ν и параметра β , характеризующего диссипативные свойства бетона.

3. Определение параметров модели

Предлагаемый вычислительный алгоритм для определения упругих и диссипативных характеристик бетона состоит в итерационной последовательности решения начально-краевой задачи (1)–(4). На каждой итерации решается две задачи, соответствующие первой и второй схемам нагружения, реализованным в эксперименте.

На первой итерации в качестве начального приближения были использованы нормативные значения упругих и диссипативных характеристик бетона ($E^0 = 30 \cdot 10^9$ Па, $\nu^0 = 0,2$, $\beta^0 = 10^{-7}$ с) [34]. Здесь и далее верхний индекс определяет номер итерации. В результате решения начально-краевой задачи были получены виброграммы скоростей перемещений по нормали к поверхности в точках образца, соответствующих точкам регистрации виброграмм в эксперименте (рис. 3, а и 6, а). Эти виброграммы были обработаны в соответствии с тем же алгоритмом, который использовался для анализа экспериментальных виброграмм. В результате были получены значения частот свободных колебаний (f_{long}^1, f_{rot}^1) и логарифмических декрементов затухания ($\lambda_{long}^1, \lambda_{rot}^1$) на первой итерации ($i = 1$).

Далее полагаем, что в определении частот свободных продольных колебаний бетонного образца (первая схема нагружения) доминирующую роль играет модуль Юнга E , а квадрат собственной частоты по выделенной доминирующей моде прямо пропорционален жесткости. Тогда следующее приближение модуля Юнга может быть получено из рекуррентного соотношения [35]

$$E^{i+1} = \left(\frac{f_{long}^{exp}}{f_{long}^i} \right)^2 E^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Рассуждая аналогичным образом относительно диссипативных свойств, можно предположить, что логарифмический декремент прямо пропорционален параметру β . Из этого следует, что каждое последующее приближенное значение диссипативного параметра β может быть определено из рекуррентного соотношения

$$\beta^{i+1} = \frac{\lambda_{long}^{exp}}{\lambda_{long}^i} \beta^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

Далее полагаем, что в определении частот свободных изгибно-крутильных колебаний образца (вторая схема нагружения) доминирующую роль играет модуль сдвига G , а квадрат частоты для выделенной доминирующей моды прямо пропорционален жесткости.

Тогда следующее приближение для модуля сдвига может быть получено из рекуррентного соотношения

$$G^{i+1} = \left(\frac{f_{rot}^{exp}}{f_{rot}^i} \right)^2 G^i, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N.$$

В соответствии с известным соотношением [35], коэффициент Пуассона на $i+1$ итерации определяется следующим образом:

$$\nu^{i+1} = \frac{E^{i+1}}{2G^{i+1}} - 1.$$

Далее выполняется решение двух указанных начально-краевых задач с новыми значениями параметров E , G , ν , β . Ограничением необходимого количества итераций N является условие достижения заданной нормы разности между экспериментальными и расчетными значениями собственных частот, а также между экспериментальными и расчетными значениями логарифмического декремента затухания.

В табл. 1 приведено сравнение собственных частот и логарифмических декрементов, полученных в результате итерационной процедуры, с экспериментально измеренными значениями. Такое соответствие между экспериментальными и расчетными значениями достигнуто на 17-й итерации. На рис. 9 изображены собственные формы, по которым выполнялся поиск параметров модели, а также показаны поля амплитуды вектора перемещений.

Таблица 1

Table 1

Параметр	Расчет	Эксперимент
f_{long} , Гц	4882	4881.9
λ_{long}	$33,38 \cdot 10^{-3}$	33.38e-3
f_{rot} , Гц	5630	5629.7
λ_{rot}	$39,25 \cdot 10^{-3}$	38.50e-3

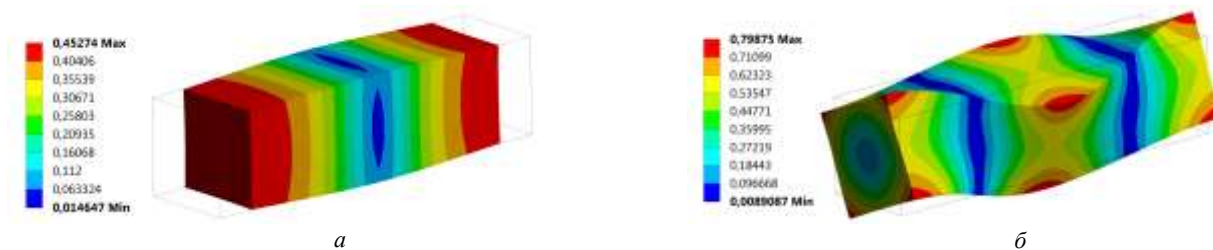


Рис. 9. Изополя амплитуды вектора перемещений для продольной (а) и изгибно-крутильной (б) собственных форм
 Fig. 9. The fields of the displacement vector amplitude for longitudinal eigenmode (a); idem for bending-torsional eigenmode (b)

Таблица 2

Table 2

Параметр	Начальное приближение	Итоговое значение	Относительная разность значений, %
Модуль упругости E , Па	$30 \cdot 10^9$	$37,89 \cdot 10^9$	26
Коэффициент Пуассона ν	0,2	0,277	38
Параметр, характеризующий вязкость, β , с	10^{-7}	$3,464 \cdot 10^{-7}$	246

Заключение

Предложен экспериментально-расчетный алгоритм определения упругих и диссипативных свойств бетона. Разработана и реализована структурная схема эксперимента и алгоритм обработки экспериментальных результатов. Предложен и реализован итерационный вычислительный алгоритм для определения упругих и диссипативных характеристик бетона на основе анализа трехмерного деформационного процесса распространения ударной волны в бетонном образце. Достоверность и эффективность предложенного подхода продемонстрированы на примере определения упругих и диссипативных характеристик конкретного бетонного образца в частотном диапазоне $(5,6 \pm 0,5)$ кГц.

Предложенный подход открывает возможности анализа зависимостей упругих и диссипативных

свойств материалов от частоты, если анализировать по данному алгоритму результаты свободных колебаний по нескольким собственным частотам. Данный метод является достаточно универсальным и может быть использован для идентификации свойств других материалов.

Благодарность

Работа выполнена за счет средств Российского научного фонда (проект РФФ №14-29-00172).

Acknowledgment

The work was carried out at the expense of the Russian Science Foundation (the Project of the Russian Science Foundation No. 14-29-00172).

Библиографический список

1. Verma S.K., Bhadauria S.S., Akhtar S. Review of non-destructive testing methods for condition monitoring of concrete structures // Journal of Construction Engineering. – 2013. – Art.ID 834572. – 11 p.
2. Fan W., Qiao P. Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study // Structural Health Monitoring. – 2011. – Vol. 10. – No. 1 – P. 83–111.
3. Stepinski T., Uhl T., Staszewski W. Advanced structural damage detection: from theory to engineering applications. – John Wiley & Sons, 2013. – 352 p.
4. Salawu O.S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review // Engineering Structures. – 1997. – Vol. 19. – No. 9 – P. 718–723.
5. Wang L., Chan T.H.T. Review of vibration-based damage detection and condition assessment of bridge structures using structural health monitoring // The Second Infrastructure Theme Postgraduate Conference. – Queensland University, 2009. – 15 p.
6. Vibration-based structural health monitoring using output only measurements under changing environment / A. Deraemae-

- ker, E. Reynders, G. De Roeck, J. Kullaa // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2008. – Vol. 22(1). – P. 34–56.
7. Magalhães F., Cunha A., Cactano E. Vibration based structural health monitoring of an arch bridge: from automated OMA to damage detection // Mechanical Systems and Signal Processing. – 2012. – Vol. 28. – P. 212–228.
8. Shardakov I.N., Shestakov A.P., Glot I.O. Process of cracking in reinforced concrete beams(simulation and experiment) // Frattura ed Integrità Strutturale. – 2016. – Vol. 38. – P. 339–350. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.44
9. Анализ влияния динамических явлений на процесс разрушения железобетонной балки от квазистатического нагружения (расчет, эксперимент) / А.А. Быков, В.П. Матвеев, Г.С. Сероваев, И.Н. Шардаков, А.П. Шестаков // Изв. Рос. акад. наук. Механика твердого тела. – 2015. – № 4. – С. 118–129.
10. Lyapin A., Shatilov Y. Vibration-based Damage Detection of the Reinforced Concrete Column // Procedia Engineering. – 2016. – Vol. 150. – P. 1867–1871.

11. Atamturktur H.S., Gilligan C.R., Salyards K.A. Detection of Internal Defects in Concrete Members Using Global Vibration Characteristics // *Aci Materials Journal*. – 2013. – Vol. 110(5). – P. 529–538.
12. Cavalagli N., Kita A., Ubertini F. The role of dynamic monitoring for seismic assessment of monumental heritage buildings: an application to Palazzo dei Consoli in Gubbio // *Conference: Anidis-2017*. – 2017. – 10 p.
13. Математическое моделирование вибрационных процессов в железобетонных конструкциях для организации мониторинга появления трещин / А.А. Быков, В.П. Матвеевко, Г.С. Сероваев, И.Н. Шардаков, А.П. Шестаков // *Изв. РАН. МТТ*. – 2015. – № 2. – С. 60–72.
14. Dahmani L., Khennane A., Kaci S. Crack identification in reinforced concrete beams using ANSYS software // *Strength of Materials*. – Vol. 42(2). – P. 232–240.
15. Dawari V.B., Vesmawala G.R. Application of nonlinear concrete model for finite element analysis of reinforced concrete beams // *International Journal of Scientific and Engineering Research*. – 2014. – Vol. 5 (9). – P. 776–782.
16. Конечно-элементное моделирование и исследование напряженно-деформированного состояния железобетонных конструкций и элементов АЭС / А.В. Лукин, А.М. Лобачев, В.С. Модестов, А.И. Боровков, И.А. Попов // *Обеспечение безопасности АЭС с ВВЭР: материалы 8-й Междунар. науч.-техн. конф.* – Подольск, 2013. – mntk2013-173.doc. – 21 с.
17. Железобетонные и каменные конструкции: учебник для вузов / В.М. Бондаренко, Р.О. Бакиров, В.Г. Назаренко, В.И. Римшин. – М.: Высшая школа, 2002. – 876 с
18. Леонович С.Н., Снежков Д.Ю. Исследование неравнопрочности бетона на объекте монолитного строительства комплексным неразрушающим методом // *Изв. вузов. Строительство*. – 2009. – № 8. – С. 108–115.
19. Снежков Д.Ю., Леонович С.Н., Ким Л.В. Мониторинг железобетонных конструкций на основе неразрушающих испытаний бетона: методы контроля, критерии соответствия // *Вестн. инженерной школы ДВФУ*. – 2015. – № 1 (22) – С. 80–86.
20. Несветаев Г.В., Коллеганов А.В., Коллеганов Н.А. Особенности неразрушающего контроля прочности бетона эксплуатируемых железобетонных конструкций // *Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ»*. – 2017. – Т. 9, № 2. – 14TVN217. – 14 с.
21. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. – Marquette University, Milwaukee, 2004. – 78 p.
22. ГОСТ 10180–90. Бетоны. Методы определения прочности по контрольным образцам. – М.: Стандартинформ, 2006. – 30 с.
23. ГОСТ 17624–87. Бетоны. Ультразвуковой метод определения прочности. – М.: Стандартинформ, 2010. – 24 с.
24. СНиП 2.03.01–84* Бетонные и железобетонные конструкции. – М.: Минстрой России, 1996 – 79 с.
25. Evaluating the dynamic elastic modulus of concrete using shear-wave velocity measurements / B.J. Lee, S.-H. Kee, T. Oh, Y.-Y. Kim // *Advances in Materials Science and Engineering*. – 2017. – Vol. 217. – ID 1651753. – 13 p.
26. ASTM C597/C597M-16, Standard Test Method for Pulse Velocity through Concrete. – West Conshohoken, Pa, USA. – 2016.
27. ASTM C215-14, Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens. – West Conshohoken, Pa, USA. – 2016.
28. Helal J., Sofi M., Mendis P. Non-destructive testing of concrete: a review of methods // *Electronic Journal of Structural Engineering*. – 2015. – Vol. 14(1). – P. 97–105.
29. Zheng L., Huo X.S., Yuan Y. Experimental investigation on dynamic properties of rubberized concrete // *Construction and Building Materials*. – 2008. – Vol. 22. – Iss. 5. – P. 939–947.
30. Игнатков Д.А. Определение характеристик упругости неоднородных материалов динамическим методом // *Электронная обработка материалов*. – 2011. – Т. 47(1). – С. 53–62.
31. A survey of the mechanical properties of concrete for structural purposes prepared on construction sites / R.R.J. Ribeiro, H.J.F. Diógenesm, M.V. Nóbrega, A.L.H.C. El Debs // *IBRACON Structures and Materials Journal*. – 2016. – Vol. 9. – No. 5. – P. 722–744.
32. Local detailed inspection methods to determine concrete properties on structures / D. Vjegovic, M.Serdar, I.S. Oslakovic, J. Gulikers // *Materials and Corrosion*. – 2013. – Vol. 64. – No. 2b. – P. 135–140. DOI: 10.1002/maco.201206648
33. Пановко Я.Г., Губанова И.И. Устойчивость и колебания упругих систем. – М.: Наука, 1967. – 420 с.
34. Карпенко Н.И. Общие модели механики железобетона. – М.: Стройиздат, 1996. – 416 с.
35. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.

References

1. Verma S.K., Bhadauria S.S., Akhtar S. Review of non destructive testing methods for condition monitoring of concrete structures. *Journal of Construction Engineering*, 2013, Art.ID 834572, 11 p.
2. Fan W., Qiao P. Vibration-based damage identification methods: a review and comparative study. *Structural Health Monitoring*, 2011, vol. 10. no. 1, pp. 83-111.
3. Stepinski T., Uhl T., Staszewski W. Advanced structural damage detection: from theory to engineering applications. *John Wiley & Sons*, 2013, 352 p.
4. Salawu O.S. Detection of structural damage through changes in frequency: a review. *Engineering Structures*, 1997, vol. 19, no. 9, pp. 718-723.
5. Wang L., Chan T.H.T. Review of vibration-based damage detection and condition assessment of bridge structures using structural health monitoring. The Second Infrastructure Theme Postgraduate Conference. *Queensland University*, 2009, 15 p.
6. Deraemaeker A., Reynders E., De Roeck G., Kullaa J. Vibration-based structural health monitoring using output only measurements under changing environment. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2008, vol. 22 (1), pp. 34-56.
7. Magalhães, F., Cunha, A., Caetano, E. Vibration based structural health monitoring of an arch bridge: from automated OMA to damage detection. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2012, vol. 28, pp. 212-228
8. I.N. Shardakov, A.P. Shestakov, I.O. Glot Process of cracking in reinforced concrete beams(simulation and experiment). *Frattura ed Integrità Strutturale*, 2016, vol. 38, pp. 339-350. DOI: 10.3221/IGF-ESIS.38.44
9. Bykov A.A., Matveenko V.P., Serovaev G.S., Shardakov I.N., Shestakov A.P. Analiz vliianiia dinamicheskikh iavlenii na protsess razrusheniia zhelezobetonnoi balki ot kvazistaticheskogo nagruzheniia (raschet, eksperiment) [Analysis of the influ-

ence of dynamic phenomena on the fracture of a reinforced concrete beam under quasistatic loading (computations and experiment)]. *Mechanics of Solids*, 2015, vol. 50, no. 4, pp. 463–472.

10. Lyapin A., Shatilov Y. Vibration-based Damage Detection of the Reinforced Concrete Column. *Procedia Engineering*, 2016, vol. 150, pp. 1867–1871

11. Atamturktur H.S., Gilligan C.R., Salyards K.A. Detection of Internal Defects in Concrete Members Using Global Vibration Characteristics. *Aci Materials Journal*, 2013, vol. 110(5), pp. 529–538

12. Cavalagli N., Kita A., Ubertini F. The role of dynamic monitoring for seismic assessment of monumental heritage buildings: an application to Palazzo dei Consoli in Gubbio. *Conference: Anidis – 2017*, 2017, 10 p.

13. Bykov A.A., Matveenko B.P., Serovaev G.S., Shardakov I.N., Shestakov A.P. Matematicheskoe modelirovanie vibratsionnykh protsessov v zhelezobetonnykh konstruktsiiakh dlia organizatsii monitoringa poiavleniia treshchin [Mathematical modeling of vibration processes in reinforced concrete structures for setting up crack initiation monitoring]. *Mechanics of Solids*, 2015. vol. 50, no 2, pp. 160–170.

14. Dahmani L., Khennane A., Kaci S. Crack identification in reinforced concrete beams using ANSYS software. *Strength of Materials*, vol. 42(2), pp. 232–240.

15. Dawari V.B., Vesmawala G.R. Application of nonlinear concrete model for finite element analysis of reinforced concrete beams. *International Journal of Scientific and Engineering Research*, 2014. vol. 5 (9), pp. 776–782.

16. Lukin A.V., Lobachev A.M., Modestov V.S., Borovkov A.I., Popov I.A. Konechno-jelementnoe modelirovanie i issledovanie naprjazhenno-deformirovannogo sostojaniia zhelezobetonnykh konstrukcij i jelementov AJeS [Finite element modeling and investigation of the stress-strain state of reinforced concrete structures and NPP elements]. *Podol'sk, 8 Mezhd. nauchn.-teh. konf. "Obespechenie bezopasnosti AJeS s VVJeR"*, 2013, mntk2013-173.doc, 21 p.

17. Bondarenko V.M., Bakirov R.O., Nazarenko V.G., Rimshin V.I. Zhelezobetonnye i kamennye konstrukcii: Uchebnik dlja vuzov [Reinforced concrete and stone structures: Textbook for universities], *Moscow, Vysshaja shkola*, 2002, 876 p.

18. Leonovich S.N., Snezhkov D.Ju. Issledovanie neravno-prochnosti betona na ob#ekte monolitnogo stroitel'stva kompleksnym nerazrushajuwim metodom [Investigation of the unequal strength of concrete at the object of monolithic construction using the integrated non-destructive method]. *Izv. vuzov. Stroitel'stvo*, 2009, no. 8, pp. 108–115.

19. Snezhkov D.Ju., Leonovich S.N., Kim L.V. Monitoring zhelezobetonnykh konstrukcij na osnove nerazrushajuwih ispytanij betona: metody kontrolja, kriterii sootvetstvija [Monitoring of reinforced concrete structures based on non-destructive testing of concrete: inspection methods, criteria for compliance]. *Vestnik inzhenernoj shkoly DVFU*, 2015, no. 1 (22), pp. 80–86.

20. Nesvetaev G.V., Kolleganov A.V., Kolleganov N.A. Osobennosti nerazrushajuwego kontrolja prochnosti betona jekspluatiruemyh zhelezobetonnykh konstrukcij [Features of non-

destructive testing of concrete strength of operated reinforced concrete structures]. *Internet-zhurnal «NAUKOVEDENIE»*, 2017, T. 9, no.2, 14TVN217, 14 p.

21. Wolanski A.J. Flexural behavior of reinforced and prestressed concrete beams using finite element analysis. *Marquette University, Milwaukee*, 2004, 78 p.

22. GOST 10180-90. Betony. Metody opredelenija prochnosti po kontrol'nym obrazcam [Concretes. Methods for determining the strength of the control samples]. *Moscow, Standartinform*, 2006, 30 p.

23. GOST 17624-87. Betony. Ul'trazvukovoj metod opredelenija prochnosti [Concretes. Ultrasonic strength test method]. *Moscow, Standartinform*, 2010, 24 p.

24. SNiP 2.03.01-84* Betonnye i zhelezobetonnye konstrukcii. Ministroy Rossii [Concrete and reinforced concrete structures. Ministry of Construction of Russia], 1996 – 79 s.

25. Lee B.J., Kee S.-H., Oh T., Kim Y.-Y. Evaluating the dynamic elastic modulus of concrete using shear-wave velocity measurements. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2017, vol. 217, ID 1651753, 13p.

26. ASTM C597/C597M-16, Standard Test Method for Pulse Velocity through Concrete. *West Conshohoken, Pa, USA*, 2016.

27. ASTM C215-14, Standard Test Method for Fundamental Transverse, Longitudinal, and Torsional Resonant Frequencies of Concrete Specimens. *West Conshohoken, Pa, USA*, 2016.

28. Helal J., Sofi M., Mendis P. non-destructive testing of concrete: a review of methods. *Electronic Journal of Structural Engineering*, 2015, vol. 14(1), pp. 97–105.

29. Zheng L., Huo X.S., Yuan Y. Experimental investigation on dynamic properties of rubberized concrete. *Construction and Building Materials*, 2008, vol. 22, iss. 5, pp. 939–947.

30. Ignat'kov D.A. Opredelenie harakteristik uprugosti neodnorodnyh materialov dinamicheskim metodom [Determination of elastic characteristics of heterogeneous materials by the dynamic method]. *Jelektronnaja obrabotka materialov*, 2011, vol. 47(1), pp. 53–62.

31. Ribeiro R.R.J., Diógenes H.J.F., Nóbrega M.V., El Debs. A.L.H.C. A survey of the mechanical properties of concrete for structural purposes prepared on construction sites. *IBRACON Structures and Materials Journal*, 2016, vol. 9, no. 5, pp. 722–744

32. Bjegovic D., Serdar M., Oslakovic I.S., Gulikers J. Local detailed inspection methods to determine concrete properties on structures. *Materials and Corrosion*, 2013, vol. 64, no. 2b, pp. 135–140. DOI: 10.1002/maco.201206648

33. Panovko Ya.G., Gubanova I.I. Ustojchivost i kolebaniya uprugih sistem [Stability and fluctuating of elastic systems]. *Moscow*, 1964, 420 p.

34. Karpenko N.I. Obwie modeli mehaniki zhelezobetona [General models of reinforced concrete mechanics]. *Moscow, Strojjizdat*, 1996, 416 p.

35. Nowatski W. The Teoriia uprugosti [Theory of Elasticity], *Moscow, Mir*, 1975, 872 p.