



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 2, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.10

УДК 62-1|9

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ПРИМЕНЕНИЕМ РАСЧЕТНО-ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА

А.А. Максименко, Н.В. Котенева, Н.В. Перфильева, А.Д. Борисова

Алтайский государственный технический университет им. И.И. Ползунова, Барнаул, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 03 июля 2018 г.  
Принята: 11 декабря 2018 г.  
Опубликована: 28 июня 2019 г.

#### Ключевые слова:

динамические характеристики, механический контакт, упругопластическое взаимодействие, гладкая сфера, шероховатый штамп, расчетно-программный комплекс, свободные колебания.

### АННОТАЦИЯ

Обеспечение надежности соединений деталей машин и механизмов закладывается еще на стадии проектирования. Исследования показывают, что более 80 % случаев выхода из строя машин и механизмов обусловлено процессами, происходящими в зоне контакта деталей. Поэтому современное инженерное проектирование трудно представить без инструментов для решения контактных задач. С точки зрения механики контактного взаимодействия стык соединений деталей машин является сложной технической системой. Поэтому для определения эксплуатационных показателей используется основной метод исследования сложных систем – метод математического моделирования. Метод расчета контактных сближений упругопластических гладких тел должен органично сочетаться с применением классических контактных задач теории упругости и пластичности в расчетах на прочность и жесткость в машиностроении. А применительно к исследованию шероховатых поверхностей необходимо органичное сочетание с разработанными теориями контактирования шероховатых поверхностей. Поэтому разработка вычислительной модели неупругого деформирования материалов является одной из фундаментальных проблем современного машиностроения. Для сокращения времени на процесс расчета динамических характеристик был создан расчетно-программный комплекс, в который была заложена модель расчета статических и динамических параметров (сближений, напряжений, амплитуд контактных колебаний), необходимых для описания и прогнозирования работы условно-неподвижных соединений деталей машин на стадиях проектных разработок. При создании расчетно-программного комплекса для оценки динамических характеристик механического контакта в упругопластическом диссипативном контакте были выделены факторы, определяющие состояние исследуемого объекта. К основным относятся: физико-механические свойства контактирующих тел, геометрические характеристики поверхностей, внешние условия.

Целью данной работы является анализ динамических характеристик контактного взаимодействия твердых тел за пределом упругости при нормальном направлении внешней нагрузки к плоскости контактирования, которые были получены с использованием расчетно-программного комплекса для оценки динамических характеристик механического контакта в упругопластическом диссипативном контакте. Приведенные теоретические результаты позволяют оценить как качество самого программного продукта, так и заложенной в расчетно-программном комплексе физико-математической модели.

© ПНИПУ

© Максименко Андрей Алексеевич – д.т.н., проф., зав. каф., e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-5002-6266](https://orcid.org/0000-0001-5002-6266)

Котенева Наталья Владимировна – к.т.н., доц., e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0002-0956-7631](https://orcid.org/0000-0002-0956-7631)

Перфильева Наталья Вадимовна – д.т.н., проф., e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-7903-2862](https://orcid.org/0000-0001-7903-2862)

Борисова Анастасия Дмитриевна – к.т.н., доц., e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-5696-3760](https://orcid.org/0000-0001-5696-3760)

Andrey A. Maksimenko – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department,

e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-5002-6266](https://orcid.org/0000-0001-5002-6266)

Natalia V. Koteneva – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru),

[ID: 0000-0002-0956-7631](https://orcid.org/0000-0002-0956-7631)

Natalia V. Perfilieva – Doctor of Technical Sciences, Professor, e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-7903-2862](https://orcid.org/0000-0001-7903-2862)

Anastasia D. Borisova – CSc in Technical Sciences, Associate Professor,

e-mail: [sopromat116@mail.ru](mailto:sopromat116@mail.ru), [ID: 0000-0001-5696-3760](https://orcid.org/0000-0001-5696-3760)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## ANALYSIS OF DYNAMIC CHARACTERISTICS OF A CONTACT INTERACTION OF SOLIDS USING COMPUTATIONAL SOFTWARE

A.A. Maksimenko, N.V. Koteneva, N.V. Perfilieva, A.D. Borisova

I.I. Polzunov Altai State Technical University, Barnaul, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 03 July 2018  
Accepted: 11 December 2018  
Published: 28 June 2019

#### Keywords:

dynamic characteristics, mechanical contact, elastoplastic interaction, smooth sphere, rough stamp, calculation and software complex, free oscillations.

### ABSTRACT

The reliability of connections of machine parts and mechanisms is laid at the stage of engineering design. Studies show that more than 80% of failures of machineries and mechanisms are caused the processes occurring in the zone of contact parts. Therefore, modern engineering design is difficult to imagine without tools for solving contact problems. From the point of the mechanics of contact interaction, a connection of machine parts is a complex technical system. Therefore, to determine performance indicators, the main research method of complex systems are used, i.e. the method of mathematical modeling. The method of calculating the contact approach of elastic-plastic smooth bodies should organically be combined with the approach of applying the classical contact problems of the theory of elasticity and plasticity in strength and rigidity calculations in machine-building. And in relation to the study of rough surfaces, an organic combination with the developed theories of contacting rough surfaces is necessary. Therefore, the development of a computational model of inelastic deformation of materials is one of the fundamental problems of modern engineering. To reduce the time for the process of calculating the dynamic characteristics, a computational-software complex was created in which a model for calculating static and dynamic parameters (proximity, voltages, and amplitudes of contact oscillations) needed to describe and predict the operation of conditionally fixed connections of machine parts at stages was laid at the stage of engineering design. When creating a computational software package aimed at evaluating the dynamic characteristics of a mechanical contact in an elastoplastic dissipative contact, factors determining the state of the object under study were identified. The main factors include physicommechanical properties of the contacting bodies, geometric characteristics of surfaces, and external conditions.

The purpose of this work is to analyze the dynamic characteristics of the contact interaction of solids beyond the elastic limit in the normal direction of the external load to the contact plane, which were obtained using a computational software package evaluating the dynamic characteristics of a mechanical contact in an elastoplastic dissipative contact. The presented theoretical results allow us to estimate both the quality of the software itself and the physical and mathematical model embedded in the calculation and software complex.

© PNRPU

### 1. Постановка задачи

Контактное взаимодействие возникает в процессе совместной работы сопряженных деталей машин и механизмов при столкновении движущегося тела с преградой, если их поверхности несогласованны, при осуществлении различных технологических процессов и в ряде других случаев.

Обязательным элементом проектирования различных функциональных узлов оборудования, машин и механизмов является расчетное обоснование прочности и надежности, которому предшествует анализ напряженно-деформированного состояния исследуемых тел. В настоящее время рассмотрено достаточно большое число статических и динамических контактных задач. Однако контактирование, как правило, носит упругий характер [1–4]. На практике же в большинстве случаев имеет место упругопластический и пластический контакты. Поэтому упругопластическое контактное взаимодействие твердых тел и связанное с этим явлением описание напряженно-деформированного состояния поверхностного слоя деталей, участвующих в контакте представляется нам крайне важным при создании новых машин и конструкций.

Непосредственное воздействие на работу машин, различных конструкций и приборов оказывают динамические нагрузки, в частности ударные и вибрационные. Динамические нагрузки, всегда имеющие место в работе машин, оказывают существенное влияние на контактную жесткость и контактную прочность соприкасающихся поверхностей деталей машин, изменяют свойства фрикционного контакта, скорость протекания реологических процессов, взаимное внедрение поверхностей, площадь контакта и другие характеристики [1, 3, 4, 5].

Известно, что любой динамический процесс всегда сопровождается механическими колебаниями, которые изменяют форму деформации и поглощают значительную часть энергии ударяющего тела. Независимо от причин необходимо получить каким-либо образом количественные данные о реакции конструкции для того, чтобы можно было установить ее влияние на эксплуатационные характеристики. В связи с этим исследование механических колебаний, возникающих в сопряжениях при динамическом взаимодействии тел, имеет большое научное и практическое значение.

С точки зрения механики контактного взаимодействия стык соединений деталей машин является слож-

ной технической системой. Поэтому для определения эксплуатационных показателей используется основной метод исследования сложных систем – метод математического моделирования. Несмотря на то, что получены решения большого количества контактных задач, как аналитическими методами, так и численными, построение и исследование моделей контактного взаимодействия остаются актуальными и сегодня, а наиболее перспективным способом исследования контактного взаимодействия тел являются разработки численных алгоритмов и программного обеспечения [6–19].

Целью данной работы является анализ динамических характеристик (сближения и амплитуд свободных колебаний) контактного взаимодействия твердых тел за пределом упругости при нормальном направлении внешней нагрузки к плоскости контактирования и оценка влияния на них различных характеристик (физико-механических, микрогеометрических, динамических и силовых).

Приведенные в данной статье теоретические результаты позволяют оценить как качество самого программного продукта, так и заложенной в расчетно-программном комплексе физико-математической модели, подробно изложенной в работе [20].

Унифицированный расчетно-программный комплекс предназначен для анализа динамических характеристик механического контакта. Комплекс создан на алгоритмическом языке Delphi 7 для IBM совместимых компьютеров и для любой операционной системы.

Расчетно-программный комплекс представляет собой пользовательский интерфейс, обеспечивающий передачу информации между пользователем и программно-аппаратными компонентами компьютерной системы. В рамках пользовательского интерфейса можно заносить исходные данные в программу и производить расчеты сближений, колебаний и напряжений. Форма ввода исходных данных предоставляет пользователю возможность замены данных, предложенных системой, на данные, необходимые пользователю для расчета. Также эта форма позволяет пользователю производить проверку введенных им исходных данных. Графический интерфейс программы является частью пользовательского интерфейса и позволяет вывести на экран один из необходимых графиков: нормальное смещение, нормальную скорость или оба эти графика в точках.

## 2. Условия решения

Учитывая дискретность контакта, решение контактной задачи для единичного выступа позволяет установить зависимость между нагрузкой и сближением с последующим применением полученного решения ко всему контакту с использованием условия равновесия. При оценке взаимодействия контактирующих поверхностей твердых тел и деталей машин микронеровности реальной поверхности моделируют в виде одинакового раз-

мера тел правильной геометрической формы, расположенных на некотором основании и распределенных по определенной зависимости по высоте [21, 22]. В настоящее время наиболее часто используют сферическую модель шероховатой поверхности. В соответствии с вышесказанным в работе приведен анализ динамических характеристик контактного взаимодействия сферического штампа с упругопластическим полупространством с применением расчетно-программного комплекса. Материал штампа значительно прочнее материала полупространства и рассматривается как жесткое тело.

При оценке колебаний, имеющих место в сопряжении гладкой сферы с поверхностью, необходимо соблюдать следующие условия:

- полное сближение не должно выходить за рамки развитой пластичности;
- сохранение герметичности стыка.

При исследовании были выбраны следующие изменяемые параметры:

- 1)  $R$  – радиус сферы;
- 2)  $V_0$  – начальная скорость движения в нормальном направлении (определялась в зависимости от нормального ударного импульса);
- 3)  $P_{const}$  – статическое поджатие верхнего колеблющегося тела;
- 4) параметры физико-механических свойств материала:  $\sigma_m$  – предел текучести материала;  $\mu$  и  $E$  – коэффициент Пуассона и модуль Юнга материала;  $H$  – твердость поверхностного слоя;
- 5)  $m$  – масса штампа (в случае контакта гладкой сферы с поверхностью – это масса штампа с запрессованными в него гладкими сферами).

## 3. Анализ результатов

Инженерный расчет связан с заданием или прогнозированием микрогеометрии, а также физико-механического состояния поверхностного слоя деталей, испытывающих контактную упругопластическую деформацию. Учитывая вышесказанное, можно отметить важное практическое значение радиуса сферы  $R$  в инженерных расчетах. В связи с этим в работе приведены результаты расчета динамических характеристик контактного взаимодействия, где в качестве механической системы используется жесткий штамп с запрессованными в него гладкими сферами, соприкасающийся с упругопластическим полупространством.

На рис. 1 представлены нормальные контактные колебания сферического штампа со сферами различного диаметра. Из графика видно, что при постоянной контактной нагрузке глубина динамического сближения  $X$  определяется величиной  $R$ , а именно: чем плотнее первоначальный контакт (т.е. чем больше  $R$ ), тем ниже проходит график нормального колебательного процес-

са. Так, для  $1 - R = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м} - X = 0,00000479 \text{ м}$ ;  $2 - 5 \cdot 10^{-3} \text{ м} - 0,000003467 \text{ м}$ ;  $3 - 10 \cdot 10^{-3} \text{ м} - 0,000002052 \text{ м}$ ,

Такая зависимость параметров контактного взаимодействия при увеличении диаметра сферы обусловлена большим размером фактической площади контакта при прочих равных условиях контактирования [23].

В условиях динамического нагружения одним из важных параметров является начальная скорость движения штампа с запрессованными в него гладкими сферами. Выбранные скорости соответствуют тем, которые реализуются в сопряжении при эксплуатации большинства машин и механизмов. Такие технологические процессы, как штамповка на прессах ударного действия, поверхностное упрочнение методом чеканки и т.п., также осуществляются в указанном скоростном режиме. Согласно данным, представленным в работах [21, 24], малые скорости воздействия оказывают влияние на механические свойства материала, увеличение скорости нагружения свыше 10 м/с не приводит к существенному изменению твердости поверхностного слоя и предела текучести материала тела.

Как видно из графика (рис. 2), увеличение начальной скорости движения в нормальном направлении влечет за собой рост начальной амплитуды  $X$ . Также были проведены исследования влияния скорости нагружения на поведение контактной пары сферический штамп-полупространство для сфер разного диаметра. Закономерности, отраженные на рис. 2, подтвердились.

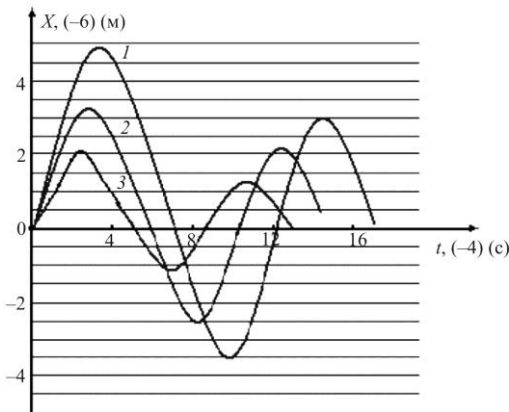


Рис. 1. Свободные колебания штампа с гладкими сферами в нормальном направлении при различных радиусах:  $P_{const} = 10 \text{ Н}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $V_0 = 0,02 \text{ м/с}$ ;  $1 - R = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $2 - R = 5 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $3 - R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$

Fig. 1. Free vibrations of a stamp with smooth spheres in the normal direction with a different radius:  $P_{const} = 10 \text{ N}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ;  $V_0 = 0,02 \text{ m/s}$ ;  $1 - R = 2,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $2 - R = 5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $3 - R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$

Анализ влияния нормальной контактной нагрузки на колебательные процессы верхнего контактирующего тела при одиночном динамическом возбуждении является не менее важным. Так, при росте сжимающего усилия от 10 до 50 Н, при использовании штампа с

гладкими сферами одинаковой массы, наблюдается заметное увеличение статического сближения  $\delta$  [25, 26].

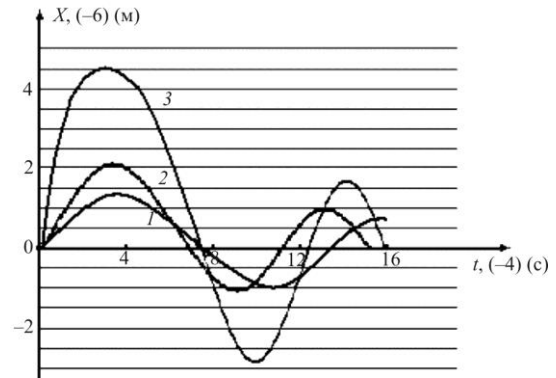


Рис. 2. Свободные колебания штампа с гладкими сферами в нормальном направлении при разной начальной скорости:  $P_{const} = 10 \text{ Н}$ ;  $R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $m = 0,2 \text{ кг}$ ;  $1 - V_0 = 0,01 \text{ м/с}$ ;  $2 - V_0 = 0,02 \text{ м/с}$ ;  $3 - V_0 = 0,05 \text{ м/с}$

Fig. 2. Free vibrations of a stamp with smooth spheres in the normal direction at different initial speeds:  $P_{const} = 10 \text{ N}$ ;  $R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ;  $m = 0,2 \text{ kg}$ ;  $1 - V_0 = 0,01 \text{ m/s}$ ;  $2 - V_0 = 0,02 \text{ m/s}$ ;  $3 - V_0 = 0,05 \text{ m/s}$

Из анализа графика (рис. 3) можно сделать вывод: чем ниже статическая жесткость, тем меньше амплитуда колебаний и больше частота процесса. Причем амплитуда снижается не пропорционально увеличению нагрузки, а медленнее, что можно объяснить появлением в контакте пластических деформаций при напряжении, превышающем предел упругости [27]. Например, для нормальных колебаний сферического штампа имеем:  $1 - P_{const} = 10 \text{ Н} - X = 0,00000205 \text{ м}$ ,  $\delta = 0,00000156 \text{ м}$ ;  $2 - 30 \text{ Н} - 0,00000193 \text{ м}$ ,  $0,00000258$ ;  $3 - 50 \text{ Н} - 0,00000164 \text{ м}$ ,  $0,00000358$ .

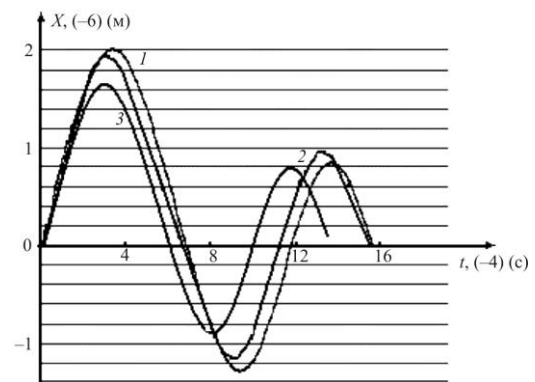


Рис. 3. Свободные колебания штампа с гладкими сферами в нормальном направлении при различной контактной нагрузке:  $R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ ;  $m = 0,2 \text{ кг}$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Па}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $V_0 = 0,02 \text{ м/с}$ ;  $1 - P_{const} = 10 \text{ Н}$ ;  $2 - P_{const} = 30 \text{ Н}$ ;  $3 - P_{const} = 50 \text{ Н}$

Fig. 3. Free vibrations of a stamp with smooth spheres in the normal direction at different contact loads:  $R = 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}$ ;  $m = 0,2 \text{ kg}$ ;  $H = 920 \cdot 10^6 \text{ Pa}$ ;  $E = 2 \cdot 10^{11} \text{ Pa}$ ;  $\mu = 0,25$ ;  $V_0 = 0,02 \text{ m/s}$ ;  $1 - P_{const} = 10 \text{ N}$ ;  $2 - P_{const} = 30 \text{ N}$ ;  $3 - P_{const} = 50 \text{ N}$

Такая зависимость  $\delta(P_{\text{const}})$  в условиях статики объясняется тем, что на начальной стадии сближения в зоне сопряжения преобладает упругая деформация, доля которой в полном сближении в дальнейшем резко уменьшается.

Для изучения влияния параметров физико-механических свойств материала на контактные затухающие колебания нормального направления проводились теоретические исследования на сферических штампах (рис. 4), имеющих различные физико-механические параметры.

При исследовании колебательного процесса жесткого сферического штампа по поверхности контртела было обнаружено сильное влияние не только твердости поверхностного слоя материала контртела  $H$ , но и модуля упругости  $E$ . При почти одинаковой твердости поверхностного слоя штампа амплитуда колебаний  $X$  тем выше, чем больше модуль упругости.

Например:

– алюминий:  $E = 7 \cdot 10^4$  МПа,  $H = 720$  МПа,  $\mu = 0,3$  –  $X = 0,000000853$  м;

– сталь:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа,  $H = 920$  МПа,  $\mu = 0,25$  –  $X = 0,00000205$  м;

– медь:  $E = 1,1 \cdot 10^5$  МПа,  $H = 960$  МПа,  $\mu = 0,34$  –  $X = 0,000000922$  м.

На рис. 5 представлен график зависимости нормальных колебаний при изменении массы колеблющегося тела. Как видно из рисунков, увеличение массы штампа ведет к возрастанию амплитуды и снижению частоты нормальных колебаний. Например, при колебании сферических штампов в нормальном направлении величина смещения составляет при  $m = 0,2$  кг –  $X = 2,05 \cdot 10^{-6}$  м;  $\nu^* = 943$  Гц.

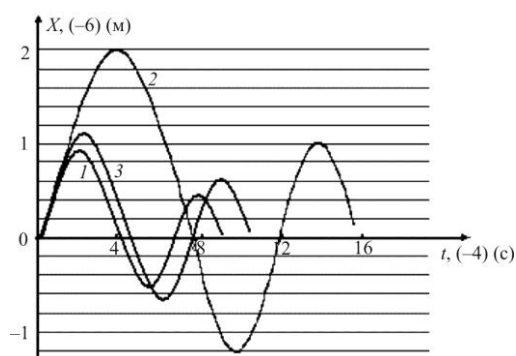


Рис. 4. Свободные колебания штампа с гладкими сферами в нормальном направлении при различных параметрах физико-механических свойств материала:  $R = 10 \cdot 10^{-3}$  м;  $m = 0,2$  кг;  $V_0 = 0,02$  м/с; 1 – алюминий:  $E = 0,7 \cdot 10^5$  МПа;  $H = 720$  МПа;  $\mu = 0,3$ ; 2 – сталь:  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа;  $H = 920$  МПа;  $\mu = 0,25$ ; 3 – медь:  $E = 1,1 \cdot 10^5$  МПа;  $H = 960$  МПа;  $\mu = 0,34$

Fig. 4. Free vibrations of the stamp with smooth spheres in the normal direction at various parameters of the physico-mechanical properties of the material:  $R = 10 \cdot 10^{-3}$  m;  $m = 0,2$  kg,  $V_0 = 0,02$  m/s, 1 – aluminum:  $E = 0,7 \cdot 10^5$  MPa;  $H = 720$  MPa;  $\mu = 0,3$ ; 2 – steel:  $E = 2 \cdot 10^5$  MPa;  $H = 920$  MPa;  $\mu = 0,25$ ; 3 – copper:  $E = 1,1 \cdot 10^5$  MPa;  $H = 960$  MPa;  $\mu = 0,34$

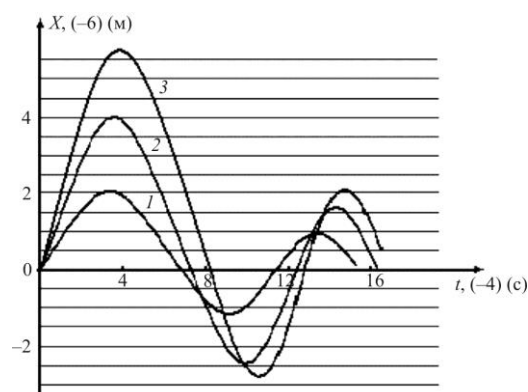


Рис. 5. Свободные колебания штампа с гладкими сферами в нормальном направлении при разной массе:  $P_{\text{const}} = 10$  Н;  $R = 10 \cdot 10^{-3}$  м;  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Па;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6$  Па;  $V_0 = 0,02$  м/с; 1 –  $m = 0,2$  кг; 2 –  $m = 0,5$  кг; 3 –  $m = 0,75$  кг

Fig. 5. Free vibrations of the stamp with smooth spheres in the normal direction for different masses:  $P_{\text{const}} = 10$  N;  $R = 10 \cdot 10^{-3}$  m;  $E = 2 \cdot 10^{11}$  Pa;  $\mu = 0,25$ ;  $H = 920 \cdot 10^6$  Pa;  $V_0 = 0,02$  m/s; 1 –  $m = 0,2$  kg; 2 –  $m = 0,5$  kg; 3 –  $m = 0,75$  kg

## Заключение

Анализ динамических характеристик контактного взаимодействия сферического жесткого штампа с упруго-пластическим полупространством (сближения и амплитуд свободных колебаний) с применением расчетно-программного комплекса позволил выделить некоторые закономерности:

– Продолжительность динамического взаимодействия за пределом уругости складывается из этапа активного нагружения и следующего за ним этапа упругой разгрузки. Уменьшение активного периода взаимодействия с ростом начальной скорости наблюдается как при контакте сферического штампа с поверхностью контртела (исследования, приведенные в данной работе), так и при взаимодействии шероховатого штампа с полупространством [20]. Установлено, что снижение активного периода динамического взаимодействия с уменьшением начальной скорости является общей закономерностью, которая проявляется не только при упругом взаимодействии [2, 28, 29], но и при упруго-пластическом контакте. Это значит, что появление локальной пластической деформации в зоне контакта существенно не изменяет характер зависимости  $t^*(V_0)$ , относящийся к упругому контактному взаимодействию.

– Динамическая жесткость возрастает при увеличении нормальной статической силы поджатия  $P_{\text{const}}$ . Полученную закономерность в поведении контактных пар при увеличении силы поджатия можно объяснить упрочнением материала контртела, что соответствует выводам, полученным в работе [30].

– Наибольшее влияние на характеристики колебательного процесса оказывают скорость нагружения и масса колеблющегося тела. Уменьшение скорости

нагружения и массы колеблющегося штампа способствует снижению динамического воздействия. Сравнительно характер зависимостей колебательного процесса при уменьшении массы колеблющегося штампа, можно отметить уменьшение амплитуды и увеличение частоты процесса.

– При заданной кинетической энергии в момент динамического взаимодействия характеристики колебательного процесса сферического штампа тем меньше, чем выше твердость поверхностного слоя материала контртела, т.е. здесь проявляется аналогия с характером влияния модуля Юнга при упругом динамическом нагружении. С повышением характеристик прочности динамическая контактная жесткость увеличивается.

– К изменению амплитуды колебаний приводит и геометрическая характеристика, радиус сферы  $R$ . Чем больше площадь контактирования, т.е. чем больше  $R$ , тем ниже проходит график  $x(t)$  и тем раньше стабили-

зируется темп роста глубины остаточной вмятины. Однако частота процесса при этом возрастает. Необходимо отметить, что сказанное в полной мере относится и к функциональным зависимостям для  $R_{np}$  [20]. Таким образом, график  $x(t)$  при контакте жесткого штампа со сферами радиусом  $R$  с поверхностью контртела может быть использован для прогнозирования динамического взаимодействия неограниченного семейства твердых тел произвольной формы и кривизны с  $R_{np} = R$ .

– Расчеты показывают, что учет упругой составляющей деформации при вычислении полного упруго-пластического сближения в контакте занижает его в 1,2–2 раза.

– Выявлен эффект, состоящий в том, что характер зависимостей с изменением различных параметров контактирования при свободных колебаниях сохраняется и при вынужденных.

## Библиографический список

1. Гусакова Л.В. К вопросу о контактном взаимодействии поверхностей твердых тел // Изв. ЮФУ. Технические науки. – 2008. – № 1 (78). – С. 136.
2. Ольшевский А.А., Винник Л.В., Фридберг А.М. Решение нормальной контактной задачи для шероховатых номинально плоских поверхностей методом конечных элементов // Динамика и прочность машин: сб. науч. тр. / Брянский ГТУ. – Брянск, 2000. – С. 102–108.
3. Геча В.Я., Иванов А.С., Половинкина Т.В. Колебания резьбовых соединений с собственной частотой, обусловленной контактной жесткостью стыка // Вестник машиностроения. – 2008. – № 12. – С. 23–31.
4. Расчет деформаций фрикционного соединения нагруженного сжимающей силой и произвольной системой моментов / А.С. Иванов, М.М. Ермолаев, Н.Н. Куралина, С.В. Муркин // Вестник машиностроения. – 2013. – № 7. – С. 17–19.
5. Гаврилова Т.М. Контактное трение в зоне деформации при ультразвуковом поверхностном пластическом деформировании // Вестник машиностроения. – 2008. – № 8. – С. 36–40.
6. Александров В.М., Чебанов М.И. Аналитические методы в контактных задачах теории упругости. – М.: Физматлит, 2004. – 304 с.
7. Бурого Н.Г., Кукуджанов В.Н. Обзор контактных алгоритмов // Изв. РАН. МГТ. – 2005. – № 1. – С. 45–87.
8. Елисеев С.В., Артюнин А.И. Прикладная теория колебаний в задачах линейных механических системах. – Новосибирск: Наука, 2016. – 459 с.
9. Xiao S., Lu Z., Wang P. Multivariate global sensitivity analysis for dynamic models based on wavelet analysis 20-30 Reliability engineering & system safety // Elsevier Science Publishing Company. – 2018. – Vol. 170.
10. Си Ту Хтет Математическое моделирование контактного взаимодействия упругопластических тел: дис. ... канд. техн. наук: 05.13.18. – М.: Изд-во Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана 2013. – 137 с.
11. Беклемышева К.А., Петров И.Б., Фаворская А.В. Численное моделирование процессов в твердых деформируемых средах при наличии динамических контактов с помощью

сеточно-характеристического метода // Труды МФТИ. Информатика, математическое моделирование, экономика. – 2013. – Т. 5, № 3. – С. 3–10.

12. Численное решение динамических задач упруго-пластического деформирования твердых тел / Г.В. Иванов, Ю.М. Волчков, И.О. Богульский [и др.]. – Новосибирск: Сиб. унив. изд-во, 2006. – 349 с.

13. Science, Technology and Life – 2014: Proceedings of the international scientific conference. – Czech Republic, Karlovy Vary, 27–28 December 2014.

14. Абрамов И.В., Лекомцев П.В. Моделирование точности сопрягаемых поверхностей в конических соединениях // Вестник машиностроения. – 2015. – № 6. – С. 32–35.

15. Буланов Э.А. Осисимметричная контактная задача // Трение и износ. – 2006. – Т. 27, № 6. – С. 587–591.

16. Методика расчета сближения в контакте сферы с плоской поверхностью детали при малых нагрузках / М.М. Матлин, А.И. Мозгунова, Е.Н. Казанкина, В.А. Казанкина // Трение и износ. – 2015. – Т. 39, № 3. – С. 247–252.

17. Пановко М.Я. Численное моделирование точечного упругогидродинамического контакта с учетом локальных неровностей движущейся поверхности // Проблемы машиностроения и надежность машин. – 2010. – № 6. – С. 35–45.

18. Рубин А.М. Расчетная модель резьбовых соединений при произвольном порядке расположения зазоров между витками резьбы // Вестник машиностроения. – 2013. – № 2. – С. 31–33.

19. Свид. об официальной регистрации программы для ЭВМ. Расчетный комплекс точных соединений с учетом деформации в контакте сопряжения / Феропонтов В.А., Perfilieva N.V., Хохлакова М.В. № 2013660380; опублик. 27.07.2013, Бюл. № 3.

20. Котенева Н.В. Упругопластический динамический контакт твердых тел: моногр. – Барнаул: Изд-во АлтГТУ, 2011. – 127 с.

21. Дрозд М.С., Матлин М.М., Сидякин Ю.И. Инженерные расчеты упругопластической контактной деформации. – М.: Машиностроение, 1986. – 224 с.

22. Сенашов С.И., Савостьянова И.Л., Фимошина Е.В. Точные решения уравнений идеальной пластичности в случае плоского напряженного состояния // Решетниковские чтения. – 2017. – С. 31–32.

23. Ланков А.А., Миронов В.А. Упругость, упругопластичность, пластичность в конструктивных средах. – Тверь: Изд-во ТГТУ, 1997. – С. 152–189.

24. Елисеев А.В., Артюнин А.И., Ситов И.С. Метод определения условий ненарушения контакта при вибрационных нагружениях с учетом неударяющих связей // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. – 2017. – № 1. – С. 26–34.

25. Maximenko A.A., Koteneva N.V. Dynamic model of elastoplastic contact interaction of smooth bodies // Bulletin of the Tomsk Polytechnic University. – 2007. – Vol. 310. – No. 2. – С. 60–63.

26. Максименко А.А., Котенева Н.В., Перфильева Н.В. Динамика взаимодействия твердых тел при наличии местной пластической деформации в зоне контакта // Ползуновский вестник. – 2009. – № 3–4. – С. 264–266.

27. Котенева Н.В., Перфильева Н.В., Перфильева А.Д. Упругопластическая модель контактного взаимодействия в условиях свободных колебаний // Вестн. Алтайской науки. – 2013. – № 2–2 – С. 210–213.

28. Hyun S., Robbins M.O. Elastic contact between rough surfaces // Tribology International. – 2007. – Vol. 40. – P. 1413–1422.

29. Образование «третьего тела» и положительный градиент механических свойств на примере химико-механического нанесения латунного покрытия / Г. Польцер, А. Фирковский, Рейнхольд, В. Мюллер, И. Ланге [и др.] // Трение и износ. – 1992. – Т. 13, № 1. – С. 67–70.

30. Михин Н.М. Внешнее трение твердых тел. – М.: Наука, 1977. – 221 с.

## References

1. Gusakova L.V. K voprosu o kontaktnom vzaimodejstvii poverhnostej tverdyh tel [On the question of the contact interaction of surfaces of solids]. *Izvestiya Yuzhnogo federalnogo universiteta. Tekhnicheskie nauki*, 2008, no. 1 (78), pp. 136.

2. Ol'shevskij A.A., Vinnik L.V., Fridberg A.M. Reshenie normal'noj kontaktnoj zadachi dlya sherohovatyh nominal'no ploskih poverhnostej metodom konechnykh ehlementov [The solution of the normal contact problem for rough nominal planar surfaces by the finite element method]. Bryansk, Bryanskij GTU, *Dinamika i prochnost' mashin : sb. nauch. Tr.*, 2000, pp. 102-108.

3. Gecha V.Ya., Ivanov A.S., Polovinkina T.V. Kolebaniya rez'bovyh soedinenij s sobstvennoj chastotoj, obuslovlennoj kontaktnoj zhestkost'yu styka [Fluctuations of threaded joints with natural frequency, due to the contact stiffness of the joint]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 12, pp. 23-31.

4. Ivanov A.S., Ermolaev M.M., Kuralina N.N., Murkin S.V. Raschet deformacij frikcionnogo soedineniya nagruzhennogo szhimayushchej siloj i proizvol'noj sistemoy momentov [Calculation of deformations of a friction joint loaded by a compressive force and an arbitrary system of moments]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2013, no. 7, pp. 17-19.

5. Gavrilova T. M. Kontaktnoe trenie v zone deformacii pri ul'trazvukovom poverhnostnom plasticheskom deformirovanii [Contact friction in the deformation zone with ultrasonic surface plastic deformation]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2008, no. 8, pp. 36-40.

6. Aleksandrov V.M., CHEbanov M.I. Analiticheskie metody v kontaktnykh zadachah teorii uprugosti [Analytical methods in contact problems of the theory of elasticity]. *Moscow, Fizmatlit*, 2004, 304 s.

7. Burago N.G., Kukudzhano V.N. Obzor kontaktnykh algoritmov [Overview of contact algorithms]. *Izvestia Rossijskoj akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 2005, no. 1, pp. 45-87.

8. Ashihmin V.N., Trusov P.V. Vvedenie v matematicheskoe modelirovanie [Introduction to mathematical modeling]. *Moscow, Logos*, 2005, 440 p.

9. Xiao S., Lu Z., Wang P. Multivariate global sensitivity analysis for dynamic models based on wavelet analysis. 20-30 Reliability engineering & system safety Elsevier Science Publishing Company, Inc., 2018, vol. 170.

10. Si Tu Htet Matematicheskoe modelirovanie kontaktnogo vzaimodejstviya uprugoplasticheskikh tel: diss. kand. tekhn. nauk : 05.13.18 [Mathematical modeling of the contact interaction of elastoplastic bodies: diss. Cand. tech. Sciences: 05.13.18]. *Moscow, Moskovskij gosudarstvennyj tekhnicheskij universitet im. N.EH. Baubana*, 2013, 137 p.

11. Beklemysheva K.A., Petrov I.B., Favorskaya A.V. CHislennoe modelirovanie processov v tverdyh deformiruemyykh sredah pri nalichii dinamicheskikh kontaktov s pomoshch'yu setochno-harakteristicheskogo metoda: trudy MFTI [Numerical modeling of processes in solid deformable media in the presence of dynamic contacts using the grid-characteristic method: MIPT]. *Informatika, matematicheskoe modelirovanie, ehkonomika*, 2013, vol. 5, no. 3, pp. 3-10.

12. Ivanov G.V., Volchkov YU.M., Bogul'skij I.O. Chislennoe reshenie dinamicheskikh zadach uprugoplasticheskogo deformirovaniya tverdyh tel [Numerical solution of dynamic problems of elasto-plastic deformation of solids]. *Novosibirsk, Sibirskoe universitetskoe izdatel'stvo*, 2006, 349 p.

13. Science, Technology and Life – 2014: Proceedings of the international scientific conference. *Czech Republic, Karlovy Vary*, 27-28 December 2014

14. Argatov I.I., Fadin Yu.A. K teorii periodicheskogo processa iznashivaniya pri uprugom kontakte [To the theory of the periodic process of wear during elastic contact]. *Trenie i iznos*, 2006, vol. 27, no. 6, pp. 573-585.

15. Bulanov E.H. A. Osimmetrichnaya kontaktnaya zadacha [The asymmetric contact problem]. *Trenie i iznos*, 2006, vol. 27, no. 6, pp. 587-591.

16. Ivanov A.S. Sopostavlenie kontaktnykh sblizhenij v ploskom styke, rasschitannykh raznymi metodami [Comparison of contact approaches in a flat joint, calculated by different methods]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2006, no. 11, pp. 29-31.

17. Panovko M.Ya. CHislennoe modelirovanie tochechnogo uprugogidro-dinamicheskogo kontakta s uchedom lokal'nyh nerovnostej dvizhushchejsya poverhnosti [Numerical simulation of a point elastic-hydro-dynamic contact taking into account local unevenness of a moving surface]. *Problemy mashinostroeniya i nadezhnost' mashin*, 2010, no. 6, pp. 35-45.

18. Rubin A.M. Raschetnaya model rezbovyh soedinenij pri proizvol'nom poryadke raspolozheniya zazorov mezhdu vitkami rez'by [Calculation model of threaded joints at an arbitrary order of the arrangement of gaps between threads]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2013, no. 2, pp. 31-33.

19. Feropontov V.A., Perfilshcheva N.V., Hohryakova M.V. Svidetelstvo ob oficial'noj registracii programmy dlya EHVM. Raschetnyj kompleks tochnykh soedinenij s uchedom deformacii v kontakte sopryazheniya [Certificate of official registration of the computer program. Calculation complex of exact connections taking into account deformation in the interface contact]. 2013660380; publ. 27.07.2013, Byul. № 3.

20. Koteneva, N.V. Uprugoplasticheskiy dinamicheskiy kontakt tverdyh tel: monografiya [Elastic-dynamic dynamic contact of solids: monograph]. *Barnaul, Izd-vo AltGTU*, 2011, 127 p.
21. Drozd M.S., Matlin M.M., Sidyakin Yu.I. Inzhenernye raschety uprugoplasticheskoy kontaktnoy deformatsii [Engineering calculations of elastoplastic contact deformation]. *Moscow, Mashinostroeniye*, 1986, 224 p.
22. Nahatkyan F.G. Ob odnom metode tochnogo resheniya kontaktnoy zadachi Gerca dlya krugovyh cilindrov s paralelnymi osyami [On one method for the exact solution of the Hertz contact problem for circular cylinders with parallel axes]. *Vestnik mashinostroeniya*, 2011, no. 3, pp. 3-7.
23. Lankov A.A., Mironov V.A. Uprugost, uprugoplastichnost, plastichnost v konstruktsionnyh sredah [Elasticity, elastoplasticity, plasticity in constructional environments]. *Tver, TGTU*, 1997, pp. 152-189.
24. Alekhin V.P. Fizika prochnosti i plastichnosti poverhnostnykh sloev materiala [Physics of Strength and Plasticity of Surface Layers of Material]. *Moscow, Nauka*, 1983, 280 p.
25. Maksimenko A.A., Koteneva N.V. Dynamic model of elastoplastic contact interaction of smooth bodies. *Bulletin of the Tomsk polytechnic universini*, 2007, vol. 310, no. 2, pp. 60-63.
26. Maksimenko A.A., Koteneva N.V., Perfilieva N.V. Dinamika vzaimodejstviya tverdyh tel pri nalichii mestnoj plasticheskoy deformatsii v zone kontakta [Dynamics of the interaction of solids in the presence of local plastic deformation in the contact zone]. *Polzunovskiy vestnik*, 2009, no. 3-4, pp. 264-266.
27. Koteneva, N.V., Perfilieva N.V., Perfilieva A.D. Uprugoplasticheskaya model' kontaktnogo vzaimodejstviya v usloviyah svobodnyh kolebanij [Elastic-plastic model of contact interaction under conditions of free oscillations] *Vestnik Altajskoj nauki*, 2013, no. 2-2, pp. 210-213.
30. Mihin N.M. Vneshnee trenie tverdyh tel [External friction of solids]. *Moscow, Nauka*, 1977, 221 p.
28. Hyun S., Robbins M.O. Elastic contact between rough surfaces. *Tribology International*, 2007, vol. 40, pp. 1413-1422.
29. Polcer G., Firkovskij A., Rejnhold, Myuller V., Lange I. Obrazovanie «tretego tela» i polozhitelnyj gradient mekhanicheskikh svojstv na primere himiko-mekhanicheskogo naneseniya latunnogo pokrytiya [Formation of the "third body" and a positive gradient of mechanical properties by the example of chemical-mechanical application of brass coating]. *Trenie i iznos*, 1992, vol. 13, no. 1, pp. 67-70.