



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.07

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ РОСТА КРАЕВОЙ УСТАЛОСТНОЙ ТРЕЩИНЫ ПРИ ВЫСОКОЧАСТОТНОМ НАГРУЖЕНИИ

А.Д. Никитин, И.С. Никитин, Б.А. Стратула

Институт автоматизации проектирования Российской академии наук, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 13 мая 2019 г.
Принята: 28 августа 2019 г.
Опубликована: 17 октября 2019 г.

Ключевые слова:

сверхмногоцикловая усталость, высокочастотное нагружение, пьезоэлектрическая испытательная установка, краевая усталостная трещина, метод конечных элементов, коэффициент интенсивности напряжений, математическое моделирование, трещиностойкость, разрушение, поверхность излома.

АННОТАЦИЯ

Как неоднократно показали исследования поверхностей излома реальных изделий авиационной промышленности, низкоамплитудные высокочастотные колебания могут приводить к «непредсказуемому» выходу из строя элементов авиационных и иных конструкций. Причиной является высокочастотное нагружение, приводящее к наработке большого количества циклов, зачастую превышающего изученную область усталостного поведения материала. Этот новый режим усталостного разрушения (сверхмногоцикловая усталость) требует специального изучения экспериментальными методами и методами математического моделирования.

В данной статье рассматривается задача о численном определении коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в образцах с краевой трещиной, нагруженных высокочастотными гармоническими смещениями малой амплитуды. Расчеты проведены для случая, когда частота нагружения близка к собственной частоте образца. Строится поправочная функция для КИН с учетом изменения модальных характеристик резонансной системы (образца с прямолинейной трещиной) при продвижении фронта. Полученное выражение используется для моделирования роста краевой усталостной трещины с криволинейным фронтом.

Описана принципиальная схема пьезоэлектрической усталостной установки и методика проведения испытаний на растяжение-сжатие титановых образцов, на рост краевой трещины в области сверхмногоцикловой усталости. Проводится анализ поверхностей излома с выявлением линий остановок фронта и математическое моделирование эволюции фронта трещины при высокочастотном нагружении.

Результаты математического моделирования сравниваются с экспериментальными данными, полученными в ходе высокочастотных усталостных испытаний на пьезоэлектрической установке. Численными расчетами показано, что данный подход позволяет качественно и количественно моделировать эволюцию усталостной трещины с криволинейным фронтом при сверхмногоцикловом (высокочастотном) режиме нагружения.

© ПНИПУ

© Никитин Илья Степанович – д.ф.-м.н., дир., e-mail: i_nikitin@list.ru, iD: [0000-0003-3499-6910](https://orcid.org/0000-0003-3499-6910)

Никитин Александр Дмитриевич – к.т.н., н.с., e-mail: nikitin_alex@bk.ru, iD: [0000-0002-2916-758X](https://orcid.org/0000-0002-2916-758X)

Стратула Борис Андреевич – м.н.с., e-mail: stratula@matway.net, iD: [0000-0001-8916-5263](https://orcid.org/0000-0001-8916-5263)

Ilya S. Nikitin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Director, e-mail: i_nikitin@list.ru, iD: [0000-0003-3499-6910](https://orcid.org/0000-0003-3499-6910)

Aleksandr D. Nikitin – CSc in Technical Sciences, Researcher, e-mail: nikitin_alex@bk.ru, iD: [0000-0002-2916-758X](https://orcid.org/0000-0002-2916-758X)

Boris A. Stratula – Junior Researcher, e-mail: stratula@matway.net, iD: [0000-0001-8916-5263](https://orcid.org/0000-0001-8916-5263)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

THE MODELING OF THE EDGE FATIGUE CRACK GROWTH UNDER HIGH FREQUENCY LOADING

A.D. Nikitin, I.S. Nikitin, B.A. Stratula

Institute for Computer Aided Design of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 13 May 2019
Accepted: 28 August 2019
Published: 17 October 2019

Keywords:

very high cycle fatigue, high frequency loading, piezoelectric test set, edge fatigue crack, finite element method, stress intensity factor, mathematical modeling, toughness, fracture, fracture pattern.

ABSTRACT

Multiple fracture surface investigations of real aviation industry products have proved that low-amplitude high-frequency oscillations can lead to an unexpected failure of aviation elements and other structures. High-frequency loading is the reason for this, as it produces a large number of loading cycles that often exceed an investigated area of a material fatigue behavior. This new fatigue failure mode (very-high-cycle fatigue) requires a special experimental study with the use of both experimental and mathematical modeling.

This paper is focused on a numerical determination of stress intensity factors (SIF) in the specimen with the edge notch specimen loaded by harmonic high frequency displacements of small amplitudes. The numerical calculations were performed for the case of loading with frequency close to its natural frequency. A dimensionless adjusting function was determined for SIF that takes into account a change in modal characteristics of the resonance system (the specimen with rectilinear edge notch) due to crack propagation. The obtained equation was used to model the position of the curvilinear fatigue crack front.

A general scheme of a piezoelectric fatigue testing machine is introduced with a technique of tensile-compression fatigue tests on the titanium crack growth specimen with an edge notch in the range of very high cycle fatigue.

The analysis of the fracture surfaces with the identification of the front stop lines and mathematical modeling of the crack front evolution under high-frequency loading are carried out.

The results of mathematical modeling are comparing with experimental data obtained during high-frequency fatigue tests on a piezoelectric fatigue testing machine. The numerical calculations have shown that this approach allows us to qualitatively and quantitatively simulate the evolution of the edge fatigue crack with a curvilinear front under very-high-cycle fatigue (high-frequency) loading mode.

© PNRPU

Введение

Исследования режимов нагружения элементов авиационных конструкций, таких как диски и лопатки газотурбинного двигателя (ГТД), показали, что существенную роль в процессах зарождения и раннего роста усталостных трещин играют высокочастотные, низкоамплитудные колебания [1]. При этом наиболее опасными вибрационными режимами являются те, которые имеют частоты, близкие или совпадающие с резонансными частотами рассматриваемых элементов. Подобные режимы нагружения являются малоизученными и представляют значительную опасность для элементов конструкций в реальных условиях эксплуатации. В работе [2] показано, что низкоамплитудные вибрации с частотой порядка 1 кГц могут приводить к «непрогнозируемому» выходу из строя элементов ГТД самолетов. Причиной этого является высокочастотное нагружение, приводящее к наработке большого количества циклов, зачастую превышающего изученную область усталостного поведения материала. В авиационной промышленности наработки в результате вибрационного нагружения оцениваются величинами порядка 10^{10} и более циклов [3]. В последние десятилетия значительный интерес вызывают экспериментальные исследования усталостных характеристик конструкционных материалов в об-

ласти больших долговечностей (10^8 – 10^{10} циклов). В литературе указанную область принято называть *gigacycle fatigue* [3] или *very high cycle fatigue* [4]. В отечественной литературе устоявшимся является термин «сверхмногоцикловая усталость» (СВМУ) [5]. Особенностью исследования материалов в области СВМУ является использование неклассических частот нагружения образцов – порядка 20 кГц [4]. Также возможны исследования при частотах, превышающих указанное значение – 23 кГц [6] или 30 кГц [7]. Более высокие частоты, например 30 кГц, оправданны в тех случаях, когда база испытаний образцов превышает 10^{10} циклов. Несмотря на различия в частоте нагружения, все методы высокочастотных испытаний имеют одинаковый принцип – использование для циклического нагружения упругих стоячих волн, формируемых в металлических образцах при надлежащем выборе геометрии. Подробнее о расчете резонансных длин образцов при высокочастотном нагружении можно прочесть в работе [3].

С начала 2000-х годов значительный интерес исследователей стал вызывать рост трещин и экспериментальные методы оценки трещиностойкости материалов при высокочастотном режиме нагружения [8–15]. Для проведения подобных исследований роста трещин используют либо плоские образцы постоянного поперечного сечения, либо образцы с переменным сечением,

в которых формируется упругая стоячая волна. Геометрия образца подбирается таким образом, чтобы узел смещений стоячей волны находился в центре рабочей части образца. В данном сечении образца наносится краевой надрез конечной длины. При высокочастотном нагружении данный надрез, как и в случае стандартных испытаний на рост усталостных трещин, является концентратором напряжений. Однако стоит отметить, что характер полей напряжений в случае стандартных испытаний и испытаний при высоких частотах различается. Дело в том, что при классических испытаниях поля напряжений у вершины надреза можно определить по приложенным на удалении нагрузкам или по раскрытию берегов трещин [16]. В случае высокочастотного нагружения поля напряжений непостоянны вдоль оси образца и имеют нулевые значения на свободных концах образцов [3]. При частотах нагружения порядка 20 кГц и выше оценить величину раскрытия берегов трещины становится невозможно. Возникает необходимость использования нового метода оценки величины коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) у вершины надреза при высокочастотном нагружении. В настоящее время общепринятым для СВМУ-испытаний является метод численного моделирования и оценки КИН в предположении, что при сжимающей фазе цикла нагружения трещина закрыта и размах КИН определяется максимальным значением его величины в полцикле растяжения [9, 10, 17].

Исследование роста трещин при высокочастотном нагружении проводится с использованием пьезоэлектрических нагружающих установок [3, 18] с коэффициентами асимметрии цикла $R > 0$ или $R = -1$. Проведение высокочастотных испытаний с иным отрицательным коэффициентом асимметрии цикла на данный момент не реализовано ввиду технических особенностей нагружающих устройств. Кроме того, практический интерес вызывает высокочастотное нагружение при положительных коэффициентах асимметрии цикла. Например, в работах [2, 19] показано, что непрогнозируемое разрушение в эксплуатации элементов газотурбинных двигателей (ГТД), таких как лопатки или ободные части дисков, происходит в результате высокочастотных нагрузок. При этом на указанные элементы одновременно действуют значительные растягивающие напряжения, связанные с центробежными силами. Кроме того, лопатки могут испытывать крутильные колебания высокой частоты вследствие газодинамических нагрузок. Данный режим нагружения обладает симметрией ($R = -1$) и также может приводить к разрушению материалов в области СВМУ [20, 21]. Поэтому исследования процессов зарождения и раннего роста усталостных трещин при СВМУ-нагружении с нулевыми и положительными коэффициентами асимметрии цикла, а также при $R = -1$ являются наиболее востребованными и практически важными.

В силу своей новизны и особенностей режимов нагружения математическое описание области СВМУ

и критериев, позволяющих оценивать процессы накопления повреждаемости и разрушения материалов, в настоящее время является фрагментарным. В частности, математических моделей, позволяющих описать принципиальную смену механизма зарождения усталостной трещины [22–24] при переходе из области многоциклового усталости (МНЦУ), 10^5 – 10^7 циклов, в область СВМУ, на данный момент не существует. Режим СВМУ отличается от хорошо изученных областей малоциклового и многоциклового усталости (МЦУ) и МНЦУ характерной сменой механизма зарождения усталостной трещины. Для большинства известных конструкционных материалов зарождение трещины в области СВМУ-нагружения происходит под поверхность, в объеме материала. Для областей МЦУ и МНЦУ характерно поверхностное зарождение. Математических моделей, объясняющих смену механизма зарождения в области СВМУ, на данный момент нет. Также малоизученной является стадия раннего роста трещин при СВМУ-нагружении. Из многоосных критериев, применимых для случая СВМУ, на сегодняшний день можно отметить лишь метод, использованный в работе [25] для оценки долговечности дисков и лопаток ГТД. Моделей или подходов, позволяющих прогнозировать эволюцию роста усталостной трещины при высокочастотном нагружении, на данный момент нет. Ранние выходы из строя элементов ГТД [2, 19] могут быть объяснены отсутствием систематических исследований авиационных материалов в области больших долговечностей, а следовательно, и представлений о механизмах зарождения и раннего роста усталостных трещин при высокочастотном нагружении.

В настоящей работе рассматривается методика проведения исследований роста трещин при высокочастотном нагружении для металлических материалов, проводится анализ поверхностей излома с выявлением линий остановок фронта, а также представлен полуэмпирический метод моделирования роста краевой усталостной трещины, описывающий эволюцию ее фронта при высокочастотном нагружении.

1. Методика проведения эксперимента

Анализ существующих методик проведения усталостных исследований показывает неэффективность сервогидравлических и электромеханических машин при исследовании СВМУ-области. Частота нагружения «традиционных» испытательных машин, как правило, ограничена значением порядка 100 Гц. Для сервогидравлических установок это значение еще ниже. Таким образом, для проведения одного эксперимента на одном образце при доведении базы испытаний до 10^9 циклов на «классических» установках потребуется от 115 дней (100 Гц) до почти года (35 Гц) непрерывных испытаний. При этом в случае увеличения базы до 10^{10} циклов (один эксперимент будет длиться от 3 до 10 лет) такое

исследование становится неоправданным. Поэтому для исследования СВМУ-области в настоящее время используют специальные пьезоэлектрические испытательные комплексы, позволяющие проводить испытания при значительно более высоких частотах.

Существует несколько основных прототипов испытательных установок для проведения исследования металлических материалов в области сверхмногоцикловой усталости. Часть из этих установок не позволяют проводить непрерывное тестирование [7, 18], другие работают в непрерывном режиме [13]. Несмотря на принципиальные отличия в режиме функционирования, все эти установки основаны на общем концепте ультразвукового исследования, примененного впервые в середине XX в. американским исследователем Мэйсоном [27]. Экспериментальная установка Мэйсона не получила широкого распространения в связи со сложностью контроля параметров высокочастотного нагружения в то время. С развитием компьютерной техники стало возможным реализовать высокочастотный контроль параметров нагружения с эффективной обратной связью. Развитие компьютерной техники дало толчок для развития новых экспериментальных принципов. В основу ультразвукового метода исследования положен феномен формирования упругих стоячих волн в металлических материалах.

Усталостная установка для проведения опытов на растяжение-сжатие цилиндрических образцов обладает основными элементами, характерными для машин этого класса. Принципиальная схема установки приведена на рис. 1.

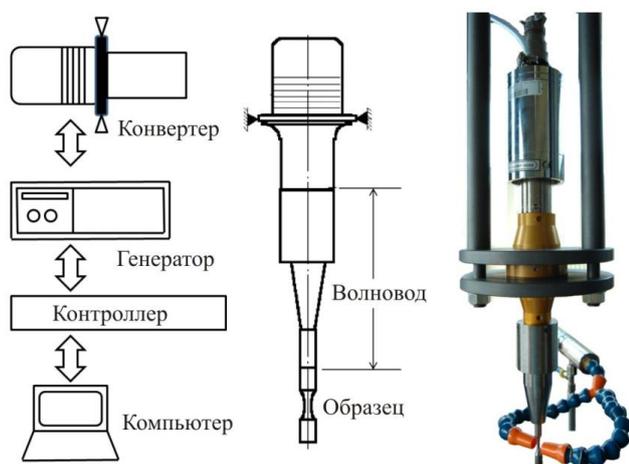


Рис. 1. Схема и вид установки для СВМУ усталостного тестирования

Fig. 1. Scheme and type of VHF fatigue testing facilities

Установка состоит из силовой части и блока управления. К силовой части относится генератор высокой частоты (~20 кГц), конвертер, который осуществляет преобразование электрического сигнала в механические вибрации той же частоты, волновод, предназначенный для увеличения амплитуды вибраций. Непосредственно к волноводу прикрепляется образец. Блок управления

состоит из электронно-вычислительной машины и контроллера. На ЭВМ устанавливается специально разработанное программное обеспечение, позволяющее непрерывно контролировать и управлять всеми параметрами нагружения.

Перед началом испытаний на рост трещин выбирается тип волновода, позволяющего провести исследование с заданными амплитудами. После выбора требуемого типа волновода выставляются максимальное и минимальное значения амплитуды вибраций, которые способен реализовать данный волновод. Для некоторых специфических режимов нагружения может возникать необходимость проектирования новых типов волноводов. При разработке нового волновода его также возможно внести в список текстового файла, используемого программным обеспечением для создания библиотеки волноводов. После выбора материала программа автоматически заполняет поля «модуль Юнга» и «плотность». Далее определяется тип образца, используемого для проведения опытов. Как правило, этот параметр описывается в текстовом файле, содержащем информацию об исследуемом материале. Основываясь на этих данных, программа автоматически производит расчет действующего в центральном сечении напряжения в зависимости от величины задаваемых смещений. После заполнения всех необходимых полей формируется управляющий сигнал и таким образом начинается эксперимент.

Задаваемые параметры после обработки программой преобразуются из аналогового сигнала в цифровой, после прохождения фильтра сигнал поступает в логический блок сравнения сигнала и отклика системы. В случае если параметры отклика системы значительно отличаются от задаваемых параметров, происходит автоматическая корректировка (снижение или увеличение) напряжения управляющего сигнала. После блока сравнения сигнал поступает в следующий логический блок, в котором установлены условия прекращения цикла. Если выполняется одно из условий выхода, таких как резкое падение резонансной частоты или резкое повышение потребляемой мощности, то программа автоматически останавливает эксперимент. В случае если условия выхода из цикла не выполнены, то программа повторяет его до тех пор, пока оно не будет выполнено. Также программой предусмотрена принудительная остановка эксперимента. Таким образом, алгоритм программы позволяет либо проводить опыты до разрушения образца (автоматическое прерывание цикла), либо до заданного количества циклов (остановка пользователем). Посредством контроллера сформированный управляющий сигнал частотой 50–60 Гц поступает на вход генератора, где происходит его усиление и преобразование в сигнал с частотой 20 кГц. Синусоидальный электрический сигнал с выходов генератора подается на вход пьезоэлектрического конвертера. Конвертер преобразует электрический сигнал в механические вибрации той же частоты, которые передаются рабочей части образца.

Амплитуда вибраций на выходе из конвертера невелика. В зависимости от величины подаваемого на вход напряжения она варьируется от 0,5 до 10 микрон. С целью увеличения амплитуды вибраций применяются специально разработанные волноводы. Волноводы изготавливаются, как правило, из титановых сплавов, так как они обладают более высокой усталостной прочностью в сравнении с большинством исследуемых материалов и малым коэффициентом теплового расширения, что позволяет гарантировать постоянство частоты нагружения даже для опытов с повышенной температурой. В зависимости от формы волновода результирующие смещения могут достигать значений вплоть до 200 микрон. Для различных видов испытаний (кручение, изгиб, растяжение-сжатие) применяются волноводы различных форм.

В зависимости от задач и типов проводимых исследований волноводы могут иметь различную геометрию, но общим требованием при проектировании каждого из них является сохранение резонансной частоты, приблизительно равной 20 кГц. Связано это с тем, что основным принципом ультразвукового тестирования является использование резонансной частоты исследуемого образца в качестве частоты циклов нагружения. Увеличение частоты тестирования приводит к необходимости уменьшения линейных размеров образцов. Оценки показывают, что в случае прямого цилиндрического образца (без корсетного сужения рабочей части) при использовании частоты 92 кГц необходимо использовать образцы длиной порядка 3 см, в то время как для проведения опытов с частотой 20 кГц линейные размеры могут достигать почти 13 см. При использовании корсетных образцов резонансная длина становится еще меньше из-за увеличения жесткости элемента, что делает труднореализуемым использование высоких частот нагружения. Понижение частоты нагружения приводит к увеличению времени проведения исследования. Оптимальным решением является использование частоты 20 кГц, которая дает возможность существенно сократить время проведения эксперимента и в то же время использовать образцы приемлемого размера. Таким образом, все силовые элементы – конвертер, волновод и образец должны обладать единой резонансной частотой.

Высокочастотное исследование роста усталостных трещин было проведено на пьезоэлектрической испытательной установке с использованием плоских образцов с краевым надрезом. Характерная корсетная форма плоских образцов с обозначением геометрических параметров представлена на рис. 2. Корсетная форма образца позволяет достигнуть большей локализации зоны максимальных значений деформации, а также значительно увеличить ее амплитуду.

Испытания проводились на воздухе при комнатной температуре по адаптированной на случай высокочастотного нагружения методике, близкой к стандарту ASTM. Специальная оптическая система была исполь-

зована для слежения за положением фронта трещины на боковой поверхности образца в процессе циклического нагружения.

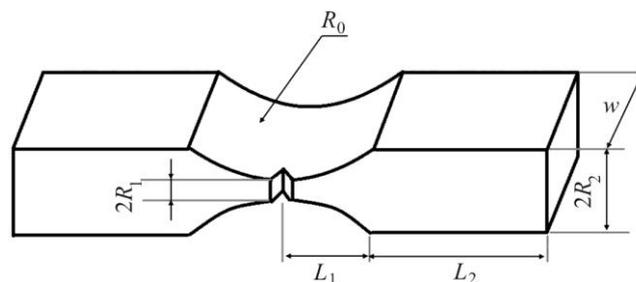


Рис. 2. Характерный внешний вид корсетного образца для исследования роста усталостной трещины

Fig. 2. The characteristic view of the corset specimen for the study of fatigue crack growth

Для исследования закономерностей раннего роста усталостных трещин в авиационных материалах при высокочастотном нагружении был выбран двухфазный титановый сплав ВТ3-1. Нагружение образцов осуществлялось смещениями малой амплитуды (5–7 мкм) при частоте порядка 20 кГц. Параметры образца (резонансная длина) подбирались таким образом, чтобы в образце формировалась стоячая волна с узлом смещений в центре рабочей части [3]:

$$L_1 = k^{-1} \operatorname{Arctan} \left(\left[\beta \operatorname{Coth}(\beta L_2) - \alpha \operatorname{Tanh}(\alpha L_2) \right] / k \right),$$

$$k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi \cdot f}{c}, \quad \alpha = \frac{1}{L_2} \arccos h \left(\frac{h}{H} \right), \quad \beta = \sqrt{\alpha^2 - k^2}, \quad (1)$$

где c – скорость распространения продольных упругих волн в материале; h – минимальная толщина образца в корсетном сечении; H – толщина образца в области резонансной длины, величины L_1 и L_2 показаны на рис. 2. При значении L_1 из формулы (1) в образце устанавливается упругая стоячая волна растяжения-сжатия при заданной частоте. При этом вибрации являются свободными, т.е. на концах образца отсутствуют напряжения и смещения максимальны. В центральной части образца (в узле смещений) деформация максимальна.

В качестве материала для исследований был выбран авиационный титановый сплав ВТ3-1, полученный методом штамповки. Данный титановый сплав использовался для производства элементов ГТД, таких как лопатки и диски компрессорной части двигателя. Химический состав и механические свойства сплава ВТ3-1 представлены в табл. 1 [28, 29].

Динамический модуль упругости, определенный при частоте 20 кГц, использовался для оптимизации геометрии образца согласно принципам высокочастотного исследования [3].

Для расчета резонансной длины использовались следующие параметры: $R_1 = 1,5$ мм, $R_2 = 4$ мм, $L_2 = 14,3$ мм, $E = 1,15 \cdot 10^{11}$ Па, $\rho = 4500$ кг/м³, $f = 20\,000$ Гц. При этих параметрах резонансная длина имеет значение $L_1 = 43,19$ мм.

Таблица 1

Химический состав и механические свойства титанового сплава ВТ3-1

Table 1

Chemical composition and mechanical properties of VT3-1 titanium alloy

Химический состав ВТ3-1							
Fe	Si	Cr	Mo	Al	Zr	Ti	Прочее
0,2–0,7	0,15–0,4	0,8–2	2–3	5,5–7	< 0,5	баланс	< 0,3
Механические свойства ВТ3-1							
Плотность, кг/м ³	Модуль Юнга, ГПа	Предел текучести, МПа	Предел прочности, МПа				
4500	115	980	1100				

Концентратор (искусственный надрез) наносится на одну из боковых сторон образца в сечении узла смещений. Особенности нагружения приводят к необходимости оценки напряженно-деформированного состояния у вершины данной насечки и построения геометрической функции для определения коэффициентов интенсивности напряжений. Традиционно значения КИН определяются по значениям напряжений, действующих на удалении от насечки, или раскрытию берегов трещины, ее размеру и геометрии образца [16]. Однако в случае СВМУ-нагружения значения напряжений на свободных концах образца равны нулю, а следить за раскрытием берегов трещины при частоте нагружения 20 кГц не представляется возможным. Таким образом, возникает необходимость численного моделирования КИН в окрестности вершины трещины и определения поправочных функций.

2. Численное моделирование. Расчет КИН и продвижения фронта трещины

В работе [10] предлагается следующая форма функции для определения КИН в случае нагружения высокочастотными смещениями:

$$K_I = \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{U}{\sqrt{a}} Y(\lambda), \quad \lambda = a/w,$$

где U – амплитуда смещений; $Y(\lambda)$ – поправочная геометрическая функция; a – длина трещины; w – ширина образца. Геометрическая функция строится на основе численного моделирования КИН. Предполагается, что доминирующей модой раскрытия трещины при осевом нагружении является трещина нормального отрыва (мода I). Величины K_{II} и K_{III} считаются равными нулю. Расчет ведется для половины образца с наложенными условиями симметрии по центральному сечению, где сплошность материала не нарушена. Трещина моделируется заданием свободной поверхности в соответствующей части центрального сечения образца. Расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) образца проводится с помощью МКЭ, пример конечно-элементной сетки показан на рис. 3.

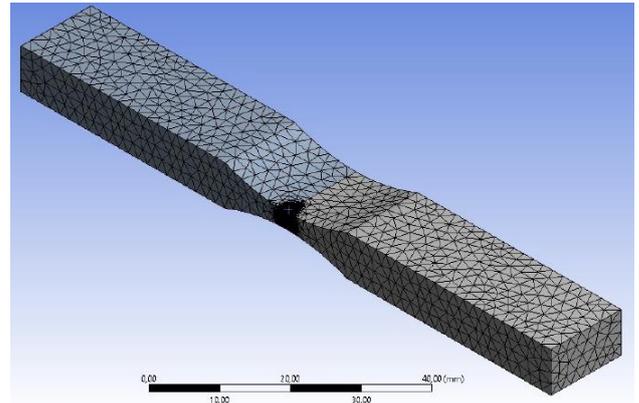


Рис. 3. Образец роста усталостных трещин с конечно-элементной сеткой

Fig. 3. A specimen used to study fatigue cracks growth with a finite element mesh

Расчет НДС производится для верхней половины образца с заданием граничных условий симметрии по центральному сечению, а в качестве внешней нагрузки задается величина смещений на торцевой части образца. Частота приложения внешних смещений соответствует собственной частоте нагружения. Пример расчета для трещины длиной 1 мм, нагруженной смещениями 1 мкм, представлен на рис. 4

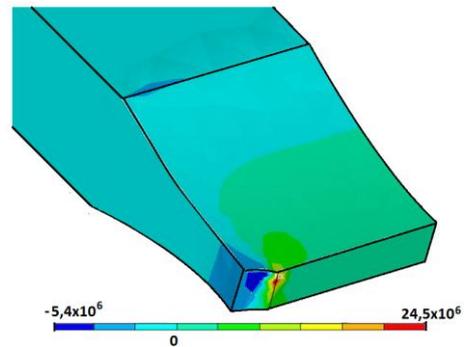


Рис. 4. Пример расчета НДС у вершины трещины методом конечных элементов

Fig. 4. Example of the stress state calculation at the crack tip realized by the finite element method

Для определения значений коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) у вершины трещины, нагруженной высокочастотными смещениями, использовалась численная процедура нахождения J -интеграла с применением интегрирования по замкнутому контуру. Задача решается в предположении маломасштабной текучести. Решение задачи линейной упругости в предположении, что надрез представляет собой острую трещину в полярных координатах, можно представить в следующем виде:

$$\sigma_{ij} : \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} f_{ij}(\theta),$$

где $f_{ij}(\theta)$ – функция, зависящая только от параметра θ . Сравнивая с точным решением, можно установить, что решение в данном виде оказывается приемлемым до нагрузок, составляющих значительную часть (приблизительно половину) нагрузки, при которой возникает полная текучесть [29]. Таким образом, для случая СВМУ-нагружения данная формула математически остается справедливой во всем диапазоне рассматриваемых уровней напряжений. Рассмотрим контур в виде окружности, содержащий вершину трещины. Тогда для J -интеграла можно записать следующее соотношение:

$$J = r \int_{-\pi}^{\pi} \left[W(r, \theta) \cos \theta - T(r, \theta) \frac{\partial u}{\partial x}(r, \theta) \right] d\theta,$$

где $W(r, \theta)$ – энергия деформации; $T(r, \theta)$ – поверхностный вектор силы. При маломасштабной текучести величина J -интеграла связана с коэффициентами интенсивности напряжений следующим соотношением:

$$J = \frac{1-\nu^2}{E} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1+\nu}{E} K_{III}^2.$$

Таким образом, полученные соотношения могут быть использованы для численного определения КИН при СВМУ-нагружении через вычисление J -интеграла. Для нахождения интеграла по контуру у вершины трещины было произведено разбиение на специальные концентрические элементы. Геометрически элементы представляют собой параллелепипеды с треугольным основанием, вершины треугольников совпадают с вершиной трещины.

Перед началом расчета напряженно-деформированного состояния (НДС) проводится модальный анализ образца с трещиной с целью определения его собственной частоты. При продвижении фронта трещины жесткость образца падает, что приводит к изменению (уменьшению) его собственной частоты. Расчеты НДС без учета поправки, связанной с изменением резонансной частоты, могут приводить к значительным ошибкам. Экспериментальный метод испытаний на СВМУ устроен таким образом, что система автоматически подстраивает нагружающее устройство под собственную частоту образца.

Вначале определение КИН численным методом производится для различных длин прямолинейной краевой трещины с заданным шагом приращения ее длины, после чего по найденным значениям K_I строится функция от безразмерного параметра a/w . Полученные результаты аппроксимируются полиномом 4-й степени от безразмерного параметра [16], и находятся коэффициенты этого полинома.

Для образца из сплава ВТЗ-1 с краевой трещиной различной длины в диапазоне от 0,5 до 4 мм при максимальном внешнем резонансном смещении, используе-

мом в эксперименте и равном $U_0 = 0,0232$ мм, значения КИН приведены в табл. 2.

Таблица 2

Значения КИН при различных длинах трещины

Table 2

SIF values corresponding to different crack lengths

Длина трещины, мм	КИН, МПа·мм ^{1/2}
0,5	134,982
1,0	189,608
1,5	228,617
2,0	257,944
2,5	280,057
3,0	296,499
3,5	308,503
4,0	317,219

Эти значения хорошо аппроксимируются формулой, пригодной для вычисления КИН во всем исследуемом диапазоне:

$$\Delta K_I = \frac{E}{(1-\nu^2)} \frac{U_0}{\sqrt{a}} (0,7\lambda + 0,2\lambda^2 - 3,3\lambda^3 + 4,4\lambda^4).$$

В дальнейшем для моделирования эволюции фронта криволинейной трещины был использован следующий алгоритм: начальный фронт трещины «дробился» на малые участки (порядка 0,06 мм), в пределах которых предполагалась однородность значения КИН; в результате численного моделирования определялись значения K_I вдоль фронта трещины; каждому значению K_I ставилось в соответствие определенное значение скорости роста трещины из уравнения Париса [9, 16, 30]:

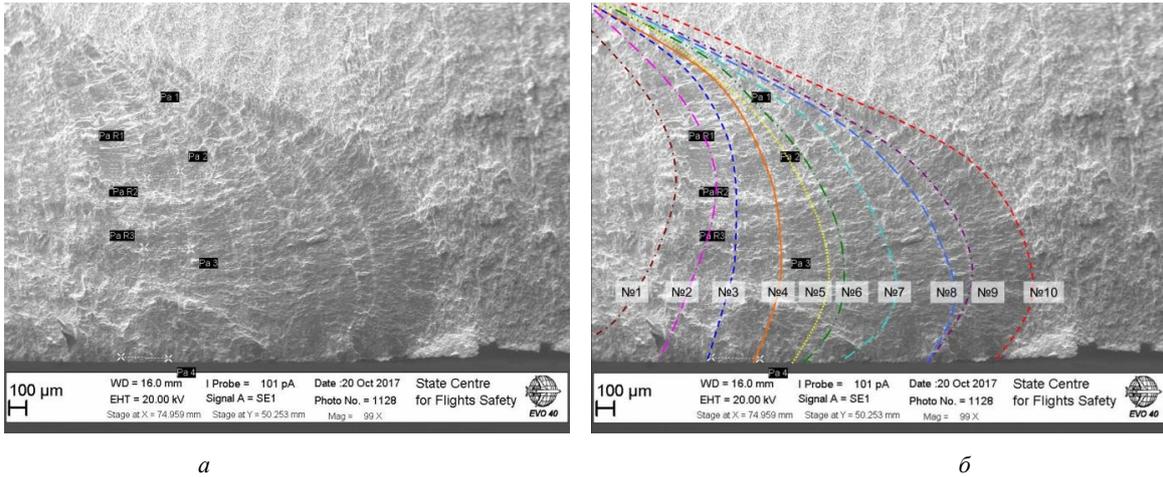
$$da / dN = C(\Delta K)^n, \quad C = 6 \cdot 10^{-10}, \quad n = 2.$$

В результате каждый из малых участков фронта получал свое нормальное смещение на заданном количестве циклов $N = 10^7$. Положение криволинейного фронта трещины, полученного в результате численного моделирования, сравнивалось с положением фронта, полученного в эксперименте.

3. Результаты расчетов. Сравнение с экспериментом

В результате экспериментальных исследований роста СВМУ трещин была получена кинематическая диаграмма и различные поверхности излома, на которых видны криволинейные линии фронта (рис. 5).

На рис. 5 отчетливо видны места остановки фронта трещины (выделены цветными линиями). Данные линии соответствуют остановкам испытаний на рост трещин через заданное количество циклов ($\sim 10^6$ циклов).

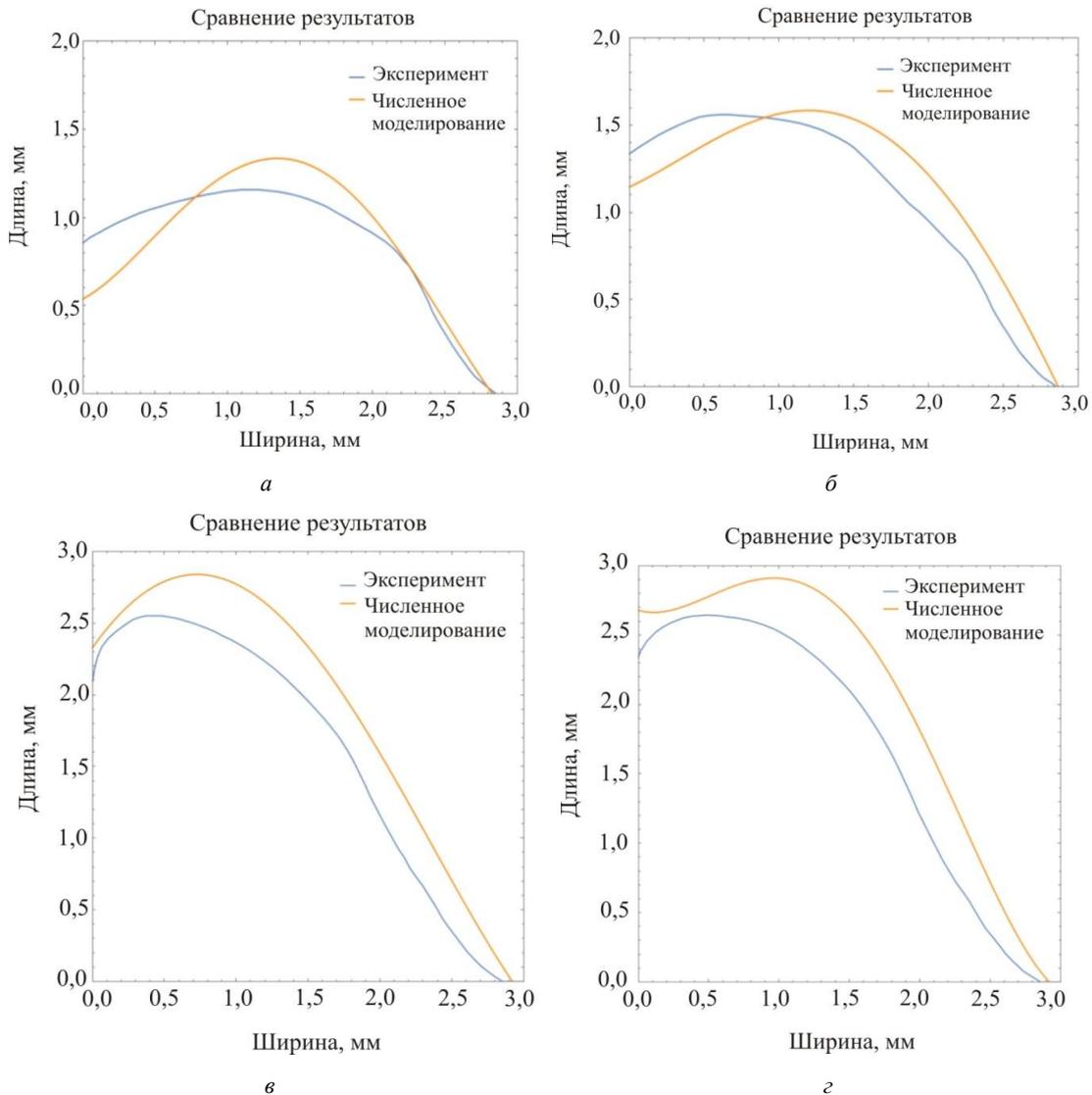


a

б

Рис. 5. Поверхность излома образца на рост трещин: *a* – изображение SEM; *б* – изображение SEM с отмеченными линиями останки фронта трещины

Fig. 5. Fracture surface of the crack growth specimen: *a* – SEM image; *b* – SEM image with outlined lines corresponding to crack front stops



в

г

Рис. 6. Положение фронта трещины на различных этапах испытания: (*a*) второй; (*б*) четвертый; (*в*) восьмой; (*г*) девятый

Fig. 6. The position of the crack front at various stages of the test: (*a*) second, (*b*) fourth, (*c*) eighth, (*d*) ninth

Паузы между испытаниями порядка 5 мин. На рисунке начальный фронт трещины (обозначим его как фронт № 1) располагается слева (см. рис. 5). На рис. 5, а показана поверхность излома образца на рост трещины, полученная методом сканирующей электронной микроскопии. Светлые линии на поверхности излома соответствуют моментам остановки испытаний. Соответствующие положения фронта трещины отмечены на рис. 5, б линиями разного цвета. Положения фронта трещины в данной работе номеруются слева направо (см. рис. 5, б), а результаты сравнения численного моделирования с положением фронта трещины для различных этапов испытания представлены на рис. 6: фронт № 2 (рис. 6, а), № 4 (рис. 6, б), № 8 (рис. 6, в) и № 9 (рис. 6, г). Линией синего цвета отмечены положения фронта трещины, определенные по поверхности излома из эксперимента, красной линией – результаты расчета.

Полученные кривые показывают хорошие качественные результаты предложенной методики моделирования роста краевых трещин при высокочастотном нагружении титановых образцов, а также неплохое количественное совпадение значений продвижения фронта криволинейной трещины, полученных экспериментально и численно.

Выводы

Рассмотрена задача о численном определении коэффициентов интенсивности напряжений (КИН) в образцах

Библиографический список

1. Бураго Н.Г., Журавлев А.Б., Никитин И.С. Сверхмногоцикловое усталостное разрушение титановых дисков компрессора // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2013. – № 1. – С. 52–67.
2. Nicholas T. Critical issues in high cycle fatigue // Int. J. Fatigue. – 1999. – Vol. 21. – P. 221–231.
3. Bathias C., Paris C.P. Gigacycle fatigue in mechanical practice. – NY.: Dekker, 2004. – 328 p.
4. Stanzl-Tschegg S., Mayer H. Lifetime measurements for random loading in the very high cycle fatigue range // Int. J. Fatigue. – 1986. – Vol. 8. – P. 195–200.
5. Шанявский А.А., Потапенко Ю.А., Артамонов М.А. Сверхмногоцикловая усталость – новое понимание предельного состояния элементов конструкций с возрастающим сроком эксплуатации // Научный вестник МГТУ ГА. – 2007. – № 123. – С. 21–26.
6. Ultrasonic fatigue tests at high temperature on an austenitic steel / D. Wagner [et al.] // Propulsion and Power Research. – 2012. – Vol. 1. – P. 29–35.
7. Stanzl-Tschegg S.E., Mayer H.R., Tschegg E.K. High frequency method for torsion fatigue testing // Ultrasonics. – 1993. – Vol. 4. – P. 275–280.
8. Ultrasonic fatigue tests on bearing steel AISI-SAE 52100 at frequency of 20 and 30 kHz / I. Marines [et al.] // Int. J. Fatigue. – 2003. – Vol. 25. – P. 1037–1046.
9. Very high cycle fatigue of a high strength steel under sea water corrosion: A strong corrosion and mechanical damage coupling / R. Perez-Mora [et al.] // International Journal of Fatigue. – 2015. – Vol. 74. – P. 156–165.

с краевой трещиной, нагруженных высокочастотными гармоническими смещениями малой амплитуды. Расчеты проведены для случая, когда частота нагружения близка к собственной частоте образца. Строится поправочная функция для КИН с учетом изменения модальных характеристик резонансной системы (образца с прямолинейной трещиной) при продвижении фронта. Полученное выражение используется для моделирования роста краевой трещины с криволинейным фронтом. Результаты математического моделирования сравниваются с экспериментальными данными, полученными в ходе высокочастотных усталостных испытаний на пьезоэлектрической установке. Как видно из результатов численных расчетов, данный подход позволяет качественно и количественно моделировать эволюцию усталостной трещины с криволинейным фронтом при СВМУ-нагружении.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда, проект РНФ № 19-19-00705. Авторы выражают благодарность В.Г. Ткаченко за помощь при проведении расчетов.

Acknowledgment

This work was supported by the Russian Science Foundation, project of the Russian Science Foundation No. 19-19-00705

10. Stanzl-Tschegg S., Schönbauer B. Near-threshold fatigue crack propagation and internal cracks in steel // Procedia Engineering. – 2010. – Vol. 2. – P. 1547–1555.
11. Mayer H. Fatigue crack growth and threshold measurements at very high frequencies // International Journal of Fatigue. – 1999. – Vol. 44(1). – P. 1–36.
12. Tanaka K., Akiniwa Y. Fatigue crack propagation behaviour derived from S-N data in very high cycle regime // Fatigue Fract Eng Mater Struct. – 2002. – Vol. 25. – P. 775–784.
13. Crack growth behaviour of aluminium wrought alloys in the Very High Cycle Fatigue regime / F. Bulbul [et al.] // MATEC Web Conf. – 2018. – Vol. 165. – P. 1–7.
14. Stanzl-Tschegg S. Fracture mechanical characterization of the initiation and growth of interior fatigue cracks // Fatigue Fract Eng Mater Struct. – 2017. – Vol. 40. – P. 1741–1751.
15. The behavior of crack initiation and early growth in high-cycle and very-high-cycle fatigue regimes for a titanium alloy / X. Pan [et al.] // International Journal of Fatigue. – 2018. – Vol. 115. – P. 67–78.
16. Tada H., Paris P.C., Irwin G.R. The stress analysis of cracks handbook. – NY: Del Research Corporation, 2000. – 698 p.
17. Computation of and testing crack growth at 20 kHz load frequency / M. Sadek [et al.] // Procedia Structural Integrity. – 2016. – Vol. 2. – P. 1164–1172.
18. Bathias C. Piezoelectric fatigue testing machines and devices // International Journal of Fatigue. – 2006. – Vol. 26. – P. 1438–1445.
19. Shanyavskiy A.A. Very-High-Cycle-Fatigue of in-service air-engine blades, compressor and turbine // Science China Physics, Mechanics and Astronomy. – 2014. – Vol. 57. – P. 19–29.

20. Nikitin A., Bathias C., Palin-Luc T. A new piezoelectric fatigue testing machine in pure torsion for ultrasonic gigacycle fatigue tests: application to forged and extruded titanium alloys // *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct.* – 2015. – Vol. 38. – P. 1294–1304.

21. Fatigue properties of carburised alloy steel in very high cycle regime under torsion loading / H. Ishii, K. Tohgo, T. Fujii, T. Yagasaki, M. Harada, Y. Shimamura, K. Narita // *International Journal of Fatigue.* – 2014. – Vol. 60. – P. 57–62.

22. Sakai T. Review and prospects for current studies on very high cycle fatigue of metallic materials for machine structural use // *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering.* – 2009. – Vol. 3. – P. 425–439.

23. Jeddi D., Palin-Luc T. A review about the effects of structural and operational factors on the gigacycle fatigue of steels // *Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structures.* – 2018. – Vol. 41 (5). – P. 969–990.

24. Murakami Y. *The Mechanisms of Fatigue Failure in the Ultra long Life Regime.* Metal Fatigue. – Oxford: Elsevier, 2002. UK.

References

1. Burago N.G., Zhuravlev A.B., Nikitin I.S. Very high cycle fatigue fracture of titanium compressor disks. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2013, no. 1, pp. 52-67.

2. Nicholas T. Critical issues in high cycle fatigue. *Int. J. Fatigue*, 1999, vol. 21, pp. 221-231.

3. Bathias C., Paris C. P. Gigacycle fatigue in mechanical practice. *New York, Dekker*, 2004, 328 p.

4. Stanzl-Tschegg S. Mayer H. Lifetime measurements for random loading in the very high cycle fatigue range. *Int. J. Fatigue*, 1986, vol. 8, pp. 195-200.

5. Shanyavskiy A.A., Potapenko U.A., Artamonov M.A. Sverkhmnogotsiklovaia ustalost' – novoe ponimanie predel'nogo sostoi-niia elementov konstruktssii s vozrastaiushchim srokom ekspluatatsii [Very high cycle fatigue – a new understanding of a critical state for structures with increasing in service life]. *Scientific bulletin of MGTU GA*, 2007, no. 123, pp. 21-26.

6. Wagner D. [et al.] Ultrasonic fatigue tests at high temperature on an austenitic steel. *Propulsion and Power Research*, 2012, vol. 1, pp. 29-35.

7. Stanzl-Tschegg S.E., Mayer H.R., Tschegg E.K. High frequency method for torsion fatigue testing. *Ultrasonics*, 1993, vol. 4, pp. 275-280.

8. Marines I. [et al.] Ultrasonic fatigue tests on bearing steel AISI-SAE 52100 at frequency of 20 and 30 kHz. *Int. J. Fatigue*, 2003, vol. 25, pp. 1037-1046.

9. Perez-Mora R. [et al.] Very high cycle fatigue of a high strength steel under sea water corrosion: A strong corrosion and mechanical damage coupling. *International Journal of Fatigue*, 2015, vol. 74, pp. 156-165.

10. Stanzl-Tschegg S., Schönbauer B. Near-threshold fatigue crack propagation and internal cracks in steel. *Procedia Engineering*, 2010, vol. 2, pp. 1547-1555.

11. H. Mayer. Fatigue crack growth and threshold measurements at very high frequencies.// *International Journal of Fatigue*, 1999, vol. 44(1), pp. 1-36.

12. K Tanaka, Y. Akiniwa. Fatigue crack propagation behaviour derived from S-N data in very high cycle regime. *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 2002, vol. 25, pp. 775-784.

13. Bulbul F. [et al.] Crack growth behaviour of aluminium wrought alloys in the Very High Cycle Fatigue regime. *MATEC Web Conf*, 2018, 165, pp. 1-7.

14. S. Stanzl-Tschegg. Fracture mechanical characterization of the initiation and growth of interior fatigue cracks.// *Fatigue Fract Eng Mater Struct*, 2017, vol. 40, pp. 1741-1751.

15. Pan X. [et al.] The behavior of crack initiation and early growth in high-cycle and very-high-cycle fatigue regimes for a titanium alloy. *International Journal of Fatigue*, 2018, vol. 115, pp. 67-78.

25. Бураго Н.Г., Никитин И.С., Юшковский П.А. Долговечность дисков переменной толщины с учетом анизотропии усталостных свойств // *Механика твердого тела.* – 2015. – Т. 5. – P. 78–93.

26. Mason W.P. *Piezoelectric Crystals and their Application in Ultrasonics.* – NY: Van Nostrand, 1950.

27. Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A. Crack initiation in VHCF regime on forged titanium alloy under tensile and torsion loading modes // *Int. J. of Fatigue.* – 2016. – Vol. 93. – P. 318–325.

28. Comparison of crack paths in a forged and extruded aeronautical titanium alloy loaded in torsion in the gigacycle fatigue regime / A. Nikitin, C. Bathias, T. Palin-Luc, A. Shanyavskiy // *Engineering Fracture Mechanics.* – 2016. – Vol. 167. – P. 259–272.

29. Сиратори М., Миеси Т., Матсусита Х. Вычислительная механика разрушения. – М.: Мир, 1986. – 334 с.

30. Prediction of short crack growth of Ti-6Al-4V / K. Wang, F. Wang, W. Cui, T. Yayat, B. Ahmad // *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures.* – 2014. – Vol. 37. – P. 1075–1086.

16. Tada H., Paris P.C., Irwin G.R.: *The stress analysis of cracks handbook.* New York, Del Research Corporation, 2000, 698 p.

17. Sadek M. [et al.] Computation of and testing crack growth at 20 kHz load frequency. *Procedia structural Integrity*, 2016, vol. 2, pp. 1164-1172.

18. Bathias C. Piezoelectric fatigue testing machines and devises. *International Journal of Fatigue*, 2006, vol. 26, pp. 1438-1445.

19. Shanyavskiy A.A. Very-High-Cycle-Fatigue of in-service air-engine blades, compressor and turbine. *Science China Physics, Mechanics and Astronomy*, 2014, vol. 57, pp. 19-29.

20. Nikitin A., Bathias C., Palin-Luc T. A new piezoelectric fatigue testing machine in pure torsion for ultrasonic gigacycle fatigue tests: application to forged and extruded titanium alloys. *Fatigue Fract. Eng. Mater. Struct*, 2015, vol. 38, pp. 1294-1304.

21. H. Ishii, K. Tohgo, T. Fujii, T. Yagasaki, M. Harada, Y. Shimamura, K. Narita. Fatigue properties of carburised alloy steel in very high cycle regime under torsion loading. *International Journal of Fatigue*, 2014, vol. 60, pp. 57-62.

22. Sakai T. Review and Prospects for Current Studies on Very High Cycle Fatigue of Metallic Materials for Machine Structural Use. *Journal of Solid Mechanics and Materials Engineering*, 2009, vol. 3, pp. 425-439.

23. Jeddi D., Palin-Luc T. A review about the effects of structural and operational factors on the gigacycle fatigue of steels. *Fatigue and Fracture of Engineering Material and Structures*, 2018, vol.41 (5), P. 969–990.

24. Murakami Y. *The Mechanisms of Fatigue Failure in the Ultra long Life Regime.* Metal Fatigue. Elsevier. Oxford, 2002. UK.

25. Burago N.G., Nikitin I.S., Yushkovskiy P.A. Dolgovechnost' diskov peremennoi tolshchiny s uchetom anizotropii ustalostnykh svoystv [Durability of the disk of variable thickness with account of the fatigue anisotropy]. *Mechanics of Solids*, 2015, vol. 50(5), pp. 548-558.

26. W.P. Mason. *Piezoelectric Crystals and their Application in Ultrasonics.* New York, Van Nostrand, 1950.

27. Nikitin A., Palin-Luc T., Shanyavskiy A. Crack initiation in VHCF regime on forged titanium alloy under tensile and torsion loading modes. *Int. J. of Fatigue*, 2016, vol. 93, pp. 318-325.

28. Nikitin A., Bathias C., Palin-Luc T., Shanyavskiy A. Comparison of crack paths in a forged and extruded aeronautical titanium alloy loaded in torsion in the gigacycle fatigue regime. *Engineering Fracture Mechanics*, 2016, vol. 167, pp. 259-272.

29. Сиратори М., Миеси Т., Матсусита Х. Вычислительная механика разрушения [Computational fracture mechanics]. Moscow, Mir, 1986. 334 p.

30. Wang K., Wang F., Cui W., Yayat T., Ahmad B. Prediction of short crack growth of Ti-6Al-4V. *Fatigue and fracture of engineering materials and structures*, 2014, vol. 37, pp. 1075-1086.