



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.3.13

УДК 531.58

ОБЗОР НЕКОТОРЫХ НЕТРАДИЦИОННЫХ ПРИЛОЖЕНИЙ ИНЖЕНЕРНОЙ ТЕОРИИ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ПРОНИКАНИЯ

А.В. Дубинский

Университет имени Д. Бен-Гуриона, Беэр-Шева, Израиль

О СТАТЬЕ

Получена: 24 мая 2019 г.
Принята: 28 августа 2019 г.
Опубликована: 17 октября 2019 г.

Ключевые слова:

проникание, пробивание, преграда, барьер, высокоскоростное, свая, многослойная, снаряд, ударник, пуля, глубина проникания, баллистический предел, оптимизация, сегментированный, реактивный ускоритель.

АННОТАЦИЯ

В настоящем обзоре под традиционными задачами высокоскоростного проникания понимаются задачи, направленные на описание движения проникающих тел в монолитных средах и определение интегральных характеристик, таких как глубина проникания в полубесконечную преграду либо баллистический предел при проникании в преграду конечной толщины. Таким задачам посвящено большинство работ, в которых используются экспериментальные и численные методы, многие работы, основанные на использовании аналитических методов. Задачи, не подпадающие под эту категорию, будем относить к нетрадиционным; им и посвящен настоящий обзор, причем основной упор делается на задачи, для исследования которых характерно имевшее место привлечение аналитических методов или потенциальная возможность и целесообразность использования таковых.

Это задачи проникания в немонокристаллические преграды (многослойные с примыкающими друг к другу слоями или с воздушными зазорами между ними), задачи оптимизации формы ударников, задачи моделирования и оптимизации «активного» проникания, когда осуществляется управление движением проникающего тела (использование реактивных ускорителей и замедлителей для увеличения глубины проникания с сохранением целостности проникающего тела при взятии проб грунта с поверхности планет либо при доставке взрывчатого вещества к объекту воздействия; применение артиллерийских орудий для забивки свай); анализ эффективности сегментированных ударников (ударников с разнесенными элементами) и др. Важной особенностью обзора является стремление осветить характерные методологические особенности реализованных подходов, которые часто скрываются за перечислением результатов исследований.

Представленный в обзоре материал охватывает перспективные направления исследований и призван помочь быстро сориентироваться в соответствующей тематике; в частности, выбрать актуальную тему диссертационной работы, представляющую как теоретический, так и практический интерес.

© ПНИПУ

© Дубинский Анатолий Валентинович – к.ф.-м.н., н.с., e-mail: dubin@bgu.ac.il, iD: [0000-0001-5156-8366](https://orcid.org/0000-0001-5156-8366)

Anatoly V. Dubinsky – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Researcher,
e-mail: dubin@bgu.ac.il, iD: [0000-0001-5156-8366](https://orcid.org/0000-0001-5156-8366)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

A REVIEW OF SOME NON-TRADITIONAL APPLICATIONS OF THE ENGINEERING THEORY OF HIGH-SPEED PENETRATION

A.V. Dubinsky

Ben-Gurion University of the Negev, Beer-Sheva, Israel

ARTICLE INFO

Received: 24 May 2019
Accepted: 28 August 2019
Published: 17 October 2019

Keywords:

penetration, perforation, shield, barrier, high-speed, pile, multilayer, projectile, penetrator, bullet, depth of penetration, ballistic limit, optimization, segmented, jet thruster.

ABSTRACT

In this review, the traditional tasks of high-speed penetration are defined as tasks aimed at describing the movement of penetrators in monolithic barriers and determining integral characteristics of penetration, such as the depth of penetration into a semi-infinite shield or the ballistic limit when penetrating the barrier of finite thickness. Most of the papers on penetration mechanics dedicated to such problems are based on experimental and numerical methods; many of them are based on the use of analytical methods. Tasks that do not fall into this category will be referred to as non-traditional; this review is dedicated to them, with the main emphasis on tasks for the study of which the use of analytical methods or the potential and feasibility of using them has been characteristic.

These are the tasks of penetration into non-monotonic barriers (multilayer layers with adjacent layers or with air gaps between them); the task of optimizing the shape of the strikers; the task of modeling and optimizing the "active" penetration when controlling the movement of the penetrator (the use of impactor with jet thruster to increase the penetration depth with retaining the integrity of the penetrator when getting soil samples from the surface of the planets or when delivering explosives to the object of destruction; the use of artillery for driving piles); the effectiveness analysis of segmented impactors (impactors with spaced elements); and others. An important feature of the review is the desire to highlight the characteristic methodological features of the implemented approaches, which are often hidden behind the list of research results.

The material presented in the review covers promising areas of research and designed to facilitate orientation in the relevant topics, in particular, to select a relevant topic of the thesis, which is of both theoretical and practical interest.

© PNRPU

Введение

Под традиционными задачами высокоскоростного проникания понимаются задачи, направленные на описание движения проникателей в монолитных средах и определение интегральных характеристик, таких как глубина проникания в полубесконечную преграду либо баллистический предел при проникании в преграду конечной толщины. Остальные задачи будем относить к категории нетрадиционных. Они охватывают, в частности, задачи проникания в немонотонные преграды (многослойные с примыкающими друг к другу слоями или с воздушными зазорами между ними), задачи оптимизации формы ударников, задачи моделирования и оптимизации «активного» проникания, когда осуществляется управление движением проникателя (использование реактивных ускорителей и замедлителей для увеличения глубины проникания с сохранением целостности проникателя при взятии проб грунта с поверхности планет либо при доставке взрывчатого вещества к углубленному в грунт объекту воздействия; применение артиллерийских орудий для забивки свай).

Отметим вкратце характерные особенности настоящего обзора.

Рассматриваются задачи, для которых характерно имевшее место привлечение аналитических методов или потенциальная возможность и целесообразность их использования.

Обзор охватывает большое число направлений исследования высокоскоростного проникания. При традиционном подходе библиография к нему должна была бы включать многие сотни наименований. Во избежание этого автор постарался максимально использовать ссылки на обзоры, которые, в свою очередь, содержат обширные библиографические списки. Кроме того (это важная особенность обзора), основная цель обзора – осветить характерные методологические особенности реализованных подходов, которые часто бывают скрыты за перечислением основных результатов исследований.

При написании обзора автор старался учитывать реальную ситуацию с доступностью литературных источников для русскоязычных исследователей, на которых в основном рассчитан обзор. В частности, тот факт, что солидные англоязычные монографии, аккумулирующие многие конкретные исследования и обзорные материалы по некоторым научным направлениям, доступны лишь в ограниченном числе библиотек России и ближнего зарубежья, в отличие от значительно более доступных англоязычных статей. Существенно сократилась практика публикации переводов англоязычных книг и статей на русский язык, что затрудняет знакомство с изложенными в них результатами, в первую очередь для студентов и аспирантов, не владеющих в должной мере английским языком.

Представленный в обзоре материал охватывает перспективные направления исследований и призван помочь быстро сориентироваться в соответствующей тематике, в частности выбрать тему диссертационной работы, представляющую как теоретический, так и практический интерес.

1. Новые подходы к забивке свай в грунт и их извлечению

Исчерпывающую информацию об истории применения артиллерийских орудий для некоторых строительных работ (в первую очередь для забивки свай) и развитии подходов к проблеме можно найти в работах [1–6]. Необходимость разработки новых подходов вызвана такими недостатками традиционных способов [7, 8], как их низкая производительность, сильный шум, сопровождающий процесс, а также опасность повреждения близлежащих объектов.

Следуя [4], можно выделить два основных этапа в эволюции рассматриваемого подхода.

Первый этап охватывает XX век до начала 1990-х гг., когда экспериментально проверялись новые возможности повышения эффективности строительных работ (особенно привлекательной представлялась перспектива применения боевой артиллерийской техники и порохов, подлежащих утилизации). Однако, несмотря на ограниченное успешное применение пушек в ряде отраслей [9], широкое внедрение тормозилось отсутствием солидной научной базы, ибо в качестве таковой не может рассматриваться набор эмпирических зависимостей, построенных на основе результатов экспериментов и данных эксплуатации в узком диапазоне варьирования условий их проведения.

Второй этап (с середины 1990-х гг.) характеризовался развитием теоретической базы, наличие которой позволяло моделировать процесс забивания свай. Таким образом, появилась возможность конструировать строительные пушки на базе любых боевых орудий. Первые результаты в этом направлении были получены группой исследователей Пермского политехнического института под руководством М.Ю. Цирульникова [10] еще при его жизни и представлены в посвященной ему монографии [1].

В первой промышленной установке ствол пушки поднимался на большую высоту, позволявшую условно разбить процесс на два этапа: на первом свая разгонялась в стволе под действием пороховых газов и не достигала грунта до полного ее выхода из ствола; на втором по инерции осуществлялось проникание сваи в грунт. Таким образом, допускалось независимое моделирование этапов, связующим звеном которых являлась скорость сваи на выходе из ствола. Задача моделирования второго этапа – традиционная задача механики проникания. Существенным недостатком такого способа является невозможность работы с длинными сваями, для преодоления которого предложен способ, назван-

ный авторами импульсным вдавливанием. При реализации этого способа свая перед выстрелом упирается в грунт и потом движется в канале ствола и в грунте одновременно. Дальнейшее развитие метода осуществлялось именно на базе более универсального импульсного вдавливания, хотя это существенно усложняет задачу моделирования, делая ее нетрадиционной. Последнее означает, что для моделирования процесса нельзя использовать известные в теории проникания процедуры и возникает необходимость строить специфическую модель, выбирать и обосновывать эффективные методы решения соответствующих систем алгебраических и дифференциальных уравнений, в том числе уравнений в частных производных.

Начиная со второй половины 1990-х гг. «пушечная» тематика переместилась в Пермский государственный университет, расширился и круг задач. Решен комплекс проблем, обеспечивающих вертикальное забивание свай в донный грунт с поверхности водоема в условиях качки. Была создана математическая модель и спроектирована установка, способная забивать строительные элементы под любым углом, что, в частности, при горизонтальном пробитии позволяло «прокалывать» насыпи и внедрять в грунт трубы-электроды для укрепления откосов. Разработана принципиальная схема и математическая модель многоствольной откатной артиллерийской системы для решения важной «технологически обратной» задачи: извлечения ставших ненужными свай из грунта за счет энергии отката орудий при их одновременном выстреле [6, 11]. Необходимо отметить, что эта и другие разработки защищены авторскими свидетельствами [4], что является дополнительным подтверждением их новизны.

В настоящее время наряду с Пермским государственным университетом, активные исследования, связанные с созданием строительных артиллерийских орудий, проводятся также в Пермском государственном аграрно-технологическом университете имени академика Д.Н. Прянишникова.

Фактическим координатором работ, внося также весомый личный вклад в создание новых образцов на основе разработанных математических моделей, является доктор технических наук, профессор О.Г. Пенский, индивидуально и в соавторстве с коллегами и аспирантами опубликовавший более 40 печатных трудов, включая 5 научных монографий, и получивший 16 патентов на разработки по рассматриваемой тематике.

Возможность применения реактивных двигателей при забивке свай рассматривается в работе [12].

2. Исследование сравнительной защитной эффективности немоналитных преград

Рассматриваемая тематика достаточно широко представлена в литературе: ей посвящены отдельные разделы в книгах [13–17] (в 2019 г. вышла из печати научная монография [18], целиком посвященная исследе-

дованиям по сравнительной эффективности металлических преград различной структуры) и специальные обзоры [19–21]; результаты экспериментальных исследований многослойных преград можно найти в справочнике [22].

Проблемы, о которых идет речь, не связаны с задачей выбора наилучшей преграды из данного набора структур, пробиваемых известным ударником, ибо она может быть решена путем проведения серии экспериментов или расчетов. Задача заключается в том, чтобы выявить общие закономерности, которые позволили бы прогнозировать изменение баллистических характеристик преграды при изменении ее структуры. К настоящему времени наметились лишь подходы к решению этой проблемы по некоторым направлениям.

Перечислим организации, в которых ведутся интенсивные теоретические исследования в этой области с указанием некоторых характерных публикаций: это Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, Россия [14, 23–25], Пермский университет [13, 18, 19, 26–30] и Университет имени Д. Бен-Гуриона, Израиль [15–18].

Поскольку в рамках данного обзора нет ни возможности, ни необходимости перечислять и анализировать отдельные результаты, сосредоточимся на постановках задач и методологических проблемах, связанных с исследованиями в рамках рассматриваемой тематики применительно к металлическим прегодам.

2.1. Варианты структуры преград

Наряду с монолитными (изотропными – ИП) рассматривается несколько вариантов преград, которые можно разделить на два класса, отнеся к первому слоистые преграды (СП) со слоями из того же материала, что и ИП, а ко второму – преграды, включающие слои из различных материалов. Применительно к прегодам первого класса исследуется влияние на защитные функции таких факторов, как количество одинаковых слоев; распределение суммарной толщины преграды по слоям и его оптимизация; влияние наличия воздушных зазоров между слоями и их размеров (то есть анализируются преграды с пластинами-слоями «в контакте» (КП) и преграды с зазорами – так называемые «разнесенные преграды» (РП)]. Поскольку для преград второго класса количество вариантов структуры существенно возрастает, «базовым» аналитическим исследованием можно считать анализ влияния на защитную эффективность (ЗЭ) порядка слоев, однако наибольший интерес представляет исследование оптимизационных задач, заключающихся в выборе оптимальной структуры слоистой преграды (СП). Если не оговорено иное, то предполагается, что слои в преграде имеют одинаковую форму в направлениях, перпендикулярных направлению проникания, и расположены эквидистантно (параллельно друг другу), а удар и движение ударника в преграде осуществляется в направлении, нормальном к ее поверхности.

2.2. Критерии и ограничения

Обычно рассматривается одна из двух постановок задач. В первом случае в качестве критерия оптимизации или сравнения рассматривается баллистический предел (БП) v_{bl} – минимальная скорость удара, которая достаточна для пробития данной преграды данным ударником (строго говоря, под БП понимают скорость подлетающего к преграде ударника, при которой преграда пробивается с вероятностью 50 % [31], однако следование этому определению БП не дает возможности использовать аналитические методы исследования, поэтому БП обычно считается скоростью удара v_{imp} , при которой скорость вылета ударника из преграды v_{res} равна нулю в используемой модели, связывающей v_{imp} и v_{res}). При сравнении ЗЭ различных преград предполагается, что их толщины или/и значения показателя удельной плотности (масса преграды, деленная на ее площадь – русскоязычный аналог английского термина areal density) одинаковы (то есть они являются ограничениями); при этом предполагается, что соответствующий показатель для СП равен сумме показателей для отдельных слоев.

Рассматривается и обратная задача, когда БП задан, а сравниваются или оптимизируются толщина или удельная масса преграды.

2.3. Форма ударника

С практической точки зрения представляют интерес шарообразные ударники и ударники с оживальной (образованной вращением дуги окружности) носовой частью, близкие по форме носовой части реальных пуль и снарядов. Однако даже в этом случае модельные ударники обычно существенно отличаются от реальных ввиду сложной, неоднородной структуры последних. В исследованиях часто используются ударники, имеющие форму конуса с цилиндрическим продолжением с тыльной стороны. Использование таких ударников в теоретическом анализе объясняется тем, что именно для ударников такой формы удается выявлять наглядные закономерности общего характера.

2.4. Проблема моделирования КП и РП с малыми воздушными зазорами

Можно выделить два подхода, один из которых принимается при аналитическом моделировании проникания в многослойные преграды. В рамках первого подхода учитывается возможность одновременного взаимодействия ударника с несколькими слоями; в рамках второго предполагается, что остаточная скорость после перфорации некоторого слоя является скоростью удара для следующего слоя. Строго говоря, последнее предположение справедливо в случае больших воздуш-

ных зазоров между слоями, в результате чего проникание в очередную пластину начинается после того, как взаимодействие с предыдущей пластиной прекращается. Очевидно, первый подход повышает адекватность модели взаимодействия ударника и преграды, но значительно усложняет исследование проблемы. Поэтому в большинстве работ второй подход принимается «по умолчанию» и, как правило, принятие соответствующего допущения не комментируется. Естественно, в рамках второго подхода сопоставление баллистических свойств ИП, КП и РП с малыми зазорами невозможно.

Модель, представляющая баллистические свойства многослойной преграды в рамках второго подхода, включает в себя два типа соотношений. Соотношения первого типа представляют собой модели отдельных пластин-слоев, в то время как соотношения второго типа описывают связи между пробиванием соседних слоев, обеспечивающие функционирование преграды как единого объекта. Для заостренных ударников это условия того, что удар по очередной пластинке осуществляется со скоростью вылета ударника из предыдущего слоя, а также два соотношения, определяющие скорость удара по первому слою и остаточную скорость при выходе из последнего слоя как соответствующие параметры для преграды в целом.

2.5. Математические модели

Все известные сравнительные аналитические исследования пробивания ИП и СП базируются на предположении, что как для отдельных слоев СП, так и для ИП используется одна и та же математическая модель. Это является весьма жестким ограничением, поскольку, например, изменение толщины пластины может повлиять не только на количественные характеристики ее реакции на пробивание, но и на сам характер такой реакции, что существенно усложняет теоретический анализ ситуации. Снятие этого ограничения – одно из перспективных направлений дальнейшего развития аналитического подхода к рассматриваемой проблеме.

Реально используются два вида моделей: модели локального взаимодействия (МЛВ) для моделирования проникания заостренных ударников и модели, основанные на законе сохранения энергии применительно как к прониканию заостренных ударников, так и стержней.

В рамках МЛВ предполагается, что интегральный эффект взаимодействия между преградой и проникающим ударником описывается в виде суперпозиции независимых локальных взаимодействий между этими объектами. Каждое локальное взаимодействие определяется местной скоростью элемента поверхности и углом между местным вектором скорости поверхности и локальным вектором нормали к поверхности ударника, а также некоторыми глобальными параметрами, которые учитывают интегральные характеристики преграды (например, твердость, плотность и т.д.). Выражение для нормального напряжения σ_n в точке боковой поверх-

ности проникающего в СП тела вращения, расположенной в поперечном сечении на расстоянии x от носка, который находится на глубине h , можно представить в виде $\sigma_n = \Omega_n(\vec{a}, u, v)$, где $u = u(x) = -\vec{v}^0 \cdot \vec{n}^0$, $\vec{a} = (a_0, a_1, \dots)$; \vec{n}^0 и \vec{v}^0 – единичные векторы местной внутренней нормали и скорости (равной скорости ударника в целом) соответственно; Ω_n – функция, определяющая модель; $a_i = a_i(h-x)$, где $a_i(\xi)$ – кусочно-постоянная функция, определяющая значения механических характеристик пластины, расположенной на расстоянии ξ от фронтальной поверхности преграды. Наибольшее распространение получила модель (далее – «двучленная модель») $\Omega_n = a_0 + a_2(uv)^2 = a_0 + a_2v_n^2$, где v_n – нормальная составляющая местной скорости, причем для модели Витмана–Степанова [32] a_0 и a_2 – динамическая твердость H и плотность ρ материала преграды соответственно. Для двучленной модели могут быть получены явные выражения для глубины проникания и БП. Более детальное описание МЛВ, включая расчетные формулы, можно найти в книгах [15–18].

Использование моделей, основанных на законе сохранения энергии [33, 34], эффективно для исследования СП со слоями из одинаковых материалов и затупленных ударников. Модель представляется в виде $w = 0,5mv_{bl}^2 = f(b)$, где w – минимальная энергия, необходимая для пробивания пластины толщиной b ; v_{bl} – БП; f – функция, задающая модель и зависящая от свойств материала. Предполагается, что минимальная энергия, необходимая для пробивания СП, складывается из соответствующих показателей для отдельных пластин.

2.6. Максимизация баллистического предела

Наглядные результаты с использованием этого критерия получены в Университете им. Бен-Гуриона [15–18]; результаты для конических ударников на основе МЛВ сводятся к следующему.

- Для произвольной МЛВ с учетом возможности одновременного проникания конического ударника в несколько слоев показано, что значения БП как МП, так и всех РП со слоями из того же материала одинаковы, т.е. БП не зависит от толщин слоев и величин ВЗ.

- Для двучленной МЛВ и двухслойной преграды со слоями из разных материалов в контакте в условиях возможности одновременного взаимодействия ударника с несколькими слоями доказано, что максимальный БП достигается, когда пластины расположены в порядке возрастания значений параметра $\chi = a_0/a_2$, а минимальный – когда пластины расположены в обратном порядке. При наличии ВЗ, ширина которых меньше длины ударника, БП возрастает с увеличением ширины ВЗ, если $\chi^{(1)} < \chi^{(2)}$, и уменьшается, если $\chi^{(1)} > \chi^{(2)}$ (ин-

декс в скобках указывает на порядковый номер пластины в преграде). Доказано, что в случае больших ВЗ свойство оптимальности расположения слоев по возрастанию χ имеет место для произвольного количества слоев.

- Решена задача оптимизации СП в следующей постановке. Предполагается, что существует несколько материалов с различными свойствами, которые могут быть использованы для изготовления пластин-слоев в СП. Цель состоит в том, чтобы определить структуру преграды, то есть порядок и толщины пластин, изготовленных из различных материалов, которые обеспечили бы максимальный БП преграды, имеющей заданную удельную плотность, при нормальном ударе конического ударника. Применяется двучленная модель. Авторы использовали двучленную модель Витмана–Степанова [32] и допущение о последовательном пробивании слоев.

Теоретические исследования на базе модели, основанной на законе сохранения энергии, привели к следующим выводам применительно к заостренным ударникам:

- замена МП на СП оказывает неблагоприятное воздействие на ЗЭ;
- увеличение числа слоев, имеющих одинаковые толщины, снижает ЗЭ преграды.

Важная особенность использованного подхода заключается в том, что он не требует замкнутой математической модели, описывающей процесс пробивания. Показано, что сравнивать преграды различной структуры можно на основе общих свойств функции f , без привлечения для нее конкретных выражений, что весьма важно, поскольку качественное поведение баллистических характеристик в механике проникания, как правило, определяется с помощью простых моделей, которые включают в себя аппроксимацию экспериментальных данных.

Обоснован критерий, определяющий оптимальный порядок пластин из разных материалов, обеспечивающий максимальный БП при ударе цилиндром, проникание которого сопровождается образованием пробки [18, 35].

Отметим также нетрадиционные подходы, реализованные в Институте проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН [14]. Рассматривались как однокритериальные, так и многокритериальные постановки задач. Для описания взаимодействия ударника с преградой использовалась модель Витмана–Степанова [32], эффекты, связанные с переходом ударника через границы слоев, не учитывались. Для поиска оптимальных решений использовался генетический алгоритм.

2.7. Оптимизация структуры преграды при заданном БП

Задача в такой постановке последовательно изучалась в Пермском государственном национальном исследовательском университете; результаты аккумуля-

рованы в монографии [18]. Исследования базировались главным образом на модели Витмана–Степанова. Предполагалось, что задан конечный набор материалов с известными свойствами, и задача заключалась в том, чтобы составить из пластин, изготовленных из этих материалов, плиту минимальной удельной массы при заданном БП.

Реализовано два подхода к задаче. Первый подход базируется на использовании принципа максимума Понтрягина, применимость которого обеспечивалась использованием универсальной зависимости между параметрами H и ρ . Наряду с допущением о кусочно-постоянном распределении свойств преграды по глубине рассматривался также более общий вариант непрерывного распределения. Второй подход, метод игольчатых вариаций, хотя и является по своей сути численным, позволил выявить ряд качественных особенностей оптимальных структур. Установлено, что для оптимальных структур характерно распределение слоев в порядке убывания плотностей по толщине преграды. Проведен анализ влияния на выбор оптимальной структуры ряда дополнительных факторов.

3. Оптимизация формы ударника

Обзор публикаций по рассматриваемой теме можно найти в работах [14, 17, 36, 37]; ниже сосредоточим внимание на особенностях постановок задач применительно к прониканию в металлы, бетон и грунты.

Под оптимизацией формы ударников предполагается выбор лучшего ударника из бесконечного числа возможных. Особое внимание здесь уделяется методам вариационного исчисления, которые позволяют получать аналитические решения. При этом целесообразно использовать модели, которые позволяют непрерывно изменять форму ударника и описывают взаимодействие преграды и ударника для широкого класса форм последнего (например, для выпуклых тел вращения, которые рассматриваются ниже, если не указано иное). Модель также должна быть достаточно простой, дающей представление о целевом функционале в относительно компактной форме.

Несмотря на наличие хорошо развитых методов исследования вариационных задач, практическое решение этих проблем требует некоторого опыта и интуиции. Следует также отметить, что исследование практических проблем, как правило, осуществляется с использованием необходимых, а не достаточных условий оптимальности.

3.1. Критерии оптимизации

В качестве основных критериев оптимизации используется минимум БП для преграды заданной конечной толщины и максимум глубины проникания (ГП) для полубесконечной преграды (преграды, для которой можно пренебречь влиянием тыльной поверхности) [31].

Для того чтобы упростить математическую формулировку задачи, наряду с этими критериями (особенно на ранних стадиях исследования проблемы) использовались косвенные критерии, не всегда имевшие ясный физический смысл (см., например, [38]) либо критерий минимума сопротивления, который применялся наиболее часто (см. обзор в книге [17]). Поскольку сила сопротивления зависит от скорости снаряда, оптимизация по этому показателю приводит к тому, что от скорости зависит и его оптимальная форма, т.е. задача приобретает смысл лишь если рассматривается не проникание, а движение в среде с постоянной скоростью. Однако в одном частном случае, когда для описания взаимодействия ударника с преградой (металл, бетон) используется двучленная МЛВ без учета трения, оказывается (обоснование можно найти, например, в монографии [15]), что задачи минимизации БП и максимизации ГП эквивалентны задаче минимизации не зависящего от скорости коэффициента сопротивления тела, движущегося в той же среде с некоторой постоянной скоростью, которая была решена И. Ньютоном в конце 17-го века (далее – «задача Ньютона»). Эта аналогия позволяет использовать в механике проникания результаты исследования задач оптимизации формы тел, летящих в атмосфере (например, [39]).

Анализ выражений для ГП и БП указывает на главную особенность задач оптимизации формы ударника: критерий представляется в виде функции от интегральных функционалов, а такие задачи не рассматриваются в классическом вариационном исчислении. Тем не менее этот факт не является принципиальным препятствием как для аналитического исследования, так и для численного решения прикладных задач: по-видимому, впервые теоретический анализ таких задач применительно к целевым функционалам, являющимся функцией от одномерных интегралов, осуществлен в работе [40]; в удобной для практического использования форме и с некоторыми обобщениями метод представлен в более доступных публикациях [14, 16, 41, 42].

3.2. Оптимизация пространственных ударников

Исследование вариационных задач для пространственных ударников наиболее последовательно осуществлялось Г.Е. Якуниной, полученные ею результаты в основном нашли свое отражение в ее диссертации [43]. Хотя оптимальное свойство поверхностей с постоянным углом между нормалью и направлением движения снаряда применительно к тем или иным МЛВ было известно и ранее [39, 44], Якунина предложила рассматривать сложные по форме тела, составленные из элементов (плоских, конических), обладающих указанным выше свойством. Это позволяет формировать множество тел различной формы с оптимальными характеристиками. Хотя на первый взгляд такой подход является привлекательным, тем не менее есть несколько факторов, которые ограничивают его значение [15]. Одним из таких

факторов является сильная зависимость формы оптимального тела от величины коэффициента трения, который часто используется для калибровки моделей, и его величина может изменяться в широком диапазоне. Кроме того, оптимальными оказываются тела весьма специфической формы, возможность практического использования которых не очевидна.

Альтернативный подход, который позволяет избежать проблем, связанных с исследованием вариационной задачи и построить полезные для практического использования конфигурации, заключается в оптимизации тел определенного вида, когда форма конкретного тела определяется конечным набором параметров [14, 45, 46].

В контексте задач оптимизации формы ударников уместно упомянуть так называемые «правила площадей» (ПП) [15]. ПП указывают на условия, при которых разница между значениями некоторых характеристик пространственного снаряда и некоторого базового снаряда, имеющего более простую форму (обычно тела вращения), более высокого порядка малости, чем различие в их форме при условии, что различие в их форме мало. Таким условием является требование, чтобы снаряды имели одинаковую длину и распределение площадей их поперечных сечений вдоль продольной оси было одинаковым. Следовательно, ПП определяет большой класс пространственных тел, имеющих близкие к оптимальным характеристики, когда оптимальное тело вращения выбирается в качестве базового снаряда.

ПП доказаны [15] для проникающих тел на основе теории локального взаимодействия для БП, когда в качестве базового рассматривается тело вращения или тело пирамидальной формы.

3.3. Другие особенности задач оптимизации формы ударников и некоторые обобщения

Упомянутая выше «задача Ньютона» была решена им применительно к движению тела в газе в предположении, что внешняя разреженная среда взаимодействует с телом посредством упругих ударов ее частиц. Вариационного исчисления тогда не существовало, однако Ньютон получил правильный результат, используя геометрические построения. В частности, он обнаружил, что оптимальное тело вращения имеет спереди плоское затупление. Такая особенность оптимальных тел указывает на принципиальную необходимость принимать это во внимание в математической постановке задачи, что делается не всегда [47]. Это особенно важно, поскольку решение задач оптимизации формы проникающих тел в различных постановках часто приводит к телам с плоским затуплением [15–17]. Обсуждение некоторых других требований к искомому оптимальному контуру можно найти в книге [15].

Приведем еще один пример, показывающий, что задачи оптимизации формы тел (как проникающих, так и летящих в потоке газа) оказываются более сложными, чем это кажется на первый взгляд. В работе [48], по-

священной сравнительной эффективности ударников с различной формой носовой части, рассчитанной по критерию «динамической работы», обнаружилось, что существует ударник с лучшим значением критерия, чем «оптимальный» ударник, форма которого определена ранее другим автором на основе решения соответствующей вариационной задачи. Этот парадокс был объяснен [15] со ссылкой на правильное решение [39] математически аналогичной вариационной задачи в гиперзвуковой аэродинамике, когда для расчета сопротивления тела в потоке используется модель Ньютона–Буземанна. Показательно, что при решении этой задачи в аэродинамике исследователи столкнулись с аналогичными трудностями, связанными с корректной ее постановкой [39].

При определенных условиях, которые зависят от скорости и формы снаряда, а также механических свойств среды, проникание может сопровождаться явлением кавитации, т.е. потерей контакта между поверхностью снаряда и окружающей средой [49–54]. В предельном случае снаряд движется внутри полости без контакта с преградой, что приводит к резкому уменьшению сопротивления. Явление кавитации при проникании в твердые среды еще недостаточно изучено, и его моделирование вызывает трудности, однако в перспективе учет кавитации при оптимизации формы снарядов представляется необходимым.

В обобщенной постановке, учитывающей вращение проникающего ударника, задача оптимизации его формы рассматривалась в работах [55, 56].

4. Подходы, предусматривающие активное воздействие на проникатели при углублении в грунт

4.1. Моделирование и оптимизация движения проникателя с реактивным ускорителем

Включение реактивного ускорителя (РУ) в конструкцию объекта может рассматриваться применительно как к военным, так и к гражданским приложениям. В первом случае наличие РУ позволяет преодолеть или хотя бы сгладить следующее противоречие: для увеличения ГП снаряда при пассивном проникании необходимо увеличить скорость его удара о Землю, однако это возможно лишь до определенного предела, превышение которого приводит к недопустимой нагрузке на конструкцию аппарата вплоть до его разрушения. Гражданское применение связано в первую очередь с освоением космического пространства, когда возникает необходимость определить свойства грунта на космических объектах с использованием автоматических зондов: в этом случае проникание приборного отсека обычно осуществляется после посадки аппарата (то есть с начальной нулевой скоростью), и управление прониканием (в частности, для достижения максимальной глубины) осуществляется с помощью РУ с соблюдением ограничений, определяемых целью исследования.

Оптимизация реактивного движения в средах с сопротивлением до недавнего времени рассматривалась в основном применительно к движению ракет. Использование реактивных движителей для увеличения глубины проникновения ударника в твердые среды были проанализированы лишь в нескольких публикациях. А.Я. Сагомоняном [57–58] сформулированы и проанализированы две модельные задачи, связанные с прониканием ударников, оснащенных РУ: (I) определение момента, когда РУ должен быть включен, чтобы обеспечить максимальную ГП в грунт при условии, что РУ может работать только в течение фиксированного интервала времени и реактивная тяга постоянна; (II) определение глубины, на которой РУ должен быть включен, чтобы обеспечить максимальную ГП при условии, что РУ может работать лишь на части траектории заданной длины. Предполагается, что масса ударника остается постоянной. Could [59] предложил инженерные конструкции ракет с РУ, работающим во время проникания в грунт.

Информация об исследованиях, проведенных в рассматриваемой области в Московском авиационном институте (Национальном исследовательском университете), обобщена в диссертациях [60, 61] (см. также работы [12, 62–64]). Рассматривались различные варианты режимов работы двигателя проникателя, предполагалась линейная зависимость массы проникателя от времени или его масса считалась неизменной. Особое внимание в этих исследованиях было уделено выбору технических параметров проникателя. Исследования ориентированы главным образом на исследование поверхности Луны.

Аналогичный подход использован в исследованиях, проводимых в МГТУ им. Н.Э. Баумана: хотя проблемы формулировались как задачи оптимизации, их анализ проводился на основе многовариантного моделирования [65–69].

В отличие от описанных выше подходов, Ven-Dor и коллеги [70, 71] рассматривают проблему достижения максимальной глубины проникания как вариационную задачу для снаряда переменной массы, оснащенного реактивным двигателем. Оказалось, что задача является вырожденной и классические методы вариационного исчисления для ее решения неприменимы. Существенную помощь в исследовании рассматриваемой задачи оказала обнаруженная авторами аналогия между ней и задачей максимизации расстояния горизонтального полета снаряда в атмосфере, рассмотренной ранее в различных формулировках [72, 73]. Хотя эта аналогия не позволяла непосредственно применить известные из аэродинамики результаты из-за различных законов сопротивления в атмосфере и грунте, общие свойства решений при произвольной зависимости силы сопротивления от мгновенной массы и скорости оказались полезными для решения задач оптимизации механики проникания. Сочетая аналитические и численные методы, авторы определили оптимальные программы горе-

ния и сравнили полученные результаты с более простыми программами сжигания для управления движением проникателя. Проведенный анализ показал, что выбор рациональных режимов реактивного двигателя позволяет добиться значительного роста ГП.

Апробированный в работах [70, 71] подход открывает широкие возможности исследования задач оптимизации управляемого проникания в различных постановках на основе строгих математических методов.

4.2. Некоторые другие подходы

Возможность использования отстрела балластной массы, входящей в состав проникателя, в направлении, обратном направлению проникания, рассматривается в работе [74]. В результате проникатель получает импульс в направлении его движения, что может привести к увеличению ГП.

В работе [75] показана принципиальная возможность существенного снижения перегрузок при проникании в лунный грунт путем использования кавитаторов, формирующих в грунте кавитационную полость. Авторы работы [76] предложили использовать для этой цели различные виды демпфирующих устройств и всесторонне проанализировали газовые амортизаторы, которые, по их мнению, являются наиболее эффективными.

Авторы изобретения [77] предлагают следующую схему захвата и доставки на Землю образца грунта с другой планеты. Грунтозаборник внедряется с начальной скоростью, равной скорости подлета зонда; при этом кинетическая энергия движения аппарата преобразуется в потенциальную энергию путем сжатия рабочего тела, которая передается возвращаемой части аппарата и позволяет ей вернуться на Землю.

5. Сегментированные ударники

Немонолитные (сегментированные) ударники привлекают к себе внимание исследователей в течение последних 35 лет, потому что оказалось, что во многих случаях их эффективность (ГП) при гипервысоких скоростях удара выше, чем у монолитных ударников (ИУ) сравнения (см. ниже). Поскольку эффекты, возникающие при таких скоростях, лежат вне сферы наших интересов в данной статье, мы ограничимся ссылкой на исчерпывающий обзор [17], посвященный исследованиям, в которых сравниваются баллистические характеристики сегментированных и соответствующих ИУ. Как правило, рассматриваются сегментированные ударники (СУ), смонтированные в виде последовательности одинаковых коаксиальных цилиндров (сегментов) с одинаковыми воздушными зазорами между ними; в качестве ПУ сравнения рассматривается цилиндр того же диаметра и имеющий ту же массу, что и СУ, либо длину, равную сумме длин сегментов.

Интересные эффекты, обнаруженные при гиперскоростном проникании, стимулировали исследования для меньших скоростей.

На основании экспериментов с последовательным прониканием группы твердых шариков в пластилин со скоростью удара около 250 м/с авторы [51] пришли к следующему выводу. Если жесткий или деформируемый корпус разделен на части одной и той же формы и эти части произвольно расположены в группу, то при прочих равных условиях максимальная глубина проникновения группы тел не увеличивается по сравнению с глубиной проникновения исходного тела. Они также отметили, что «обратные утверждения можно встретить в литературе».

Теоретические исследования проблемы были проведены в работах [78–80]. В случае высокоскоростного проникания СУ предполагалось, что с внешней средой взаимодействует лишь головной сегмент (использовалась двучленная модель), а при столкновении сегментов или конструкций из нескольких сегментов между собой происходит неупругий удар. В общем случае допускалось, что очередной сегмент может сталкиваться с телом, состоящим из предыдущих сегментов, прежде чем они останутся из-за сопротивления преграды. Проведенный анализ показал, что выигрыша от сегментации можно ожидать лишь на верхней границе интервала скоростей удара, который считается допустимым для используемых инженерных моделей. Представляет также интерес необычный подход к проблеме, базирующийся на непрерывной модели, допускающей задание зависящего от времени увеличения массы проникателя, что позволяет, в частности, получать полезные оценки ГП [80].

6. Некоторые другие проблемы, связанные с моделированием высокоскоростного проникания

Велданов и Исаев [76] перечисляют ряд проблем, применительно к которым может быть полезен опыт, накопленный в результате теоретических и экспериментальных исследований процесса высокоскоростного проникания. В качестве объектов исследования и совершенствования называются, в частности, пулевые перфораторы для вскрытия нефтяных и газовых пластов и ударники для дробления скальных пород при добыче полезных ископаемых. По соответствующей тематике в МГТУ им. Н.Э. Баумана накоплен значительный положительный опыт.

6.1. Пулевая перфорация

Вскрытие продуктивных нефтяных и газовых или водоносных пластов осуществляется дважды: первичное – в процессе бурения, вторичное – после крепления скважины эксплуатационной колонной. Поскольку после вскрытия пласта бурением в скважину спускают

обсадную колонну и цементируют ее, тем самым перекрывая и пласт, возникает необходимость в повторном его вскрытии. Это достигается посредством прострела колонны в интервале пласта специальными перфораторами, имеющими заряды на пороховой основе. Перфорационные отверстия используются для извлечения пластового флюида, а также для закачки в пласт или затрубное пространство воды, газа, цемента и других агентов. Перфораторы спускаются в скважину на кабель-канате. Применяют несколько методов перфорации скважин, один из которых основан на использовании пулевых перфораторов. Пулевой перфоратор состоит из ствола с располагающимися по его длине отверстиями для пуль массой 9–27 граммов. За каждой пулей имеется пороховая камера. При подрыве пороха посредством дистанционного электровоспламенителя пуля пробивает трубу, окружающий ее цемент и образует отверстия для поступления из пласта в скважину газа, нефти или воды. Более подробную информацию о соответствующих технологических процессах можно почерпнуть, например, из монографии [81].

Разработанные в МГТУ им. Н.Э. Баумана методы и программные средства численного моделирования и полученные на их основе результаты ориентированы как на усовершенствование существующих перфораторов и пуль к ним, так и на проектирование новых перспективных конструкций [76].

6.2. Дробление скальных пород

Важным этапом проведения буровзрывных работ является бурение шпуров, в которые закладываются взрывчатые вещества для последующего подрыва. С традиционными методами бурения шпуров можно познакомиться по монографии [82]. Для создания шпуров и скважин в породе или непосредственно для ее отбойки (отбойка – это процесс отделения части руды от массива в блоке с одновременным дроблением ее на куски) предлагается использовать артиллерийские штатные или специально создаваемые для этих целей снаряды [76]. Для анализа перспектив такого подхода проведена серия экспериментов в лабора-

торных условиях и в карьере, в результате чего был выявлен ряд закономерностей.

Применительно к использованию артиллерийских снарядов авторы [76] разделили горные породы на две группы в зависимости от значения коэффициента крепости f по шкале М. М. Протодяконова [83], отнеся к первой группе горные породы с $f \leq 12$, а ко второй – с $f > 12$.

Установлено, что штатные артиллерийские снаряды кинетического действия могут использоваться для отбойки породы первой группы, а при удлинении не более 6 как для отбойки породы первой группы, так и для образования шпуров в массивах пород первой категории. Для создания шпуров в породах второй группы и для увеличения ГП в породах первой группы рекомендуется использовать специально создаваемые для этих целей снаряды кинетического действия; обоснованы основные требования к таким снарядам.

Заключительные замечания

Проведенный выше анализ позволяет выявить некоторые типичные схемы возникновения нетрадиционных задач высокоскоростного проникания:

- исследование преград сложной структуры (перспективным направлением является совершенствование описания взаимодействия между отдельными элементами);

- моделирование и исследование активного воздействия на проникающее тело (забивка свай, проникатели с реактивными ускорителями или замедлителями);

- исследование влияния формы (схемы) проникающего тела на его эффективность (оптимизация формы традиционного ударника и ударников нетрадиционной формы, в частности компоновки сегментированного проникателя).

Есть все основания ожидать, что область приложений инженерной теории высокоскоростного проникания будет расширяться и надолго останется предметом перспективных исследований.

Библиографический список

1. Основы импульсной технологии устройства фундаментов: моногр. / А. Бартоломей, В. Григорьев, И. Омельчак, О. Пенский. – Пермь: Изд-во ПГТУ, 2002. – 175 с.

2. Принципиальные схемы и математические модели строительных артиллерийских орудий: моногр. / В. Маланин, Е. Остапенко, О. Пенский, А. Черников / Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2016. – 496 с.

3. Пенский О.Г. Термодинамическая оценка применения специальных импульсно-тепловых машин в строительстве: моногр. / Перм. гос. ун-т. – Пермь, 2003. – 105 с.

4. Пенский О.Г. Технические решения строительных артиллерийских орудий: моногр. / Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2018. – 124 с.

5. Pensky O. Engineering Construction Cannons: Theory and Practice. KSCE // Journal of Civil Engineering. – 2013. – Vol. 17 (7). – P. 1562–1568.

6. Pensky O., Kuznetsov A. Mathematical models for extracting pile from the soil with the help of multibarreled artillery systems // Journal of computational and engineering mathematics. – 2018. – Vol. 5. – No. 1. – P. 14–22.

7. Кузнецов С.М. Теория забивки свай в грунт дизель-молотом. Гл. 8 // Теория удара в строительстве и машиностроении / В.Н. Тарасов [и др.]. – М.: Изд-во Ассоциации строительных вузов, 2006. – 336 с.

8. Теория забивки свай в грунт падающим грузом. Гл. 7 // Теория удара в строительстве и машиностроении / В.Н. Тара-

сов [и др.]. – М.: Изд-во Ассоциации строит. вузов, 2006. – 336 с.

9. Соколов С., Гагин В., Трофимов В. Технология закрепления трубопроводов выстреливаемыми анкерами // Рефер. науч.-техн. сб. (РНТС) ВНИИОЭНГ. Сер. «Нефтепромысловое строительство». – 1976. – № 9. – 46 с.

10. Кадочников В.Н. Михаил Цирульников. Конструктор. Учитель. Созидатель. – Пермь: Титул, 2017. – 224 с.

11. Черников А.В. Математическая модель динамики установки, извлекающей сваи из донного грунта // Современные наукоемкие технологии. – 2018. – № 7. – С. 136–141.

12. Оценка характеристик и возможности использования ракетных двигателей для установки свай в грунты / В.В. Родченко, А.Г. Галеев, В.А. Заговорчев, Э.Р. Садретдинова, М.Я. Кыласов // Альтернативная энергетика и экология. – 2015. – № 21 (185). – С. 167–172.

13. Аптуков В.Н., Мурзакаев Р.Т., Фонарев А.В. Прикладная теория проникания. – М.: Наука, 1992. – 105 с.

14. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Оптимизация. Контактные задачи и высокоскоростное проникание. – М.: Физматлит, 2016. – 176 с.

15. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics. – Dordrecht: Springer, 2006. – 365 p.

16. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. High-Speed Penetration Dynamics: Engineering Models and Methods. – World Scientific, 2013. – 696 p.

17. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Engineering models in high-speed penetration mechanics and their applications (A Two-Volume Set. Vol. 1: Engineering Models; Vol. 2: Applied Problems.). – World Scientific, 2019. – 1076 p.

18. Аптуков В.Н., Дубинский А.В., Хасанов А.Р. Исследование и оптимизация защитных свойств многослойных металлических преград при высокоскоростном ударе / Перм. гос. нац. исслед. ун-т. – Пермь, 2019. – 420 с.

19. Аптуков В.Н. Проникание: механические аспекты и математическое моделирование (обзор) // Проблемы прочности. – 1990. – № 2. – С. 60–68.

20. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Investigation and optimization of protective properties of metal multi-layered shields: A Review // Int. J. of Protective Structures. – 2012. – Vol. 3(3). – P. 275–291.

21. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. New results on ballistic performance of multi-layered metal shields: review // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2017. – Vol. 88. – P. 1–8.

22. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. World scientific handbook of experimental results on high speed penetration into metals, concrete and soils. – World Scientific, 2018. – 624 p.

23. Некоторые аналитические и численные оценки параметров оптимальной структуры защитной плиты / Н.В. Баничук, С.Ю. Иванова, Е.В. Макеев, А.И. Турутько // Проблемы прочности и пластичности. – 2013. – Вып. 75(3). – С. 206–214.

24. Баничук Н.В., Иванова С.Ю. Игровой подход к решению задачи оптимизации формы ударника и структуры слоистой среды при высокоскоростном пробивании // Проблемы прочности и пластичности. – 2016. – Вып. 78(4). – С. 426–435.

25. Multiobjective approach for optimal design of layered plates against penetration of strikers / N.V. Banichuk, S.Yu. Ivanova, F. Ragnedda, M. Serra // Mechanics Based Design of Structures and Machines. – 2013. – Vol. 41. – P. 189–201.

26. Аптуков В.Н., Петрухин Г.И., Поздеев А.А. Оптимальное торможение твердого тела неоднородной пластиной при ударе по нормали // Изв. АН СССР. Механика твердого тела. – 1985. – № 1. – С. 165–170.

27. Хасанов А.Р. Применение методов оптимального управления к задаче повышения защитных свойств слоистых систем // Вестн. молодых ученых ПГНИУ. – Пермь, 2013. – Вып. 3. – С. 156–163.

28. Хасанов А.Р. Оптимальное торможение жесткого плоского клина при ударе под углом // Вестн. молодых ученых ПГНИУ. – Пермь, 2014. – Вып. 4. – С. 323–331.

29. Хасанов А.Р., Аптуков В.Н. Решение задачи оптимизации защитных свойств неоднородных плит при динамическом проникании жесткого бойка с помощью методов оптимального управления // Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. – 2016. – Вып. 2(33). – С. 106–113.

30. Хасанов А.Р. Оптимальное торможение жесткого конического ударника слоистой плитой при ударе по нормали с учетом вязкостных эффектов // Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. – 2018. – Вып. 2(41). – С. 54–60.

31. Backman M., Goldsmith W. The mechanics of penetration of projectiles into targets // Int. J. of Engineering Science. – 1978. – Vol. 16(1). – P. 1–99.

32. Витман Ф.Ф., Степанов В.А. Влияние скорости деформирования на сопротивление деформированию металлов при скоростях удара 100–1000 м/с // Некоторые проблемы прочности твердого тела. – М.: Изд-во АН СССР, 1959. – С. 207–221.

33. Kasano H., Abe K. Perforation characteristics prediction of multi-layered composite plates subjected to high velocity impact // In: Proc. of 11th Int. Conf. on Composite Materials (July 14–18, 1997, Gold Coast, Australia). – 1997. – Vol. 2. – P. 522–531.

34. Recht R.F., Ipson T.W. Ballistic perforation dynamics // J. of Applied Mechanics. – 1963. – Vol. 30(3). – P. 384–390.

35. Дубинский А. Некоторые баллистические свойства многослойных преград при высокоскоростном ударе цилиндра // Вестн. Перм. ун-та. Математика. Механика. Информатика. – 2018. – Вып. 3 (42). – С. 26–30.

36. Линник Е.Ю., Котов В.Л. Исследование и оптимизация формы тел, проникающих в грунтовые среды. – Lambert Academic Publishing, 2016. – 68 с.

37. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Shape optimization of high-speed penetrators: a review // Central European J. of Engineering. – 2012. – Vol. 2(4). – P. 473–482.

38. Yankelevsky D.Z. Optimal shape of an earth penetrating projectile // Int. J. of Solids and Structures. – 1983. – Vol. 19(1). – P. 25–31.

39. Миеле А. Теория оптимальных аэродинамических форм. – М.: Мир, 1969. – 507 с.

40. Brady C.P., 1938, The minimum of a function of integrals in calculus of variations, Thesis (Ph.D) // Contributions to the calculus of variations, 1930. – Theses submitted to the Department of Mathematics of the University of Chicago. 4, 1938–1941. Chicago: The Univ. of Chicago Press, 1942.

41. Бунимович А.И., Дубинский А.В. Метод оптимизации для обобщенного класса функционалов нескольких переменных и его приложение к задачам об оптимальных по аэродинамическим характеристикам пространственных тел // Некоторые вопросы современной механики: науч. труды / под ред. С.С. Григоряна. – 1974. – № 32. – С. 136–142.

42. Черноушко Ф.Л., Баничук Н.В. Вариационные задачи механики и управления. Численные методы. – М.: Наука, 1973. – 236 с.

43. Якунина Г.Е. Оптимальные пространственные тела и особенности их движения в рамках модели локального взаимодействия среды и тела: дис. ... д-ра физ.-мат. наук. – М., 2006.

44. Bunimovich A.I., Dubinsky A. Mathematical models and methods of localized interaction theory. – World Scientific, 1995. – 244. p.
45. Ведерников Ю.А., Щепановский В.А. Оптимизация реогазодинамических систем. – Новосибирск: Наука, 1995. – 238 с.
46. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. A model for predicting penetration and perforation of FRP laminates by 3D-impactors // Composite Structures. – 2002. – Vol. 56(3). – P. 243–248.
47. Jones S.E., Rule W.K. On the optimal nose geometry for a rigid penetrator, including the effects of pressure-dependent friction // Int. J. Impact Eng. – 2000. – Vol. 24(4). – P. 403–415.
48. Nixdorff K. On the efficiency of different head shapes to perforate thin targets. // Transactions of the Canadian Society for Mechanical Engineering. – 1987. – Vol. 11(2). – P. 109–112.
49. Баженов В.Г., Котов В.Л., Линник Е.Ю. О моделях расчета форм осесимметричных тел минимального сопротивления при движении в грунтовых средах // Докл. Акад. наук. – 2013. – Т. 449, № 2. – С. 156–159.
50. Анализ моделей расчета движения тел вращения минимального сопротивления в грунтовых средах / В.Г. Баженов, В.В.Баландин, С.С. Григорян, В.Л. Котов // ПММ. – 2014. – Т. 78. – Вып. 1. – С. 98–115.
51. Бивин Ю.К., Симонов И.В. Механика динамического проникания в грунтовую среду // Изв. РАН. МТТ. – 2010. – № 6. – С. 157–191.
52. Квазистационарное движение твердого тела в сыпучем грунте при развитой кавитации / В.Л. Котов, В.В. Баландин, А.М. Брагов, Вл.Вл. Баландин // Докл. РАН. – 2013. – Т. 451, № 3. – С. 278–282.
53. Mayersak J.R. Kinetic energy cavity penetrator weapon. Patent US. No. 10/443,621. – 2004. – Publication number: US 2004/0231552 A1.
54. Zhou L. Experiment and simulation researches of supercavitation phenomenon in concrete penetration process // In: Proc. of the 2016 Int. Conf. on Applied Mechanics, Mechanical and Materials Engineering – AMME – 2016 (December 18-19, 2016, Xiamen, China).
55. Хромов И.В. Динамика проникания жесткого вращающегося индентора в грунт: дис. ... канд. техн. наук. – Тула; М., 2004. – 107 с.
56. Banichuk N.V., Ivanova S.Yu. On the penetration of a rotating impactor into an elastic-plastic medium // Mechanics Based Design of Structures and Machines. – 2016 – Vol. 44(4). – P. 440–450.
57. Сагомоян А.Я. Динамика пробивания преград. – М.: Изд-во МГУ, 1988. – 220 с.
58. Сагомоян А.Я. Пробивание плиты тонким твердым снарядом // Вестн. МГУ. Сер. 1. Математика, механика. – 1975. – № 5. – С. 104–111.
59. Gould R.L. (1997). Penetrating vehicle with rocket motor. Patent US. No. 5596166, priority date: 1994-12-28.
60. Заговорчев В.А. Метод обоснования технических характеристик многомодульных лунных реактивных пенетраторов: дис. ... канд. техн. наук / Московский авиационный институт. – М., 2014.
61. Садретдинова Э.Р. Метод выбора проектных параметров реактивных пенетраторов для движения в лунном грунте: дис. ... канд. техн. наук / Моск. авиац. ин-т. – М., 2014.
62. Выбор параметров пенетратора, входящего в лунный грунт с нулевой скоростью / А.Г. Галеев, Е.В. Гусев, В.В. Родченко, Э.Р. Садретдинова // Тр. МАИ. – 2013. – № 64. – С. 1–23.
63. Исследования по формированию проектного облика лунного реактивного пенетратора / А.Г. Галеев, В.А. Заговорчев, М.Я. Кыласов, Д.Н. Михайлов, Э.Р. Садретдинова // «Орбита молодежи» и перспективы развития российской космонавтики: сб. докл. всерос. молод. практ. конф. – Томск, 2017. – Томск: Изд-во ТПУ. – С. 29–30.
64. Титов Д.М., Журов Л.А. Возможности использования пенетраторов в рамках перспективной исследовательской программы изучения Луны // Актуальные проблемы космонавтики: тр. XXXIX академических чтений по космонавтике, посвященных памяти академика С.П. Королева и других выдающихся отечественных ученых-пионеров освоения космического пространства. Москва, 27 – 30 января 2015 г. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2015. – С. 39–40.
65. Федоров С.В., Федорова Н.А. Влияние импульса реактивной тяги на глубину проникания исследовательского зонда в грунт планеты // Инж. журн.: наука и инновации. – 2013. – № 1(13) – С. 148–157.
66. Федоров С.В., Федорова Н.А., Велданов В.А. Использование импульса реактивной тяги для увеличения глубины проникания исследовательских модулей в малопрочные грунтовые преграды // Изв. Рос. акад. ракетных и артиллерийских наук. – 2014. – № 4(84). – С. 53–63.
67. Федоров С.В., Федорова Н.А. Влияние прочностных свойств грунтово-скальной преграды на глубину проникания ударников при дополнительном действии импульса реактивной силы // Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. Машиностроение. – 2016. – № 4. – С. 40–56.
68. Влияние реактивной тяги на проникание пенетраторов при изучении строения поверхностного слоя космических объектов / Н.А. Федорова, В.А. Велданов, А.Ю. Даурских, С.В. Федоров // Наука и образование. – 2014. – № 2. – С. 189–201.
69. Федорова Н.А. Влияние прочностных свойств поверхностного слоя космического тела на глубину проникания реактивных пенетраторов // Молод. науч.-техн. вестн. (МГТУ им. Н.Э. Баумана). – 2015. – № 11. – С. 3.
70. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Optimization of high-speed penetration by impactor with jet thruster // Mechanics Based Design of Structures and Machines. – 2007 – Vol. 35(3). – P. 205–228.
71. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Optimization of penetration into geological and concrete shields by impactor with jet thruster // J. of Mechanics of Materials and Structures. – 2008. – Vol. 3(4). – P. 707–727.
72. Лейтман Д. (ред.). Методы оптимизации с приложениями к механике космического полета. – М.: Наука. Физматгиз, 1965. – 540 с.
73. Садовский И.Н. Исследование оптимальных режимов движения ракет // Сб. переводов иностр. ст. – М.: Оборонгиз, 1959. – 292 с.
74. Федорова Н.А. Об использовании отстрела балластной массы при проникании пенетраторов в грунтово-скальные преграды. // Молод. науч.-техн. вестн. (МГТУ им. Н.Э. Баумана). – 2016. – № 8. – С. 1–8.
75. Велданов В.А., Смирнов В.Е., Хаврошкин О.Б. Лунный пенетратор: снижение перегрузок, управление прониканием // Астрономический вестник. – 1999. – Т. 33, № 5. – С. 490–494.
76. Велданов В.А., Исаев А.Л. Использование технологий, основанных на ударно-проникающем взаимодействии // Двойные технологии. – 1998. – № 2. – С. 1–14.
77. Пат. Рос. Федерации № 2132803. Способ забора грунта планеты и устройство для его осуществления / Галимов Э.М., Смирнов В.Е., Хаврошкин О.Б. – 1999. – (Приоритет от 30 дек. 1997 г.)
78. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Optimization of high-speed penetration of segmented impactors using discrete and

continuous models // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. – 2008 – Vol. 36(2). – P. 150–168.

79. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin, T. Penetration by non-monolithic and monolithic high-speed impactors // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. – 2007. – Vol. 35(4). – P. 481–495.

80. Ben-Dor G., Dubinsky A., Elperin T. Segmentation of high-speed/hypervelocity penetrators: criteria of effectiveness based on

approximate analytical models // *Mechanics Based Design of Structures and Machines*. – 2010. – Vol. 38(3). – P. 372–387.

81. Фридляндер Л.Я. Прострелочно-взрывная аппаратура и ее применение в скважинах. – М.: Недра, 1985. – 199 с.

82. Федоренко П.И. Буровзрывные работы. – М.: Недра, 1991. – 272 с.

83. Зерцалов М.Г. Механика скальных грунтов и скальных массивов. – М.: Юриспруденция, 2003. – 184 с.

References

1. Bartolomei A., Grigor'ev V., Omel'chak I., Penskii O. Osnovy impul'snoi tekhnologii ustroistva fundamentov: monografiia [Fundamentals of pulse technology of foundations construction: a monograph]. *Perm, Izd-vo PGU*, 2002, 175 p.

2. Malanin V., Ostapenko E., Pensky O., Chernikov A. Printsipial'nye skhemy i matematicheskie modeli stroitel'nykh artilleriiskikh orudii: monografiia [Conceptual Sketches and Mathematical Models of Building Artillery Guns]. *Perm, Izd-vo PGU*, 2016, 496 p.

3. Pensky O.G. Termodinamicheskaia otsenka primeneniia spetsial'nykh impul'sno-teplovnykh mashin v stroitel'stve: monografiia [Thermodynamic assessing of the application of special pulsed-heat machines in construction: a monograph]. *Perm, Izd-vo Perm. gos. un-ta*, 2003, 105 p.

4. Pensky O. G. Tekhnicheskie reshenia stroitel'nykh artilleriiskikh orudii: Monografiia [Technical Solutions for Artillery Guns in Construction: a monograph]. *Perm, Gos. nats. issled. un-t*, 2018, 124 p.

5. Pensky O. Engineering Construction Cannons: Theory and Practice. *KSCE Journal of Civil Engineering*, 2013, vol 17 (7), pp.1562-1568.

6. Pensky O., Kuznetsov A. Mathematical models for extracting pile from the soil with the help of multibarreled artillery systems *Journal of computational and engineering mathematics*, 2018, vol. 5, no. 1, pp. 14-22.

7. Kuznetsov S.M. Teoriia zabivki svai v grunt dizel'-molo-tom. Glava 8. V kn.: Teoriia udara v stroitel'stve i mashinostroenii [The theory of driving piles into the ground with a diesel hammer. Chapter 8. In the book.: The theory of impact in the construction and engineering industry]. *Moscow, Izd-vo Assotsiatsii stroitel'nykh VUZov*, 2006, 336 p.

8. Tarasov V. N. Teoriia zabivki svai v grunt padaiushchim gruzom. Glava 7. V kn.: Teoriia udara v stroitel'stve i mashinostroenii [Theory of pile driving into the ground by a falling load. Chapter 7. In the book.: The theory of impact in the construction and engineering industry]. *Moscow, Izd-vo Assotsiatsii stroitel'nykh VUZov*, 2006, 336 p.

9. Sokolov S., Gagin V., Trofimov V. Tekhnologiia zakrepleniia truboprovodov vystrelivaemymi ankerami [Method of fastening of pipelines using shot anchors]. *Referativnyi nauchno-tekhnicheskii sbornik (RNTS) VNIIOENG. Ser. «Neftepromyslovoe stroitel'stvo»*, 1976, no. 9, p. 46.

10. Kadochnikov V.N. Mikhail Tsurul'nikov. Konstruktor. Uchitel'. Sozidatel' [Mikhail Tsurul'nikov. Designer. Mentor. Creator]. *Perm, ITs «Titul»*, 2017, 224 p.

11. Chernikov A.V. Matematicheskaia model' dinamiki ustanovki, izvlekaishchei svai iz donnogo grunta [Mathematical model of the device for removing piles from bottom soil]. *Sovremennye naukoemkie tekhnologii*, 2018, no. 7, pp. 136-141.

12. Rodchenko V.V., Galeev A.G., Zagovorchev V.A., Sadretdinova E.R., Kylasov M.Ia. Otsenka kharakteristik i vozmozhnosti ispol'zovaniia raketnykh dvigatelei dlia ustanovki svai v

grunty [Parameters estimation and possibility of using rocket engines for pile placing in the soils]. *Al'ternativnaia energetika i ekologiia*, 2015, no. 21(185), pp. 167-172.

13. Aptukov V.N., Murzakaev R.T., Fonarev A.V. Prikladnaia teoriia pronikania [Applied Theory of Penetration]. *Moscow, Nauka*, 1992, p. 105.

14. Banichuk, N.V., Ivanova, S.Yu. (2017). Optimal Structural Design: Contact Problems and High-Speed Penetration. *Berlin, Boston, Walter de Gruyter GmbH*, 2017, 176 p.

15. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Applied High-Speed Plate Penetration Dynamics. *Springer, Dordrecht*, 2006, 365 p.

16. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. High-Speed Penetration Dynamics: Engineering Models and Methods. *World Scientific*, 2013, 696 p.

17. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Engineering Models in High-Speed Penetration Mechanics and Their Applications, *World Scientific*, 2019. A Two-Volume Set. Vol. 1: Engineering Models; Volume 2: Applied Problems. *World Scientific*, 1076 p.

18. Aptukov V.N., Dubinskii A.V., Khasanov A.R. Issledovanie i optimizatsia zashchitnykh svoystv mnogosloinykh metallicheskikh pregrad pri vysokoskorostnom udare [Investigation and optimization of the protective properties of multilayer metal barriers at high speed impact]. *Perm, Izd-vo PGU*, 2019, 420 c.

19. Aptukov V.N. Penetration: Mechanical aspects and mathematical modeling (review). *Strength of Materials*, 1990, 22(2), pp. 230-240.

20. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Investigation and optimization of protective properties of metal multi-layered shields: A Review. *Int. J. of Protective Structures*, 2012, no. 3(3), pp. 275 -291.

21. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. New results on ballistic performance of multi-layered metal shields: review. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2017, no. 88, pp. 1-8.

22. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. (2018). *World Scientific Handbook of Experimental Results on High Speed Penetration into Metals, Concrete and Soils*. *World Scientific*, 2016, 624 p.

23. Banichuk N.V., Ivanova S.Iu., Makeev E.V., Turut'ko A.I. Nekotorye analiticheskie i chislennye otsenki parametrov optimal'noi struktury zashchitnoi plity [Some analytical and computational estimates of parameters of optimal protective plate structure]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2013, 75(3), pp. 206-214.

24. Banichuk N.V., Ivanova S.Iu. Igrovoi podkhod k resheniiu zadachi optimizatsii formy udarnika i struktury sloistoi srede pri vysokoskorostnom probivanii [The game approach to solution of an impactor shape and layered structure medium optimization problem for high speed perforation]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*. 2016, 78(4), pp. 426-435.

25. Banichuk N.V., Ivanova S. Yu., Ragnedda F., Serra M. Multiobjective approach for optimal design of layered plates against penetration of strikers. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2013, Vol. 41, pp. 189-201.

26. Aptukov V.N., Petrukhin G.I., Pozdeev A.A. Optimal deceleration of a rigid body by an inhomogeneous plate for the case of normal impact. *Mechanics of Solids*, 1985, 20(1), pp. 155-160.
27. Khasanov A.R. Primenenie metodov optimal'nogo upravleniia k zadache povysheniia zashchitnykh svoistv sloistykh system [Application of optimum control methods to the problem of improving the protective properties of the layered systems]. *Vestnik Molodykh Uchenykh PGNIU. Permskii Gosudarstvennyi Natsional'nyi Issledovatel'skii Universitet*, 2013, no. 3, pp. 156-163.
28. Khasanov A.R. Optimal'noe tormozhenie zhestkogo ploskogo klina pri udare pod uglom [Optimal braking of rigid wedge after oblique impact]. *Vestnik Molodykh Uchenykh PGNIU, Permskii Gosudarstvennyi Natsional'nyi Issledovatel'skii Universitet*, 2014, no. 4, pp. 323-331.
29. Khasanov A.R., Aptukov V.N. Reshenie zadachi optimizatsii zashchitnykh svoistv neodnorodnykh plit pri dinamicheskoi pronikaniu zhestkogo boika s pomoshch'iu metodov optimal'nogo upravleniia [Solution of the problem of optimization of protective properties of inhomogeneous shields against the dynamic penetration of a hard striker using optimal control methods]. *Vestnik Permskogo universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2016, no. 2(33), pp. 106-113.
30. Khasanov A.R. Optimal'noe tormozhenie zhestkogo konicheskogo udarnika sloistoi plitoy pri udare po normalii s uchetom viazkostnykh effektov [Optimal braking of a rigid conical impactor by a layered shield at normal impact with viscous effects]. *Vestnik Permskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2018, no. 2(41), pp. 54-60.
31. Backman, M., Goldsmith, W. The mechanics of penetration of projectiles into targets. *Int. J. of Engineering Science*, 1978, 16(1), pp. 1-99.
32. Vitman, F.F., Stepanov, V.A. Influence of Strain Rate on Resistance to Deformation of Metals at Impact Velocities of 100 to 1000 m/sec. Foreign Technology Division Wright-Patterson AFB, OH, 1964 (AD0605234)].
33. Kasano, H., Abe, K. Perforation characteristics prediction of multi-layered composite plates subjected to high velocity impact. In: *Proc. of 11th Int. Conf. on Composite Materials* (July 14-18, 1997, Gold Coast, Australia), 1997, no. 2, pp. 522-531.
34. Recht, R.F., Ipson, T.W. Ballistic perforation dynamics. *J. of Applied Mechanics*, 1963, no. 30(3), pp. 384-390.
35. Dubinsky A. Nekotorye ballisticheskie svoistva mnogosloinykh pregrad pri vysokoskorostnom udare cilindra [Some ballistic properties of multilayer barriers at high speed cylinder impact]. *Vestnik Permskogo Universiteta. Matematika. Mekhanika. Informatika*, 2018, 3(42), pp. 26-30
36. Linnik E.Iu., Kotov V.L. Issledovanie i optimizatsiia formy tel, pronikaiushchikh v gruntovye sredy. *Lambert Academic Publishing*, 2016, 68 p.
37. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Shape optimization of high-speed penetrators: a review. *Central European J. of Engineering*, 2012, no. 2(4), pp. 473-482.
38. Yankelevsky, D.Z. Optimal shape of an earth penetrating projectile. *Int. J. of Solids and Structures*, 1983, no. 19(1), pp. 25-31.
39. Miele, A. (ed.). Theory of Optimum Aerodynamic Shapes. *New York, Academic Press*, 1965, p. 455.
40. Brady, C. P. The minimum of a function of integrals in calculus of variations, Thesis (Ph.D), in: Contributions to the calculus of variations, 1930 - Theses submitted to the Department of Mathematics of the University of Chicago. 4, 1938-1941. *Chicago, The Univ. of Chicago Press*, 1942.
41. Bunimovich A.I., Dubinsky A.V. Metod optimizatsii dlia obobshchennogo klassa funktsionalov neskol'kikh peremennykh i ego prilozhenie k zadacham ob optimal'nykh po aerodinamicheskim kharakteristikam prostranstvennykh tel [An optimization method for a generalized class of functionals and its applications to the problems of finding the shape of three-dimensional bodies with optimal aerodynamic characteristics]. Institut mekhaniki MGU, Nauchnye trudy №32 "Nekotorye voprosy sovremennoi mekhaniki" (pod red. S.S.Grigoriana). 1974, pp. 136-142.
42. Chernous'ko F.L., Banichuk N.V. Variatsionnye zadachi mekhaniki i upravleniia [Variational Problems of Mechanics and Control]. *Moscow, Nauka, Chislennye metody*, 1973, 236 p.
43. Yakunina G.E. Optimal'nye prostranstvennye tela i osobennosti ikh dvizheniia v ramkakh modeli lokal'nogo vzaimodeistviia sredi i tela [Optimization of the form of 3-D bodies and the study of the peculiarities of their movement based on models of local interaction between the medium and the body]. Dissertatsii na soiskanie uchenoi stepeni doktora fiziko-matematicheskikh nauk. Rabota vypolnena v Tsentral'nom institute aviatsionnogo motorostroeniia im. P.I. Baranova i Nauchno-issledovatel'skom institute mekhaniki MGU im. M.V. Lomonosova. Zashchita sostoialas' na zasedanii dissertatsionnogo soveta D501.001.89 pri Moskovskom gosudarstvennom universitete im. M.V. Lomonosova. 2006.
44. Bunimovich, A.I., Dubinsky, A. Mathematical Models and Methods of Localized Interaction Theory. *World Scientific*, 1995, 244 p.
45. Vedernikov Iu.A., Shchepanovskii V.A. Optimizatsiia reogazodinamicheskikh system [Optimization of Group Actions of Gas Dynamic Systems]. *Novosibirsk, Nauka*, 1995, 238 p.
46. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. A model for predicting penetration and perforation of FRP laminates by 3-D impactors. *Composite Structures*, 2002, no. 56(3), pp. 243-248.
47. Jones, S. E. and Rule, W. K. On the optimal nose geometry for a rigid penetrator, including the effects of pressure-dependent friction. *Int. J. Impact Eng*, 2000, no. 24(4), pp. 403-415.
48. Nixdorff, K., On the efficiency of different head shapes to perforate thin targets. *Trans. CSME*, 1987, no. 11(2), pp. 109-112.
49. Bazhenov, V.G., Kotov, V.L., Linnik, E.Y. (2013). Models of calculation of axisymmetrical solids with the lowest drag during motion in soils. *Doklady Physics*, 58(3), pp. 100-103.
50. Bazhenov, V.G., Balandin, V.V., Grigoryan, S.S., Kotov, V.L. (2014). Analysis of models for calculating the motion of solids of revolution of minimum resistance in soil media. *J. of Applied Mathematics and Mechanics*, 78, pp. 65-76.
51. Bivin Yu.K., Simonov I.V. Mechanics of dynamic penetration into soil medium. *Mechanics of Solids*, 2010, vol. 45(6), pp. 892-920.
52. Kotov V.L., Balandin V.V., Bragov A.M., Balandin V.I. Quasi-steady motion of a solid in a loose soil with developed cavitation. *Doklady Physics*, 2013, no. 58(7), pp. 309-313.
53. Mayersak, J.R. Kinetic energy cavity penetrator weapon. Patent application number: 10/443,621, 2004. Publication number: US 2004/0231552 A1.
54. Zhou, L. Experiment and simulation researches of supercavitation phenomenon in concrete penetration process. In: *Proc. of the Int. Conf. on Applied Mechanics, Mechanical and Materials Engineering*, (AMMME-2016 December 18-19, Xiamen, China), 2016.
55. Khromov I.V. Dinamika pronikaniia zhestkogo vrashchaishegosia indentora v grunt [Dynamics of penetration of rigid rotating penetrators into soil]. *Dissertatsiia na soiskanie uchenoi stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. Tul'skii gosudarstvennyi universitet, Ministerstvo oborony Rossiiskoi Federatsii, Tula – Moscow*, 2004.

56. Banichuk, N.V., Ivanova, S.Yu. On the penetration of a rotating impactor into an elastic-plastic medium. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2016, no. 44(4), pp. 440-450.
57. Sagomonyan, A.Ya. Dinamika probivaniya pregrad [Dynamics of Barriers Perforation]. *Moscow, MGU*, 1988, 220 p.
58. Sagomonyan, A.Ya. (1975). Plate piercing by slender solid projectile. *Moscow University Mechanics Bulletin*, 1975, no. 30(5-6), pp. 26-31.
59. Gould, R.L. Penetrating vehicle with rocket motor. 1997. *Patent No. US 5596166*, priority date: 1994-12-28.
60. Zagovorchev V.A. Metod obosnovaniia tekhnicheskikh kharakteristik mnogomodul'nykh lunnykh reaktivnykh penetratorov [Method of substantiating the technical characteristics of multi-modular lunar jet penetrators]. Dissertatsii na soiskanie uchenoi stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. / Moskovskii aviatsionnyi institut (Natsional'ny issledovatel'sky universitet). Moscow, 2014.
61. Sadretdinova E.R. Metod vybora proektnykh parametrov reaktivnykh penetratorov dlia dvizheniia v lunnom grunte [Design of penetrator with jet thruster as applied to motion in lunar ground]. Dissertatsiia na soiskanie uchenoi stepeni kandidata tekhnicheskikh nauk. Moskovskii aviatsionnyi institut. 2014.
62. Galeev, A.G., Gusev, E.V., Rodchenko, V.V., Sadretdinova, E.R. Vychor parametrov penetratora, vkhodiashchego v lunnyi grunt s nulevoi skorost'iu [Choice of parameters of penetrator with jet thruster that enters into lunar ground with zero impact velocity]. *Trudy MAI*, 2013, no. 64, pp. 1-23.
63. Galeev A.G., Zagovorchev V.A., Kylasov M.Ia., Mikhailov D.N., Sadretdinova E.R. Issledovaniia po formirovaniu proektnogo oblika lunного reaktivnogo penetratora [Preliminary design of the lunar jet penetrator]. *Tomsk, Izd-vo TPU, "Orbita molodezhi" i perspektivy razvitiia rossiiskoi kosmonavтики: sbornik dokladov Vserossiiskoi molodezhnoi nauchno-prakticheskoi konferentsii*, 2017, pp. 29-30.
64. Titov D.M., Zhurov L.A. Vozmozhnosti ispol'zovaniia penetratorov v ramkakh perspektivnoi issledovatel'skoi programmy izucheniia Luny [The possibilities for use of penetrators within the framework of future programs of moon investigation]. In: Aktual'nye Problemy Kosmonavтики. Proc. of 39th Conf. (January 27-30, 2015, Moscow, Russia), pp.39-40.
65. Fedorov S.V., Fedorova N.A. Vliianie impul'sa reaktivnoi tiagi na glubinu pronikaniia issledovatel'skogo zonda v grunt planet [Influence of the jet thrust impulse on depth of the research probe penetration into planet soil]. *Inzheneryi zhurnal: nauka i innovatsii*, 2013, no. 1(13), p. 148-157.
66. Fedorov S.V., Fedorova N.A., Veldanov V.A. Ispol'zovanie impul'sa reaktivnoi tiagi dlia uvelicheniia glubiny pronikaniia issledovatel'skikh modulei v maloprochnye gruntovye pregradы [Jet thrust impulse using for increase in research modules penetration depth into low-strength soil targets]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii raketnykh i artilleriiskikh nauk*, 2014, no. 4(84), pp. 53-63.
67. Fedorov S.V., Fedorova N.A. Vliianie prochnostnykh svoistv gruntovo-skal'noi pregradы na glubinu pronikaniia udarnikov pri dopolnitel'nom deistvii impul'sa reaktivnoi sily [Influence of the strength properties of the soil-rock barrier on the penetration depth of the impactors with the additional action of the reactive force impulse]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana. Ser. Mashinostroenie*, 2016, no. 4, pp. 40-56.
68. Fedorova N.A., Veldanov V.A., Daurskikh A.Iu., Fedorov S.V. Vliianie reaktivnoi tiagi na pronikanie penetratorov pri izuchenii stroeniia poverkhnostnogo sloia kosmicheskikh ob"ektov [Influence of jet thrust on penetrator penetration when studying the structure of space object blanket]. *Nauka i obrazovanie*, 2014, no. 2, pp. 189-201.
69. Fedorova N.A. Vliianie prochnostnykh svoistv poverkhnostnogo sloia kosmicheskogo tela na glubinu pronikaniia reaktivnykh penetratorov [Influence of the strength of space object blanket on depth of penetration of jet thrust modules]. *Molodezhnyi nauchno-tekhnicheskii vestnik (MGTU im. N.E. Baumana)*, 2015, no.11, p. 3.
70. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Optimization of high-speed penetration by impactor with jet thruster. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2007, no. 35(3), pp. 205-228.
71. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Optimization of penetration into geological and concrete shields by impactor with jet thruster. *J. of Mechanics of Materials and Structures*, 2008, no. 3(4), pp. 707-727.
72. Leitmann, G., (ed.) Optimization Techniques with Applications to Aerospace Systems. *New York, London, Academic Press*, 1962, 452 p.
73. Sadovskii I.N. (red.) Issledovanie optimal'nykh rezhimov dvizheniia raket [Research of optimum modes of movement of rockets]. *Moscow, Oborongiz, Sb. perevodov inostrannykh statei*, 1959, 192 p.
74. Fedorova N.A. Ob ispol'zovanii otstrela ballastnoi massy pri pronikaniu penetratorov v gruntovo-skal'nye pregradы [Application of ballast jettison during penetration into soil and rocky targets]. *Molodezhnyi nauchno-tekhnicheskii vestnik (MGTU im. N.E. Baumana)*, 2016, no. 8, p.1-8.
75. Veldanov, V. A.; Smirnov, V. E.; Khavroshkin, O. B. Lunar Penetrator: Reducing Overloading and Penetration Control. *Solar System Research*, 1999, vol. 33, p. 432-436.
76. Veldanov, V.A., Isaev, A.L. Ispol'zovanie tekhnologii, osnovannykh na udarno-pronikaniushchem vzaimodeistvii [Using technologies based on impact and penetration interaction]. *Dvoinye tekhnologii*, 1998, no. 2, pp. 1-14.
77. Galimov E.M., Smirnov V.E., Khavroshkin O.B. Sposob zabora grunta planety i ustroistvo dlia ego osushchestvleniia [Method for sampling of planet soil and a device for its realization]. *Patent Rossii*, 1999, no. 2132803, (Prioritet ot 30 dec. 1997).
78. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Optimization of high-speed penetration of segmented impactors using discrete and continuous models. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2008, no. 36(2), pp. 150-168.
79. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Penetration by non-monolithic and monolithic high-speed impactors. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2007, no. 35(4), pp. 481-495.
80. Ben-Dor, G., Dubinsky, A., Elperin, T. Segmentation of high-speed/hypervelocity penetrators: criteria of effectiveness based on approximate analytical models. *Mechanics Based Design of Structures and Machines*, 2010, no. 38(3), pp. 372-387.
81. Fridliander L.Ia. Prostrelochno-vzryvnaia apparatura i ee primenenie v skvazhinakh [Perforation and explosive apparatus and its use in wells]. *Moscow, Nedra*, 1985, 199 p.
82. Fedorenko P.I. Burovzryvnye raboty [Drilling and blasting operation]. *Moscow, Nedra*, 1991, 272 p.
83. Zertsalov M.G. Mekhanika skal'nykh gruntov i skal'nykh massivov [Mechanics of rocky soils and rock massifs]. *Moscow, Iurisprudentsiia*, 2003, 184 p.