



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.4.02

УДК 53.043

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ В ПРОМЕРЗАЮЩЕМ ВЛАГОНАСЫЩЕННОМ ГРУНТЕ

М.С. Желнин, А.Е. Прохоров, А.А. Костина, О.А. Плехов

Институт механики сплошных сред УрО РАН, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 23 октября 2019 г.
Принята: 07 декабря 2019 г.
Опубликована: 30 декабря 2019 г.

Ключевые слова:

морозное пучение, мерзлый грунт, решетки Брэгга, волоконно-оптические датчики, напряженно-деформированное состояние, температурная компенсация, математическое моделирование, пористая среда, фазовый переход, неравновесная влажность.

АННОТАЦИЯ

Активное развитие инфраструктуры в условиях крайнего Севера, связанное с использованием метода искусственного замораживания при строительстве гражданских и промышленных сооружений, приводит к необходимости описания процесса морозного пучения, вызванного замерзанием поровой влаги в грунтах.

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию морозного пучения в лабораторных образцах из влагонасыщенного песка. Искусственное замораживание образцов проводилось в морозильной камере. В процессе промерзания грунта выполнялось измерение температуры и деформаций с использованием системы контроля, состоящей из набора термодатчиков и волоконно-оптических датчиков на основе брэгговских решеток. Для анализа полученных экспериментальных данных была разработана термогидромеханическая модель. Предполагается, что насыщенный грунт является трехфазной пористой средой, состоящей из сухого скелета, воды и льда. Модель включает в себя закон сохранения энергии, уравнения баланса массы для влажности и льдистости, уравнение равновесия и определяющие соотношения для описания влияния фазового перехода воды в лед на процесс тепло- и массопереноса и возникновения дополнительных объемных деформаций. Компьютерная реализация математической модели выполнена в конечно-элементном пакете Comsol Multiphysics. Особенностью предложенной модели является возможность учета кинетики фазового перехода на морозное пучение промерзающего влагонасыщенного грунта.

Результатом работы является хорошее качественное и количественное соответствие между измерениями температуры в объеме лабораторного образца с результатами моделирования. Сравнение с показаниями деформационных волоконно-оптических детекторов показало, что расчетные значения имеют также малое отклонение от измеренных. Проведенный анализ измерений на основе результатов численного моделирования позволяет заключить, что морозное пучение происходит в течение длительного времени после начала фазового перехода при температуре значительно ниже температуры начала замерзания поровой влаги.

© ПНИПУ

© Желнин Максим Сергеевич – асп, м.н.с., e-mail: zhelnin.m@icmm.ru, ID: [0000-0003-4498-450X](https://orcid.org/0000-0003-4498-450X).

Прохоров Александр Евгеньевич – м.н.с., e-mail: prokhorov.a@icmm.ru, ID: [0000-0002-6511-2105](https://orcid.org/0000-0002-6511-2105)

Костина Анастасия Андреевна – к.ф.-м.н., м.н.с., e-mail: kostina@icmm.ru, ID: [0000-0002-5721-3301](https://orcid.org/0000-0002-5721-3301)

Плехов Олег Анатольевич – д.ф.-м.н., зам. дир., e-mail: poa@icmm.ru, ID: [0000-0002-0378-8249](https://orcid.org/0000-0002-0378-8249)

Maksim S. Zhelnin – PhD Student, Junior Researcher, e-mail: Zhelnin.m@icmm.ru, ID: [0000-0003-4498-450X](https://orcid.org/0000-0003-4498-450X)

Aleksander E. Prokhorov – Junior Researcher, e-mail: Prokhorov.a@icmm.ru, ID: [0000-0002-6511-2105](https://orcid.org/0000-0002-6511-2105)

Anastasiia A. Kostina – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Junior Researcher, e-mail: kostina@icmm.ru,

ID: [0000-0002-5721-3301](https://orcid.org/0000-0002-5721-3301)

Oleg A. Plekhov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Director, e-mail: Poa@icmm.ru,

ID: [0000-0002-0378-8249](https://orcid.org/0000-0002-0378-8249)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

EXPERIMENTAL AND THEORETICAL STUDY OF MECHANICAL DEFORMATION OF FREEZING SATURATED SOIL

M.S. Zhelnin, A.E. Prokhorov, A.A. Kostina, O.A. Plekhov

Institute of Continuous Media Mechanics UB RAS

ARTICLE INFO

Received: 23 October 2019
Accepted: 07 December 2019
Published: 30 December 2019

Keywords:

frost heave, frozen soil, FBG, fiber-optic sensors, stress-strain state, temperature compensation, numerical simulation, porous media, phase transition, non-equilibrium water content.

ABSTRACT

An intensive development of infrastructure in the far North and application of the artificial ground freezing technology for construction of civil and industrial buildings require an accurate description of frost heave caused by freezing of pore water in soils. It is important to understand this processes at the developing stage for the aim of safety exploitation of constructions.

The present work is devoted to an experimental and theoretical study of the frost heave in laboratory samples of water saturated sand. Artificial freezing of the sample is performed in a chest freezer. During freezing measurements of temperature and strain are carried out by a control system consisting of a set of thermocouples and fiber optic sensors based on Bragg gratings. To analyze the obtained experimental data, a thermo-hydro-mechanical model has been developed. Water saturated soil is supposed to be three phase porous media consisting of a drained skeleton, water and ice. The model includes the energy conservation equation, the mass balance equations for moisture and ice content, the equilibrium equation and the constitutive relations taking into account an influence of the phase transition of water on heat and mass transfer and the additional volumetric strain. The numerical solution of the nonlinear partial differential equations of the model is performed by the finite element method. The feature of the model is a possibility to take into account the crystallization kinetics on the frost heave of the freezing saturated soil.

As a result of the study, a good qualitative and quantitative agreement between a temperature measurement in the volume of the sample and the results of the simulation has been obtained. A comparison of the fiber-optic sensors readings with the results of the numerical simulation has shown that the calculated values are slightly deviated from the experimental ones. On the basis of the measurements analysis and the numerical results it can be concluded that the frost heave proceeds in a long time after the phase transition starts within the temperature range below the temperature of water freezing.

© PNRPU

Введение

Промерзающие и мерзлые грунты активно используются в качестве оснований и среды для различного рода инженерных сооружений [1]. Многолетнемерзлые грунты служат опорой для зданий и трубопроводов [2]. Искусственно замороженные грунты применяются для создания временных ограждений при проходке вертикальных шахтных стволов и строительстве тоннелей в слабых, неустойчивых, влагонасыщенных породах [3–5]. Образование льда в грунте приводит к повышению его прочности и устойчивости, снижению водопроницаемости. В то же время изменение температуры замороженного грунта сопровождается возникновением значительных деформаций, которые могут вызвать повреждения возведенных сооружений. Вследствие этого при строительстве необходимо проводить обоснование проектных и конструкторских решений с учетом механических свойств и особенностей промерзающих и мерзлых грунтов.

С точки зрения геомеханики ключевым процессом при промерзании влагонасыщенных грунтов является морозное пучение. Замораживание влаги в поровом пространстве приводит к увеличению ее объема и как следствие возникновению объемных деформаций скелета. В работах многих авторов представлены исследования влияния морозного пучения на напряженно-

деформированное состояние инженерных сооружений. В работах [6,7] отмечается, что морозное пучение приводит к неравномерному распределению напряжений в трубопроводе и вызывает его изгиб. Авторами работ [8–10] рассматривается изменение напряженно-деформированного состояния грунта при возведении туннеля с использованием искусственного замораживания. Показано, что морозное пучение приводит к деформированию дневной поверхности и перераспределению нагрузки на крепь туннеля от окружающего грунта. Работы [11, 12] посвящены исследованию механического поведения породного массива при строительстве вертикального шахтного ствола с применением искусственного замораживания. Установлено, что деформации, вызванные превращением воды в лед, приводят к дополнительной нагрузке на замораживающие колонки.

Морозное пучение при промерзании грунта характеризуется сложным взаимодействием процессов теплопереноса и массопереноса, изменением напряженно-деформированного состояния скелета. Для детального исследования данных процессов проводятся лабораторные эксперименты. В [13–15] проведены экспериментальные исследования морозного пучения и изменения порового давления в цилиндрических образцах из влагонасыщенного песка и глины. Показано, что с увеличением влагонасыщенности образца растут деформации, вызванные морозным пучением, а поровое давле-

ние уменьшается с понижением температуры. При этом отмечается, что в образцах из глины деформации, вызванные морозным пучением, больше, чем в образцах из песка, поскольку в последних не образуются ледяные шпирь в замороженной зоне. В работе [15] отмечено, что в начале процесса замораживания величина деформаций, вызванных морозным пучением, определяется начальной влагонасыщенностью. При более длительном замораживании значительный вклад в морозное пучение вносит миграция влаги к фронту фазового перехода. В [16] установлено, что с увеличением температуры замораживания морозное пучение становится более ярко выраженным, поскольку консолидация незамороженной части грунта становится меньше. Также отмечается, что криогенная структура в образцах является неоднородной.

Проведение экспериментальных исследований явлений и эффектов, возникающих в процессе промерзания влагонасыщенных грунтов и вызванных фазовым превращением воды в лед, требует использования современных методов контроля температуры и деформаций. Одним из актуальных направлений методов мониторинга состояния различных объектов, как в лабораторных масштабах, так и масштабах реальных сооружений, является использование волоконно-оптических датчиков на основе решеток Брэгга [17]. Волоконно-оптические датчики активно используются инженерами и исследователями для мониторинга температуры при искусственном замораживании породного массива [18, 19], для определения условий возникновения изгибов сложных конструкций [20–23], для анализа напряженно-деформированного состояния сооружений в процессе эксплуатации [24]. По сравнению с традиционными методами контроля волоконно-оптические системы имеют ряд преимуществ – это малый размер и вес, отсутствие влияния электромагнитных полей на показания датчиков, высокая скорость передачи данных [25]. Основная трудность в использовании данных систем заключается в том, что при измерении одного из параметров рассматриваемого процесса необходимо физически изолировать детекторы системы от влияния сопутствующих процессов либо компенсировать их влияние путем математической обработки показаний [26].

Для описания морозного пучения во влагонасыщенных грунтах активно разрабатываются термогидромеханические модели [27–32]. В моделях, представленных в [27–30], миграция влаги в грунте описывается законом Дарси, в [31] – химическим потенциалом, зависящим от температуры, а в [32] – градиентом влажности. В [27, 29] изменение объема порового пространства связывается с разностью давлений льда и воды. В [30] дополнительные объемные деформации, вызванные морозным пучением, рассчитываются из изменения пористости. В [28, 31, 32] вклад морозного пучения в деформации скелета определяется из объемных величин льдистости и влажности.

Настоящая работа посвящена экспериментальному и теоретическому исследованию морозного пучения

в лабораторных образцах из влагонасыщенного песка. Экспериментальная установка включает в себя морозильную установку, систему контроля температуры и деформаций, состоящую из набора термопар и волоконно-оптических датчиков на основе брэгговских решеток. Для анализа полученных экспериментальных данных используется термогидромеханическая модель, основанная на уравнениях тепло- и влагопереноса, приведенных в работе [33], и дополненная уравнением равновесия и определяющими соотношениями для описания механического поведения промерзающего грунта. В отличие от модели [33] разработанная модель позволяет описывать напряженно-деформированное состояние и проводить учет деформаций, вызванных морозным пучением и изменением температуры. Использование модели [33] для описания тепло- и массопереноса обусловлено тем, что она позволяет учесть кинетику процесса кристаллизации воды, наличие незамерзшей влаги при отрицательной температуре и возникновение криогенных течений к фронту фазового перехода. В предыдущей работе авторов [34] показано, что данная модель по сравнению с моделью Стефана позволяет более точно описать изменение температуры.

1. Постановка эксперимента

Для проведения испытаний по экспериментальному исследованию процесса морозного пучения при замораживании грунта был выбран песок. Песок насыщался водой методом перемешивания с последующей выдержкой в герметичном объеме. Для замораживания использовалась пластиковая форма, в которой грунт послойно уплотнялся. Геометрические размеры формы: радиус 2,65 см, высота 8,4 см.

Мониторинг изменения температуры и деформаций насыщенного грунта в процессе замораживания проводился с использованием измерительной системы, включающей в себя четыре термопары и четыре волоконно-оптических датчика (ВОД) деформаций. Размещение детекторов выполнялось в объеме исследуемого образца в процессе упаковки грунта. Схематическое изображение итогового расположения датчиков приведено на рис. 1. На схеме ВР – деформационные датчики на основе волоконно-оптических брэгговских решеток (ВБР), ТС – термопары. Линии деформационных ВОД помещались вдоль диаметра на расстоянии 5,4 и 2,4 см от верхнего торца. Датчики на линиях находились на расстоянии половины радиуса от центра цилиндра. Характерный размер чувствительного элемента 1 мм.

Термопары ТС1 и ТС4 располагались на нижнем и верхнем торце, термопара ТС2 – на образующей и термопара ТС3 – в центре образца.

После упаковки грунта и установки системы измерения готовый образец помещался в морозильный ларь. Замораживание образца проводилось при температуре $-20\text{ }^{\circ}\text{C}$.

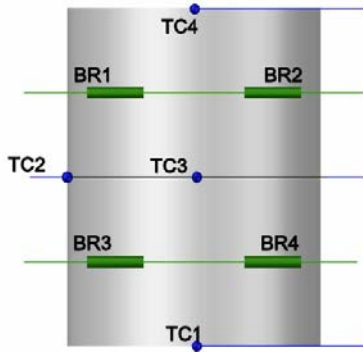


Рис. 1. Схематическое расположение датчиков в объеме образца: TC – термодатчики; BR – деформационные датчики

Fig. 1. Schematic arrangement of sensors in the sample volume: TC – are thermocouples; BR – are strain gauges

Использование волоконно-оптических датчиков деформаций в условиях замораживания подразумевает изоляцию чувствительных элементов от влияния температуры. Ввиду отсутствия технического решения для физической изоляции датчиков, позволяющей сохранить их чувствительность в условиях проводимых испытаний, в данной работе используется апостериорная компенсация влияния температуры на чувствительный элемент датчика. Авторами [35] предлагается методика термокомпенсации показаний датчиков деформаций на основе данных измерений температуры, проводимых с использованием волоконно-оптических датчиков температуры. Однако использование температурных датчиков в условиях влияния деформаций подразумевает использование системы изоляции чувствительных элементов от воздействия внешних сил, что также является непростой технической задачей. Так, в работе [35] показано, что вследствие внешнего воздействия показания температурных оптоволоконных датчиков, помещенных в защитный кожух из стекла, не соответствовали реальным значениям. Вследствие этого в настоящей работе используется численное моделирование для идентификации температуры в точках расположения датчиков.

2. Математическая модель промерзания влагонасыщенного грунта

Для описания процесса промерзания влагонасыщенного грунта была разработана термогидромеханическая модель. В данной модели рассматривается трехкомпонентная пористая среда, состоящая из сухого скелета, воды и льда. Поровое пространство предполагается полностью насыщенным. Влиянием водяного пара пренебрегают. Сухой скелет считается непрерывным, однородным, изотропным материалом, который в процессе промерзания претерпевает только упругие деформации. Описание тепло- и массопереноса основано на модели [33], которая включает в себя закон сохранения энергии, закон сохранения массы для влажности и льдистости. Миграция влаги определяется градиентом влажности с коэффициентом диффузии,

зависящим от влажности. Движением льда пренебрегают. Изменение влажности, льдистости и выделение теплоты при фазовом переходе задаются при помощи объемных источников. Напряженно-деформированное состояние определяется из уравнения равновесия. Связь между напряжениями и деформациями задается законом Гука. В процессе замораживания учитываются температурные деформации и деформации, вызванные фазовым переходом воды в лед. Расчет деформаций морозного пучения выполняется от текущего значения льдистости.

Математическая формулировка модели записывается следующим образом:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \text{div}(D \text{grad} W) = -Q_i, \quad (1)$$

$$\frac{\partial I}{\partial t} = Q_i, \quad (2)$$

$$C \frac{\partial T}{\partial t} + \text{div}(\lambda \text{grad} T) = L \rho_{sk} Q_i, \quad (3)$$

$$Q_i = \frac{W - W_{eq}}{t_*}, \quad (4)$$

$$\text{div} \sigma = \rho \mathbf{g}, \quad (5)$$

$$\sigma = \mathbf{C} : (\boldsymbol{\varepsilon} - \boldsymbol{\varepsilon}_T - \boldsymbol{\varepsilon}_{fn}), \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \frac{1}{2}(\text{grad} \mathbf{u} + \text{grad} \mathbf{u}^T), \quad (7)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_T = \alpha_T (T - T_0) \mathbf{I}, \quad (8)$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{fn} = \frac{1}{3} \varepsilon_v \mathbf{I}, \quad (9)$$

где t – время; W – влажность; I – льдистость; T – температура; D – коэффициент диффузии, $D = D(W)$; W_{eq} – кривая равновесной влажности, $W_{eq} = W_{eq}(T)$; t_* – характерное время кристаллизации воды; C – эффективная объемная теплоемкость; λ – эффективный коэффициент теплопроводности; L – скрытая теплота фазового перехода; ρ_{sk} – плотность сухого скелета; σ – тензор напряжений Коши; ρ – эффективная плотность; \mathbf{g} – вектор ускорения свободного падения; \mathbf{C} – тензор упругости; $\boldsymbol{\varepsilon}$ – тензор деформаций; $\boldsymbol{\varepsilon}_T$ – тензор температурных деформаций; $\boldsymbol{\varepsilon}_{fn}$ – тензор деформаций, вызванных морозным пучением; \mathbf{u} – вектор перемещений; \mathbf{I} – единичный тензор; α_T – коэффициент термического сжатия; T_0 – начальная температура. Теплофизические параметры и упругие свойства насыщенной пористой среды определяются по правилу смеси. Объемные деформации грунта ε_v задаются в виде

$$\varepsilon_v = 0,09\theta_i, \quad (10)$$

где θ_i – объемная доля льда.

Одной из особенностей промерзания влагонасыщенного грунта является наличие незамерзшей воды при температуре ниже температуры начала фазового перехода. В [33] на основе анализа экспериментальных данных по замораживанию песка, ила и глины была предложена следующая зависимость величины равновесной влажности от температуры:

$$W_{eq}(T) = W_0 \frac{1 + \Theta(T)}{1 - a_0 \Theta(T)}, \quad (11)$$

$$\Theta(T) = \frac{T - T_{ph}}{T_{min} - T_{ph}}, \quad (12)$$

где W_0 – начальная влажность; a_0 – константа, зависящая от грунта; T_{ph} – температура фазового перехода; T_{min} – минимальная температура, достигаемая при замораживании.

Система уравнений (1)–(3), (5) дополняется следующими начальными и граничными условиями, заданными на основе проведенного эксперимента:

$$W|_{t=0} = W_0, \quad (13)$$

$$T|_{t=0} = T_0, \quad (14)$$

$$\frac{\partial W}{\partial \mathbf{n}}|_{\Gamma_l} = \frac{\partial W}{\partial \mathbf{n}}|_{\Gamma_e} = 0, \quad (15)$$

$$T|_{\Gamma_l} = T_1(t), \quad (16)$$

$$T|_{\Gamma_{e,t}} = T_3(t), \quad (17)$$

$$T|_{\Gamma_{e,b}} = T_3(t), \quad (18)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_l} = -k_l \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, \quad (19)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}|_{\Gamma_e} = -k_e \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}, \quad (20)$$

где Γ_l – боковая поверхность цилиндра; $\Gamma_{e,t}$, $\Gamma_{e,b}$ – торцевые стороны цилиндра; \mathbf{n} – вектор, внешней нормали; k_l , k_e – коэффициенты податливости стенки и основания пластмассовой формы, значения функций T_1 , T_2 , T_3 соответствуют зарегистрированным показаниям термопар.

Компьютерная реализация разработанной термогидромеханической модели выполнена в конечно-элементом пакете Comsol Multiphysics ®. Уравнение влагопереноса (1) задавалось в модуле Porous Media and Subsurface flow, кинетическое уравнение (2) – в модуле Domain ODEs and DAEs, уравнение теплопроводности (3) – в модуле Heat Transfer in Porous Media, уравнение равновесие (5) – в модуле Solid Mechanics. Пространственная дискретизация выполнялась методом Бубнова-Галеркина с использованием базисных функций,

имеющих вид полиномов Лагранжа первого порядка. Дискретизация по времени проводилась в соответствии с неявной схемой Эйлера первого порядка. Решение системы линейных алгебраических уравнений выполнялось методом Ньютона с использованием решателя PARDISO.

3. Результаты эксперимента и сравнение с численным моделированием

Анализ показаний оптоволоконных датчиков деформирования был выполнен по результатам численного моделирования процесса промерзания влагонасыщенного песка, проведенного в соответствии с разработанной термогидромеханической моделью.

Значения материальных параметров песка, используемых при моделировании, приведены в табл. 1. Теплофизические параметры песка, коэффициент диффузии влажности и параметры, задающие кинетику фазового перехода, были взяты из предыдущего исследования [35]. Теплофизические параметры воды и льда задавались в соответствии с [36]. Механические константы сухого скелета оценены на основе литературных данных (табл. 2) [1, 19]. Коэффициенты податливости боковой стенки и основания пластмассовой формы $k_l = 2 \cdot 10^{11}$, $k_e = 1 \cdot 10^{12}$.

Таблица 1

Теплофизические свойства песка и параметры кинетики фазового перехода

Table 1

Thermo-physical properties of sand and kinetics parameters of phase transition

C_{sk} , Дж/(кг·м³)	ρ_{sk} , кг/м³	λ_{sk} , Вт/(кг·м)	T_{ph} , К	a_0 , 1	T_{min} , К	t^* , с
800	1850	1,3	273,15	184,2	253,15	7200

Таблица 2

Механические свойства песка

Table 2

Mechanical properties of sand

E , Па	ν , 1	α_T , 1/K
$3,6 \cdot 10^9$	0,11	$5 \cdot 10^{-6}$

Температура фазового перехода $T_{ph} = 273,15$ К. Начальная температура $T_0 = 292,8$ К, влажность $W_0 = 0,3$. Графики функций T_1 , T_2 , T_4 показаны на рис. 2, а.

Геометрия расчетной области соответствовала лабораторному образцу. Область разбивалась на элементы, представляющие собой прямые призмы с четырехугольным основанием. Размер элемента не превышал $5 \cdot 10^{-3}$ м в вертикальном направлении и $1,76 \cdot 10^{-3}$ м в горизонтальном направлении.

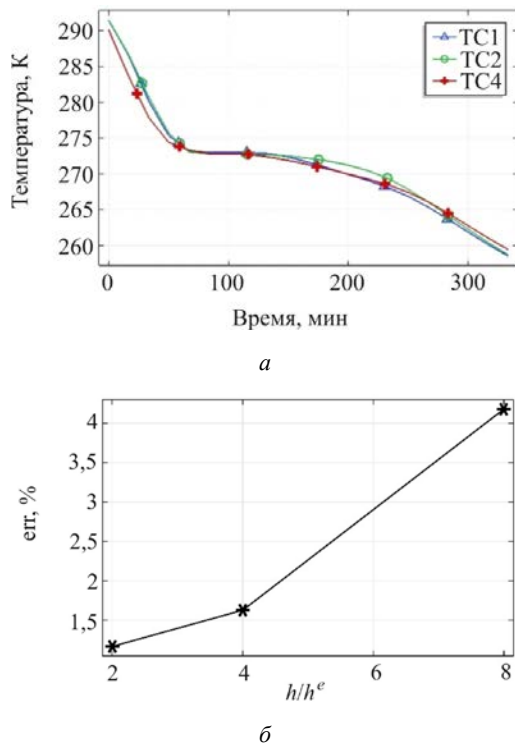


Рис. 2. Изменение температуры со временем: показания термодатчиков TC1, TC2, TC4 (а); график относительной погрешности *err* в зависимости от размера *h* элемента расчетной сетки, отнесенного к размеру *h^e* самой мелкой сетки (б)

Fig. 2. Temperature change during the experiment: thermocouple readings TC 1, TC 2, TC4 (a); plot of the relative error of *err* depending on mesh size *h* divided by size *h^e* of the reference mesh (b)

Для проверки сеточной сходимости решение также было получено на расчетных сетках с размером элемента в 2, 4 и 8 раз больше. Проверка выполнялась путем сравнения графиков изменения температуры со временем T_3 в центральной точке образца. Относительная погрешность вычислялась по формуле

$$err = \max_{t \in [0, T]} \frac{|T_3^e(t) - T_3(t)|}{T_0} 100\%, \quad (11)$$

где T_3^e – температура, полученная путем решения задачи на самой мелкой сетке.

Из представленного на рис. 2, б графика сходимости видно, что с уменьшением размера элемента величина погрешности уменьшается. Это свидетельствует о наличии сходимости численного решения.

На рис. 3, а представлены графики изменения температуры от времени в центре образца, регистрируемой термодатчиком и полученной в численном расчете. Видно, что кривая, полученная в результате моделирования, хорошо согласуется с кривой, зарегистрированной экспериментально. При этом максимальное отклонение между значениями температур не превышает 1,4 К.

На графиках температуры можно выделить три основных участка. На первом участке наблюдается падение температуры до начала фазового перехода. Второй

участок характеризуется медленным изменением температуры, что связано с интенсивным выделением тепла при фазовом переходе воды в лед. На третьем участке скорость падения температуры вновь увеличивается, что вызвано снижением мощности внутренних источников тепла, уменьшением эффективной объемной теплоемкости и увеличением эффективного коэффициента теплопроводности. В представленной термогидромеханической модели продолжительность данных участков определяется температурой замораживания, начальной влагонасыщенностью, характерным временем кристаллизации воды и кривой равновесной влажности.

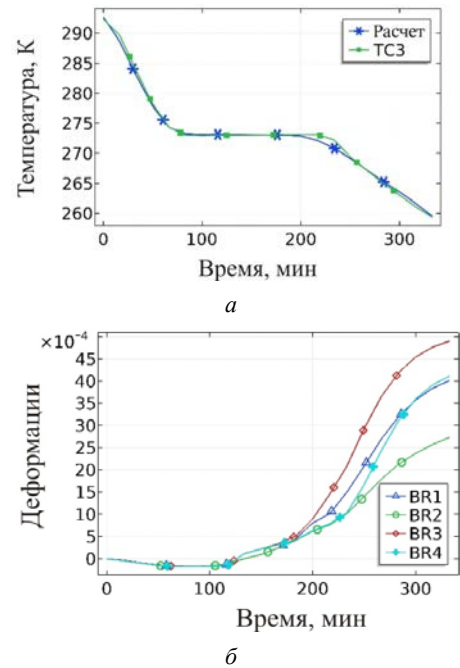


Рис. 3. Показания термодатчика TC3, расположенной в центре лабораторного образца, и график изменения температуры от времени, полученный в численном моделировании (а); показания деформационных датчиков без термокомпенсации (б)

Fig. 3. Thermocouple readings TC3, located in the center of the laboratory sample, and plot of the temperature evolution given by the numerical simulation (a); the strain sensors measurements without temperature compensation (b)

Сравнивая график, полученный в численном моделировании, с графиком, полученным из эксперимента, можно заметить, что максимальное отклонение наблюдается при переходе от второго участка к третьему. Откуда следует, что предложенная модель не в полной мере описывает процесс начала образования льда и предсказывает более быстрое падение температуры.

Результаты измерения деформаций в процессе замораживания породы с учетом вклада температурного воздействия приведены на рис. 3, б. На начальном участке наблюдается ниспадающий участок, связанный непосредственно с уменьшением температуры в зоне расположения датчика. В нижней точке перегиба графика (момент времени 80 минут) датчик регистрирует возникающие деформации, связанные с началом фазового перехода вода-лед.

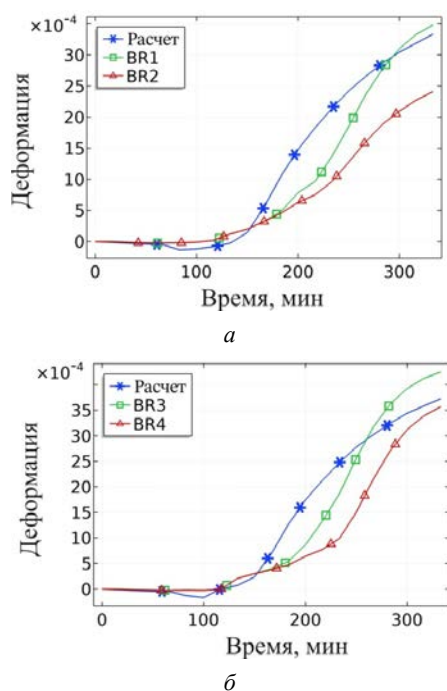


Рис. 4. Изменение деформации со временем в местах расположения оптоволоконных датчиков, находящихся на высоте 5,4 см (а) и на высоте 2,4 см (б)

Fig. 4. Strain evolution during the experiment at fiber optic sensor locations at 5.4 cm (a) and 2.4 cm (b)

На рис. 4 представлены результаты измерений после применения методики термокомпенсации показаний деформационных датчиков BR1, BR2, BR3, BR4 и деформации ϵ_{xx} , полученные в ходе численного моделирования. Процедура термокомпенсации выполнялась в соответствии с подходом, предложенным в [35], на основе кривых температуры от времени, взятых из численного расчета. Следует отметить, что после применения процедуры термокомпенсации качественный вид экспериментальных графиков не изменился.

Из рис. 4 видно, что в процессе замораживания происходит деформирование влагонасыщенного песка, вызванное морозным пучением и термическим сжатием. Графики, полученные в численном расчете, количественно близки к экспериментальным, но отличаются от них качественно. В начале замораживания численные результаты предсказывают небольшое сжатие образца в местах расположения датчиков. Это объясняется термическим сжатием грунта в местах расположения датчиков и его пучением на боковой поверхности образца. В соответствии с моделированием к моменту времени $t = 80$ мин на краях образца уже образовался лед (рис. 5, а). В свою очередь, оптоволоконные датчики на данном промежутке времени зарегистрировали значительно меньшие деформации, величина которых не превышает $3 \cdot 10^{-5}$. Можно предположить, что это вызвано как меньшим термическим сжатием датчиков, так и проскальзыванием датчиков относительно частиц песка.

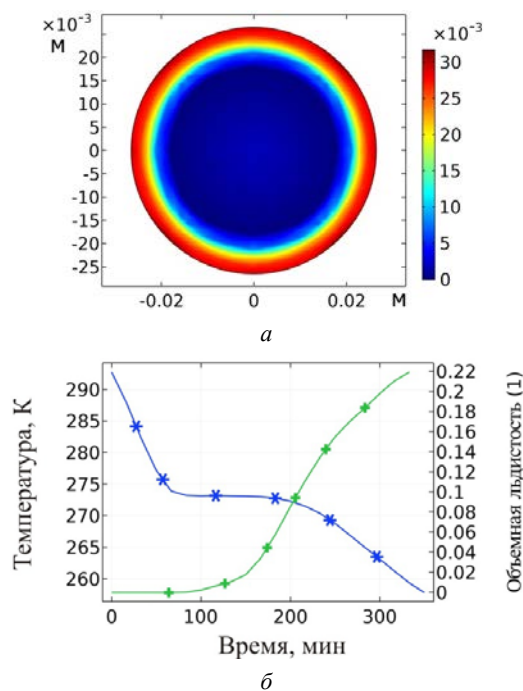


Рис. 5. Распределение льдистости по горизонтальному сечению образца в момент времени $t = 80$ мин (а); изменение температуры (синяя кривая) и льдистости (зеленая кривая) со временем в точке расположения датчика BR1 (б)

Fig. 5. Ice distribution over the horizontal section of the sample at time $t = 80$ min (a); temperature evolution (blue curve) and iciness (green curve) over time at the location of the BR1 sensor (b)

Начиная с момента времени $t = 120$ мин на показаниях всех датчиков наблюдается монотонный рост деформаций. Значения деформации ϵ_{xx} , полученные в расчете, также увеличиваются. При этом в расчете, как видно из рис. 5, б, лед начинает образовываться на несколько десятков минут раньше. Из графика изменения температуры от времени, полученного в численном моделировании, ясно, что рост деформаций продолжается в течение всего процесса замораживания и происходит при температурах значительно меньших температуры начала фазового перехода, что вызвано постепенной кристаллизацией переохлажденной поровой влаги. Следует отметить, что, начиная с данного момента, температурные деформации становятся пренебрежимо малы по сравнению с деформациями пучения, поскольку их величина не превышает 2 % от величины последних.

Сравнивая графики деформации и объемной льдистости, полученные в численном расчете, можно заключить, что качественно они совпадают. Однако данные графики деформаций отличаются от экспериментальных. Экспериментальные кривые вначале (до точки перегиба) выпуклы вниз. Причем у кривых, соответствующих показаниям верхних датчиков, точка перегиба возникает при $t = 217$ мин, а у кривых, зарегистрированных нижними датчиками, при $t = 233$ мин. Кривые, полученные в численном моделировании, начиная с $t = 120$ мин, всегда имеют выпуклость вверх.

Данное качественное различие трудно объяснимо и может иметь множество причин. Одна из них заключается в том, что взаимодействие между датчиками и насыщенным грунтом может изменяться по мере увеличения льдистости и уменьшения остаточной влажности, поскольку это приводит к повышению сцепления между частицами грунта и льдом. С другой стороны, кинетическое уравнение (2) для процесса фазового перехода поровой влаги в лед может быть недостаточно точным. В пользу этого предположения свидетельствует тот факт, что участок, на котором экспериментальные кривые выпуклы вниз, приходится на начало процесса замерзания воды. Как было отмечено выше, здесь рассчитанная кривая изменения температуры от времени имела наибольшее отклонение от показаний термодатчика, находящейся в центре образца.

Заключение

Данная работа посвящена разработке системы мониторинга деформации в процессе промерзания насыщенного грунта на основе ВБР датчиков и анализа ее показаний на основе результатов численного моделирования. В предложенной термогидромеханической модели процесса промерзания рассматривается насыщенная пористая среда, состоящая из воды, льда и сухого скелета, который предполагается однородным и изотропным материалом. Модель включает в себя закон сохранения массы, энергии и уравнение равновесия. В соответствии с [33] закон сохранения массы включает в себя уравнение диффузии для влажности и кинетическое уравнение для льдистости, в законе сохранения энергии предполагается перенос тепла за счет теплопроводности, описание фазового перехода воды в лед с сопутствующим выделением теплоты выполняется путем включения в уравнения объемных источников. Мощность объемных источников определяется разностью между текущим значением влажности и величиной равновесной влажности при заданной температуре, а также характерным временем кристаллизации воды. Определяющие соотношения для описания напряженно-деформированного состояния включают закон Гука и выражения для дополнительных деформаций, вызванных термическим сжатием и морозным пучением. Особенностью модели является учет влияния кинетики фазового перехода на морозное пучение.

Проведенный анализ показаний системы мониторинга на основе результатов численного моделирования

Библиографический список

1. Цытович Н.А. Механика мерзлых грунтов. – М: Высшая школа, 1973. – 448 с.
2. Основы геокриологии Ч. 5. Инженерная геокриология / С.Н. Булдович, С.С. Волохов, Л.С. Гарагуля [и др.]; под ред Э.Д. Ершова. – М.: Изд-во МГУ, 1999. – 526 с.
3. Прочность и ползучесть мерзлых грунтов и расчеты ледогрунтовых ограждений / С.С. Вялов, С.Э. Городецкий [и др.]. – М.: Изд-во АН СССР, 1962. – 254 с.

позволяет заключить, что расширение насыщенного грунта, вызванное морозным пучением, происходит во все время замораживания при температурах значительно меньших температуры начала фазового перехода. Результаты расчета позволяют заключить, что данная особенность связана с постепенным переходом в лед остаточной влаги. Распределение деформаций в грунте неравномерное и изменяется по мере его промерзания. При отрицательных температурах деформации температурного сжатия не превосходят 2 % от деформаций морозного пучения.

Сравнение показаний термодатчика, расположенной в центре лабораторного образца, с результатами моделирования показало, что предложенная модель позволяет достаточно точно описать эволюцию температуры. Максимальное отклонение составляет 1,4 К и наблюдается при смене режима падения температуры от медленного к более быстрому. Отсюда следует, что представленная термогидромеханическая модель может использоваться для температурной компенсации показаний деформационных оптоволоконных датчиков.

В свою очередь, кривые изменения деформаций со временем, полученные в численном моделировании, отличаются от показаний оптоволоконных датчиков более значительно. Несмотря на то, что значения рассчитанных деформаций близки к экспериментальным, качественный характер их изменения со временем разный. Причина такого различия остается неясной и может быть связана как со сложным взаимодействием грунта и оптоволоконных датчиков в процессе замораживания, так и с недостаточно точным описанием данного процесса представленной термогидромеханической моделью.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта № 19-31-90107 и при поддержке программы фундаментальных исследований УрО РАН, проект № 18-9-1-31.

Acknowledgments

The work was carried out with the financial support of the RFBR in the framework of the scientific project No. 19-31-90107 and of the program of fundamental research of Uro RAS, project No. 18-9-1-31.

4. Трупаков Н.Г. Замораживание грунтов в подземном строительстве. – М.: Недра, 1974. – 280 с.

5. Andersland O.B., Ladanyi B. An introduction to frozen ground engineering. – Dordrecht: Springer Science & Business Media, 1994. – 213 p.

6. Thermal elasto-plastic computation model for a buried oil pipeline in frozen ground / Z. Wen, Y. Sheng, H. Jin, S. Li, G. Li,

Y. Niu // Cold Regions Science and Technology. – 2010. – Vol. 64. – No. 3. – P. 248–255.

7. Review of the state of the art: interactions between a buried pipeline and frozen soil / H. Li, Y. Lai, L. Wang, X. Yang, N. Jiang, L. Li, C. Wang, B. Yang // Cold Regions Science and Technology. – 2018.

8. Numerical simulation of frost heave with coupled water freezing, temperature and stress fields in tunnel excavation / P. Yang, J.M. Ke, J.G. Wang, Y.K. Chow, F.B. Zhu // Computers and Geotechnics. – 2006. – Vol. 33. – No. 6–7. – P. 330–340.

9. In situ monitoring of frost heave pressure during cross passage construction using ground-freezing method / L. Han, G.L. Ye, Y.H. Li, X.H. Xia, J.H. Wang // Canadian Geotechnical Journal. – 2015. – Vol. 53. – No. 3. – P. 530–539

10. Model test and numerical simulation of frost heave during twin-tunnel construction using artificial ground-freezing technique / H. Cai, S. Li, Y. Liang, Z. Yao, H. Cheng // Computers and Geotechnics. – 2019. – Vol. 115. – P. 103–155.

11. Numerical simulation of soil stability during artificial freezing / M. Zhelнин [et al.] // Procedia Structural Integrity. – 2019. – Vol. 17. – P. 316–323.

12. Numerical simulation of freezing pipe deformation during artificial ground freezing / A. Kostina, M. Zhelнин, O. Plekhov, I. Pantelev, L. Levin // Procedia Structural Integrity. – 2019. – Vol. 18. – P. 293–300.

13. Investigation of the pore water pressures of coarse-grained sandy soil during open-system step-freezing and thawing tests / L. Zhang [et al.] // Engineering Geology. – 2014. – Vol. 181. – P. 233–248.

14. An investigation of pore water pressure and consolidation phenomenon in the unfrozen zone during soil freezing / L. Zhang [et al.] // Cold Regions Science and Technology. – 2016. – Vol. 130. – P. 21–32.

15. Water–heat migration and frost-heave behavior of a saturated silty clay with a water supply / L. Zhang [et al.] // Experimental Heat Transfer. – 2017. – Vol. 30. – No. 6. – P. 517–529.

16. Laboratory observation and analysis of frost heave progression in clay from the Qinghai-Tibet Plateau / Y. Wang [et al.] // Applied Thermal Engineering. – 2018. – Vol. 131. – P. 381–389.

17. Hill K.O., Meltz G. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview // Journal of Lightwave Technology. – 1997. – Vol. 15(8) – P. 1263–1276. DOI: 10.1109/50.618320

18. Levin L.Yu., Semin M.A., Parshakov O.S. Improving methods of frozen wall state prediction for mine shafts under construction using distributed temperature measurements in test wells // Journal of Mining Institute. – 2019. – Vol. 237. – P. 268–274. DOI: 10.31897/PMI.2019.3.2

19. Numerical simulation of artificial ground freezing in a fluid-saturated rock mass with account for filtration and mechanical processes / I.A.Pantelev, A.A. Kostina, O.A. Plekhov, L.Yu. Levin // Sciences in Cold and arid Regions. – 2017. – Vol. 9(4). – P. 363–377.

20. Soil nail monitoring using Fiber Bragg Grating sensors during pullout tests / H.H. Zhu, J.H. Yin, W. Jin, W.H. Zhou // The Joint 60th Canadian Geotechnical and 8th IAHCNC Conferences Ottawa – 2007 – P. 821–828.

21. Hong C.Y., Yin J.N., Zhou W.H. Study on cement grout quality of model soil nails measured using long gage FBG Sensing Technology // The 17th Southeast Asian Geotechnical Conference. – 2010 – P. 237–240.

22. Comparative study on the elongation measurement of a soil nail using optical lower coherence interferometry method and FBG

method / C.Y. Hong, J.H. Yin, W. Jin, C. Wang, W.H. Zhou, H.H. Zhu // Adv. Struct. Eng. – 2010. – Vol. 13. – P. 309–319.

23. Численное моделирование напряженно-деформированного состояния композитного шпангоута авиационного назначения для разработки методики контроля с применением волоконно-оптических датчиков / А.Н. Аношкин, В.Ю. Зуйко, К.А. Пеленев, П.В. Писарев, Г.С. Шипунов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 4. – С. 47–57. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.04

24. Caponero M.A., Dell’Erba D., Kropp C. Use of fibre optic sensors for structural monitoring of temporary emergency reinforcements of the church S. Maria delle Grazie in Accumoli // Journal of Civil Structural Health Monitoring. – 2019. – Vol. 9. – P. 353–360. DOI:10.1007/s13349-019-00335-w

25. Application of FBG sensors for geotechnical health monitoring, a review of sensor design, implementation methods and packaging techniques / C. Hong, Y. Zhang, M. Zhang, L. Leung, L. Liu // Sensors and Actuators A. – 2016. – Vol. 244. – P. 184–197.

26. Шардаков И.Н., Кошелева Н.А., Цветков Р.В. Экспериментальный и теоретический варианты термокомпенсации волоконно-оптических датчиков деформации // Прикладная фотоника. – 2017. – Т. 4 – С. 325–336.

27. Zhou M.M., Meschke G. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils // International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics. – 2013. – Vol. 37(18). – P. 3173–3193.

28. Isogeometric analysis of THM coupled processes in ground freezing / Y.W. Bekele [et al.] // Computers and Geotechnics. – 2017. – Vol. 88. – P. 129–145.

29. An elastoplastic model for saturated freezing soils based on thermo-poromechanics / E. Liu [et al.] // International Journal of Plasticity. – 2018. – Vol. 107. – P. 246–285.

30. Study on theory model of hydro-thermal–mechanical interaction process in saturated freezing silty soil / Y. Lai [et al.] // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2014. – Vol. 78. – P. 805–819.

31. Wu D., Lai Y., Zhang M. Heat and mass transfer effects of ice growth mechanisms in a fully saturated soil // International Journal of Heat and Mass Transfer. – 2015. – Vol. 86. – P. 699–709.

32. Experimental and numerical simulations on heat-water-mechanics interaction mechanism in a freezing soil / S. Li [et al.] // Applied Thermal Engineering. – 2018. – Vol. 132. – P. 209–220.

33. Bronfenbrener L. Non-equilibrium crystallization in porous media: Numerical solution // Cold Region Science and Technology. – 2013 – Vol. 85. – P. 137–149.

34. Исследование особенностей неравновесного фазового перехода во флюидонасыщенном грунте / А.Е. Прохоров, М.С. Желнин, А.А. Костина, О.А. Плехов // Вестник Пермского университета. Физика. – 2018. – № 4 (42). – С. 31–37. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-4-31-37

35. Прохоров А.Е., Плехов О.А. Разработка системы мониторинга нестационарных температур и деформаций во влагонасыщенном грунте в условиях фазового перехода на базе оптоволоконных датчиков // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 1. – С. 129–137. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.11

36. Волков А.И., Жарский И.М. Большой химический справочник. – М: Советская школа, 2005. – 608 с.

References

1. Tsytovich N.A. Mekhanika merzlykh gruntov [Mechanics of frozen soils]. Moscow, Vysshaya shkola, 1973, 448 p.
2. Buldovich S.N., Volokhov S.S., Garagulya L.S. et. al. Osnovy geokriologii CH.5. Inzhenernaya geokriologiya [Fundamentals of Geocryology Part 5. Engineering Geocryology]. MGU Moskva, 1999, 526 p.
3. Vyalov S.S., Gorodetskiy S.E. et. al. Prochnost' i polzuchest' merzlykh gruntov i raschety ledogruntovykh ograzhdeniy [Strength and creep of frozen soils and calculations of ice-ground fences]. Izd-vo AN SSSR, 1962, 254 p.
4. Trupak N.G. Zamorazhivaniye gruntov v podzemnom stroitel'stve [Soil freezing in underground construction]. Moscow, Nedra, 1974, 280 p.
5. Andersland O.B., Ladanyi B., An introduction to frozen ground engineering. Dordecht, Springer Science & Business Media, 1994, 213p
6. Wen Z., Sheng, Y. Jin H., Li S., Li G., Niu Y. Thermal elasto-plastic computation model for a buried oil pipeline in frozen ground. *Cold Regions Science and Technology*, 2010, vol. 64, no. 3, pp. 248-255.
7. Li H., Lai Y., Wang L., Yang X., Jiang N., Li L., Wang C., Yang B. Review of the state of the art: interactions between a buried pipeline and frozen soil. *Cold Regions Science and Technology*, 2018.
8. Yang P., Ke J.M., Wang J.G., Chow Y.K., Zhu F.B. Numerical simulation of frost heave with coupled water freezing, temperature and stress fields in tunnel excavation. *Computers and Geotechnics*, 2006, vol. 33, no. 6-7, pp. 330-340.
9. Han L., Ye G.L., Li Y.H., Xia X.H., Wang J.H. In situ monitoring of frost heave pressure during cross passage construction using ground-freezing method. *Canadian Geotechnical Journal*, 2015, vol. 53, no. 3, pp. 530-539
10. Cai H., Li S., Liang Y., Yao Z., Cheng H. Model test and numerical simulation of frost heave during twin-tunnel construction using artificial ground-freezing technique. *Computers and Geotechnics*, 2019, vol. 115, pp. 103-155.
11. Zhelmin M. et al. Numerical simulation of soil stability during artificial freezing. *Procedia Structural Integrity*, 2019, vol. 17, pp. 316-323.
12. Kostina A., Zhelmin M., Plekhov O., Pantelev I., Levin L. Numerical simulation of freezing pipe deformation during artificial ground freezing. *Procedia Structural Integrity*, 2019, vol.18, pp. 293-300.
13. Zhang L. et al. Investigation of the pore water pressures of coarse-grained sandy soil during open-system step-freezing and thawing tests. *Engineering geology*, 2014, vol. 181, pp. 233-248.
14. Zhang L. et al. An investigation of pore water pressure and consolidation phenomenon in the unfrozen zone during soil freezing. *Cold Regions Science and Technology*, 2016, vol. 130, pp. 21-32.
15. Zhang M. et al. Water-heat migration and frost-heave behavior of a saturated silty clay with a water supply. *Experimental Heat Transfer*, 2017, vol. 30, no. 6, pp. 517-529.
16. Wang Y. et al. Laboratory observation and analysis of frost heave progression in clay from the Qinghai-Tibet Plateau. *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 131, pp. 381-389.
17. Hill, K. O., & Meltz, G. Fiber Bragg grating technology fundamentals and overview. *Journal of Lightwave Technology*, 1997, vol. 15(8), pp. 1263-1276. DOI:10.1109/50.618320
18. Levin L.Yu., Semin M.A., Parshakov O.S. Improving methods of Frozen Wall State Prediction for Mine Shafts under Construction Using Distributed Temperature Measurements in Test Wells. *Journal of Mining Institute*, 2019, vol. 237, pp. 268-274. DOI: 10.31897/PMI.2019.3.2
19. Pantelev I.A., Kostina A.A., Plekhov O.A., Levin L.Yu. Numerical simulation of artificial ground freezing in a fluid-saturated rock mass with account for filtration and mechanical processes. *Sciences in cold and arid regions*, 2017, vol. 9(4), pp. 363-377.
20. H.H. Zhu, J.H. Yin, W. Jin, W.H. Zhou, Soil nail monitoring using Fiber Bragg Grating sensors during pullout tests. *The Joint 60th Canadian Geotechnical and 8th IAH-CNC Conferences Ottawa*, 2007, pp. 821-828.
21. C.Y. Hong, J.N., Yin, W.H. Zhou, Study on cement grout quality of model soil nails measured using long gage FBG Sensing Technology. *The 17th Southeast Asian Geotechnical Conference*, 2010, pp 237-240.
22. C.Y. Hong, J.H. Yin, W. Jin, C. Wang, W.H. Zhou, H.H. Zhu, Comparative study on the elongation measurement of a soil nail using optical lower coherence interferometry method and FBG method. *Adv. Struct. Eng.*, 2010, vol. 13, pp. 309-319.
23. Anoshkin A.N., Zuiko V.Yu., Pelenev K.A., Pisarev P.V., Shipunov G.S. Numerical simulation for development of methodology of stress-strain state control of composite bulkhead for aviation application with the usage of FBG sensors. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 4, pp. 47-57. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.04
24. M. A. Caponero, D. Dell'Erba, C. Kropp, Use of fibre optic sensors for structural monitoring of temporary emergency reinforcements of the church S. Maria delle Grazie in Accumoli. *Journal of Civil Structural Health Monitoring.*, 2019, vol.9, pp.353-360 DOI:10.1007/s13349-019-00335-w
25. C. Hong, Y. Zhang, M. Zhang, L. Leung, L. Liu. Application of FBG sensors for geotechnical health monitoring, a review of sensor design, implementation methods and packaging techniques. *Sensors and Actuators A*, 2016, vol. 244, pp. 184-197
26. I.N. Shardakov, N.A. Kosheleva, R.V. Tsvetkov Experimental and theoretical variants of thermal compensation of fiber-optical strain sensors [Experimental and theoretical variants of thermal compensation of fiber-optical strain sensors]. *Applied photonics*, 2017, vol.4, pp. 325-336 ISSN 2411-4375
27. Zhou M.M., Meschke G., 2013. A three-phase thermo-hydro-mechanical finite element model for freezing soils. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, 2013, vol. 37(18), pp. 3173-3193.
28. Bekele Y. W. et al. Isogeometric analysis of THM coupled processes in ground freezing. *Computers and Geotechnics*, 2017, vol. 88, pp. 129-145.
29. Liu E. et al. An elastoplastic model for saturated freezing soils based on thermo-poromechanics. *International Journal of Plasticity*, 2018, vol. 107, pp. 246-285.
30. Lai Y. et al. Study on theory model of hydro-thermal-mechanical interaction process in saturated freezing silty soil. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2014, vol. 78, pp. 805-819.
31. Wu D., Lai Y., Zhang M. Heat and mass transfer effects of ice growth mechanisms in a fully saturated soil. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2015, vol. 86, pp. 699-709.
32. Li S. et al. Experimental and numerical simulations on heat-water-mechanics interaction mechanism in a freezing soil. *Applied Thermal Engineering*, 2018, vol. 132, pp. 209-220.
33. Bronfenbrener, L., Non-equilibrium crystallization in porous media: Numerical solution. *Cold region science and technology*, 2013, vol. 85, pp.137-149
34. A.E. Prokhorov, M.S. Zhelmin, A.A. Kostina, O.A. Plekhov Investigation of non-equilibrium phase transition in freezing porous media. *Bulletin of Perm University. Physics*, 2018, vol. 4 (42), pp. 31-37. DOI: 10.17072/1994-3598-2018-4-31-37
35. Prokhorov A.E., Plekhov O.A. A System Development for Monitoring Kinetic Parameters of a Phase Transition in a Fluid-Saturated Soil Based on Fiber Optic Sensors. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, no. 1, pp. 129-137. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.11
36. Volkov A.I., Zharskiy I.M. Bolshoy khimicheskiy spravochnik [The great chemical Handbook]. Moscow, Sovetskaya shkola, 2005, 608 p.