



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.4.06

УДК 539.313

## О НОВОМ ПОДХОДЕ К РАСЧЕТУ СПИРАЛЬНЫХ ЗАЖИМОВ

А.Н. Данилин<sup>1,2</sup>, С.И. Жаворонок<sup>1,2</sup>, Л.Н. Рабинский<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Институт прикладной механики РАН, Москва, Россия

<sup>2</sup>Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), Москва, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 04 августа 2019 г.  
Принята: 05 декабря 2019 г.  
Опубликована: 30 декабря 2019 г.

#### Ключевые слова:

провод, спиральный зажим, проволочный слой, энергетическое осреднение, безмоментная цилиндрическая оболочка, деформирование, несущая способность.

### АННОТАЦИЯ

Исследуется несущая способность спиральных зажимов, которые монтируются на проводах (тросах) для их натяжения, соединения, ремонта и пр. Конструкция спиральных зажимов образуется из растянутых спиралей, навиваемых на провода с натягом, что позволяет получать соединения при растяжении практически неразъемными.

Формулируется общая задача о взаимодействии спиральных зажимов с повивами (проволочными слоями) провода. Даются разнообразные асимптотические решения начальных и краевых задач, и определяются конструктивные параметры зажимов, обеспечивающие их несущую способность.

Каждый повив представляется с позиции энергетического подхода как эквивалентная по упругим свойствам анизотропная цилиндрическая оболочка, а проволочная конструкция в целом рассматривается как система вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, взаимодействующих сил давления и трения. Эквивалентность упругих свойств оболочки свойствам повива устанавливается с использованием энергетического осреднения. Определяющие соотношения, полученные с использованием теоремы Кастильяно, связывают обобщенные перемещения и соответствующие им силы. Матрица в этих соотношениях представляет собой матрицу жесткости или матрицу податливости спиральной проволочной конструкции.

Такая постановка позволяет решать с единых позиций разнообразные задачи взаимодействия спиральных зажимов с повивами провода и исследовать механизм передачи усилия с зажимов на провод.

Из условия равновесия элементарного кольца оболочки записываются уравнения статики. Считается, что длина зажима настолько велика, что взаимовлиянием его концов можно пренебречь, т.е. зажим рассматривается как полубесконечная оболочка. Такая модель позволяет ставить различные начальные и краевые задачи в зависимости от краевых условий и способов монтажа на проводе.

© ПНИПУ

© Данилин Александр Николаевич – д. ф.-м. н., зам. дир., e-mail: [andanilin@yandex.ru](mailto:andanilin@yandex.ru); [iD: 0000-0001-7349-0600](https://orcid.org/0000-0001-7349-0600).

Жаворонок Сергей Игоревич – к. ф.-м. н., в.н.с., e-mail: [zhavoronok@iam.ras.ru](mailto:zhavoronok@iam.ras.ru); [iD: 0000-0003-4864-8845](https://orcid.org/0000-0003-4864-8845).

Рабинский Лев Наумович – д. ф.-м. н., проф., дир., e-mail: [rabinskiy@mail.ru](mailto:rabinskiy@mail.ru); [iD: 0000-0001-5845-402X](https://orcid.org/0000-0001-5845-402X).

Alexander N. Danilin – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Deputy Director, e-mail: [andanilin@yandex.ru](mailto:andanilin@yandex.ru); [iD: 0000-0001-7349-0600](https://orcid.org/0000-0001-7349-0600).

Sergey I. Zhavoronok – CSc of Physical and Mathematical Sciences, Leading Researcher, e-mail: [zhavoronok@iam.ras.ru](mailto:zhavoronok@iam.ras.ru); [iD: 0000-0003-4864-8845](https://orcid.org/0000-0003-4864-8845).

Lev N. Rabinsky – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Director, e-mail: [rabinskiy@mail.ru](mailto:rabinskiy@mail.ru); [iD: 0000-0001-5845-402X](https://orcid.org/0000-0001-5845-402X).



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

## ABOUT A NEW APPROACH TO CALCULATING SPIRAL CLAMPS

A.N. Danilin<sup>1,2</sup>, S.I. Zhavoronok<sup>1,2</sup>, L.N. Rabinsky<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institute of Applied Mechanics, RAS, Moscow, Russian Federation

<sup>2</sup>Moscow Aviation Institute (National Research University), Moscow, Russian Federation

### ARTICLE INFO

Received: 04 August 2019  
Accepted: 05 December 2019  
Published: 30 December 2019

#### Keywords:

conductor, spiral clamp, wire layer, energy averaging, membrane cylindrical shell, deformation, bearing capacity.

### ABSTRACT

The bearing capacity of spiral clamps, which are mounted on wires (cables) for their tension, connection, repair, etc., is studied. The design of spiral clamps is formed from stretched spirals that are wound onto conductors with an interference fit, which makes it possible to obtain tensile connections practically inseparable.

The general problem of the interaction of spiral clamps and overhead line conductor layers is formulated. Different asymptotic solutions are given for initial and boundary value problems, and the design parameters of spiral clamps are determined to provide their carrying capacity.

A wire layer is represented by the energy approach as an equivalent anisotropic elastic cylindrical shell, and wire construction as a whole is considered as a system of cylindrical shells inserted each other and interacting by forces of pressure and friction. The equivalence of the elastic properties of the shell to the properties of the wire layer is established using energy averaging. The constitutive relations obtained using the Castigliano theorem relate the generalized displacements and the corresponding forces. The matrix in these ratios is a stiffness matrix or flexibility matrix of a spiral wire structure.

Such approach allows variety of interaction problems for spiral clamps with conductor layers to be solved, and the force transfer mechanism to be investigated from common positions.

Static equations are written from the equilibrium of the elementary shell ring. It is considered that the length of the clamp is so great that the mutual influence of its ends can be neglected; the clamp is modeled as semi-infinite shell.

This model allows the different initial and boundary value problems to be formulated, depending on the boundary conditions and clamp mounting methods on a conductor.

© PNRPU

### Введение

Спиральная арматура является относительно новой и весьма перспективной разновидностью устройств, которые могут именоваться как спиральные зажимы, арматура или зажимы спирального типа, более строго – изделия из промышленно-формованных спиралей (ПФС), в английском варианте – factory formed helices (FFH). Их конструкция образуется из проволочных спиралей, которые контактируют непосредственно с проводом (грозотросом, кабелем и пр.), охватывая его. Разнообразие применений формирует различные виды спиральной арматуры. Некоторые изделия изготавливаются малыми партиями и даже поштучно по специальным заказам. Гибкая технология изготовления ПФС позволяет выпускать уникальные изделия для индивидуального применения.

В основу конструкции спиральной арматуры заложен принцип пружины в виде растянутой спирали, которая навивается на провод с натягом, что делает соединение спирали и провода практически неразъемным. Натяжение сердечника, на котором навиты спирали, приводит к возрастанию сил контакта между спиралями и сердечником. Для предотвращения возможного проскальзывания используют клеевые абразивные покрытия, которые наносятся на поверхность спиралей, контактирующих с сердечником.

Впервые эта идея была технически реализована Томом Петерсоном в США в послевоенный период.

Именно тогда были созданы основные предпосылки для производства спиральной линейной арматуры\*. Идея оказалась плодотворной, и в настоящее время несколько десятков (возможно и сотен) предприятий, самостоятельных или аффилированных с компанией *Preformed Line Products (PLP)*, созданной Петерсоном, занимаются по всему миру производством спиральной линейной арматуры самого различного назначения [1]. В России спиральные зажимы стали производиться и использоваться в системах воздушных ЛЭП относительно недавно, с начала 90-х годов прошлого столетия. Одним из первых российских предприятий, освоившим производство спиральной арматуры, является ЗАО «Электро-сетьстройпроект», где с 1992 г. ведутся работы, связанные с созданием и использованием спиральной арматуры для проводов воздушных ЛЭП, а также для самонесущих оптических кабелей связи и грозозащитных тросов (в том числе со встроенным оптическим кабелем) [2–11].

Несмотря на то, что с появления первых изделий арматуры спирального типа прошло более 60 лет, ее применение продолжает неуклонно расширяться [9–11]. Для этого существуют веские основания: недоступная другим видам арматуры интегрируемость спиральной арматуры с проводом (грозотросом, кабелем и пр.), гибкость; надежное крепление провода, предохранение его от чрезмерных перегибов, перетираания, различных ме-

\* <http://www.preformed.com/>

ханических повреждений и пережогов; защита от резких перегибов в зоне заделки при вибрации; возможность распределения усилий со стороны спиральных элементов зажима на провод по большой длине, возможность регулировки распределения усилий; быстрое восстановление линии, обеспечение, где это необходимо, требуемых электрических и механических характеристик провода в случае его обрыва; легкость и простота монтажа, возможность установки ПФС в самых разнообразных условиях использования, в том числе под напряжением; универсальность и быстрота производственного цикла.

Указанные свойства выгодно отличают спиральную арматуру от прессуемой и болтовой. В связи с этим разработка методов расчета спиральной арматуры с целью оптимизации ее конструктивных и технологических параметров является актуальной и практически востребованной задачей. При неправильном подборе (расчете) спирального зажима соединение может потерять частично или полностью свои функции [12].

В работах [13, 14] используется метод конечных элементов для «детального» моделирования проволочной конструкции. Такой путь крайне трудоемок и практически неприемлем при исследовании динамического поведения проволочных конструкций или оптимизации их конструкций. Известны подходы, основанные на идеологии осреднения механических свойств проволочных спиралей в каждом повиве (проволочном слое) провода или троса [14–27]. Например, в работах [25–27] рассматривается деформирование произвольной спиральной проволоки, затем вводится гипотеза о совместной работе всех проволок повива или всего провода, которая приводит к взаимной увязке проволок в единый ансамбль. Однако в этом случае затруднительно ввести корректную модель взаимодействия проволочных слоев с учетом сил давления и трения между соседними повивами.

В современной научной литературе известны работы, посвященные оценкам влияния сил трения между проволочными спиральями на механическое поведение проводов и тросов. Например, такое исследование проведено в работе [28] с опорой на детальное моделирование деформирования проволочного ансамбля с учетом сил трения между составляющими проволочными элементами.

В работах [29–32] сформулирована общая математическая модель деформирования многослойных проволочных конструкций спиральной структуры на основе энергетического осреднения. В отличие от рассмотренных выше подходов предлагаемая модель проста в реализации и удобна для инженерных оценок без использования сложного математического аппарата и вычислительных кодов.

В соответствии с этой моделью каждый повив (проволочный слой) представляется как эквивалентная по упругим свойствам анизотропная цилиндрическая оболочка, а проволочная конструкция в целом рассматрива-

ется как система вложенных друг в друга цилиндрических оболочек, между которыми допускается проскальзывание с учетом сил давления и трения. На основе такого представления построены определяющие (физические) соотношения в матричной форме, связывающие продольные и поперечные деформации с соответствующими силовыми факторами.

В работе [32] показан способ применения разработанной модели к расчету натяжных спиральных зажимов в предположении, что сила трения направлена вдоль равнодействующей сдвигающего усилия. В настоящей работе на основе разработанной модели формулируется общая задача о взаимодействии спиральных зажимов с повивами провода ВЛ, даются разнообразные асимптотические решения начальных и краевых задач с оценками конструктивных параметров, обеспечивающих несущую способность.

### 1. Модель спиральной проволочной системы регулярной структуры

В соответствии с [32] каждый проволочный слой, состоящий из  $n$  проволочных спиралей, энергетическим методом сводится к эквивалентной цилиндрической безмоментной оболочке (рис. 1), нагруженной продольным усилием  $T$ , крутящим моментом  $H$  и внутренним давлением  $p$ .

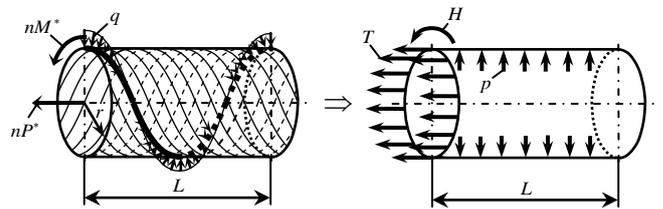


Рис. 1. Сведение одного повива провода к эквивалентной оболочке

Нагрузки  $P_1$ ,  $M_1$ ,  $q_1$ , действующие на отдельный стержень системы, и нагрузки, действующие на оболочку, связаны соотношениями

$$P_1 = T 2\pi r/n, M_1 = H/n, q_1 = p 2\pi r L/(nS). \quad (1)$$

Тогда ее относительное удлинение  $\varepsilon$ , относительный угол закручивания  $\theta$  и радиальное перемещение  $w$  связаны с  $T$ ,  $H$  и  $p$  следующим соотношением:

$$[\varepsilon \ \theta \ w]^T = B [T \ H \ p]^T, \quad (2)$$

где элементы матрицы  $B = \|b_{ij}\|$  ( $i, j = 1, 2, 3$ ), полученные с учетом (1), рассчитываются следующим образом:

$$b_{11} = \frac{2\pi r^3}{n|\sin \alpha|} \left( \frac{1 + \nu}{EJ_z} \sin^2 \alpha^{(i)} + \frac{\cos^2 \alpha}{GJ_t} \right),$$

$$b_{12} = \frac{r}{n} \operatorname{sign} \alpha \cos \alpha \left( \frac{1}{GJ_t} - \frac{1}{EJ_z} \right),$$

$$\begin{aligned}
 b_{13} &= -\frac{2\pi r^4}{n} \sin \alpha \left( \frac{\operatorname{tg}^2 \alpha - 1 - \psi}{EJ_z} + \frac{2}{GJ_t} \right), \\
 b_{21} &= 2\pi r b_{12}, \quad b_{22} = \frac{1}{n |\sin \alpha|} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{\cos^2 \alpha}{EJ_z} \right), \\
 b_{22} &= \frac{1}{n |\sin \alpha|} \left( \frac{\sin^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{\cos^2 \alpha}{EJ_z} \right), \\
 b_{23} &= -\frac{2\pi r^3}{n} \cos \alpha \left( \frac{2\operatorname{tg}^2 \alpha}{GJ_t} + \frac{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}{EJ_z} \right), \\
 b_{31} &= b_{13}, \quad b_{32} = \frac{b_{23}}{2\pi r}, \\
 b_{33} &= \frac{2\pi r^5}{n} |\sin \alpha| \left[ \frac{(1 - \operatorname{tg}^2 \alpha)^2 + \psi}{EJ_z} + \frac{4\operatorname{tg}^2 \alpha}{GJ_t} \right].
 \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь  $EJ_z$  и  $GJ_t$  – жесткости на изгиб и кручение спиральных стержней, составляющих повив. Для круглых стержней  $J_z = 0,05d^4$ ,  $J_t = 0,1d^4$ , где  $d$  – диаметр сечения проволоки;  $E$  и  $G$  – модули Юнга при растяжении и сдвиге. Параметр  $\psi = J_z/(Fr^2)$ , где  $F$  – площадь поперечного сечения;  $\alpha$  – угол наклона касательной к оси проволоки, отсчитываемый от вертикали против часовой стрелки;  $r$  – средний радиус повива.

### 3. Формулировка задачи. Асимптотические решения

Следуя [32], рассмотрим задачу взаимодействия зажима с проводом. Система уравнений для осевого усилия  $T$  и крутящего момента  $H$  в зажиме, а также для смещения  $u$  и угла поворота  $\varphi$  зажима относительно провода записывается в виде

$$\begin{aligned}
 \frac{dT}{dx} &= -k_t p \sin \beta, \quad \frac{dH}{dx} = -2\pi r^2 k_t p \cos \beta, \\
 \frac{du}{dx} &= \varepsilon = b_{11}T + b_{12}H + b_{13}p, \\
 \frac{d\varphi}{dx} &= \theta = b_{21}T + b_{22}H + b_{23}p.
 \end{aligned} \quad (4)$$

Из третьей строки (2) определяется нормальное давление (возникающее между зажимом и проводом) в виде  $p = (w_0 - b_{31}T - b_{32}H)/b_{33}$ , где  $w_0$  – разность радиусов провода и зажима (натяг);  $k_t$  – коэффициент трения по поверхности контакта зажима и сердечника;  $\beta$  – угол, определяющий направление силы трения на поверхности контакта; коэффициенты  $b_{31}$ ,  $b_{32}$  и  $b_{33}$  даются в (3).

Уравнения (4) имеют множество асимптотических решений, определяемых условием  $p = 0$ , которое делает возможным монтаж зажима на проводе.

Это условие обеспечивается таким сочетанием  $T$  и  $H$ , при котором зажим получает прогиб  $w_0 = b_{31}T^0 + b_{32}H^0$ , что следует из условия  $p = 0$ . Нагруженный таким образом зажим монтируется на провод без зазора и контактных усилий.

Здесь имеет место неопределенность. Действительно, придать зажиму прогиб  $w_0$  можно, например, нагрузив его по концам усилиями

$$T^0 = \frac{w_0}{b_{31}}, \quad H^0 = 0 \quad (5)$$

или моментами

$$H^0 = \frac{w_0}{b_{32}}, \quad T^0 = 0. \quad (6)$$

После того как действующие на зажим торцевые усилия  $T^0$  (5) или моменты  $H^0$  (6) будут сняты, он испытает деформацию и на поверхности контакта возникнут контактное давление  $p$  и тангенциальные усилия трения. Очевидно, что конечное состояние зажима будет существенно зависеть от его начального состояния.

Важным элементом взаимодействия является угол  $\beta$ , определяющий направление сил трения на поверхности контакта. Здесь возможны различные предположения.

Предположим, что сила трения  $f$  направлена вдоль равнодействующей сдвигающего усилия (рис. 2).

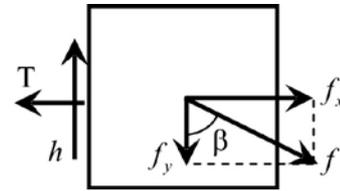


Рис. 2. Направления действия сил

Тогда  $f_x = f \sin \beta$ ,  $f_y = f \cos \beta$ ;

$$\begin{pmatrix} \cos \beta \\ \sin \beta \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{T^2 + h^2}} \begin{pmatrix} h \\ T \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где  $h = H/2\pi r^2$ .

В этом случае первые два уравнения (4) принимают вид

$$\frac{dT}{dx} = -\frac{T}{\sqrt{T^2 + h^2}} k_t p, \quad \frac{dh}{dx} = -\frac{h}{\sqrt{T^2 + h^2}} k_t p. \quad (8)$$

При начальном условии  $T(0) = T^0$ ,  $h(0) = 0$  второе уравнение (8) имеет тривиальное решение  $h(x) \equiv 0$ , а первое принимает вид

$$\frac{dT}{dx} = -k_t p = -k_t (a_0 + a_1 T), \quad (9)$$

где  $a_0 = w_0/b_{33}$ ,  $a_1 = -b_{31}/b_{33}$ .

Решение этого уравнения, удовлетворяющее условию  $T(0) = T^0$ ,

$$T(x) = T_0 + (T^0 - T_0) e^{-k_T a_T x}. \quad (10)$$

График этого решения показан на рис. 3 сплошной линией. Это решение соответствует задаче о включении полубесконечного зажима – оболочки с одним краем, к которой сводится зажим.

На рис. 4 показаны возникающие тангенциальные контактные усилия  $f_x = k_T p$ , посредством которых продольное усилие  $T$  передается на провод.

Рассмотрим теперь задачу включения в окрестности другого конца полубесконечного зажима при  $x = l$ .

В этом случае  $T(l) = 0$ . Если ввести координату  $\xi = l - x$ , то решение уравнения (9) запишется в виде

$$T(\xi) = T_0 - T_0 e^{-k_T a_T \xi}. \quad (11)$$

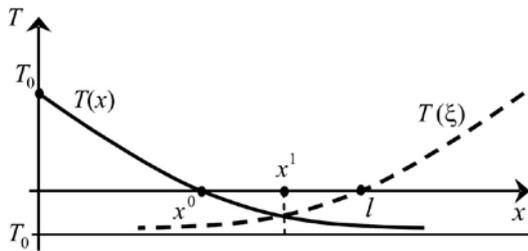


Рис. 3. Графики решения (10)

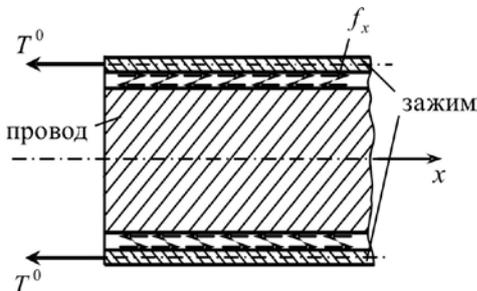


Рис. 4. Тангенциальные контактные усилия

На рис. 3 решение (11) показано пунктиром. Оно симметрично решению  $T(x)$  относительно середины  $x^1 = (x^0 + l)/2$  отрезка  $[x_0, l]$ .

На основе этих двух решений получаем решение, удовлетворяющее условиям  $T(0) = T^0, T(l) = 0$ . Оно имеет вид, показанный на рис. 5. Схема взаимодействия зажима с проводом показана на рис. 6. В точке  $x = x^1$  происходит скачкообразное изменение направления тангенциальных усилий  $f_x$ , что вполне соответствует природе сил трения.

Заметим, что усилия  $f_x$  на участке  $x^0 < x < l$  взаимно уравновешены. Поэтому усилие  $T_0$  уравновешивается только усилиями на участке  $0 < x < x^0$ .

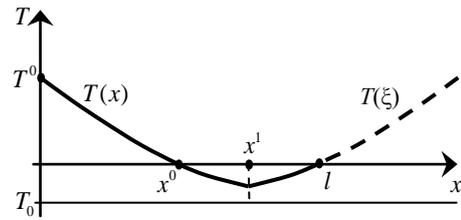


Рис. 5. Суммарное решение

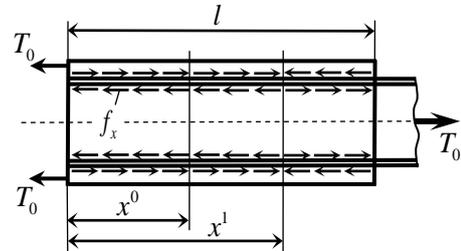


Рис. 6. Взаимодействие зажима с проводом

По мере возрастания  $T_0$  точка  $x^0$  приближается к точке  $x = l$ . Поэтому предельное усилие  $T_0$ , которое может передать зажим, определяется такой величиной, когда  $x^0 = l$ . И так как в точке  $x^0$   $T = 0$ , то величина предельного усилия определяется из уравнения

$$T_0 + (T_{\text{пред}}^0 - T_0) e^{-k_T a_T l} = 0, \quad (12)$$

откуда

$$T_{\text{пред}}^0 = T_0 (1 - e^{k_T a_T l}). \quad (13)$$

Из построенного решения, показанного на рис. 5, видно, что продольное смещение зажима относительно провода равно нулю как раз в точке  $x = x^1$ . Тогда смещение  $u(x)$  определится из третьего уравнения (4) и может быть записано в виде

$$u(x) = \int_{x^1}^x \varepsilon dx = \int_{x^1}^x (b_{11} T + b_{12} H + b_{13} p) dx.$$

Заметим, что при начальном условии  $H(0) = 0$  из второго уравнения (4) с учетом выражения (7) для  $\cos \beta$  следует, что  $H(x) \equiv 0$ . Но этот факт не означает, что окружные смещения зажима относительно провода отсутствуют.

Из четвертого уравнения (4) видно, что  $\varphi(x) \neq 0$ . Но наличие таких смещений не означает появления окружных сил трения.

Точно такое же решение будет получено, если его строить на основе гипотезы, что окружная составляющая  $f_y$  сил трения пренебрежимо мала по сравнению с продольной составляющей  $f_x$ . Физически такая гипотеза соответствует тому факту, что большое продольное усилие  $T^0$ , приложенное к зазору, передается на провод

с помощью продольных усилий  $f_x$ . А крутящие моменты если и возникают в зажиме и проводе, то они всегда таковы, что их сумма равна нулю.

Рассмотрим поведение зажима, когда он смонтирован на провод при действии концевых моментов (6). В этом случае после снятия краевых моментов  $H^0$  зажим устанавливается в равновесном состоянии, когда осевые усилия равны нулю, а силы трения между зажимом и проводом направлены в окружном направлении. При этом в силу начального условия  $T(0) = 0$  из первого уравнения (8) следует  $T(x) = 0$ , а второе уравнение (8) принимает вид

$$\frac{dh}{dx} = -k_t p. \quad (14)$$

Его решение, удовлетворяющее условию  $h(0) = 0$  ( $H(0) = 0$ ), имеет вид

$$h(x) = h^0 (1 - e^{-k_t a_1 x}),$$

где  $h^0 = H^0 / (2\pi r^2) = w_0 / (b_{32} 2\pi r^2)$ .

В среднем сечении зажима при  $x = l/2$  окружные силы трения скачком меняют направление. Касательные усилия  $h(x)$  устанавливаются, как показано на рис. 7. Возникающие при этом окружные силы трения показаны на рис. 8.

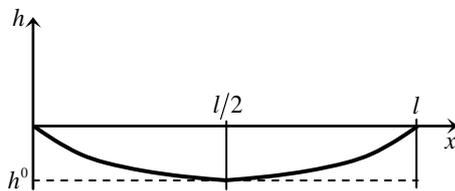


Рис. 7. Распределение касательных усилий по длине натяжного зажима

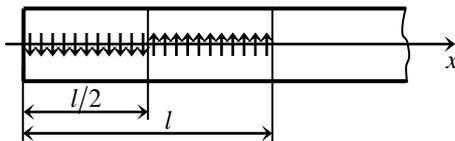


Рис. 8. Направления действия окружных сил

Когда к концу зажима  $x = 0$  прикладывается сила  $T(0) = T_0$ , то должны появляться продольные силы трения, уравновешивающие силу  $T_0$ . В этом случае на том участке, где эти силы появились, система уравнений (8) имеет следующее решение:

$$h(x) \equiv 0, \quad T(x) = T_0 + (T^0 - T_0) e^{-k_t a_1 x},$$

что совпадает с решением (10).

Это решение имеет место, пока  $T > 0$ , т.е. пока  $x < x^0$ . На оставшемся участке  $x^0 < x < l$  силы трения остаются направленными в окружном направлении.

Тогда  $T(x) = 0$ , а крутящее усилие  $h(x)$  удовлетворяет уравнению (14) и условиям  $T(x^0) = 0, \quad T(l) = 0$ .

Таким образом, решение принимает вид, показанный на рис. 9. Возникающие при этом силы трения показаны на рис. 10.

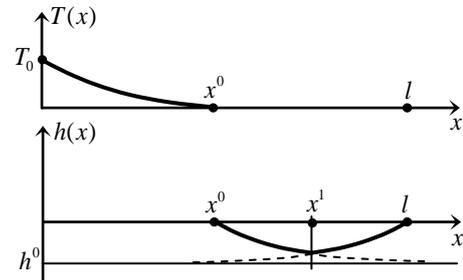


Рис. 9. Графики суммарного решения

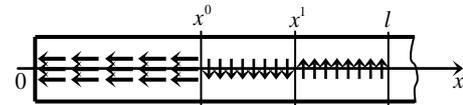


Рис. 10. Комбинация сил трения

Из этого решения видно, что предельная сила, которую может выдержать зажим, определяется нагрузкой  $T_0$ , такой, когда точка  $x^0$  совпадает с точкой  $l$ . Легко видеть, что предельная нагрузка совпадает с силой  $T_{пред}^0$  (13).

Отсюда следует вывод: предельная нагрузка не зависит от того, каким образом зажим смонтирован на проводе.

Возможна также гипотеза, что предельные силы трения определяются только продольным усилием  $T(x)$ , а окружные силы трения только крутящим моментом  $H(x)$ . Тогда уравнения (4) становятся независимыми:

$$\frac{dT}{dx} = -k_t p, \quad \frac{dH}{dx} = -2\pi r^2 k_t p.$$

В этом случае решение, удовлетворяющее условиям

$$T(0) = T^0, \quad T(l) = 0 \quad \text{и} \quad H(0) = 0, \quad H(l) = 0,$$

получается комбинацией решений, показанных на рис. 5 и 7. И в этом случае величина предельной нагрузки на зажим определяется формулой (13).

## Выводы

Предложен способ представления спиральной конструкции, состоящей из проволочных повивов, в виде системы вложенных друг в друга анизотропных цилиндрических оболочек. Предполагается, что эти оболочки взаимодействуют между собой силами давления и сухого трения. Упругие свойства оболочек вычисляются с использованием энергетического осреднения так, чтобы они были эквивалентны упругим свойствам соответствующих проволочных слоев (повивов).

Рассмотрены различные способы монтажа зажима на провод. В результате показано, что независимо от технологии монтажа несущая способность зажима определяется однозначно в виде явной формулы для вычисления предельно допустимой растягивающей нагрузки.

Предложенный подход обладает общностью, эффективностью, достаточно прост в реализации и может

использоваться в разработках спиральной арматуры различного назначения.

## Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке ФЦП Министерства образования и науки (Соглашение № 14.604.21.0188, ID RFMEFI60417X0188).

## Библиографический список

1. Preformed Line Products (PLP) // Energy Product Catalog, 2007. – 472 p.
2. Рыжов С.В. Методика расчета выходных параметров натяжных зажимов спирального типа // Электрические станции. – 1998. – № 1. – С. 8–11.
3. Рыжов С.В., Колосов В.Г. Методика выбора схем виброзащиты для проводов и грозозащитных тросов с учетом применения арматуры спирального типа. Примеры расчетов // Мониторинг состояния воздушных ЛЭП: методы прогнозирования срока службы, повышение их надежности: материалы семинара, 14–18 февраля 2005 г. – М., 2005.
4. Рыжов С.В., Цветков Ю.Л. Арматура спирального типа для подвески и ремонта сталеалюминиевых проводов марки АС и грозозащитных тросов // Мониторинг состояния воздушных ЛЭП: методы прогнозирования срока службы, повышение их надежности: материалы семинара, 14–18 февраля 2005 г. – М., 2005.
5. Рыжов С.В., Цветков Ю.Л. Опыт применения арматуры спирального типа на воздушных ЛЭП // ЭЛЕКТРО. – 2005. – № 2. – С. 32–36.
6. Спиральная линейная арматура для подвески и ремонта неизолированных проводов ВЛ. Вязки спиральные для неизолированных и изолированных проводов ВЛ. Многочастотные гасители вибрации типа ГВ. Приспособления и устройства для проведения монтажных работ на ВЛ // Каталог. Вып. 12 (X.2002); ЗАО «Электросетьстройпроект». – М., 2002. – 47 с.
7. Спиральная линейная арматура для подвески и ремонта проводов воздушных ЛЭП. Многочастотные гасители вибрации. Приспособления и устройства для проведения монтажных работ на ВЛ. // Каталог. Вып. 14 (XI.2004); ЗАО «Электросетьстройпроект». – М., 2004. – 50 с.
8. Спиральная линейная арматура для подвески и ремонта проводов и грозозащитных тросов ВЛ. Монтажные устройства и приспособления // Каталог. Вып. 18; ЗАО «Электросетьстройпроект». – М., 2011. – 72 с.
9. Виноградов А.А., Рыжов С.В., Штельмах А.А. О разработке методики расчета натяжных спиральных зажимов // Энерг. стр.-во. – 1994. – № 3. – С. 60–61.
10. Виноградов А.А., Рыжов С.В., Тищенко А.В. Разработка и освоение промышленного выпуска арматуры спирального типа для подвески проводов // Электрические станции. – 1998. – № 1. – С. 3–11.
11. Спиральная арматура для ВЛ. Технические требования / ОАО «ФСК ЕЭС». – 2010. – 13 с.
12. Колебания проводов воздушных линий под воздействием ветра: учеб.-справ. пособие. Ч. 1. Усталостная прочность. Вибрация / под ред. А.А. Виноградова; ЗАО «Электросетьстройпроект». – М., 2005. – 185 с.
13. Fekr M.R., McClure G., Farzaneh M. Application of ADINA to stress analysis of an optical ground wire // Computers & Structures. – 1999. – Vol. 72. – P. 301–316.
14. Finite element model of the contact between a vibrating conductor and a suspension clamp / F. Lévesque, S. Goudreau, L. Cloutier, A. Cardou // Tribology International. – Aug. 2011. – Vol. 44 (9). – P. 1014–1023.
15. Cloutier L., Goudreau S., Cardou A. Fatigue of overhead electrical conductors // In EPRI. Transmission Line Reference Book: Wind Induced Conductor Motion: Second Edition. Palo-Alto, CA: Electric Power Research Institute. – 2006 and 2009; 1018554. P. 3–1 to 3–56.
16. Costello G.A. Theory of wire rope. 2nd ed. – N.Y.: Springer-Verlag, 1997.
17. Feyrer K. Wire ropes: tension, endurance, reliability. – Berlin; New York: Springer-Verlag; 2007.
18. Pilkey W.D. Analysis and Design of Elastic Beams. Computational Methods. – N.Y.: J. Wiley & Sons, 2002.
19. Dubois H., Lilien J.L., Dal Maso F. A new theory for frequencies computation of overhead lines with bundle conductors // Rev. AIM – Liege. – 1991. – No. 1. – P. 46–62.
20. Papailiou K.O. On the bending stiffness of transmission line conductors // IEEE Transactions on Power Delivery. – 1997. – Vol. 12. – No. 4. – P. 1576–1588.
21. Cardou A., Jolicoeur C. Mechanical models of helical strands // App. Mech. Rev. – Jan. 1997. – Vol. 50 (1). – P. 1–14.
22. Foti F., Martinelli L. A model for the cyclic biaxial bending of stranded ropes // Abstract in Conference Proceedings of the 20th Congress of the AIMETA. – Bologna, Italy, 12-15 September 2011. – 240 p. – URL: <http://ww2.integer.it> under its Italian title: Un modello per la flessione biassiale ciclica di funi a trefoli.
23. Strain measurements on ACSR conductors during fatigue tests II – Stress fatigue indicators / S. Goudreau, F. Lévesque, A. Cardou, L. Cloutier // IEEE Trans. on Power Delivery. – Oct. 2010. – Vol. 25 (4). – P. 2997–3006.
24. Hong K-J., Der Kiuregian A., Sackman J.L. Bending behavior of helically wrapped cables // ASCE J. Eng. Mech. – May 2005. – Vol. 131 (5). – P. 500–511.
25. Rawlins C.B. Flexure of a single-layer tensioned cable at a rigid support. Proc. 6<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics. – Charleston (U.S.A), 19–22 Sept. 2005. – P. 363–370.
26. Rawlins C.B. Analytical elements of overhead conductor fabrication // Fultus Corporation. – 2005.
27. Rawlins C.B. Flexural self-damping in overhead electrical transmission conductors // J. of Sound and Vib. – June 2009. – Vol. 323 (1–2). – P. 232–256.
28. Dabiao L., Shimin Z., Yuming H. Effect of friction on the mechanical behavior of rope with hierarchical helical structures // Mathematics and Mechanics of Solids. – 2018. – P. 1–27. DOI: 10.1177/1081286518816519
29. Shalashilin V.I., Danilin A.N., Volkov-Bogorodskiy D.B. Model of overhead line conductor with interaction of layers. Proc. 6<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics. – Charleston (U.S.A), 19–22 Sept. 2005. – P. 371–377.

30. Модель провода воздушной линии электропередачи / А.Н. Данилин, С.В. Рыжов, Ю.Л. Цветков, В.И. Шалашилин // Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред: материалы XI междунар. симпозиума. Т. II. – Ярополец, 14-18 февраля 2005 г. – М., 2005. – 64–73 с.

31. Новая модель деформирования проволочных систем спиральной структуры / А.Н. Данилин, Е.Л. Кузнецова,

Л.Н. Рабинский, С.С. Тарасов // Нелинейный мир. – 2011. – Т. 9, № 10. – С. 635–645.

32. О моделировании деформирования проволочных конструкций спиральной структуры / А.Н. Данилин, Н.Н. Курдюмов, Е.Л. Кузнецова, Л.Н. Рабинский // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 4. – С. 72–93. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.05

## References

1. Preformed Line Products (PLP). *Energy Product Catalog*, 2007, 472 p.

2. Ryzhov S.V. Metodika rascheta vykhodnykh parametrov natiazhnykh zazhimov spiral'nogo tipa [The calculating method of the output spiral tension clamps parameters]. *Elektricheskie stantsii*, 1998, no. 1, pp. 8-11.

3. Ryzhov S.V., Kolosov V.G. Metodika vybora skhem vibrozashchity dlya provodov i grozo-zashchitnykh trosov s uchytom primeneniya armatury spiral'nogo tipa. Primery raschetov [Method for selecting vibration protection for conductors and ground cables, taking into account the spiral-type clamps. Examples of calculations]. *V sb. materialov seminara: «Monitoring sostoyaniya vozdukhnykh LEP: metody prognozirovaniya sroka sluzhby, povyshenie ih nadezhnosti»*, 14-18 fevralya 2005.

4. Ryzhov S.V., Tsvetkov Iu.L. Armatura spiral'nogo tipa dlya podveski i remonta sta-lealyuminievnykh provodov marki AS i grozozashchitnykh trosov [Spiral-type armature for suspension and repair of steel-aluminum conductors and ground cables]. *V sb. materialov seminara: «Monitoring sostoyaniya vozdukhnykh LEP: metody prognozirovaniya sroka sluzhby, povyshenie ih nadezhnosti»*, 14-18 fevralya 2005.

5. Ryzhov S.V., Tsvetkov Iu.L. Opyt primeneniia armatury spiral'nogo tipa na vozdukhnykh LEP [Experience in using of spiral type clamps on overhead power lines]. *ELEKTRO*, 2005, no. 2, pp. 32-36.

6. Spiral'naya lineynaya armatura dlya podveski i remonta neizolirovannykh provodov VL. Vyazki spiral'nye dlya neizolirovannykh i izolirovannykh provodov VL. Mnogochastotnye gasiteli vibratsii tipa GV. Prispособleniya i ustroystva dlya provedeniya montazhnykh rabot na VL. Katalog. Vypusk 12 (X.2002) [Spiral line fittings for suspension and repair of uninsulated overhead conductors. Spiral binding for uninsulated and insulated overhead lines. Multi-frequency vibration GW- type dampers. Devices for installation work on overhead lines]. Moscow, *Izd-vo ZAO «Elektroset'stroiproekt»*, 2002. 47 p.

7. Spiral'naia lineinaia armatura dlya podveski i remonta provodov vozdukhnykh LEP. Mnogochastotnye gasiteli vibratsii. Prispособleniya i ustroystva dlya provedeniya montazhnykh rabot na VL. Katalog. Vypusk 14 (XI.2004) [Spiral linear fittings for suspension and repair of overhead transmission lines conductors. Multi-frequency vibration dampers. Devices for installation work on overhead lines]. Moscow, *Izd-vo ZAO «Elektroset'stroiproekt»*, 2004, 50 p.

8. Spiral'naia lineinaia armatura dlya podveski i remonta provodov i grozozashchitnykh trosov VL. Montazhnye ustroystva i prispособleniya. Katalog. Vypusk 18 [Spiral line fittings for suspension and repair of overhead lines conductors and ground cables. Mounting devices and accessories]. Moscow, *Izd-vo ZAO «Elektroset'stroiproekt»*, 2011, 72 p.

9. Vinogradov A.A., Ryzhov S.V., Shtel'makh A.A. O razrabotke metodiki rascheta natiazhnykh spiral'nykh zazhimov [On the development of methods for calculating tension spiral clamps]. *Energeticheskoe csroitel'stvo*, 1994, no. 3, pp. 60-61.

10. Vinogradov A.A., Ryzhov S.V., Tishchenko A.V. Razrabotka i osvoenie promyshlennogo vypuska armatury spiral'nogo tipa dlya podveski provodov [Development of industrial production of spiral-type fittings for wire suspension]. *Elektricheskie stantsii*, 1998, no. 1, pp. 3-11.

11. Spiral'naia armatura dlya VL. Tekhnicheskie trebovaniia. Standart organizatsii OAO «FSK EES» [Spiral fittings for Overhead Transmission Lines. Technical requirements. Standard of JSC FGC UES], 2010, 13 p.

12. Vinogradov A.A. Kolebaniia provodov vozdukhnykh linii pod vozdeistviem vetra. Uchebno-spravochnoe posobie. Vol.1, Ustalostnaia prochnost'. Vibratsiia [Oscillations of overhead conductors under twind. Educational reference manual. Part 1. Fatigue strength. Vibration]. Moscow, *Izdatel'stvo ZAO «Elektroset'stroiproekt»*, 2005, 185 p.

13. Fekr M.R., McClure G., Farzaneh M. Application of ADINA to stress analysis of an optical ground wire, *Computers & Structures*, vol.72, 1999, pp.301-316.

14. Lévesque F., Goudreau S., Cloutier L., Cardou A. Finite element model of the contact between a vibrating conductor and a suspension clamp. *Tribology International*, 2011; vol. 44 (9), pp.1014-1023.

15. Cloutier L., Goudreau S., Cardou A. Fatigue of overhead electrical conductors, In EPRI. *Transmission Line Reference Book: Wind Induced Conductor Motion: Second Edition*, Palo-Alto, CA: Electric Power Research Institute, 2006 and 2009, 1018554, pp. 3-1 to 3-56.

16. Costello G.A. Theory of wire rope. 2nd ed. *New York, Springer-Verlag*, 1997.

17. Feyrer K. Wire ropes: tension, endurance, reliability. *Berlin, New York, Springer-Verlag*, 2007.

18. Pilkey W.D. Analysis and Design of Elastic Beams. Computational Methods, *New York, J.Wiley & Sons*, 2002.

19. Dubois H., Lilien J.L., Dal Maso F. A new theory for frequencies computation of overhead lines with bundle conductors. *Liege, Rev. AIM*, 1991, no. 1, pp. 46-62.

20. Papailiou K.O. On the bending stiffness of transmission line conductors, *IEEE Transactions on Power Delivery*, 1997, vol. 12, no. 4, pp.1576-1588.

21. Cardou A., Jolicoeur C. Mechanical models of helical strands, *App. Mech. Rev.*, 1997, vol.50, no.1, pp. 1-14.

22. Foti F., Martinelli L. A model for the cyclic biaxial bending of stranded ropes. *Abstract in Conference proceedings of the 20th congress of the AIMETA*, Bologna, Italy, 12-15 Sept. 2011, p.240. Full paper (10 pages) available at: <http://ww2.integer.it> under its Italian title: Un modello per la flessione biassiale ciclica di funi a trefoli.

23. Goudreau S., Lévesque F., Cardou A., Cloutier L. Strain measurements on ACSR conductors during fatigue tests II – Stress fatigue indicators, *IEEE Trans. on Power Delivery*, 2010, vol. 25, no. 4, pp. 2997-3006.

24. Hong K.-J., Der Kiuregian A., Sackman J. L. Bending behavior of helically wrapped cables, *ASCE J. Eng. Mech.*, 2005, vol.131, no.5, pp. 500-511.
25. Rawlins C.B. Flexure of a single-layer tensioned cable at a rigid support. *Proceeding 6<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics*, Charleston (U.S.A), 19-22 Sept. 2005, pp. 363-370.
26. Rawlins C.B. Analytical Elements of Overhead Conductor Fabrication, *Fultus Corporation*, 2005.
27. Rawlins C.B. Flexural self-damping in overhead electrical transmission conductors, *J. of Sound and Vib.*, 2009, vol. 323, no.1-2, pp. 232-256.
28. Dabiao L., Shimin Z., Yuming H. Effect of friction on the mechanical behavior of rope with hierarchical helical structures. *Mathematics and Mechanics of Solids*, 2018, pp. 1-27. DOI: 10.1177/1081286518816519.
29. Shalashilin V.I., Danilin A.N., Volkov-Bogorodskiy D.B. Model of overhead line conductor with interaction of layers. *Proceeding 6<sup>th</sup> International Symposium on Cable Dynamics*, Charleston (U.S.A), 19-22 Sept. 2005, pp. 371-377.
30. Danilin A.N., Ryzhov S.V., Tsvetkov Yu.L., Shalashilin V.I. Model' provoda vozduшной linii ehlektroperedachi [Model of overhead power line conductor]. *Materialy XI mezhdunarodnogo simpoziuma «Dinamicheskie i tehnologicheskie problemy mekhaniki konstruksij i sploshnykh sred.* Tom II. Izbrannye doklady. Yaropolets, 14-18 fevralya 2005 g. M. 2005, 64-73 p.
31. Danilin A.N., Kuznetsova E.L., Rabinskii L.N., Tarasov S.S. Novaia model' deformirovaniia provolochnykh sistem spiral'noi struktury [New deformation model of wire spiral type structures]. *Nelineinyi Mir*, 2011, vol.9, no.10, pp. 635-645.
32. Danilin A.N., Kurdumov N.N., Kuznetsova E.L., Rabinsky L.N. Modelling of deformation of wire spiral structures. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no. 4, pp. 72-93. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.4.05