



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 4, 2019

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/>



DOI: 10.15593/perm.mech/2019.4.16

УДК 539.3

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ТРЕЩИНОПОДОБНОГО ДЕФЕКТА И ИССЛЕДОВАНИЕ КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ В ПОЛОСЕ С ПОКРЫТИЕМ

Б.В. Соболь, А.Н. Соловьев, Е.В. Рашидова, П.В. Васильев

Донской государственный технический университет, Ростов-на-Дону, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 18 июля 2019 г.
Принята: 05 декабря 2019 г.
Опубликована: 30 декабря 2019 г.

Ключевые слова:

трещина, коэффициент интенсивности напряжений, фактор влияния, метод интегральных преобразований, сингулярное интегральное уравнение, ядро Коши, тонкое покрытие, искусственные нейронные сети, ультразвуковой неразрушающий контроль.

АННОТАЦИЯ

Первый раздел статьи посвящен локации дефектов в полосе с покрытием и идентификации их геометрических параметров. С применением методов конечноэлементного моделирования, ультразвукового неразрушающего контроля и технологий машинного обучения (искусственных нейронных сетей) решена обратная задача механики. Построена конечно-элементная модель распространения ультразвуковой волны в полосе с покрытием и внутренним дефектом. По сравнению с предыдущими работами в модели применены слои PML (Perfectly Matched Layer), или идеально согласованные слои, которые подавляют множественные отражения зондирующего ультразвукового импульса внутри полосы и предотвращают зашумление сигнала. На основе проведенных численных расчетов конечно-элементной модели построен набор данных, содержащий геометрические параметры дефекта и соответствующую им амплитудно-временную характеристику ультразвукового сигнала. Разработана архитектура искусственной нейронной сети прямого распространения. Проведено обучение нейронной сети на основе предварительно обработанных данных. В результате на основе ультразвуковых данных, полученных с внешней поверхности полосы, возможно восстановить значения таких параметров дефекта, как глубина залегания, длина и толщина.

Во втором разделе статьи описана аналитико-численная технология исследования коэффициента интенсивности напряжений (КИН) в вершине трещины на примере задачи о продольной внутренней трещине конечной длины, расположенной в упругой полосе, усиленной тонким гибким покрытием. Решение этой задачи основано на методе интегральных преобразований, который позволил свести ее к сингулярному интегральному уравнению I рода с ядром Коши, которое решается методом коллокаций в виде разложения по полиномам Чебышева с множителем, явно учитывающим особенность в окрестности вершин трещины. Последнее позволяет непосредственно найти КИН и оценить влияние на него различных комбинаций геометрических и физических параметров задачи.

© ПНИПУ

© Борис Владимирович Соболь – д.т.н., проф., зав. каф., e-mail: b.sobol@mail.ru, [iD: 0000-0003-2920-6478](#)

Аркадий Николаевич Соловьев – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: solovievarc@gmail.com, [iD: 0000-0001-8465-5554](#)

Елена Викторовна Рашидова – к. ф.-м. н., доц., e-mail: el.rash@mail.ru, [iD: 0000-0002-6665-3421](#)

Павел Владимирович Васильев – ст. преп., e-mail: lyftzeigen@mail.ru, [iD: 0000-0003-4112-7449](#)

Boris V. Sobol – Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: b.sobol@mail.ru, [iD: 0000-0003-2920-6478](#)

Arkady N. Solovyov – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: solovievarc@gmail.com, [iD: 0000-0001-8465-5554](#)

Elena V. Rashidova – CSc in Physical and Mathematical Sciences, e-mail: el.rash@mail.ru, [iD: 0000-0002-6665-3421](#)

Pavel V. Vasiliev – Senior Lecturer, e-mail: lyftzeigen@mail.ru, [iD: 0000-0003-4112-7449](#)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

IDENTIFICATION OF CRACK-LIKE DEFECT AND INVESTIGATION OF STRESS CONCENTRATION IN COATED BAR

B.V. Sobol, A.N. Soloviev, E.V. Rashidova, P.V. Vasiliev

Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 18 July 2019
Accepted: 05 December 2019
Published: 30 December 2019

Keywords:

crack, stress intensity factor, influence factor, integral transformation method, singular integral equation, Cauchy kernel, thin coating, artificial neural networks, ultrasonic non-destructive testing.

ABSTRACT

The first part of this work is devoted to the location of defects in a coated bar and the identification of their geometrical parameters. Using the methods of finite element modeling, ultrasonic non-destructive testing and machine learning technologies (artificial neural networks), the inverse problem of mechanics has been solved. A finite element model of ultrasonic wave propagation in a bar with a coating and an internal defect is constructed. Compared with previous works, the model used PML (Perfectly Matched Layer) structures, which suppress multiple reflections of the probe ultrasound pulse inside the bar and prevent signal noise. Based on the conducted numerical calculations of the finite element model, a data set was constructed. It contains the geometrical parameters of the defect and the corresponding amplitude-time characteristic of the ultrasonic signal. The architecture of a direct propagation neural network has been developed. The neural network was trained on the basis of previously processed data. As a result, on the basis of ultrasound data obtained from the outer surface of the bar, it is possible to restore the values of such defect parameters as depth, length and thickness.

At the second stage, analytical-numerical technology for studying the stress intensity factor (SIF) at the crack tip is described using the example of the problem of a longitudinal internal crack of finite length located in an elastic strip reinforced with a thin flexible coating. The solution to this problem is based on the method of integral transformations, which made it possible to reduce it to a singular integral equation of the first kind with a Cauchy kernel, which is solved by the collocation method in the form of expansion in Chebyshev polynomials with a factor that explicitly takes into account a feature in the vicinity of the crack vertices. The latter allows you to directly find the SIF and evaluate the effect on it of various combinations of geometric and physical parameters of the problem.

© PNRPU

Введение

Эксплуатация деталей машин и конструкций происходит в условиях возникновения коррозии, больших нагрузок, повышенного изнашивания, когда концентраторы напряжения сосредоточены в поверхностных слоях изделия. Передовые технологии покрытия изделий тонкими накладками призваны повысить коррозионную стойкость, твердость, увеличивают надежность и их эксплуатационные сроки за счет создания на поверхности остаточных напряжений сжатия. Кроме этого метода, повысить износостойкость и увеличить прочность возможно за счет создания соответствующих технологий обработки или использования композиций сплавов. Указанные способы позволяют сохранить пластичность и устойчивость к внутренним трещинообразным включениям, повышают сроки эксплуатации изделий и снижают расход металла.

Тонкое покрытие представляет собой слой материала, нанесенного на поверхность детали. Толщина покрытия может достигать от десятых долей до сотен микрометров. Материалами покрытий могут быть лаки, краски, металлы, оксиды, полимеры. Выбор материала покрытия и его толщины зависит от назначения детали и покрытия, технологии ее изготовления и условий эксплуатации и строго регламентируется.

Впервые исследование влияния тонких накладок, изгибной жесткостью которых можно пренебречь,

представлено в работах [1–4]. В.М. Александров и С.М. Мхитарян изучили и обобщили результаты исследований многих авторов по контактному задачам для тел с тонкими покрытиями и прослойками [5]. В работе [6] проведено исследование смешанной задачи о передаче нагрузки от струнгеров к упругой полосе, содержащей трещиноподобный дефект. Исследования, представленные в работах [7–9], посвящены решению смешанных задач для составных тел, ослабленных трещинами. В работе [10] решена задача о взаимодействии бесконечного или конечного струнгера с упругой полуплоскостью, содержащей вертикальный разрез. Решению задачи о поперечной трещине в полосе, усиленной ребрами жесткости на обеих гранях, посвящена работа [11].

Проведен ряд исследований, посвященных изучению задач о концентрации напряжений в окрестностях вершин поперечных трещин в полубесконечных упругих телах для различных граничных условий; результаты представлены в работах [12–15].

В работах [16–20] представлены исследования, посвященные изучению концентрации напряжений в окрестностях вершин внутренних трещин в упругих телах (полуплоскость, кольцо, клин), подкрепленных тонкими покрытиями.

Отдельная глава данной работы посвящена локализации и идентификации геометрических параметров дефектов в полосе с применением методов конечноэлементного моделирования, ультразвукового неразрушающего кон-

троля и технологий машинного обучения (искусственных нейронных сетей).

В работе [25] авторы проводят исследование композитных материалов с дефектами. Из-за наличия дефектов в композитах их эксплуатационные свойства могут ухудшаться. В каждой точке исследуемого объекта проводится ультразвуковое сканирование. Колебания оцифровываются, и затем из них извлекаются характеристики, содержащие информацию об объекте контроля. После проведения анализа данных полученные характеристики классифицируются с применением искусственных нейронных сетей. В результате авторы получают изображение в области дефекта с помощью специально обученной ИНН, которое отражает характер и степень распространения дефекта. Примененный подход четко идентифицирует область повреждения, и полученное изображение совпадает с визуальными наблюдениями.

В работе [26] предложен отличающийся от ранее известных алгоритм многопараметрической идентификации дефектов в стержневых конструкциях. Новизна алгоритма заключается в том, что процедура идентификации дефектов разделена на два этапа: на первом этапе происходит локация дефекта, а на втором этапе происходит оценка степени поврежденности дефекта. В качестве дополнительной информации к решению задачи реконструкции дефектов выступает набор собственных частот и форм колебаний исследуемого объекта. Анализ форм колебаний позволяет решить задачу первого этапа, после чего строится аналитическая или конечно-элементная модель конструкции с дефектами, и с помощью прямых расчетов решается задача второго этапа. В работе также приведен пример расчета параметров дефекта в упругом консольном стержне на основе эксперимента в конечно-элементном комплексе.

В работе [27] применяется один из методов неразрушающего контроля, а именно метод акустической эмиссии, который является весьма перспективным методом оценки композиционных материалов. Для надежного автоматического контроля повреждений с помощью пленочных датчиков поливинилиденфторида (PVDF) важно идентифицировать сигналы акустической эмиссии, связанные со структурой волокон, при наличии шума. В проведенных экспериментах композиты из многослойного армированного стекловолокна (GFRP) были изготовлены несколькими различными способами. Сигналы акустической эмиссии были сняты с поверхности, покрытой PVDF-пленкой, во время статической нагрузки на растяжение. Сигналы акустической эмиссии классифицировались с использованием искусственной нейронной сети. При этом результаты показывают, что различные механизмы разрушения в композитах могут быть классифицированы с применением аппарата искусственных нейронных сетей.

В работе [28] авторы исследуют обрушения, происшедшие во время раскопок туннелей в тонких и чрезвычайно тонких слоистых породах горной породы на

гидроэлектростанции Wudongde в Китае. Для прогнозирования риска и глубины обрушения необходим надежный метод, который и предлагают авторы работы. Однако теория и практика показывают, что один-единственный критерий не может точно предсказать глубину обрушения. В данной работе с использованием искусственной нейронной сети (ИНС) был исследован метод интеллектуального прогнозирования. На основе теоретического и статистического анализа были выбраны и использованы шесть входных параметров (глубина покрытия, отношение основных малых напряжений, индекс геологической силы, метод выемки грунта, сила поддержки и ориентация породы). Полученные из туннелей данные на гидроэлектростанции Wudongde, а именно сорок пять учебных образцов и шесть пробных образцов, были использованы в обучении модели. Структурные параметры и начальные веса искусственной нейронной сети были оптимизированы с помощью генетического алгоритма. Затем обученная модель была использована для прогнозирования глубины обрушения нескольких участков раскопок. Прогнозы показывают хорошее соответствие с измерениями на участках.

В работе [29] рассматриваются методы инфракрасной термографии, которая является одним из наиболее эффективных методов неразрушающего контроля для диагностирования электрических компонентов с помощью интеллектуального анализа дефектов. Ошибки в электрической системе показывают перегрев компонентов, который является общим показателем плохого соединения, перегрузки, дисбаланса нагрузки или любого дефекта. Термографический контроль используется для поиска проблем, связанных с нагревом, и возможным выходом из строя системы. Однако автоматическая диагностическая система, предложенная авторами работы, основанная на искусственной нейронной сети, сокращает время работы, усилия человека, а также повышает надежность системы. Здесь статистические характеристики, полученные с объектов контроля, и искусственная нейронная сеть используются для проверки электрических компонентов. При этом их термические показатели делятся на два класса – нормальные и перегретые.

В работе [30] представлен альтернативный метод максимального прогнозирования осадения земной поверхности, основанный на интеграции между вейвлет-теорией и аппаратом искусственных нейронных сетей. Любой прогноз, полученный с применением методов численного анализа, сильно зависел от модели, принятой для моделирования поведения почвы. Однако создание реалистичной модели, которая могла бы рассчитывать профили установки, связанные с туннелированием, довольно сложно. Большинство исследований показывают, что способность ИНС к распознаванию образов применима в инженерно-геологических задачах, учитывая их успешное применение без каких-либо ограничений. Авторы применяют Wavenet – сеть прямого распространения ошибки с одним скрытым слоем,

использующую вейвлеты в качестве функций активации. В данном исследовании применяются различные вейвлеты в качестве активационных функций для прогнозирования максимального поверхностного осажде-ния в процессе туннелирования. Результаты моделиро-вания указывают на уменьшение значений ошибки оценки, что отражает их способность повышать функ-циональную аппроксимирующую способность и, следо-вательно, демонстрирует отличную способность к обу-чению по сравнению с обычной нейронной сетью об-ратного распространения с сигмоидной или другими функциями активации.

В работе [31] авторами предлагается ранняя диагно-стика неисправностей в коробке передач, чтобы опреде-лить состояние зубчатой передачи на основании сигна-лов вибрации, полученных от экспериментальной испы-тательной установки. В предлагаемой работе для извлечения статистических признаков используется обработка сигналов, отнесенная к частотно-временной области, – непрерывное вейвлет-преобразование. Метод поиска особенностей используется для выбора полез-ных функций среди извлеченных, чтобы сократить вре-мя обработки. Такой известный метод оптимизации, как генетические алгоритмы, используется для выбора лучших входных функций с целью уменьшения вычис-лительной нагрузки. Эффективность этого метода оце-нивается на основании точности классификации, полу-ченной с помощью таких технологий, как нейронные сети обратного распространения (BPNN) и С4.5. Произ-водительность классификаторов оценивается с помо-щью различных сигналов, полученных от эксперимен-тальной испытательной установки для различных со-стояний шестерен.

В работе [32] авторами проводится моделирование системы неразрушающего контроля дефектов в твердых телах. Рассматриваются обратные геометрические зада-чи теории упругости для плоской прямоугольной обла-сти по реконструкции круговых полостей и трещин, вы-ходящих на поверхность тела. В качестве дополнитель-ной информации для решения этих задач авторы используют набор первых четырех собственных резо-нансных частот. Решение обратных задач основано на минимизации функционала невязки между измеренной входной информацией и рассчитанной в ходе численно-го решения прямых задач с заданными параметрами дефектов.

В работе [33], на основе данных о протекании вих-ревых токов, предложены несколько методов классифи-кации дефектов, среди которых, и различные ИНС схе-мы. В качестве исходной информации, поступающей в ИНС, используются данные об изменении электриче-ского импеданса прошедшие обработку Фурье и вейв-лет преобразованиями.

В работе [34] с помощью ИНС виде стандартного многослойного перцептрона разработан метод автома-тического определения дефектов во время мониторинга токопроводящих конструкций на основе измерения

вихревых токов. Для выделения характерных особеннос-тей, измеренного электрического сигнала, поступаю-щих на вход ИНС, применяются различные методы: в том числе, вейвлет и Фурье преобразования, анализ главных компонент и др., отмечаются их преимущества.

1. Идентификация дефектов

Своевременная диагностика, прогнозирование и идентификация дефектов является необходимым меро-приятием, способным предотвратить многие негатив-ные последствия, которые могут возникнуть в результа-те отказа и выхода из строя как элементов конструкций, так и систем в целом. Среди методов неразрушающего контроля ведущее положение занимает ультразвуковой контроль. Он основан на способности звуковых волн отражаться от границы раздела двух упругих сред, об-ладающих разными акустическими свойствами. В на-ших предыдущих работах [22–24] мы исследовали не-которые методы неразрушающего контроля в сочетании с технологиями искусственных нейронных сетей в об-ласти идентификации дефектов.

Постановка прямой и обратной задач. В прямой задаче рассматриваются вынужденные колебания упру-гого тела, которые описываются следующей краевой задачей:

$$\sigma_{ij,j} = \rho \ddot{u}_i; \sigma_{ij} = c_{ijkl} u_{k,l}, i = 1, 2, 3, \quad (1)$$

$$u_i |_{S_u} = u_i^{(0)}, \sigma_{ij} n_j |_{S_i} = p_i, \sigma_{ij} n_j |_{S_d} = q_i, \quad (2)$$

где u_i – искомые компоненты вектора смещений; $u_i^{(0)}$ и p_i, q_i – известные компоненты вектора смещений и поверхностных нагрузок; σ_{ij} и c_{ijkl} – компоненты тензоров напряжения и упругих постоянных; ρ – плотность; S_u, S_i – поверхности тела, на которых задан век-тор смещений и напряжений соответственно; S_d – внутренние поверхности туннельной трещины в на-правлении оси Ox_3 .

В задачах идентификации дефектов (трещин, вклю-чений, полостей) требуется определить их configura-цию, поэтому поверхности S_d являются неизвестными, что относит рассматриваемые проблемы к обратным геометрическим задачам теории упругости. Далее бу-дем считать, что берега трещины не взаимодействуют и свободны от напряжений $q_i = 0$. Для решения обратных задач реконструкции поверхности S_d необходима неко-торая дополнительная информация кроме той, что со-держится в краевых условиях (2). Такой дополнитель-ной информацией может быть амплитудно-временная характеристика (АВХ) волнового поля смещений \bar{U} измеренного на свободной поверхности:

$$u_i = U_i(\bar{x}_k, t), \text{ при } t \in [0, T] \text{ и } k = 1, 2, \dots, n, \bar{x}_k \in S_i \quad (3)$$

где T – характерное время отражения сигнала; n – количество точек измерения.

Таким образом, получаем набор входной информации X , который может быть использован в методе реконструкции геометрических параметров трещины.

Параметры конечноэлементной модели. Рассматривается задача идентификации дефектов в виде прямолинейной трещины в полосе, поверхность которой усилена тонкой накладкой. Параметры конечноэлементной модели:

Толщина полосы.....	20 мм
Ширина полосы.....	30 мм
Ширина PML слоев.....	13 мм
Толщина покрытия.....	0,25 мм
Материал полосы.....	сталь ($E = 210$ ГПа, $\nu = 0,28$)
Материал покрытия.....	вольфрам ($E = 350$ ГПа, $\nu = 0,29$)

Толщина полосы установлена таким образом, что превосходит длину ультразвукового импульса. Это позволяет наиболее точно регистрировать форму колебаний отраженного сигнала. Толщина покрытия соответствует толщине покрытий из карбида вольфрама, нанесенных методом газопламенного напыления (100–300 мкм). Подобрана наиболее рациональная ширина PML-слоев, которые предотвращают отражение сигнала от правой и левой границ полосы на протяжении всего времени расчета.

На рис. 1 изображена полоса с покрытием, по обе стороны которой расположены слои PML. Полоса имеет внутренний разрез, который моделирует трещину. Верхняя и нижняя границы полосы свободны. Левая и правая границы PML блоков закреплены.

Слои PML заданы как бесконечные элементы. Они предназначены для моделирования распространения ультразвуковой волны в полосе без отражений от ее границ справа и слева. Бесконечные элементы COMSOL применяют полубесконечное координатное растяжение в одном, двух или трех направлениях, в зависимости от того, как область бесконечного элемента соединяется с физической областью. В каждом направлении используется одна и та же форма растяжения, определяемая как функция безразмерной координаты ξ , которая изменяется от 0 до 1 вдоль бесконечного элементного слоя. Функция возвращает новую, растянутую координату, интерпретируемую как новая позиция в заданном направлении. То есть смещение для растяжения в одном направлении $\Delta x = f_i(\xi) - \Delta_w \xi$, где Δ_w – исходная ширина области бесконечного элемента (как показано на рис. 1). Отдельный вектор смещения вычисляется для каждого направления растяжения и суммируется для получения полного смещения. Функция растяжения по умолчанию определяется как $f(\xi) = \frac{\xi}{\gamma - \xi} \Delta_p$, где Δ_p – так называемое расстояние полюса; γ – число больше единицы, вычисленное как $\gamma = (\Delta_s + \Delta_p) / \Delta_s$, где Δ_s –

масштабированная толщина области бесконечного элемента.

Ультразвуковой сигнал частотой 2 МГц представлен в виде отрицательной функции синуса с примененной к ней функцией окна Хеннинга. Входной сигнал создается на основе ранее сгенерированных данных с применением линейной интерполяции и представлен функцией $Impulse(t)$. Область ввода ультразвукового сигнала представлена совокупностью точек на поверхности покрытия, расположенных на отрезке длиной 3 мм. Зондирующий импульс задается смещением узловых точек, на поверхности покрытия $u_{0,y} = Impulse(t)$.

С учетом скорости звука в стали и вольфраме и частоты зондирующего импульса длины волн в материалах полосы и покрытия соответственно: $\lambda_{сталь} = 0,002975$ м, $\lambda_{вольфрам} = 0,002587$ м. Размер конечного элемента $\Delta x_{max} = \lambda_{сталь} / 16 = 0,000185$ м. Время шага $\Delta t_{кр} = \frac{\Delta x_{max}}{C_{сталь}} = 3,12 \cdot 10^{-8}$ с. Время, в течение которого моделируется распространение ультразвуковой волны, $2 \cdot 10^{-5}$ с.



Рис. 1. Схематичное изображение модели полосы с покрытием

Fig. 1. Schematic representation of the coated bar model

Для моделирования распространения ультразвуковой волны применяется конечно-элементный комплекс COMSOL с модулем Solid Mechanics в режиме Time Dependent. Интерфейс Solid Mechanics основан на решении уравнений движения с учетом определяющей модели твердого материала. При этом вычисляются перемещения, напряжения и деформации. Режим Time Dependent используется, когда переменные поля меняются со временем. В механике твердого тела он используется для расчета изменяющейся во времени деформации и движения твердых тел, подверженных переходным нагрузкам. При этом применяется Time-Dependent решатель, который использует обобщенную α -схему (generalized- α) интегрирования. Обобщенная α -схема изначально была разработана для проведения структурного анализа методом конечного элемента. Она обеспечивает простую и эффективную реализацию, а также оптимальное сочетание точности при низких частотах и численного демпфирования при высоких частотах. Эта особенность интересна тем, что позволяет исключить влияние нефизических высокочастотных мод, которые обычно присутствуют в конечно-элементных моделях

[35]. Геометрия построенной модели разбивается на небольшие элементы треугольной формы. В области дефекта и источника зондирующего импульса сетка конечных элементов сгущается.

Конечноэлементное моделирование. В рамках поставленных задач было проведено определенное количество расчетов моделей при различных параметрах трещиноподобного дефекта. Для каждой конфигурации геометрических параметров дефекта проводится моделирование распространения ультразвуковой волны, источник которой расположен в четырех различных точках. Эти точки равномерно распределены на отрезке, находящемся на поверхности покрытия над дефектом. Таким образом, ультразвуковой импульс может частично или полностью отражаться от берегов трещины, что можно видеть на рис. 2.

Конфигурация геометрических параметров определяется длиной трещины l и варьируется в пределах от 1 до 5 мм (всего 10 значений), глубиной залегания дефекта y_0 и определяется значениями от 2 до 8 мм (всего

5 значений), а также толщиной h дефекта в пределах от 0,1 до 0,5 мм (всего 10 значений).

В результате проведения расчетов модели были получены временные характеристики ультразвукового эхо-сигнала, для каждой конфигурации дефекта. На рис. 3 и 4 показаны амплитудно-временная характеристика ультразвукового сигнала и соответствующая ей амплитудно-частотная характеристика.

Применение искусственных нейронных сетей. Нейронные сети – это инструмент нелинейного моделирования. Обычно они используются для моделирования сложных связей между входами и выходами для нахождения закономерностей в данных. В рамках данной задачи необходимо установить связь между амплитудно-временной характеристикой ультразвуковой волны, распространяющейся в полосе, и конфигурацией дефекта. На основе полученных данных на этапе конечно-элементного моделирования возможно сформировать обучающий набор и провести обучение построенной модели нейронной сети.

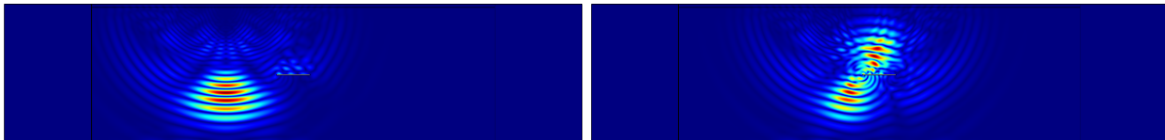


Рис. 2. Распространение и отражение ультразвуковой волны при различных положениях источника сигнала
 Fig. 2. Propagation and reflection of the ultrasonic wave at different positions of the signal source

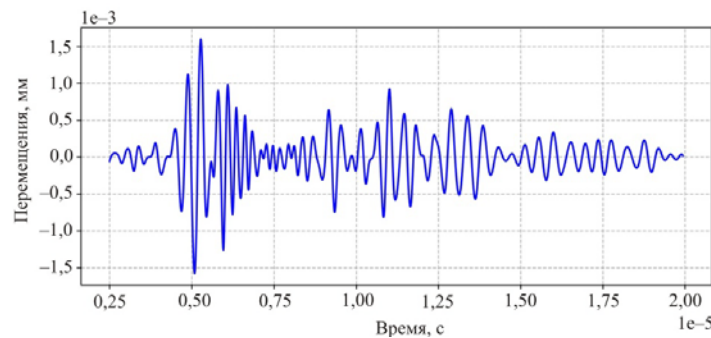


Рис. 3. Амплитудно-временная характеристика распространения ультразвуковой волны в полосе; трещина расположена горизонтально, толщина $h = 0,5$ мм, глубина залегания $y_0 = 1$ мм, длина $l = 1$ мм

Fig. 3. Amplitude-time characteristic of ultrasonic wave propagation in the bar, the crack is horizontal, the crack thickness is $h = 0,5$ mm, depth is $y_0 = 1$ mm, crack length is $l = 1$ mm

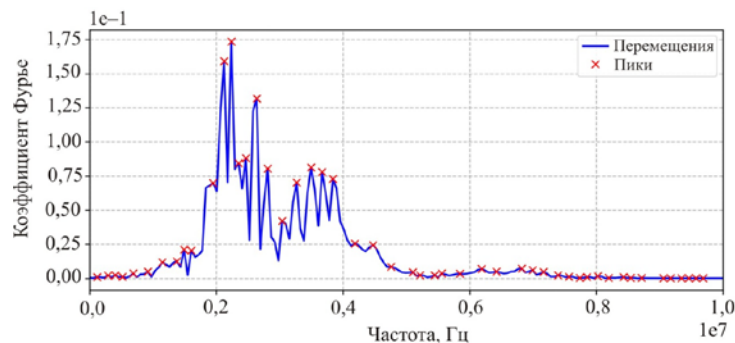


Рис. 4. Амплитудно-частотная характеристика ультразвуковой волны в полосе; трещина расположена горизонтально, толщина $h = 0,5$ мм, глубина залегания $y_0 = 1$ мм, длина $l = 1$ мм

Fig. 4. Amplitude-frequency characteristic of ultrasonic wave propagation in the bar, the crack is horizontal, the crack thickness is $h = 0,5$ mm, depth is $y_0 = 1$ mm, crack length is $l = 1$ mm

Для получения амплитудно-частотных характеристик колебаний исследуемого объекта применяется дискретное преобразование Фурье (ДПФ). В качестве входной информации для нейронной сети выступают значения пиков амплитуд и соответствующих им частот (рис. 4). Для каждой амплитудно-частотной характеристики выбирается 50 пар значений. Таким образом, для четырех сканирующих ультразвуковых импульсов формируется входной вектор, состоящий из 400 значений. Каждому вектору соответствует выходной набор данных, состоящий из геометрических параметров дефекта l , y_0 , h . Итоговый набор данных состоит из 2000 обучающих векторов, 1500 из которых применяются для обучения нейронной сети, а остальные 500 для валидации.

Применяется искусственная нейронная сеть прямого распространения. Установлено, что наиболее рациональная архитектура нейронной сети содержит 400 входных значений, два скрытых слоя по 200 нейронов в каждом и 3 выходных значения. В качестве алгоритма обучения применяется SGD (Stochastic gradient descent). Наилучший результат работы сети достигается при 1530 итерациях обучения. Нейронная сеть построена на основе фреймворка Keras.

Результаты идентификации геометрических параметров дефектов. На основе обученной нейронной сети возможно провести идентификацию дефекта в полосе. На вход нейронной сети подаются данные из валидационного набора. Эти данные не принимали участия в процессе обучения. На рис. 5 показана ошибка идентификации параметра y_0 глубины залегания дефекта.

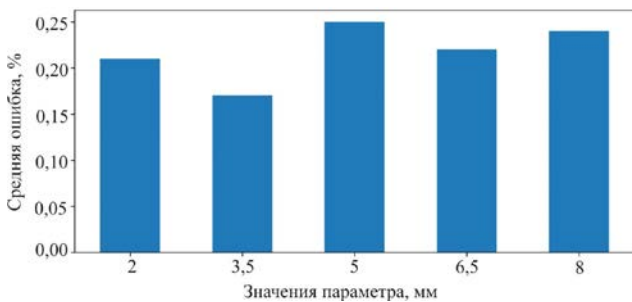


Рис. 5. Ошибка идентификации параметра глубины залегания дефекта, 0,22 %

Fig. 5. Error of identification of the defect depth parameter

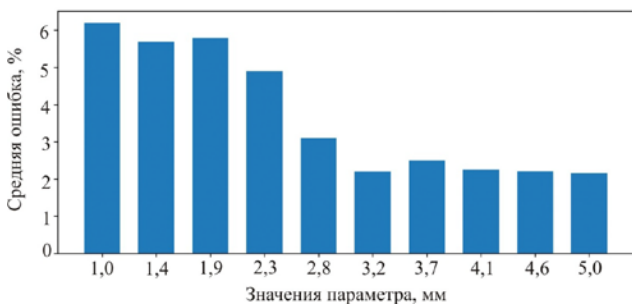


Рис. 6. Ошибка идентификации параметра размера дефекта, 3,7 %

Fig. 6. Error of identification of the defect length parameter

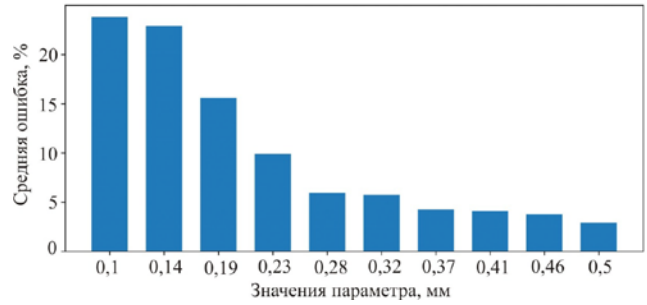


Рис. 7. Ошибка идентификации параметра толщины дефекта, 9,89 %

Fig. 7. Error of identification of the defect thickness parameter

На рис. 6 показана ошибка идентификация параметра l длины трещины. Из графика видно, что для больших величин параметра идентификация проходит более успешно. На рис. 7 показана ошибка идентификации параметра h -толщины дефекта. Видно, что наиболее успешная идентификация достигается при значении параметра, близком к максимальному из рассматриваемых в рамках данной задачи.

2. Исследование концентрации напряжений в окрестности вершин трещины в полосе с тонким покрытием

Комплексный подход к решению проблемы исследования напряженно-деформированного состояния тел, содержащих внутренние дефекты, включает два основных аспекта. Первый из них – идентификация дефектов с целью использования информации о них для предупреждения разрушения – один из самых важных аспектов в рамках эксплуатационной безопасности и функциональности рассматриваемых объектов. Эта проблема относится к области неразрушающего контроля, и ее решению посвящена основная часть настоящей работы. Другим, не менее важным, аспектом заявленной проблемы является исследование их напряженно-деформированного состояния, определение зон и интенсивности концентрации напряжений, обусловленных наличием дефектов. После того как решена задача идентификации типа дефекта и его геометрических характеристик, решается проблема второго шага. В частности, решение этой прямой задачи и исследование локального поля напряжений в окрестности особых множеств границы дефекта может быть проведено численно, с использованием МКЭ, или аналитическими методами.

Опишем технологию применения аналитико-численного метода на примере задачи, постановка которой отличается от рассматриваемой в настоящей работе тем, что покрытие находится как на верхней, так и на нижней плоскости. Такая статическая задача теории упругости для полосы, ослабленной прямолинейной продольной трещиной, расположенной симметрично относительно границ, рассмотрена ранее в [20].

В направлении, перпендикулярном линии трещины, приложены нормальные растягивающие усилия, обеспечивающие ее раскрытие. Граница полосы подкреплена тонким упругим покрытием. На бесконечности реализуются условия затухания компонент вектора перемещений и тензора напряжений. Покрытие полосы свободно от напряжений. В силу симметрии задачи рассматривается область верхней части полосы. Построено решение уравнений равновесия в перемещениях для задачи плоской деформации.

На верхней грани полосы действуют граничные условия, моделирующие влияние накладки [16, 20], которые сформулированы на основании проведенного асимптотического анализа решения задачи для тонкой упругой полосы [5]. Их адекватность установлена серией численных экспериментов, проведенных в [16]. Общее решение системы дифференциальных уравнений для полосы построено с помощью преобразования Фурье. Сингулярное интегральное уравнение задачи построено путем удовлетворения граничному условию на берегах трещины. В результате получено сингулярное интегральное уравнение с ядром Коши. Проведено сравнение полученного интегрального уравнения при нулевой толщине покрытия с аналогичным уравнением, представленным в монографии [21].

Решение полученного интегрального уравнения строится методом коллокаций в виде линейной комбинации базисных функций, явно учитывающим особенность в окрестности вершин трещины. В результате получены значения коэффициента интенсивности нормальных напряжений K_I в окрестности вершин трещины. Проведено исследование влияния свойств некоторых материалов покрытия на фактор влияния $N(\pm 1)$ (приведенный коэффициент интенсивности нормальных напряжений) от параметра λ , характеризующего относительное расстояние трещины до границы раздела. $N(\pm 1) = K_I / K_{I\infty}$, $K_{I\infty}$ – соответствующая величина (в классическом случае) изолированной прямолинейной трещины в упругой плоскости. В качестве материала полосы рассматривается конструкционная сталь. Материалы накладок – тефлон, алюминий, титан, никель, хром, нитрид титана, вольфрам, карбид вольфрама, то есть как более жесткие, так и более мягкие материалы по сравнению с материалом самой полосы.

В частности, установлено, что чем мягче материал накладки, тем меньше его влияние на раскрытие трещины, причем увеличение толщины накладки для мягких материалов не является сдерживающим фактором. Если

материал накладки более жесткий, чем материал полосы, накладка оказывает сдерживающее влияние, причем чем больше ее толщина, тем больше влияние.

Заключение

Целью исследования является разработка комплексного подхода к определению локального напряженного состояния в окрестности особых множеств внутренних дефектов, локация которых заранее неизвестна. Предложенный подход основан на двух этапах решения проблемы: идентификация типа и размера дефекта; определение КИН в вершинах трещины. Первая задача решается на основе сочетания ИНН и МКЭ. Для этого построена конечно-элементная модель распространения ультразвуковой волны в полосе, усиленной покрытием. На основе накопленных данных создана и обучена нейросетевая модель, позволяющая проводить идентификацию геометрических параметров внутренне-го трещиноподобного дефекта.

Исследования показали, что возможно успешное применение нейросетевых технологий в сочетании с методами ультразвукового неразрушающего контроля в рамках решения задачи идентификации трещиноподобных дефектов в полосе, усиленной покрытием. При этом предложенная модель искусственной нейронной сети проводит идентификацию глубины залегания дефекта с точностью 0,22 %, длины дефекта с точностью 3,7 %, толщины дефекта с точностью 9,89 %.

Второй этап предполагает решение прямой задачи с известным дефектом и исследование локального НДС в его окрестности. Описана технология аналитико-численного решения задачи второго этапа на примере подобной статической задачи. В частности, описана процедура определения значений фактора влияния – приведенного коэффициента интенсивности напряжений в окрестности вершин трещины, анализа влияния геометрических и физических параметров задачи на величину исследуемого параметра. Это позволило сделать следующие выводы: увеличение толщины и жесткости покрытия ведет к снижению фактора влияния; увеличение длины трещины или уменьшение ширины полосы влечет за собой увеличение фактора влияния.

Благодарность

Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках проектов 19-08-0074, 18-31-00024.

Библиографический список

1. Melan E. Zur plastizität des räumlichen kontinuums // Archive of Applied Mechanics. – 1938. – No. 9/2. – S. 116–126.
2. Рейсснер Э. Некоторые проблемы теории оболочек. Упругие оболочки. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962. – 263 с.
3. Koiter W., Warner T. On the nonlinear theory of thin elastic shells // Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen. – 1966. – No. 69.1. – P. 1–54.
4. Развитие теории контактных задач в СССР / под ред. Л.А. Галина. – М.: Наука, 1976. – 493 с.
5. Александров В.М., Мхитарян С.М. Контактные задачи для тел с тонкими покрытиями и прослойками. – М.: Наука, 1979. – 486 с.
6. Мхитарян С.М., Агаян, К.Л. Об одной периодической контактной задаче для упругой полосы, ослабленной трещинами и усиленной упругими стрингерами // Изв. АН Арм. ССР. Механика. – 1978. – Т. 31, № 3. – С. 3–17.
7. Акопян В.Н. Об одной смешанной задаче для составной плоскости, ослабленной трещиной // Изв. НАН Армении. Механика. – 1995. – Т. 48, № 4. – С. 57–65.
8. Изв. АН Арм. ССР. Механика. – 2012. – Т. 65, № 3. – С. 5–9.
9. Rizk A. Stress intensity factor for an edge crack in two bonded dissimilar materials under convective cooling // Theoretical and Applied Fracture Mechanics. – 2008. – No. 49.3. – P. 251–267.
10. Antipov Y., Bardzokas D., Exadaktylos G. Partially stiffened elastic half-plane with an edge crack // International Journal of Fracture. – 1997. – No. 85.3. – P. 241–263.
11. Tsamasphyros G., Dimou G. Stress intensities in a bar reinforced by stiffeners at the edges // Engineering Fracture Mechanics. – 1995. – № 51.6. – P. 897–914.
12. Cook T.S., Erdogan F. Stress in bounded material with a crack perpendicular to the interface // Int.J. Engng. Sci. – 1972. – Vol. 10. – P. 677–697.
13. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацышин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинах и оболочках. – Киев: Наук. думка, 1976. – 443 с.
14. Греков М.А., Даль Ю.М., Курочкин В.А. Предельное состояние упругой полосы с внутренней трещиной // Изв. РАН. МТТ. – 1992. – № 6. – С. 148–155.
15. Справочник по коэффициентам интенсивности напряжений: в 2 т. Т. 1: пер. с англ. / под ред. Ю. Мураками. – М.: Мир, 1990. – 448 с.
16. Sobol B., Soloviev A., Krasnoschekov A. The transverse crack problem for elastic bodies stiffened by thin elastic coating // ZAMM. – 2015. – Vol. 95. № 11. P. 1302–1314.
17. Соболь Б.В., Рашидова Е.В. Равновесная поперечная внутренняя трещина в составной упругой полуплоскости // Прикладная математика и механика. – 2017. – Т. 81, вып. 3. – С. 348–364.
18. Соболь Б.В., Рашидова Е.В. Равновесие упругого клина с тонким покрытием, ослабленного внутренней прямолинейной трещиной // Экологический вестник научных центров ЧЭС. – 2017. – № 2. – С. 74–85
19. Equilibrium inner radial crack in a pipe section with an external protective coating / B. Sobol, A.N. Soloviev, E.V. Rashidova, P.V. Vasiliev // ZAMM. – 2017. – Vol. 97. – No. 6. – P. 744–754.
20. Соболь Б.В., Рашидова Е.В., Петренкова С.Б. Равновесная продольная внутренняя трещина в полосе с тонким покрытием // Проблемы прочности и пластичности. – Н. Новгород, 2018. – Т. 80, № 3. – С. 316–325.
21. Александров В.М., Сметанин Б.И., Соболь Б.В. Тонкие концентраторы напряжений в упругих телах. – М.: Физматлит, 1993. – 224 с.
22. Soloviev A.N., Sobol B.V., Vasiliev P.V. Ultrasonic and Magnetic Flow Inspection Methods of Identification of Cracks in the Pipe Coupled with Artificial Neural Networks. Eds. I. Parinov, S.H. Chang, M. Jani // Advanced Materials. Springer Proceedings in Physics. – Springer, Cham. – 2017. – Vol 193. – P. 381–395.
23. Identification of Defects in Pipelines Through a Combination of FEM and ANN / A.N. Soloviev, G.D.T. Nguen, P.V. Vasiliev, A.R. Alexiev. Eds. E. Barkanov, A. Dumitrescu, I. Parinov // Non-destructive Testing and Repair of Pipelines. Engineering Materials. – Springer, Cham, 2018. – P. 91–106.
24. Soloviev A.N., Sobol B.V., Vasiliev P.V. Application of deep convolutional neural networks in the defects identification problem // International Conference on “Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications” (PHENMA 2018), Abstracts & Schedule, Busan, Republic of Korea, August 9–11, 2018. – P. 47–48.
25. Samanta S., Mandal A., Singh Thingujam Jackson. Application of ANN in Identifying Defects in Impacted Composite // Procedia Materials Science. – 2014. – Vol. 6. – P. 926–930.
26. Черпаков А.В., Акопян В.А., Соловьев А.Н. Алгоритм многопараметрической идентификации дефектов стержневых конструкций // Электрон. журн. «Техническая акустика». – URL: <http://www.ejta.org>, Изд. № 1, 2013.
27. Bar H.N., Bhat M.R., Murthy C.R.L. Identification of failure modes in GFRP using PVDF sensors: ANN approach // Composite Structures. – August 2004. – Vol. 65. – Iss. 2. – P. 231–237.
28. Use of an improved ANN model to predict collapse depth of thin and extremely thin layered rock strata during tunneling / Dong-Fang Chen, Xia-Ting Feng, Ding-Ping Xu, Quan Jiang, Cheng-Xiang Yang, Pin-Pin Yao // Tunnelling and Underground Space Technology. – January 2016. – Vol. 51. – P. 372–386.
29. A new thermographic NDT for condition monitoring of electrical components using ANN with confidence level analysis / A.S.N. Huda, S. Taib, K.H. Ghazali, M.S. Jadin // ISA Transactions. – May 2014. – Vol. 53. – Iss. 3. – P. 717–724.
30. Pourtaghi A., Lotfollahi-Yaghin M.A. Wavenet ability assessment in comparison to ANN for predicting the maximum surface settlement caused by tunneling // Tunnelling and Underground Space Technology. – March 2012. – Vol. 28. – P. 257–271.
31. A gear fault identification using Wavelet transform, rough set based GA, ANN and C4.5 algorithm / C. Rajeswari, B. Sathiyabhama, S. Devendiran, K. Manivannan // Procedia Engineering. – 2014. – Vol. 97. – P. 1831–1841.
32. Соловьев А.Н., Шевцов М.Ю. Реконструкция дефектов в упругих телах сочетанием генетического алгоритма и метода конечных элементов // Вестн. Дон. гос. техн. ун-та. – 2016. – № 2(85). – С. 5–12.
33. Smid R., Docekal A., Kreidl M. Automated classification of eddy current signatures during manual inspection // NDT & E International. – 2005. – Vol. 38. – No. 6. – P. 462–470.
34. Lingvall F., Stepinski T. Automatic detecting and classifying defects during eddy current inspection of riveted lap-joints // NDT & E International. – 2000. – Vol. 33. – No. 1. – P. 47–55.
35. Arnold M., Brüls O. Convergence of the generalized- α scheme for constrained mechanical systems // Multibody Syst Dyn. – 2007. – Vol. 18. – Iss. 2. – P. 185–202. DOI: 10.1007/s11044-007-9084-0

References

1. Melan, E. Zur plastizität des räumlichen kontinuums. *Archive of Applied Mechanics*. 1938, no. 9/2, pp. 116-126.
2. Reissner, E. Nekotorye problemy teorii obolochek. Uprugie obolochki [Some problems of the theory of shells. Elastic shells]. *Moscow, Foreign Literature Publisher*, 1962. 263 p.
3. Koiter, W., Warner T. On the nonlinear theory of thin elastic shells. *Koninklijke Nederlandse Akademie van Wetenschappen*, 1966, no. 69.1, pp. 1-54.
4. Razvitie teorii kontaktnykh zadach v SSSR [Development of the theory of contact problems in the USSR]. *Moscow, Science*, 1976, 493 p.
5. Aleksandrov V. M., Mkhitarian S. M. Kontaktnye zadachi dlia tel s tonkimi pokrytiami i prosloikami [Contact tasks for bodies with thin coatings and interlayers]. *Moscow, Science*, 1979. 486 p.
6. Mkhitarian S.M., Agaian, K.L. Ob odnoi periodicheskoi kontaktnoi zadache dlia uprugoi polosity, oslablennoi treshchinami i usilennoi uprugimi stringerami [On a periodic contact problem for an elastic bar weakened by cracks and reinforced by elastic stringers]. *Armenia SSR, Publishing Academy of Sciences. Mechanic*, 1978, vol. 31, no. 3 pp. 3-17.
7. Akopian V.N. Ob odnoi smeshannoi zadache dlia sostavnoi ploskosti, oslablennoi treshchinoi [On a mixed problem for a composite plane weakened by a crack]. *Armenia SSR, Publishing Academy of Sciences. Mechanic*, 1995, vol. 48, no. 4. pp. 57-65.
8. Armenia SSR, Publishing Academy of Sciences. *Mechanic*, 2012, vol. 65, no. 3. pp. 5-9.
9. Rizk A. Stress intensity factor for an edge crack in two bonded dissimilar materials under convective cooling. *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2008, no. 49.3. pp. 251-267.
10. Antipov Y., Bardzokas D., Exadaktylos G. Partially stiffened elastic half-plane with an edge crack. *International journal of fracture*, 1997, no. 85.3, pp. 241-263.
11. Tsamasphyros G., Dimou G. Stress intensities in a bar reinforced by stiffeners at the edges. *Engineering fracture mechanics*, 1995, no. 51.6, pp. 897-914.
12. Cook, T.S., Erdogan, F. Stress in bounded material with a crack perpendicular to the interface. *Int.J. Engng. Sci.*, 1972, no. 10, pp. 677-697.
13. Panasiuk V.V., Savruk M.P., Datsyshin A.P. Rasprezhenie napriazhenii okolo treshchin v plastinakh i obolochkakh [Stress distribution near cracks in plates and shells]. *Kiev, Naukova Dumka* 1976, 443 p.
14. Grekov M.A., Dal' Iu.M., Kurochkin V.A. Predel'noe sostoianie uprugoi polosity s vnutrennei treshchinoi [The limiting state of an elastic bar with an internal crack]. *Izvestiia Rossiiskoi akademii nauk. Mekhanika tverdogo tela*, 1992, no. 6, pp. 148-155.
15. Spravochnik po koeffitsientam intensivnosti napriazhenii [Handbook of stress intensity factors]. *Moscow, Peace*, 1990. 448 p.
16. Sobol B., Soloviev A., Krasnoschekov A. The transverse crack problem for elastic bodies stiffened by thin elastic coating. *ZAMM*. 2015, vol. 95, no. 11, pp. 1302-1314.
17. Sobol' B.V., Rashidova E.V. Ravnovesnaia poperechnaia vnutrennaia treshchina v sostavnoi uprugoi poluploskosti [Equilibrium transverse internal crack in the composite elastic half-plane]. *Prikladnaia matematika i mekhanika*, 2017, vol. 81, no. 3, pp. 348-364.
18. Sobol' B.V., Rashidova E.V. Ravnovesie uprugogo klina s tonkim pokrytiem, oslablenogo vnutrennei priamolineinnoi treshchinoi [The balance of an elastic wedge with a thin coating weakened by an internal rectilinear crack]. *Ekologicheskii vestnik nauchnykh tsentrov ChES*, 2017, no. 2, pp. 74-85
19. Sobol B., Soloviev A.N., Rashidova E.V., Vasiliev P.V. Equilibrium inner radial crack in a pipe section with an external protective coating. *ZAMM*, 2017, vol. 97, no. 6, pp. 744-754.
20. Sobol B., Rashidova E.V., Petrenkova S.B. Equilibrium longitudinal internal crack in a strip with a thin coating. *N. Novgorod, Problems of strength and plasticity*, 2018, vol. 80 no. 3, pp. 316-325.
21. Aleksandrov V.M., Smetanin B.I., Sobol' B.V. Tonkie kontsentratory napriazhenii v uprugikh telakh [Thin stress concentrators in elastic bodies]. *Moscow, Fizmatlit*, 1993, 224 p.
22. Soloviev A.N., Sobol B.V., Vasiliev P.V. Ultrasonic and Magnetic Flow Inspection Methods of Identification of Cracks in the Pipe Coupled with Artificial Neural Networks. *Springer, Cham, In: Parinov I., Chang SH., Jani M. (eds) Advanced Materials. Springer Proceedings in Physics*, 2017, vol 193. pp. 381-395.
23. Soloviev A.N., Nguen G.D.T., Vasiliev P.V., Alexiev A.R. Identification of Defects in Pipelines Through a Combination of FEM and ANN. *Springer, Cham, In: Barkanov E., Dumitrescu A., Parinov I. (eds) Non-destructive Testing and Repair of Pipelines. Engineering Materials*, 2018, pp. 91-106.
24. A.N. Soloviev, B.V. Sobol, P.V. Vasiliev. Application of deep convolutional neural networks in the defects identification problem // 2018 International Conference on "Physics and Mechanics of New Materials and Their Applications" (PHENMA 2018), Abstracts & Schedule, Busan, Republic of Korea, August 9-11, 2018. pp. 47-48.
25. S. Samanta, A. Mandal, Thingujam Jackson Singh. Application of ANN in Identifying Defects in Impacted Composite. *Procedia Materials Science*, 2014, vol. 6, pp. 926-930.
26. A.V. Cherpakov, V.A. Akop'ian, A.N. Solov'ev. Algoritm mnogoparametricheskoi identifikatsii defektov sterzhnevnykh konstruksii [Algorithm of multiparameter identification of core structures defects]. *Elektronnyi zhurnal Tekhnicheskaja akustika*, 2013, no. 1.
27. H.N. Bar, M.R. Bhat, C.R.L. Murthy, Identification of failure modes in GFRP using PVDF sensors: ANN approach. *Composite Structures*, 2004, vol. 65, iss. 2, pp. 231-237, ISSN 0263-8223.
28. Dong-Fang Chen, Xia-Ting Feng, Ding-Ping Xu, Quan Jiang, Cheng-Xiang Yang, Pin-Pin Yao. Use of an improved ANN model to predict collapse depth of thin and extremely thin layered rock strata during tunneling. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2016, vol. 51, pp. 372-386, ISSN 0886-7798.
29. A.S.N. Huda, S. Taib, K.H. Ghazali, M.S. Jadin, A new thermographic NDT for condition monitoring of electrical components using ANN with confidence level analysis. *ISA Transactions*, 2014, vol. 53, iss. 3, pp. 717-724, ISSN 0019-0578.
30. Pourtaghi, M.A. Lotfollahi-Yaghin, Wavenet ability assessment in comparison to ANN for predicting the maximum surface settlement caused by tunneling. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2012, vol. 28, pp. 257-271, ISSN 0886-7798.
31. Rajeswari, B. Sathiyabhama, S. Devendiran, K. Manivannan, A Gear Fault Identification using Wavelet Transform, Rough set Based GA, ANN and C4.5 Algorithm. *Procedia Engineering*, 2014, vol. 97, 2014, pp. 1831-1841, ISSN 1877-7058
32. A.N. Solov'ev, M.Iu. Shevtsov. Rekonstruktsiia defektov v uprugikh telakh sochetaniem geneticheskogo algoritma i metoda konechnykh elementov [Reconstruction of defects in elastic bodies with a combination of a genetic algorithm and the finite element method]. *Vestnik Donskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2016, vol. 58, no. 2, pp. 5-12.
33. Smid R., Docekal A., Kreidl M. Automated classification of eddy current signatures during manual inspection. *NDT & E International*, 2005, vol. 38, no. 6. pp. 462-470.
34. Lingvall F., Stepinski T. Automatic detecting and classifying defects during eddy current inspection of riveted lap-joints. *NDT & E International*, 2000, vol. 33, no. 1, pp. 47-55.
35. Arnold, M. & Brüls, O. Convergence of the generalized-a scheme for constrained mechanical systems. *Multibody Syst Dyn.*, 2007, vol. 18, iss. 2, pp 185-202. DOI: 10.1007/s11044-007-9084-0