Радченко В.П., Афанасьева О.С., Глебов В.Е. Влияние технологии поверхностного пластического упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на выпучивание балки // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 1. С. 87-98. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.1.07

Radchenko V.P., Afanaseva O.S., Glebov V.E. The effect of surface plastic hardening technology, residual stresses and boundary conditions on the buckling of a beam. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 1, pp. 87-98. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.1.07



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА № 1, 2020 PNRPU MECHANICS BULLETIN

http://vestnik.pstu.ru/mechanics/about/inf/



DOI: 10.15593/perm.mech/2020.1.07 УДК 539.3:621.787

ВЛИЯНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОВЕРХНОСТНОГО ПЛАСТИЧЕСКОГО УПРОЧНЕНИЯ, ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ВЫПУЧИВАНИЕ БАЛКИ

В.П. Радченко, О.С. Афанасьева, В.Е. Глебов

Самарский государственный технический университет, Самара, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 26 января 2020 г. Принята: 16 марта 2020 г. Опубликована: 30 марта 2020 г.

Ключевые слова:

ультразвуковое упрочнение, плоские образцы, остаточные напряжения, реконструкция, изменение геометрических параметров, экспериментальные данные.

АННОТАЦИЯ

Выполнено комплексное исследование влияния технологии поверхностного пластического упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на выпучивание упрочненной балки из сплава ЭП 742. Приведена феноменологическая методика реконструкции полей остаточных напряжений и пластических деформаций, выполнена ее экспериментальная проверка в частном случае ультразвукового упрочнения. Наблюдается соответствие расчетных и экспериментальных данных для остаточных напряжений. Для оценки влияния сформированных остаточных напряжений на выпучивание балки использован метод расчета по первоначальным деформациям на основании использования аналогии между первоначальными (остаточными) пластическими деформациями и температурными деформациями в неоднородном температурном поле. Это позволило свести рассмотрение задачи к задаче термоупругости, которая в дальнейшем решалась численными методами. Детально исследовано влияние четырех типов граничных условий закрепления торцов балки (жесткое закрепление торцов и шарнирное опирание ребер в различных сочетаниях, консоль) на форму и величину изгиба балки 10×10×100 мм после ультразвукового упрочнения. Установлено, что минимальная величина прогиба наблюдается при жесткой заделке обоих торцов балки. Исследовано влияние толщины балки, которая изменялась от 2 до 10 мм, на ее выпучивание при одинаковом распределении остаточных напряжений в упрочненном слое и установлен нелинейный характер возрастания стрелы прогиба с уменьшением толщины для всех типов граничных условий. Показано, что при всех граничных условиях кривизна по длине балки практически не изменяется, поэтому ее можно считать постоянной. Следствием этого является сохранение гипотезы плоских сечений и после процедуры упрочнения, что подтверждается рассчитанным профилем сечения балки в плоскости симметрии, близким к прямой линии.

Установлено существенное влияние анизотропии поверхностного пластического упрочнения на выпучивание балки, что может служить основой для выбора оптимальной процедуры упрочнения. Выполненный параметрический анализ поставленной задачи представлен в форме графической и табличной информации о результатах расчетов.

© ПНИПУ

© Радченко Владимир Павлович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, İD: <u>0000-0003-4168-9660</u>. Афанасьева Ольга Сергеевна – к.т.н., доц., e-mail: afanaseva.os@samgtu.ru, İD: <u>0000-0001-8660-2990</u>. Глебов Виктор Евгеньевич – студент, e-mail: gve5770200@mail.ru, İD: <u>0000-0003-4841-9786</u>.

Vladimir P. Radchenko – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: radchenko.vp@samgtu.ru, iD: 0000-0003-4168-9660. Olga S. Afanaseva – CSc in Technical Sciences, Associate Professor, e-mail: afanaseva.os@samgtu.ru,



ID: <u>0000-0001-8660-2990</u>. Victor E. Glebov – Student, e-mail: gve5770200@mail.ru, İD: <u>0000-0003-4841-9786</u>.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0) This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

THE EFFECT OF SURFACE PLASTIC HARDENING TECHNOLOGY, RESIDUAL STRESSES AND BOUNDARY CONDITIONS ON THE BUCKLING OF A BEAM

V.P. Radchenko, O.S. Afanaseva, V.E. Glebov

Samara State Technical University, Samara, Russian Federation

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Received: 26 January 2020 Accepted: 16 March 2020 Published: 30 March 2020

Keywords: ultrasonic hardening, flat samples, residual stresses, reconstruction, change in geometric parameters, experimental data.

The complex influence of the surface plastic hardening technology, residual stresses, and boundary conditions on the bending of a hardened beam of EP742 alloy was performed. A phenomenological method of restoring the fields of residual stress and plastic deformations performed by its experimental verification in the particular case of ultrasonic hardening is given. The correspondence of the calculated and experimental data for the residual stresses is observed. For assess the influence of the formed residual stresses on convex cylinders, the calculation methods are used for initial strains based on using analogies between the initial (residual) plastic strains and temperature strains in an inhomogeneous temperature field. This allowed us to reduce the consideration of the problem to the problem of thermoelasticity, which was further solved by numerical methods. The effect of four types of boundary conditions for fixing the ends of the beams (rigid fastening and articulation of the ends and ribs in various combinations, cantilever) on the shape and size of the bending of the beam 10×10×100 mm after ultrasonic hardening is studied in detail. It was found that the minimum deflection is observed with a hard seal of both ends of the beam. The effect of the thickness of the beam, which varied from 2 to 10 mm, on their buckling under the same distribution of residual stresses in the hardened layer was studied, and the nonlinear nature of the increase in the deflection boom with decreasing thickness for all types of boundary conditions was established. It is shown that under all boundary conditions, the curvature along the length of the beam practically does not change, therefore it can be considered constant. The consequence of this is the preservation of the hypothesis of flat sections after the hardening procedure, which is confirmed by the calculated profile of the beam section in plane symmetry, close to a straight line. The influence of the anisotropy of surface plastic hardening on the buckling of the beam was found to be significant, which can serve as the basis for choosing the optimal hardening procedure. The performed parametric analysis of the task is presented in the form of graphical and tabular information on the results of the calculations.

© PNRPU

Введение

Упрочняющая обработка поверхностным пластическим деформированием (ППД) является одним из наиболее распространенных технологических методов повышения показателей надежности, основным из которых, по крайней мере в авиадвигателестроении, является предел сопротивления усталости при много- и малоцикловом режимах нагружения. При этом основной задачей при использовании упрочняющих технологий является комплексная оценка характеристик сопротивления усталости и геометрической точности упрочняемых деталей. С одной стороны, сжимающие остаточные напряжения (ОН), возникающие после ППД, замедляют развитие дефектов и трещин, в определенной мере стабилизируют напряженно-деформируемое состояние (НДС) материала, а с другой стороны – их наличие часто приводит к короблению - технологическим остаточным деформациям и связанным с ними изменениям первоначальной геометрии, превышающим нормативные технологические допуски. Коробление деталей, приводящее к превышению технологических допусков по остаточным деформациям, приводит, как правило, к преждевременному разрушению упрочненных деталей при эксплуатации или стендовых испытаниях. Большое влияние на коробление оказывают условия

закрепления упрочняемой детали, с математической точки зрения – граничные условия, а также характер (тип) технологии ППД.

Изучение проблемы влияния ОН после процедуры упрочнения на повышение характеристик усталости, износостойкости, микротвердости и других показателей надежности успешно развивается как в теоретическом, так и в экспериментальном формате исследований. Число научных работ здесь необозримо, приведем лишь некоторые их них, опубликованные в последнее десятилетие [1– 10].

Большая группа исследователей использует чисто экспериментальные подходы к определению характера распределения остаточных напряжений по глубине упрочненного слоя на основе разрушающих методов. К ним можно отнести, например, метод полосок для плоских образцов и метод колец и полосок для цилиндрических изделий [11, 12], идейно восходящих к методу Биргера [13]. Однако экспериментальные методы позволяют определить максимум лишь две компоненты тензора ОН и не позволяют определить поля остаточных пластических деформаций.

Применительно к методу ППД параллельно развиваются методики расчета полей ОН и пластических деформаций (ПД) на основе непосредственного моделирования процессов упрочнения с использованием контактных динамических и квазистатических упругопластических задач [14–18]. Однако учесть точно все параметры технологий упрочнения поверхности деталей (стохастический характер бомбардировки микрошариками, многократные проходы при упрочнении роликом или алмазном выглаживании, температурные эффекты в динамических и квазистатических контактных задачах, граничные и начальные условия и т.д.) практически невозможно. Поэтому получаемые результаты носят преимущественно качественный характер.

Другой теоретический подход – метод расчета по первоначальным остаточным деформациям - связан с заданием закона распределения компонент тензора пластических деформаций в упрочненной области и по ним рассчитываются поля ОН. Истоки этого метода восходят к работе [13], а дальнейшее развитие данного подхода в современной трактовке с использованием мощных вычислительных комплексов осуществлялось в работах [19-23], при этом в публикациях [20-23] использование аналогии между первоначальными (остаточными) пластическими деформациями и температурными деформациями в неоднородном температурном поле позволило свести рассмотрение исходной задачи к задачам термоупругости, соответствующие опции которых имеются практически во всех современных программных комплексах. Отметим, что, вообще говоря, задача реконструкции полей ОН и ПД после процедуры упрочнения по частично экспериментально известным компонентам тензора ОН является обратной и некорректной, а сведение ее к задаче термоупругости снимает проблему единственности и корректности ее решения.

Проанализированные выше работы касались в основном задачи реконструкции остаточных напряжений и их влияния на характеристики усталостной прочности. Однако решение проблемы влияния наведенных ОН на первоначально заданную геометрию неупрочненных деталей, их коробление и выпучивание вследствие наличия технологических остаточных ПД рассматривается лишь в единичных работах [21, 23]. Так, в [21] решена задача о выпучивании тонкой пластины после дробеструйной обработки, а в работе [23] детально исследовано влияние остаточных напряжений на потерю устойчивости первоначально прямолинейной формы бруса квадратного сечения после ультразвукового механического упрочнения одной из граней при одном виде граничных условий. Работы [21, 23] носят постановочный характер и дают направление более глубокого теоретического исследования проблемы коробления (выпучивания) упрочненных деталей, изучения влияния граничных условий, технологии упрочнения и других кинематических, силовых и технологических факторов на изменение первоначально заданных геометрических параметров элементов конструкций вследствие ППД.

В связи с вышеизложенным целью данной работы является развитие идей, заложенных в [23], с целью бо-

лее обстоятельного исследования влияния кинематических граничных условий и характера поверхностного упрочнения на изменение геометрических параметров балки (бруса) по отношению к первоначально заданным их значениям (до упрочнения).

1. Феноменологический метод реконструкции напряженно-деформированного состояния после поверхностного пластического упрочнения

Как и в работе [23], рассматривается балка (брус) квадратного сечения $10 \times 10 \times 100$ мм, одна из граней которой упрочнена методами ППД. Для построения математической модели вводится декартова система координат xOy, совмещенная с упрочненной гранью, а ось Oz направлена по глубине слоя (рис. 1).

В работе [23] обоснована гипотеза о том, что все компоненты тензора ОН зависят только от координаты *z*, при этом ненулевыми являются лишь величины $\sigma_x = \sigma_x(z)$ и $\sigma_y = \sigma_y(z)$. Обозначим через $q_i = q_i(z)$, $e_i = e_i(z)$, $\varepsilon_i = \varepsilon_i(z)$ (i = x, y, z) ненулевые компоненты тензоров остаточных пластических, упругих и полных деформаций соответственно. На этапе реконструкции, не допуская большой погрешности, можно ввести гипотезу

$$\varepsilon_{x}(z) = \varepsilon_{y}(z) = 0, \qquad (1)$$

что оправдано тем, что толщина упрочненного слоя является малой (в реальных условиях ППД составляет 100–300 мкм).



Рис. 1. Схематическое изображение упрочненного образца – балки

Fig. 1. The schematic representation of a hardened specimen i.e. a beam

По аналогии с работами для цилиндрических образцов введем в рассмотрение гипотезу анизотропного упрочнения поверхности

$$q_x = \alpha q_y, \qquad (2)$$

где α – феноменологический параметр анизотропного упрочнения, методика идентификации которого аналогична известной методике для цилиндрических образцов [24, 25]. В частности, при обработке поверхности дробью, азотировании, термопластическом и ультразвуковом упрочнении величина $\alpha = 1$ и мы имеем изотропное упрочнение, и при обкатке роликом или алмазном выглаживании в реальных условиях параметр α может принимать значения от 4 до 20 [24, 25], что соответствует процедуре анизотропного упрочнения в направлении координатных осей. Из условия пластической несжимаемости $q_x + q_y + q_z = 0$ и гипотезы (2) получаем

$$q_z = -(1+\alpha)q_y. \tag{3}$$

Учитывая, что полная деформация является аддитивной составляющей упругой и пластической деформаций, из (1) с учетом закона Гука ($\sigma_{z} = 0$) получаем

$$\frac{1}{E} \left[\sigma_x - \nu \sigma_y \right] + q_x = 0, \quad \frac{1}{E} \left[\sigma_y - \nu \sigma_x \right] + q_y = 0, \quad (4)$$

где *Е* – модуль Юнга; _v – коэффициент Пуассона.

Теперь из (2), (3) и (4) нетрудно найти все интересующие величины:

$$\sigma_{y} = \frac{1 + \alpha v}{\alpha + v} \sigma_{x}, q_{x} = -\frac{\alpha \left(1 - v^{2}\right)}{E \left(\alpha + v\right)} \sigma_{x},$$

$$q_{y} = -\frac{1 - v^{2}}{E \left(\alpha + v\right)} \sigma_{x}, q_{z} = \frac{\left(1 + \alpha\right) \left(1 - v^{2}\right)}{E \left(\alpha + v\right)} \sigma_{x}.$$
(5)

В частном случае изотропного упрочнения (α=1) формулы (5) упрощаются и принимают вид:

$$\sigma_x = \sigma_y, \ q_x = q_y = -\frac{1-\nu}{E}\sigma_x, \ q_z = \frac{2(1-\nu)}{E}\sigma_x.$$
(6)

Таким образом, исходя из изложенной упрощенной схемы решения задачи, предлагается следующий феноменологический метод реконструкции полей ОН и ПД после упрочнения. Для изотропного режима упрочнения ($\alpha = 1$) достаточно знать лишь экспериментально определенную зависимость $\sigma_x = \sigma_x(z)$, остальные компоненты рассчитываются по формулам (6). В случае анизотропного режима упрочнения апостериорно величина α неизвестна. Здесь необходимо знать экспериментальные данные для $\sigma_x = \sigma_x(z)$ и $\sigma_y = \sigma_y(z)$, найти которые можно, например, методом полосок [26], затем из первого соотношения (5) определить осредненное значение α по всему массиву экспериментальных данных, а далее уже вычислить $q_i = q_i(z)$ (i = x, y, z).

Проиллюстрируем изложенную методику реконструкции НДС на основе экспериментальных данных для бруса (балки) из сплава ЭП 742 после ультразвукового (механического) упрочнения (УЗУ) микрошариками в специальных контейнерах, приведенных в работе [27]. Здесь имеются экспериментальные зависимости для компоненты $\sigma_x = \sigma_x(z)$ при четырех режимах упрочнения длительностью 20, 40, 60 и 80 с. Для дальнейших исследований будем использовать экспериментальные данные для первого режима нагружения (длительность обработки поверхности 20 с), представленные на рис. 2 маркерами.

Поскольку такого рода данные экспериментально можно определить лишь в тонком поверхностном слое (глубиной 100–200 мкм), то для решения сформулированных выше задач необходимо не только построить аналитическую аппроксимацию зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ в этом слое, но и экстраполировать ее на все значения $0 \le z \le H$ (H – толщина балки) таким образом, чтобы выполнялось условие самоуравновешенности ОН

$$\int_{0}^{H} \sigma_{x}(z) dz = 0, \qquad (7)$$

поскольку после упрочнения балка находится в равновесии.

В настоящей работе использовалась аппроксимация вида

$$\sigma_x(z) = \sigma_0 - \sigma_1 \exp\left(-\frac{z-z^*}{b}\right)^2, \qquad (8)$$

где σ_0 , σ_1 и *b* – параметры, для определения которых (в первом приближении) можно использовать характерные значения экспериментальной эпюры $\sigma_x(0) = \sigma^*$, $\sigma_x(z^*) = \sigma_{\min}$ и условие самоуравновешенности (7). Для уточнения параметров σ_0 , σ_1 и *b* (второе приближение) используется условие минимизации отклонения расчетных данных $\sigma_x(z_i)$ (формула (8)) от экспериментальных $\sigma_x^3(z_i)$ в норме

$$\Delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n} \left[\sigma_{x}(z_{i}) - \sigma_{x}^{3}(z_{i})\right]^{2}}{\sum_{i=1}^{n} \left[\sigma_{x}^{3}(z_{i})\right]^{2}}} \cdot 100\%, \qquad (9)$$

где z_i – точки дискретизации отрезка $0 \le z \le H$; n – количество точек дискретизации зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$. Для этой цели варьировались величины σ_0 и σ_1 , а величина b определялась из условия самоуравновешенности (7).

Поскольку одной из целей работы являлось исследование влияния толщины балки на напряженнодеформированное состояние после упрочнения, то кроме толщины H = 10 мм использовались балки толщиной $H = \{2, 4, 6, 8\}$ мм, при этом исходная экспериментальная эпюра остаточных напряжений в области сжатия материала ($0 \le z \le 0, 2$ мм) предполагалась для всех балок одинаковой (см. рис. 2), а параметры аппроксимации (8) пересчитывались – приведены в табл. 1.

В качестве примера на рис. 2 сплошной линией обозначена аппроксимация ОН $\sigma_x = \sigma_x(z)$ с данными из табл. 1 для H = 10 мм, при этом погрешность (9) составила величину $\Delta = 5,74$ %.



Рис. 2. Данные для компоненты $\sigma_x = \sigma_x(z)$ после упрочнения УЗУ поверхности балки из сплава ЭП742: экспериментальные (маркеры), расчетные (сплошные линии) по аппроксимации

(8) и расчетные (штриховые линии) для термоупругой задачи

Fig. 2. The component data $\sigma_x = \sigma_x(z)$ after ultrasonic hardening of the surface of a beam made of EP742 alloy: experimental (markers), calculated (solid lines) by approximation (8) and design (dashed lines) for the thermoelastic problem

Таблица 1

Значение параметров аппроксимации (8) для остаточных напряжений $\sigma_{y} = \sigma_{x}(z)$

Table 1

The value of the approximation parameters (8) for residual stresses $\sigma_x = \sigma_x(z)$

Толщина <i>Н</i> , мм	Параметры аппроксимации (8)				
	$\sigma_{_0}$, МПа	$\sigma_1, M\Pi a$	<i>b</i> , мм		
10	13,38	1100,98	0,0928		
8	16,84	1104,64	0,0933		
6	22,65	1110,05	0,0938		
4	34,61	1120,81	0,0949		
2	73,32	1152,12	0,0986		

После построения аппроксимации (8) в соответствии с (6) для изотропного упрочнения все компоненты ОН и ПД будут иметь аналитическое представление.

2. Методика оценки влияния остаточных напряжений и граничных условий на геометрические параметры балки после поверхностно пластического упрочнения

Цель настоящей работы – исследование влияния остаточных напряжений, граничных условий, толщины балки и технологии упрочнения на геометрические параметры балки, схематически представленной на рис. 1. Для решения поставленной задачи использовалась модификация метода расчета по первоначальным деформациям, основы которого заложены в [13, 19], а дальнейшее его развитие осуществлялось в ряде публикаций, например [2, 19–23]. Суть метода заключается в аналогии между остаточными ПД и температурными деформациями в неоднородном температурном поле. Такой подход, во-первых, позволяет применять совре-

менные вычислительные комплексы с опцией решения термоупругих задач методом конечных элементов (МКЭ) в форме перемещений, во-вторых, решает проблему корректности и единственности соответствующей исходной краевой задачи реконструкции полей ОН и ПД, которая по своей сути является обратной краевой задачей.

Рассмотрим схему решения поставленной задачи. На первом этапе выполняется реконструкция полей ОН и ПД после процедуры изотропного ($\alpha = 1$) или анизотропного ($\alpha \neq 1$) упрочнения по формулам (8), (6) или (5) соответственно. Эта методика позволяет определить поля ОН и ПД в балке, но не позволяет найти ее геометрические параметры после упрочнения.

Поэтому на втором этапе определенные по (5) или (6) с учетом (8) компоненты тензора остаточных ПД $q_i = q_i(x, y, z)$ (i = x, y, z) моделировались температурными деформациями с использованием соотношений

$$q_i(z) = \beta_i(T(z))[T(z) - T_0] \quad (i = x, y, z; 0 \le z \le H), (10)$$

где $T_0 = \text{const}$ – некоторое фиксированное значение температуры на грани балки, противоположной упрочненной грани (см. рис. 1); $\beta_i(T(z))$ – коэффициенты температурного расширения. Суть метода заключается в том, что задается температурное поле по координате z в соответствии со следующими двумя вариантами: 1) решается несвязная задача термоупругости, когда в пакете одновременно, но последовательно, решается задача теплопроводности, а затем термоупругости; 2) задается температурное поле T = T(z), имплантируемое из решения какой-либо задачи теплопроводности, либо, вообще говоря, произвольное поле. Затем волевым решением приравниваются известные остаточные пластические деформации (см. формулы (5) или (6)) «будущим» температурным деформациям (формула (10)). Для этого при заданных $q_i(z)$ и T = T(z) по формуле (10) рассчитываются коэффициенты температурного расширения $\beta_i = \beta_i (T(z))$, которые и являются исходными данными для решения задачи (например, в пакете ANSYS). На выходе после решения задачи имеем поля деформаций, напряжений и перемещений. При использовании первого способа закон распределения температуры T = T(z) задавался в соответствии с решением стационарной задачи теплопроводности для балки, где на упрочненной поверхности (заштрихована на рис. 1) задавалась температура $T = T_1 > T_0$, на противоположной ей грани $T = T_0$, а боковые грани теплоизолированы, т.е. рассматривалось решение задачи теплопроводности с граничными условиями первого рода. В расчетах использовались справочные значения коэффициента температуропроводности λ в зависимости от

температуры, приведенные в табл. 2. При использовании второго способа задания T = T(z) задавалось фиктивное температурное поле в виде $T(z) = Ae^{-\infty z}$, где A и ω определялись с использованием граничных значений T_0 и T_1 на противоположных гранях, чтобы проверить работоспособность модели при большем градиенте изменения температурного поля по сравнению с точным решением первой задачи теплопроводности, где зависимость T = T(z) близка к линейной. В работе использовались оба способа задания температурного поля.

При расчетах в дальнейшем с целью проверки адекватности метода и его устойчивости по отношению к температурным полям использовались четыре варианта: величина $T_0 = 20$ °C не менялась, а температура T_1 принимала значения {200,300,400,750} °C. В качестве примера на рис. 3 приведены графики T = T(z) для всех четырех вариантов при экспоненциальной аппроксимации распределения температуры.

Таблица 2

Значения коэффициента температуропроводности λ от температуры *T* сплава ЭП742

Table 2

Values of the coefficient of thermal diffusivity λ on temperature *T* of alloy EP742

<i>T</i> , °C	25	100	200	300	400	500	600	700	800
λ, Вт/м·град	10,5	11,3	12,6	13,8	15,1	16,7	18,0	19,3	20,5

Теперь, с учетом функций $q_i(z)$, определенных на основании соотношений (5) или (6), и полученных расчетных зависимостей T = T(z) находятся функции $\beta_i = \beta_i(T(z)) = \beta_i(z)$ для каждого температурного поля, которые в дальнейшем в задаче термоупругости используются как исходные данные.



Рис. 3. Распределение температуры по высоте балки для стационарной задачи теплопроводности: $I - T_1 = 200$ °C;

 $2 - T_1 = 300 \text{ °C}; 3 - T_1 = 400 \text{ °C}; 4 - T_1 = 750 \text{ °C}$

Fig. 3. Temperature distribution along the height of the beam for the stationary heat conduction problem: $I - T_1 = 200 \text{ °C}$;

$$2 - T_1 = 300 \text{ °C}; 3 - T_1 = 400 \text{ °C}; 4 - T_1 = 750 \text{ °C}$$

На третьем этапе строится геометрическая конечноэлементная модель балки с фактически заданными по формуле (10) начальными псевдотемпературными деформациями, при этом в области сжатия конечно-элементная сетка должна быть достаточно мелкой (в настоящей работе линейный размер КЭ составлял 7–8 мкм), чтобы учесть большой градиент ОН (см. рис. 2).

На четвертом этапе решается краевая задача фиктивной термоупругости численным методом на основе МКЭ, при этом исходными данными являются величины температуры $T = T_1$ и $T = T_0$ на противоположных гранях, зависимости $\lambda = \lambda(T)$, а также рассчитанные значения коэффициентов температурного расширения $\beta_i = \beta_i(z)$ и значения механических характеристик сплава ЭП742. Одной из особенностей решения задачи фиктивной термоупругости является учет условия пластической несжимаемости материала $q_x + q_y + q_z = 0$, используемого при реконструкции полей ОН. Для этого в краевой задаче термоупругости в качестве коэффициента Пуассона использована величина v = 0,499. В итоге за счет описанного выше способа построения величины $\beta_i = \beta_i(T(z))$ численное решение на основе МКЭ не только дает характеристики напряженнодеформированного состояния, которое практически должно совпадать с построенным по феноменологическому методу согласно (8), (5) или (6), но и позволяет найти и изменение геометрии бруса, в частности величину прогиба, кривизну балки, смещение торцевых сечений балки, от действия самоуравновешенных остаточных напряжений при различных граничных условиях.

3. Результаты расчетов и их анализ

3.1. Изотропное поверхностное пластическое упрочнение балки

Рассмотрим и проанализируем сначала результаты расчетов для случая изотропного упрочнения (в формуле (2) величина $\alpha = 1$). Здесь основными соотношениями являются (8) и (6). Расчеты осуществлялись при четырех типах граничных условий: вариант 1 (ребро *AB* закреплено жестко, а *DC* имеет шарнирное опирание, см. рис. 1), вариант 2 (ребра *AB* и *DC* закреплены жестко), вариант 3 (обе торцевые грани при x = 0 и x = 100 мм закреплены жестко), вариант 4 (грань при x = 0 закреплена жестко, а противоположная грань не закреплена, т.е. имеем консоль). Кроме этого, варьировалась и толщина балки *H*, которая принимала значения {2,4,6,8,10} мм.

Для всех четырех вариантов граничных условий и значений толщины H расчеты выполнялись для всех температурных полей для обоих вариантов задания T = T(z). Численное решение задачи методом конечных элементов выполнялось в среде ANSYS Workbench. Особенностями полей остаточных напряжений после упрочнения, которые в тонком приповерхностном слое сжатия материала, протяженностью около 200 мкм (см. рис. 2), изменяются на три порядка, продиктована необходимость создания довольно мелкой конечноэлементной сетки в области сжатия. При построении геометрической модели использовался элемент Tet10 тетраэдрический элемент с 10 узлами. В области сжатия средняя длина ребра элемента не превышала 7 мкм, за пределами этой области длина ребра по мере удаленности от упрочненной грани увеличивалась (но не более чем в пределах двух порядков). В зависимости от толщины Н используемой балки ее геометрическая модель содержала от 730 000 до 2 200 000 конечных элементов. Результаты расчетов показали, что поля остаточных напряжений и пластических деформаций, рассчитанные по феноменологической модели (8), (6), практически совпадают с этими же полями напряжений, полученными из решения термоупругой задачи МКЭ, для всех температурных режимов. Данный факт свидетельствует об адекватности предложенного подхода, поскольку конкретный закон распределения температуры (10) не влияет на финишное напряженно-деформированное состояние. В дальнейшем в качестве иллюстрации полученных результатов используются данные с экспоненциальной аппроксимацией температурного поля при $T_1 = 400$ °С и $T_0 = 20$ °С (см. рис. 3). На рис. 2, 4 штриховыми линиями обозначены распределения остаточных напряжений $\sigma_x = \sigma_x(z)$ и пластических деформаций $q_x = q_x(z)$ соответственно для балки при H = 10 мм, полученные решением соответствующей задачи термоупругости на основе МКЭ для первого варианта граничных условий при x = 50 мм.



Рис. 4. Распределение остаточных пластических деформаций $q_x = q_x(z)$ в тонком упрочненном слое балки $10 \times 10 \times 100$ мм, рассчитанные по феноменологической модели (8), (6) (сплошная линия) и на основе МКЭ (штриховая линия) при x = 50 мм

Fig. 4. Distribution of residual plastic strains $q_x = q_x(z)$ in a thin hardened layer of the beam $10 \times 10 \times 100$ mm, calculated according to the phenomenological model (8), (6) (solid line) and based on the FEM (dashed line) at x = 50 mm

Из этих рисунков следует, что данные расчетов для термоупругого решения практически совпадают с дан-

ными по феноменологической модели (8), (6) (сплошные линии). Погрешность расхождения между двумя решениями по всей области интегрирования в норме, аналогичной (9), составляет для напряжения $\sigma_x = \sigma_x(z)$ $\Delta = 5,93\%$, а для пластической деформации $q_x = q_x(z) - \Delta = 4,65\%$. При этом роль экспериментальных значений в (9) играют расчетные данные по феноменологической модели (8), (6).

Особенностью феноменологической модели (1)-(6) реконструкции полей ОН является отсутствие компоненты $\sigma_z = \sigma_z(z)$, т.е. $\sigma_z(z) \equiv 0 \quad \forall z \in [0, H]$. Однако при решении термоупругой задачи эта компонента не является нулевой и зависит от двух переменных х и z. В качестве примера на рис. 5 приведен ее график при x = 50 мм. Появление этой компоненты обусловлено наличием граничных условий (в данном случае – вариант 1), вследствие чего задача становится двумерной и распределение задается функцией $\sigma_z = \sigma_z(x, z)$. Но значения величины σ_z являются незначительными по сравнению со значениями зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$ (см. рис. 2, 5) в любом сечении $x \in [0, 100]$ мм, поскольку их величина на 2-3 порядка меньше, чем значения напряжений на рис. 2, поэтому эта компонента практически не влияет на изменение геометрических параметров балки. Отметим также тот факт, что на упрочненной грани (z = 0) и противоположной ей грани (z = 10 мм) результаты расчетов по МКЭ при всех четырех типах граничных условий дают $\sigma_{x}(x,0) = 0$ и $\sigma_{x}(x,10) = 0$ для $\forall x \in [0,100]$, что также подтверждает адекватность расчетной схемы.



Рис. 5. Распределение компоненты $\sigma_z = \sigma_z(x, z)$ при x = 50 мм для балки $10 \times 10 \times 100$ мм для первого варианта граничных условий, рассчитанное по методу термоупругости

Fig. 5. The distribution of the component $\sigma_z = \sigma_z(x, z)$ at x = 50 mm for the beam $10 \times 10 \times 100$ mm for the first version of the boundary conditions, calculated by the method of thermoelasticity

Далее выполним анализ величины прогиба (выпучивания) упрочненной балки вследствие наведенных ОН. В качестве примера на рис. 6 приведены графики профиля f среднего сечения балки (z = 5 мм) по ее длине при граничных условиях, задаваемых вариантами 1 и 2 при H = 10 мм, на рис. 7 приведены графики максимальной стрелы прогиба балки f(x = 50 мм) в зависимости от толщины балки H для граничных условий, задаваемых вариантами 1–3 (рис. 7, *a*), и для консольно закрепленной балки (вариант 4) при x = 100 мм. Обратим внимание, что на рис. 7, *a* масштаб в положительной и отрицательной областях изменения величины f (для наглядности) различный.

Анализ графиков на рис. 6 и 7 позволяет сделать следующий вывод: чем более «жесткими» являются граничные условия, тем меньше величина прогиба (выпучивания) упрочненной балки. В частности, для жесткого закрепления обоих торцов величина прогиба (по модулю) на порядок и более меньше, чем при жесткой заделке ребер *АВ* и *DC* и жесткой заделке ребра *AB* и шарнирном опирании ребра *DC*. Наибольший же прогиб достигается для консольно закрепленной балки.



Рис. 6. Величина прогиба *f* балки в сечении *z* = 5 мм при *H* = 10 мм и граничных условиях для варианта 1 (сплошная линия) и варианта 2 (штриховая линия)



Fig. 6. The value of *f* beam in the cross section z = 5 at H = 10 mm and boundary conditions for case 1 (solid line) and case 2 (dashed line)

Рис. 7. Величина максимального прогиба балки в сечении z = 5 мм для различных вариантов граничных условий: a – варианты 1–3 (маркеры – номер варианта); б – консольно закрепленная балка (вариант 4)

Fig. 7. Great opportunities for different options z = 5 MM of boundary conditions: a - cases 1-3 (markers are case numbers); b - cantilever beam (case 4)

Интересные результаты получены при анализе графиков кривизны оси упрочненной балки в зависимости от координаты $x \in [0,100]$ мм при различных значениях толщины балки *H*. Расчет кривизны k(x) осуществлялся по известной формуле

$$k(x) = \left|\frac{d^2 f(x)}{dx^2}\right| \cdot \left(1 + \left(\frac{df(x)}{dx}\right)^2\right)^{-\frac{2}{2}}$$

где f = f(x) – функция прогиба балки в заданном сечении z = const. В табл. 3 в качестве примера представлены эти данные для граничных условий жесткой заделки ребра *AB* и шарнирного опирания ребра *DC* (см. рис. 1) для среднего сечения балки z = 5 мм (графическая информация в данном случае менее наглядна).

Из данных табл. 3 следует, что кривизна балки при фиксированной толщине Н практически не изменяется вдоль длины балки (например, отношение разности $k_{\max} - k_{\min}$ к максимальному значению k_{\max} составляет не более 0,55 % при H = 4 мм, а при H = 10 мм – 0,01 %), т.е. для данных граничных условий кривизну балки после упрочнения можно считать постоянной. Аналогичные результаты получены и для остальных граничных условий. Отсюда следует, что гипотезу плоских сечений можно использовать и после упрочнения балки. Этот же вывод подтверждают графики распределения смещений точек торцевого сечения балки вдоль оси Ox. Схема смещения исходного сечения балки I-I (до упрочнения) и его же положения II-II (после упрочнения) представлена на рис. 8, а. На рис. 8, б в качестве примера приведена рассчитанная величина смещений точек сечения I–I d = d(z) для упрочненной балки с первым вариантом граничных условий и толщиной H = 4 мм, из которого визуально видно, что график d = d(z) незначительно отличается от прямой линии.

Таблица 3

Значения кривизны *k*(*x*) среднего значения *z* = 5 мм упрочненной балки для варианта 1 граничных условий при различных значениях толщины *H*

Table 3

Curvature values k(x) of the average value z = 5 mm the hardened beam for case 1 of boundary conditions at various thicknesses *H*

/ <i>Н</i> , 1	<i>х</i> , мм мм	0	20	40	50	60	80	100
10	$k(x) \cdot 10^5,$ 1/MM	1,9567	1,9567	1,9567	1,9567	1,9567	1,9567	1,9567
8	$k(x) \cdot 10^5$, $1/\text{MM}$	2,9465	2,9465	2,9465	2,9465	2,9465	2,9465	2,9465
6	$k(x) \cdot 10^5, \ 1/mm$	5,1674	5,1674	5,1674	5,1674	5,1674	5,1674	5,1674



Рис. 8. Схема смещения точек торцевого сечения балки после упрочнения (*a*) и график зависимости d = d(z) для упрочненной балки с первым вариантом граничных условий и H = 4 мм (δ) Fig. 8. The scheme of the displacement of the points of the end section of the beam after hardening (*a*) and dependency graph d = d(z) for the hardened beam with the first version of the boundary conditions and H = 4 mm (*b*)

Из выполненных исследований, частично представленных на рис. 8, следует, что поперечное сечение балки подвергается деформированию и происходит его смещение. По всей видимости, это также (наряду с граничными условиями) является причиной незначительного расхождения данных расчета полей ОН и ПД после процедуры упрочнения по феноменологической модели и на основе решения краевой задачи термоупругости и КЭ (см. рис. 2 и рис. 4), поскольку феноменологическая модель строилась с учетом гипотезы (1), которая, как следует из проведенных исследований, вообще говоря, строго не выполняется.

3.2. Анизотропное поверхностное пластическое упрочнение балки

Исследуем влияние технологии упрочнения на геометрические характеристики выпучивания балки. Ряд технологий упрочнения (обкатка роликом, алмазное выглаживание, дорнование, вращение цилиндрической детали при обработке поверхности дробью и др.) приводят к так называемому анизотропному упрочнению поверхности детали, когда в соотношении (2) величина $\alpha \neq 1$. Например, в работах [24, 25] при построении феноменологических моделей реконструкции полей ОН и ПД для цилиндрических деталей после обработки роликом величина α для образцов из стали 40Х изменяется от 4 до 7, а для образцов из стали 45 – от 4 до 20.

Для изучения влияния параметра α на напряженнодеформированное состояние и выпучивание упрочненной балки из сплава ЭП742 выполнен ряд модельных расчетов, при этом величина α варьировалась в интервалах (0,1) и (1,16), а результаты расчетов сравнивались со случаем изотропного упрочнения, когда $\alpha = 1$ и $\sigma_x = \sigma_y$.

При расчетах рассматривалась балка $10 \times 10 \times 100$ мм с первым вариантом граничных условий. Предполагалось, что известны величина $\sigma_x = \sigma_x(z)$, аппроксимация которой задается соотношением (8) с параметрами из табл. 1, и величина α . В расчетах определялись величины $\sigma_y = \sigma_y(z)$, $q_i = q_i(z)$ (i = x, y, z) и геометрические характеристики выпучивания балки.

В качестве примера на рис. 9 приведены зависимости исходной эпюры $\sigma_x = \sigma_x(z)$ (маркер 1, соответствующий случаю изотропного упрочнения при $\alpha = 1$) (здесь $\sigma_x(z) = \sigma_y(z)$), и $\sigma_y = \sigma_y(z)$ (маркеры 2–5) при различных значениях $\alpha \neq 1$ (при одной и той же зависимости $\sigma_x = \sigma_x(z)$) как по феноменологической модели (5), так и при численной реализации задачи в термоупругой постановке (сплошные и штриховые линии соответственно).



Рис. 9. Зависимости для напряжений $\sigma_x = \sigma_x(z)$ при $\alpha = 1$ (*1*) и $\sigma_y = \sigma_y(z)$ при $\alpha = 0,25$ (2), $\alpha = 0,125$ (3), $\alpha = 4$ (4) и $\alpha = 8$ (5). Сплошные линии – расчет по феноменологической модели (5), штриховые линии – расчет по термоупругой задаче

Fig. 9. Dependences for stresses $\sigma_x = \sigma_x(z)$ at $\alpha = 1$ (1) and $\sigma_y = \sigma_y(z)$ for $\alpha = 0,25$ (2), $\alpha = 0,125$ (3), $\alpha = 4$ (4) and $\alpha = 8$ (5). Solid lines – the calculation according to the phenomenological model (5), dashed lines – are the calculation on the thermoelastic problem

Видно, что здесь наблюдается существенное различие компонент тензоров ОН $\sigma_x = \sigma_x(z)$ и $\sigma_y = \sigma_y(z)$ при $\alpha \neq 1$. На рис. 10 для этих же вариантов расчета приведены графики распределения прогиба *f* упрочнен-

ной балки по длине при этих же значениях параметров анизотропии, при этом сплошная линия соответствует случаю $\alpha = 1$ (изотропное упрочнение), а штриховые линии – прогибам в условиях анизотропного упрочнения при различных значениях α .



Рис. 10. Зависимость прогиба балки $10 \times 10 \times 100$ мм из сплава ЭП742 при $\alpha = 0,125$ (1), $\alpha = 0,25$ (2), $\alpha = 4$ (3), $\alpha = 8$ (4). Сплошная линия – прогиб при изотропном упрочнении ($\alpha = 1$)

Fig. 10. The dependence of the beam deflection of $10 \times 10 \times 100$ mm on EP742 alloy at $\alpha = 0,125$ (1), $\alpha = 0,25$ (2), $\alpha = 4$ (3), $\alpha = 8$ (4). The solid line is the deflection during isotropic hardening ($\alpha = 1$)

Таким образом, из анализа представленных на рис. 10 зависимостей следует, что технология упрочнения существенно влияет на геометрические параметры балки после упрочнения. Но, с другой стороны, зная характер той или иной технологии упрочнения, что сводится к определению (назначению) параметра анизотропии α, можно снизить отрицательные последствия упрочнения в смысле минимизации значений геометрических параметров, описывающих выпучивание балки (потери ее первоначально прямолинейной формы).

Выводы

Библиографический список

1. Павлов В.Ф., Букатый А.С., Семенова О.Ю. Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочненных деталей с концентраторами напряжений // Вестник машиностроения. – 2019. – № 1. – С. 3–7.

2. Павлов В.Ф., Кирпичев В.А., Вакулюк В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочненных деталей по остаточным напряжениям. – Самара: Изд-во СЦН РАН, 2012. – 125 с.

3. On the effect of deep-rolling and laser-peening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue bahevior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C / I. Altenberger [et al.] // Intern. J. Fatigue. -2012. - Vol. 44. - P. 292–302. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008

4. Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening / R.A. Brockman [et al.] // Intern. J. Fatigue. – 2012. – Vol. 36. – P. 96–108. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011

5. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation // Intern. J. Fatigue. – 2008. – Vol. 30, no 8. – P. 1398–1408. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010

1. Разработана методика реконструкции напряженно-деформированного состояния в поверхностно упрочненной балке, позволяющая не только определять поля остаточных напряжений и пластических деформаций, но и исследовать их влияние на изменение геометрических параметров балки по сравнению с исходным неупрочненным ее состоянием.

2. Исследовано влияние граничных условий закрепления упрочненной балки на параметры ее выпучивания. Показано, что величина прогиба балки уменьшается при жестких закреплениях торцов по сравнению с шарнирным опиранием и консольно закрепленной балкой.

3. Установлено существенное влияние величины параметра анизотропии упрочнения на формирование остаточных напряжений и пластических деформаций, а также на форму и величину стрелы прогиба при выпучивании балки после поверхностного пластического упрочнения.

4. Выполнен детальный параметрический анализ влияния технологии упрочнения, остаточных напряжений и граничных условий на форму и величину изгиба (выпучивания) балки вследствие реализации процедуры упрочнения.

Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке Российского научного фонда (проект № РНФ 19-19-00062).

Acknowledgements

This work was supported by the Russian Science Foundation (19-19-00062 №RNF project).

6. Residual stresses and fatigue performance / M.N. James [et al.] // Engng Failfure Anal. – 2007. – Vol. 14, no. 2. – P. 384–395. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011

7. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6 // Mater. Sci. Engng. A. – 2009. – Vol. 516, no. 1/2. – P. 235–247.

8. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance i=of residual stresses during fatigue // Fatigue Fract. Engng Mater. Struct. – 2007. – Vol. 30, no. 3. – P. 173–205. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x

9. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance // Mater. Sci. Technol. – 2013. – Vol. 29, no. 6. – P. 637–651. DOI: 10.1179/1743284713Y.000000222

10. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Experimental analysis and predictive approach // Mater. Design. – 2012. – Vol. 35. – P. 741–748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055

11. Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок // Остаточные напряжения: сб. науч. тр. – Куйбышев, 1971. – Вып. 53. – С. 32–42.

12. Иванов С.И. Исследование остаточных касательных напряжений в цилиндрической детали методом колец // Остаточные напряжения: сб. науч. тр. – Куйбышев, 1971. – Вып. 53. – С. 107–115.

13. Биргер И.А. Остаточные напряжения. – М.: Машгиз, 1963. – 232 с.

14. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure / D. Gallitelli [et al.] // Comptes Rendus Mécanique. – 2016. – Vol. 344, no. 4–5. – P. 355–374. DOI: 10.1016/j.crme.2016.02.006

15. Musinski W.D., McDowell D.L. On the eigenstrain application of shot peened residual stresses within a crystal plasticity framework: Application to Ni-base superalloy speciments // Int. J. Mech. Sci. – 2015. – Vol. 100. – P. 195–208. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2015.06.020

16. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment / L. Xie [et al.] // Mech. Mat. – 2016. – Vol. 99. – P. 2–8. DOI: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005

17. Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-cntinuum coupling method / M. Jebahi [et al.] // Int. J. Mech. Sci. – 2016. – Vol. 107. – P. 21–33. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005

18. Букатый А.С. Конечно-элементное моделирование и исследование остаточных напряжений и деформаций деталей после дробеструйного упрочнения // Вестник машиностроения. – 2016. – № 6. – С. 52–57.

19. Расчет остаточных напряжений в деталях с концентраторами напряжений по первоначальным деформациям / В.Ф. Павлов, А.К. Столяров, В.С. Вакулюк, В.А. Кирпичев. – Самара: Изд-во СНЦ РАН, 2008. – 124 с.

20. Определение первоначальных деформаций в упрочненном слое цилиндрической детали методом конечно-элементного моделирования с использованием расчетного комплекса PATRAN/NASTRAN / В.П. Сазанов, В.А. Кирпичев, В.С. Вакулюк, В.Ф. Павлов // Вестник УГАТУ. – 2015. – Т. 19, № 2(68). – С. 35–40.

References

1. Pavlov V.F., Bukatyj A.S., Semjonova O.Ju. Prognozirovanie predela vynoslivosti poverhnostno uprochnjonnyh detalej s koncentratorami naprjazhenij [Forecasting of the endurance limit of surface-hardened parts with stress concentrators]. *Vestnik mashinostroenija – Russian Engineering Research*, 2019, no 1, pp. 3-7.

2. Pavlov V.F., Kirpichev V.A., Vakuljuk V.S. Prognozirovanie soprotivlenija ustalosti poverhnostno uprochnjonnyh detalej po ostatochnym naprjazhenijam [Prediction of surface fatigue resistance, hardened parts by residual stress]. Samara: Izd-vo SCN RAN, 2012, 125 p.

3. Altenberger I. On the effect of deep-rolling and laserpeening on the stress-controlled low- and high-cycle fatigue bahevior of Ti-6-Al-4V at elevated temperatures up to 550 °C. *Intern. J. Fatigue*, 2012, vol. 44, pp. 292-302. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2012.03.008

4. Brockman R.A.Prediction and characterization of residual stresses from laser shock peening. *Intern. J. Fatigue*, 2012, vol. 36, pp. 96-108. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2011.08.011

5. Dai K., Shaw L. Analysis of fatigue resistance improvements via surface severe plastic deformation. Intern. J. Fatigue. 21. К вопросу о реконструкции остаточных напряжений и деформаций пластины после дробеструйной обработки / И.Э. Келлер [и др.] // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. – 2018. – Т. 22, № 1. – С. 40–64. DOI: 10.14498/vsgtu1602

22. Радченко В.П., Куров А.Ю. Влияние анизотропии поверхностного пластического упрочнения на формирование остаточных напряжений в цилиндрических деталях с надрезами полукруглого профиля // Вестник Самар. гос. техн. ун-та. Серия: Физ.-мат. науки. – 2016. – Т. 20, № 4. – С. 675–690. DOI: 10.14498/vsgtu1513

23. Радченко В.П., Афанасьева О.С., Глебов В.Е. Исследование влияния остаточных напряжений на геометрические параметры поверхностно упрочненного бруса // Изв. Сарат. ун-та. Новая серия: Математика. Механика. Информатика. – 2019. – Т. 19, вып. 4. – С. 464–478. DOI: 10.18500/1816-9791-2019-19-4-464-478

24. Радченко В.П., Павлов В.Ф., Саушкин М.Н. Исследование влияния анизотропии поверхностного пластического упрочнения на распределение остаточных напряжений в полых и сплошных цилиндрических образцах // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2015. – № 1. – С. 130–147. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.09

25. Саушкин М.Н., Радченко В.П., Павлов В.Ф. Метод расчета полей остаточных напряжений и пластических деформаций в цилиндрических образцах с учетом анизотропии процесса поверхностного упрочнения // ПМТФ. – 2011. – Т. 52, № 2. – С. 173–182.

26. Иванов С.И. Определение остаточных напряжений в пластинках методом полосок // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций: тр. КуАИ. – Куйбышев, 1971. – Вып. 48. – С. 139–152.

27. Радченко В.П., Саушкин М.Н., Бочкова Т.И. Математическое моделирование формирования и релаксации остаточных напряжений в плоских образцах из сплава ЭП742 после ультразвукового упрочнения в условиях высокотемпературной ползучести // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2016. – № 1. – С. 93–112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07

2008, vol. 30, no 8, pp. 1398-1408. DOI: 10.1016/j.ijfatigue.2007.10.010

6. James M.N. Residual stresses and fatigue performance. *Engng Failfure Anal*, 2007, vol. 14, no 2, pp. 384-395. DOI: 10.1016/j.engfailanal.2006.02.011

7. Majzoobi G.H., Azadikhah K., Nemati J. The effects of deep rolling and shot peening on fretting fatigue resistance of Aluminum-7075-T6. *Mater. Sci. Engng. A.*, 2009, vol. 516, no. 1/2, pp. 235-247.

8. McClung R.C. A literature survey on the stability and significance i=of residual stresses during fatigue. *Fatigue Fract. Engng Mater. Struct*, 2007, vol. 30, no. 3, pp. 173-205. DOI: 10.1111/j.1460-2695.2007.01102.x

9. Soady K.A. Life assessment methodologies incorporating shot peening process effects: mechanistic consideration of residual stresses and strain hardening. 1. Effect of shot peening on fatigue resistance. *Mater. Sci. Technol*, 2013, vol. 29, no. 6, pp. 637-651. DOI: 10.1179/1743284713Y.0000000222

10. Terres M.A., Laalai N., Sidhom H. Effect of nitriding and shot-peening on the fatigue behavior of 42CrMo4 steel: Exper-

imental analysis and predictive approach. *Mater. Design*, 2012, vol. 35, pp. 741-748. DOI: 10.1016/j.matdes.2011.09.055

11. Ivanov S.I. K opredeleniju ostatochnyh naprjazhenij v cilindre metodom kolec i polosok [On determination of residual stresses in a cylinder by the method of rings and strips]. *Kujbyshev, Ostatochnye naprjazhenija – Residual Stresses: sbornik nauchnyh trudov,* 1971, no. 53, pp. 32-42.

12. Ivanov S.I. Issledovanie ostatochnyh kasatel'nyh naprjazhenij v cilindricheskoj detali metodom kolec [The study of residual tangential stresses in a cylindrical part by the ring method]. *Ostatochnye naprjazhenija – Residual Stresses: sbornik nauchnyh trudov. Kujbyshev*, 1971, 53, pp. 107-115.

13. Birger I.A. Ostatochnye naprjazhenija [Residual stress]. *Moscow Mashgiz*, 1963. 232 p.

14. Gallitelli D. Simulation of shot peening: From process parameters to residual stress fields in a structure. *Comptes Rendus Mécanique*, 2016, vol. 344, no. 4-5, pp. 355-374. DOI: 10.1016/j.crme.2016.02.006

15. Musinski W.D., McDowell D.L. On the eigenstrain application of shot peened residual stresses within a crystal plasticity framework: Application to Ni-base superalloy speciments. *Int. J. Mech. Sci.*, 2015, vol. 100, pp. 195-208. DOI: 10.1016/j.ijmecsci.2015.06.020

16. Xie L. Numerical analysis and experimental validation on residual stress distribution of titanium matrix composite after shot peening treatment. *Mech. Mat*, 2016, vol. 99, pp. 2-8. DOI: 10.1016/j.mechmat.2016.05.005

17. Jebahi M.Robust methodology to simulate real shot peening process using discrete-entinuum coupling method. *Int. J. Mech. Sci*, 2016, vol. 107, pp. 21-33. doi: 10.1016/j.ijmecsci.2016.01.005

18. Bukatyj A.S. Konechno-jelementnoe modelirovanie i issledovanie ostatochnyh naprjazhenij i deformacij detalej posle drobestrujnogo uprochnenija [Finite element modeling and research of residual stresses and deformations of parts after shot peening]. Vestnik mashinostroenija – Russian Engineering Research, 2016, no 6, pp. 52-57.

19. Pavlov V.F., Stoljarov A.K., Vakuljuk V.S., Kirpichev V.A. Raschet ostatochnyh naprjazhenij v detaljah s koncentratorami naprjazhenij po pervonachal'nym deformacijam [Calculation of residual stresses in parts with stress concentrators according to initial deformations]. *Samara: Izd-vo SNC RAN*, 2008, 124 p.

20. Sazanov V.P., Kirpichev V.A., Vakuljuk V.S., Pavlov V.F. Opredelenie pervonachal'nyh deformacij v uprochnjonnom sloe cilindricheskoj detali metodom konechno-jelementnogo modelirovanija s ispol'zovaniem raschjotnogo kompleksa PATRAN/ NAS-TRAN [The definition of initial deformations in the cylindrical parts surface layer by Finite Elements Modeling method using PATRAN/NASTRAN program complex]. *Vestn. UGATU*, 2015, vol. 19, no 2(68), pp. 35-40.

21. Keller I.Je. K voprosu o rekonstrukcii ostatochnyh naprjazhenij i deformacij plastiny posle drobestrujnoj obrabotki [On the reconstruction of residual stresses and strains of a plate after shot peening]. *Vestn. Samar. gos. tehn. un-ta. Ser. Fiz.-mat. Nauki*, 2018, vol. 22, no 1, pp. 40-64. DOI: 10.14498/vsgtu1602

22. Radchenko V.P., Kurov A.Ju. Vlijanie anizotropii poverhnostnogo plasticheskogo uprochnenija na formirovanie ostatochnyh naprjazhenij v cilindricheskih detaljah s nadrezami polukruglogo profilja [Effect of anisotropy of surface plastic hardening on formation of residual stresses in cylindrical samples with semicircular notch]. *Vestn. Samar. gos. tehn. un-ta. Ser. Fiz.-mat. Nauki*, 2016, vol. 20, no 4, pp. 675-690. DOI: 10.14498/vsgtu1513

23. Radchenko V.P., Afanaseva O.S., Glebov V.E. Issledovanie vlijanija ostatochnyh naprjazhenij na geometricheskie parametry poverhnostno uprochnjonnogo brusa [Influence of Residual Stresses on Geometric Parameters of Surface-Strengthened Beam]. *Izv. Saratov Univ. (N. S.), Ser. Math. Mech. Inform.*, 2019, vol. 19, iss. 4, pp. 464-478. DOI: 10.18500/1816-9791-2019-19-4-464-478

24. Radchenko V.P., Pavlov V.F., Saushkin M.N. Investigation of surface plastic hardening anisotropy influence on residual stresses distribution in hollow and solid cylindrical specimens. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2015, no 1, pp. 130-147. DOI: 10.15593/perm.mech/2015.1.09

25. Saushkin M.N., Radchenko V.P., Pavlov V.F. Metod raschjota polej ostatochnyh naprjazhenij i plasticheskih deformacij v cilindricheskih obrazcah s uchjotom anizotropii processa poverhnostnogo uprochnenija [Method for calculating the fields of residual stresses and plastic strains in cylindrical samples taking into account the anisotropy of the surface hardening process]. *Journal of Applied Mechanics and Technical Physics*, 2011, vol. 52, no 2, pp. 173-182.

26. Ivanov S.I. Opredelenie ostatochnyh naprjazhenij v plastinkah metodom polosok [Determination of residual stresses in plates by the strip method]. *Voprosy prochnosti jelementov aviacionnyh konstrukcij: trudy KuAI. Kujbyshev*, 1971, no 48, pp. 139-152.

27. Radchenko V.P., Saushkin M.N., Bochkova T.I. A mathematical modeling and experimental study of forming and relaxation of the residual stresses in plane samples made of EP742 alloy after the ultrasonic hardening under the high-temperature creep conditions. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2016, no 1, pp. 93-112. DOI: 10.15593/perm.mech/2016.1.07