Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Фомин Д.Ю. Вариант теории термопластичности для монотонных и циклических процессов неизотермических нагружений // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 2. С. 28-36. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.03

Bondar V.S., Abashev D.R., Fomin D.Yu. A variant of the thermoplasticity theory for monotonic and cyclic processes of nonisothermal loads. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 2, pp. 28-36. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.03



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА № 2, 2020 PNRPU MECHANICS BULLETIN

https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index

A street

DOI: 10.15593/perm.mech/2020.2.03 УДК 539.374

ВАРИАНТ ТЕОРИИ ТЕРМОПЛАСТИЧНОСТИ ДЛЯ МОНОТОННЫХ И ЦИКЛИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ НАГРУЖЕНИЙ

В.С. Бондарь, Д.Р. Абашев, Д.Ю. Фомин

Московский политехнический университет, Москва, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 16 марта 2020 г. Принята: 15 июня 2020 г. Опубликована: 30 июня 2020 г.

Ключевые слова:

термопластичность, монотонные и циклические нагружения, поверхность памяти, изотермическое и неизотермическое нагружение, материальные функции, малоцикловая усталость.

аннотация

На основе анализа результатов экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали 12X18H10T при жестком (контролируемые деформации) процессе деформирования, включающем в себя последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, в условиях одноосного растяжения-сжатия и различного уровня температур выявлены некоторые особенности и различия процессов изотропного и анизотропного упрочнений при монотонных и циклических нагружениях. Для описания этих особенностей в рамках теории термопластичности, относящейся к классу теорий течения при комбинированном упрочнении, в пространстве тензора пластических деформаций вводится поверхность памяти, разделяющая процессы монотонного и циклического деформирования. Формулируются основные положения и уравнения теории термопластичности. Для описания переходных процессов от монотонного к циклическому и от циклического к монотонному формулируются эволюционные уравнения для параметров изотропного и анизотропного упрочнений. Базовый эксперимент, на основе которого определяются материальные функции, состоит из трех этапов – циклического нагружения, монотонного нагружения и последующего циклического вплоть до разрушения. Рассматривается метод идентификации материальных функций по результатам базового эксперимента. Для нержавеющей стали 12Х18Н10Т на основе базового эксперимента и метода идентификации определены материальные функции, замыкающие теорию термопластичности при различных уровнях температуры. Рассматриваются результаты расчетных и экспериментальных исследований жесткого циклического деформирования в условиях изотермического и неизотермического нагружения вплоть до разрушения нержавеющей стали 12Х18Н10Т. Анализируется кинетика размаха напряжений и среднего напряжения цикла в процессе изотермического и неизотермического циклического нагружения. Получено надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

© ПНИПУ

Valentin S. Bondar – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of the Department, e-mail: tm@mami.ru, ID: 0000-0002-1047-7211

Dmitry R. Abashev – CSc in Physical and Mathematical Sciences, e-mail: tm@mami.ru, ID: 0000-0002-1626-0662 Denis Yu. Fomin – PhD student, e-mail: tm@mami.ru, ID: 0000-0001-9520-5145



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0) This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

[©] Бондарь Валентин Степанович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: tm@mami.ru, İD: <u>0000-0002-1047-7211</u> Абашев Дмитрий Рустамович – к.ф.-м.н., e-mail: tm@mami.ru, İD: <u>0000-0002-1626-0662</u> Фомин Денис Юрьевич – асп., e-mail: tm@mami.ru, İD: <u>0000-0001-9520-5145</u>

A VARIANT OF THE THERMOPLASTICITY THEORY FOR MONOTONIC AND CYCLIC PROCESSES OF NONISOTHERMAL LOADS

V.S. Bondar, D.R. Abashev, D.Yu. Fomin

Moscow Polytechnical University, Moscow, Russian Federation

ARTICLE INFO

ABSTRACT

Received: 16 March 2020 Accepted: 15 June 2020 Published: 30 June 2020

Keywords: thermoplasticity, monotonic and cyclic loading, memory surface, isothermal and non-isothermal loading, material functions, low cycle fatigue.

We revealed some features and differences in isotropic and anisotropic hardening under monotonic and cyclic loads by analyzing the experimental results of the samples made of 12X18H10T stainless steel under a rigid (controlled) deformation process, which includes a sequence of monotonic and cyclic loading modes under uniaxial tension-compression and different temperature levels. To describe these features with the theory of thermoplasticity, which belongs to the class of flow theories for combined hardening, a memory surface is introduced in the space of the plastic strain tensor components that separates the processes of monotonic and cyclic deformations. The main assumptions and equations of the thermoplasticity theory are formulated. To describe the transition from the monotonic to the cyclic and from the cyclic to the monotonic deformations, the evolutionary equations are formulated for the parameters of isotropic and anisotropic hardening. The basic experiment, which determined the material functions, consists of three stages, such as cyclic loading, monotonic loading and the subsequent cyclic up to destruction. The method of identifying the material functions based on the results of the basic experiment is considered. The material functions that close the thermoplasticity theory at different temperature levels are determined for 12X18H10T stainless steel due to the basic experiment and identification method. We considered the results of the computational and experimental studies of the rigid cyclic deformation under isothermal and non-isothermal loadings up to destruction of 12X18H10T stainless steel. The kinetics of the stress range and the average stress during isothermal and non-isothermal cyclic loadings are analyzed. A reliable compliance of the computational and experimental results is obtained.

© PNRPU

Введение

В условиях неизотермического нагружения нестационарные и несимметричные процессы циклического деформирования, состоящие из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, сопровождаются также изменением температуры материала. Математическое моделирование таких неизотермических процессов, особенно в условиях мягкого (контролируемые напряжения) нагружения, представляют собой весьма сложную задачу. Что же касается оценки и прогнозирования ресурса в условиях неизотермических, нестационарных и несимметричных циклических нагружений, то в этих случаях накопление повреждений необходимо определять по всему процессу деформирования, учитывая, что накопление повреждений может быть существенно нелинейно.

Моделирование процессов деформирования и накопления повреждений при неизотермических, циклических нагружениях строится в основном на вариантах теорий пластичности, относящихся к классу теорий пластического течения при комбинированном упрочнении, обзор и анализ которых содержатся в работах [1–42]. Раздельное описание процессов монотонного и циклического нагружения приводится в весьма незначительном числе работ [15, 36, 37]. Для разделения процессов монотонного и циклического нагружения в этих работах вводится поверхность памяти в пространстве девиатора микронапряжений с определением в процессе деформирования максимального значения интенсивности микронапряжений. В рамках такого подхода происходит лишь изменение размера поверхности памяти, что не позволяет описывать такие тонкие эффекты процессов монотонного и циклического нагружения, как посадка петли упругопластического гистерезиса и разупрочнение материала после монотонного нагружения и др.

В настоящей работе математическое моделирование процессов деформирования и накопления повреждений базируется на варианте теории пластичности [7–14] и обобщено на неизотермическое нагружение.

На основе анализа [14] результатов экспериментальных исследований образцов из нержавеющей стали 12X18H10T при жестком (контролируемые деформации) процессе деформирования, включающем в себя последовательности монотонных и циклических режимов нагружения, в условиях одноосного растяжениясжатия и различного уровня температур выявлены некоторые особенности и различия процессов изотропного и анизотропного упрочнений при монотонных и циклических нагружениях. Для описания этих особенностей в рамках теории термопластичности, относящейся к классу теорий течения при комбинированном упрочнении, в пространстве тензора пластических деформаций вводится поверхность памяти, разделяющая процессы монотонного и циклического деформирования. Формулируются основные положения и уравнения теории термопластичности. Приводятся материальные функции, замыкающие теорию термопластичности для

нержавеющей стали 12Х18Н10Т при различных уровнях температуры. Рассматриваются результаты расчетных и экспериментальных исследований жесткого циклического деформирования в условиях изотермического и неизотермического нагружения вплоть до разрушения нержавеющей стали 12Х18Н10Т. Анализируется кинетика размаха напряжений и среднего напряжения цикла в процессе изотермического и неизотермического циклического нагружения. Получено надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

1. Основные положения и уравнения теории термопластичности

Материал однороден и начально изотропен. Рассматриваются только поликристаллические конструкционные стали и сплавы. В процессе упругопластического деформирования в материале может возникать только пластическая деформационная анизотропия. Рассматриваются малые деформации при температурах, когда нет фазовых превращений, и скоростях деформаций, когда динамическими и реологическими эффектами можно пренебречь. Случаи больших градиентов температур не рассматриваются. Учитываются особенности и различия процессов монотонных и циклических режимов нагружения.

Рассматривается весьма простой вариант теории термопластичности, являющийся частным вариантом теории неупругости [7, 11]. Вариант теории относится к классу одноповерхностных теорий течения при комбинированном упрочнении.

Далее приводится сводка основных уравнений теории термопластичности.

$$\dot{\varepsilon}_{ij} = \dot{\varepsilon}^e_{ij} + \dot{\varepsilon}^p_{ij}, \qquad (1)$$

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{e} = \frac{1}{E} \left[\dot{\sigma}_{ij} - \nu \left(3 \dot{\sigma}_{0} \delta_{ij} - \dot{\sigma}_{ij} \right) \right] + \alpha_{ij}^{eT} \dot{T}, \qquad (2)$$

$$\alpha_{ij}^{\varepsilon T} = \alpha_T \delta_{ij} - \frac{1}{E^2} \Big[\sigma_{ij} - \nu \Big(3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij} \Big) \Big] \times \\ \times \frac{dE}{dT} - \frac{1}{E} \Big(3\sigma_0 \delta_{ij} - \sigma_{ij} \Big) \frac{d\nu}{dT}.$$
$$f \Big(\sigma_{ij} \Big) = \frac{3}{2} \Big(s_{ij} - a_{ij} \Big) \Big(s_{ij} - a_{ij} \Big) - C^2 = 0.$$
(3)

$$y_{j} = 2^{(b_{ij} - a_{ij})(b_{ij} - a_{ij})} = 0.$$
 (5)

$$\Delta \varepsilon^{(4)} = 0,01\tag{4}$$

$$\dot{a}_{ij} = \sum_{m=1}^{M} \dot{a}_{ij}^{(m)}.$$
(5)

 $\dot{a}_{ij}^{(m)} = \frac{2}{3} g^{(m)} \dot{\varepsilon}_{ij}^{p} + g_{a}^{(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{\varepsilon}_{u^{*}}^{p} + g_{a}^{T(m)} a_{ij}^{(m)} \dot{T} (m = 1, ..., M).$ (6)

$$\dot{\varepsilon}_{ij}^{p} = \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} \lambda = \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^{*}}{\sigma_{u}^{*}} \dot{\varepsilon}_{u^{*}}^{p}, \ s_{ij}^{*} = s_{ij} - a_{ij}, \ \sigma_{u}^{*} = \left(\frac{3}{2} s_{ij}^{*} s_{ij}^{*}\right)^{\frac{1}{2}}, (7)$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_*} \left[\frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* \dot{\sigma}_{ij}}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} \right], \tag{8}$$

$$\dot{\varepsilon}_{u^*}^p = \frac{1}{E_* + 3G} \left[3G \frac{s_{ij}^* \left(\dot{\varepsilon}_{ij} - \alpha_{ij}^{\varepsilon T} \dot{T} \right)}{\sigma_u^*} - B^T \dot{T} \right], \qquad$$

$$E_* = q_{\varepsilon} + \sum_{m=1}^M g^{(m)} + \sum_{m=1}^M g_a^{(m)} \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^{(m)}}{\sigma_u^*} , \qquad$$

$$B^T = q_T + \sum_{m=1}^M g_a^{T(m)} \frac{3}{2} \frac{s_{ij}^* a_{ij}^{(m)}}{\sigma_u^*} , \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)} .$$

$$N^{(4)} = 500$$

 $\sigma_u^* = C \cap \dot{\varepsilon}_{u^*}^p > 0$ – упругопластичность. (9)

$$\dot{\omega} = \alpha \omega^{\frac{\alpha-1}{\alpha}} \frac{a_{ij}^{(2)} \dot{\varepsilon}_{ij}^p}{W_a}.$$
(10)

Здесь $\dot{\varepsilon}_{ij}$, $\dot{\varepsilon}_{ij}^{e}$, $\dot{\varepsilon}_{ij}^{p}$ – тензоры скоростей полной, упругой и пластической деформаций; σ_{ij} , s_{ij} , s_{ij}^{*} , a_{ij} – тензор напряжений, девиаторы напряжений, активных напряжений и микронапряжений; $\varepsilon_{u^{*}}^{p}$ – накопленная пластическая деформация; ω – мера поврежденности; E, v, α_{T} – модуль Юнга, коэффициент Пуассона, коэффициент температурного расширения; C – радиус (размер) поверхности нагружения $(f(\sigma_{ij})=0);$ $a_{ij}^{(1)}$, $a_{ij}^{(2)}$, $a_{ij}^{(m)}$ (m=3,...,M) – микронапряжения (девиатор смещения центра поверхности нагружения) первого, второго и третьего типов; W_{a} – энергия разрушения; q_{ε} , q_{T} , $g^{(m)}$, $g_{a}^{(m)}$, $g_{a}^{T(m)}$, α – определяющие функции, связь которых с материальными будет приведена ниже.

При деформировании материалов могут иметь место как монотонные, так и циклические режимы нагружения, каждый из которых имеет свои особенности [14]. Для разделения процессов монотонного и циклического деформирования в пространстве тензора пластических деформаций ε_{ij}^{p} вводится поверхность памяти, ограничивающая область циклического деформирования. Поверхность определяется положением ее центра ξ_{ij} и ее радиусом (размером) C_{ε} . Уравнение поверхности памяти принимается в следующем виде:

$$F\left(\varepsilon_{ij}^{p}\right) = \frac{2}{3}\left(\varepsilon_{ij}^{p} - \xi_{ij}\right)\left(\varepsilon_{ij}^{p} - \xi_{ij}\right) - C_{\varepsilon}^{2} = 0.$$

Для вычисления положения центра и размера поверхности памяти вводится два тензора пластической деформации $\varepsilon_{ij}^{p(1)}$ и $\varepsilon_{ij}^{p(2)}$, определяющие границы поверхности. В начале деформирования эти переменные равны нулю. Определение смещения и размера поверхности памяти происходит в момент смены направления пластического деформирования. В качестве критерия смены направления принимается следующее условие:

$$\dot{\varepsilon}_{ij(t-0)}^{p}\dot{\varepsilon}_{ij(t)}^{p} < 0$$

где $\hat{\varepsilon}_{ij(t)}^{p}$ – тензор скоростей пластической деформации в текущей момент времени t; $\hat{\varepsilon}_{ij(t-0)}^{p}$ – тензор скоростей пластической деформации в предшествующий (t-0)момент времени t. В этот момент координаты центра и размер поверхности памяти вычисляются на основе следующих соотношений:

$$\begin{split} \varepsilon_{ij}^{p(2)} &= \varepsilon_{ij}^{p(1)} , \ \varepsilon_{ij}^{p(1)} = \varepsilon_{ij}^{p} \ , \ \ \xi_{ij} = \frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} + \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} , \\ C_{\varepsilon} &= \left[\frac{2}{3} \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \right) \left(\frac{\varepsilon_{ij}^{p(1)} - \varepsilon_{ij}^{p(2)}}{2} \right) \right]^{\frac{1}{2}} . \end{split}$$

Тогда условием циклического деформирования является деформирование в пределах поверхности памяти $F\left(\varepsilon_{ij}^{p}\right) \leq 0$, а условием монотонного деформирования – $F\left(\varepsilon_{ij}^{p}\right) > 0$.

При экспериментальном исследовании [14] блочного нагружения, состоящего из чередующихся этапов циклических и монотонных нагружений, выявлены следующие особенности деформирования:

 – после циклических нагружений монотонные процессы имеют одинаковые модули упрочнения;

 – после монотонных нагружений имеют место одинаковые процессы посадки петли пластического гистерезиса при циклических нагружениях;

 после циклических нагружений происходит увеличение изотропного упрочения при монотонных нагружениях;

 после монотонных нагружений происходит уменьшение изотропного упрочнения при циклических нагружениях.

На основании изложенных выше особенностей монотонных и циклических нагружений для определяющих функций имеют место [14] следующие соотношения и уравнения, обобщенные на неизотермическое нагружение:

$$q_{\varepsilon} = \begin{cases} \left[\frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u^*}^p} - K_C \left(\frac{C - C_p}{C_p} \right)^{n_C} \right] & \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p \right) \leq 0, \\ \left[\frac{\partial C_p}{\partial \varepsilon_{u^*}^p} + M_C \right] & \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p \right) > 0, \\ q_T = \frac{C}{C_p} & \frac{\partial C_p}{\partial T}, \end{cases}$$

$$\begin{split} g^{(1)} &= E_a \,, \quad q_a^{(1)} = \begin{cases} -\frac{1}{E_a} K_E \left(\frac{E_a}{E_{a0}}\right)^{n_E} & \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p\right) \leq 0, \\ 0 & \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p\right) > 0, \end{cases} \\ g_a^{T(1)} &= \frac{1}{E_{a0}} \frac{dE_{a0}}{dT} \,, \\ g^{(2)} &= \beta^{(2)} \sigma_a^{(2)} \,, g_a^{(2)} = -\beta^{(2)} \,, \\ g_a^{T(2)} &= \frac{1}{\sigma_a^{(2)}} \frac{d\sigma_a^{(2)}}{dT} \,, \end{cases} \\ g^{(m)} &= \begin{cases} \beta^{(m)} \sigma_a^{(m)} \,, \\ 0, & \text{если } a_u^{(m)} \geq \sigma_a^{(m)} \cap a_{ij}^{(m)} s_{ij}^* > 0 \end{cases} (m = 3, ..., M), \\ g_a^{(m)} &= 0 \quad (m = 3, ..., M), \end{cases} \\ g_a^{T(m)} &= \frac{1}{\sigma_a^{(m)}} \frac{d \sigma_a^{(m)}}{dT} \,, a_u^{(m)} = \left(\frac{3}{2}a_{ij}^{(m)} a_{ij}^{(m)}\right)^{\frac{1}{2}} (m = 3, ..., M), \\ \dot{E}_a &= \begin{cases} -K_E \left(\frac{E_a}{E_{a0}}\right)^{n_E} \dot{\varepsilon}_{u^*}^p \,, \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p\right) \leq 0, \\ M_E \left(\frac{E_{a0} - E_a}{E_{a0}}\right) \dot{\varepsilon}_{u^*}^p \,, \text{при } F\left(\varepsilon_{ij}^p\right) > 0, \end{cases} \end{split}$$

$$\alpha = \left(\sigma_a^{(2)} / a_u^{(2)}\right)^{n_a}, a_u^{(2)} = \left(\frac{3}{2}a_{ij}^{(2)} a_{ij}^{(2)}\right)^{\frac{1}{2}}.$$

Итак, теорию термопластичности замыкают следующие материальные функции:

 $E(T), v(T), \alpha_T(T)$ – упругие параметры;

 $E_{a0}(T), \sigma_{a}^{(m)}(T), \beta^{(m)}(T)(m = 2, ..., M)$ – параметры анизотропного упрочнения;

 $K_{E}(T), n_{E}(T), M_{E}(T)$ – модули анизотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении;

 $K_{C}(T), n_{C}(T), M_{C}(T)$ – модули изотропного упрочнения при циклическом и монотонном нагружении;

 $C_{p}\left(\varepsilon_{u*}^{p}, T\right)$ – функция изотропного упрочнения при циклическом нагружении;

 $W_{a}(T)$ – энергия разрушения;

 $n_{\alpha}(T)$ – параметр нелинейности процесса накопления повреждений ($n_{\alpha} = 1,5$ практически для всех конструкционных сталей и сплавов).

2. Базовый эксперимент и метод идентификации материальных функций

Для определения материальных функций достаточно следующего набора экспериментальных данных при различных уровнях температуры:

– упругие параметры E, v, α_T , которые определяются традиционными методами; – участок диаграммы монотонного деформирования после предварительного циклического;

 – размахи напряжений при жестком циклическом деформировании до разрушения;

 посадка петли пластического гистерезиса и восстановление размаха напряжения при жестком циклическом деформировании после монотонного.

Наиболее простым вариантом получения этих данных является проведение следующего базового эксперимента (рис. 1), состоящего из трех этапов нагружения:

1-й этап – жесткое циклическое нагружение при средней деформации $\varepsilon_m^{(1)} = 0,004...0,005$ и размахе $\Delta \varepsilon^{(1)} = 2\varepsilon_m^{(1)}$. Число циклов $N^{(1)} = 30...50$ до стабилизации.

 $2{\text -}\check{u}$ этап — монотонное растяжение до $\epsilon^{(2)}=0,04...0,05.$

3-й этап – жесткое циклическое нагружение при средней деформации $\varepsilon_m^{(3)} = \varepsilon^{(2)}$ и размахе $\Delta \varepsilon^{(3)} = 0,008...0,01$ до разрушения.



Рис. 1. Базовый эксперимент



Метод идентификации материальных функций на основе результатов базового эксперимента приводится в работе [14].

В табл. 1, 2 приведены материальные функции нержавеющей стали 12Х18Н10Т при наборе температур 20, 300, 400, 500, 600 °С, полученные по результатам базовых экспериментов на основе метода идентификации [14].

Таблица 1

Материальные функции стали 12Х18Н10Т

Material functions of 12X18H10T steel

<i>T</i> , °C	<i>Е</i> , МПа	ν	α_T , 1/град	<i>W_a</i> , Дж/см ³	<i>E</i> _{<i>a</i>0} , МПа	K_E , МПа	n_E	M_E , МПа	<i>K_C</i> , МПа
20	198 000	0,28	1.64E-05	1830	1000	7000	3,5	5 000 000	260
300	195 000	0,32	1.74E-05	1400	1000	5000	2	5 000 000	76
400	192 500	0,325	1.78E-05	1300	1000	5800	2,8	5 000 000	218
500	190 000	0,33	1.82E-05	1100	1000	6600	3,5	5 000 000	360
600	170 000	0,33	1.85E-05	1400	500	3000	1,3	150 000	140

Таблица 1. Продолжение

n _C	M_C , МПа	$\beta^{(2)}$	$\sigma_a^{(2)}$, МПа	$\beta^{(3)}$	$\sigma_a^{(3)}$, МПа	$\beta^{(4)}$
1.4	600	260	140	10000	15	4000
1.1	600	390	110	20000	10	6670
1.3	550	395	110	20000	9.5	6670
1.5	500	400	110	20000	9	6670
1.7	300	530	110	20000	9	6670

Таблица 1. Продолжение

$\sigma_a^{(4)}$, МПа	$\beta^{(5)}$	$\sigma_a^{(5)}$, МПа	$\beta^{(6)}$	$\sigma_a^{(6)}$, МПа	$\beta^{(7)}$	$\sigma_a^{(7)}$, МПа
36	2000	38	1000	25	670	7
24	2860	26	2000	16	1000	5
22.5	2860	24	2000	15	1000	4.5
21	2860	22	2000	14	1000	4
21	2860	22	2000	14	910	4

Таблица 2

Функция изотропного упрочнения $C_p(\varepsilon_{u^*}^p, T)$, МПа

The isotropic hardening function $C_p\left(\varepsilon_{u^*}^p, T\right)$, MPa

T , °C / $\varepsilon_{u^*}^p$	0	0,0003	0,0006	0,0014	0,0045	0,006	0,01	0,025
20	180	150	135	120	85	75	60	65
300	100	85	75	60	25	20	20	50
400	75	60	50	40	10	10	10	43
500	110	100	92	77	40	42	45	60
600	75	65	57	40	10	7	8	23

Таблица 2. Продолжение

0,1	0,15	0,3	0,45	0,6	1	6	8	25	45	65
90	100	112	115	120	124	132	130	135	140	150
75	85	100	105	110	110	110	110	135	140	145
70	80	90	90	90	90	90	115	135	145	157
90	100	115	120	120	120	120	120	140	140	152
65	80	110	110	110	110	110	115	110	105	120

3. Блочное монотонное и циклическое деформирование и разрушение в условиях изотермического и неизотермического нагружения

Для обоснования достоверности расчетов на основе варианта теории термопластичности рассматривается достаточно произвольная программа блочного циклического и монотонного деформирования при температуре 20 °С, состоящая из шести этапов нагружения:

-1-й этап включает в себя циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(1)} = 0,004$, $\Delta \varepsilon^{(1)} = 0,008$ и $N^{(1)} = 500$ циклов;

-2-й этап включает в себя циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(2)} = 0,006$, $\Delta \varepsilon^{(2)} = 0,012$ и $N^{(2)} = 500$;

- 3-й этап включает в себя монотонное растяжение до $\epsilon^{(3)} = 0.03$:

-4-й этап включает в себя циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(4)} = 0,025$, $\Delta \varepsilon^{(4)} = 0,01$ $N^{(4)} = 500$ циклов;

- 5-й этап включает в себя монотонное растяжение ло $\varepsilon^{(5)} = 0.05$:

-6-й этап включает в себя циклическое нагружение при $\varepsilon_m^{(6)} = 0,046$, $\Delta \varepsilon^{(6)} = 0,008$ и $N = N_f$ до разрушения.

На рис. 2, 3 приведены расчетная и экспериментальная диаграммы деформирования стали 12Х18Н10Т, включающая все шесть этапов нагружения.



Рис. 2. Расчетная диаграмма блочного деформирования Fig. 2. The computational diagram of block deformation

На рис. 4, 5 показаны расчетные (сплошные кривые) и экспериментальные (светлые кружки) результаты изменения размаха и среднего напряжения цикла на первом, втором, четвертом и шестом этапах нагружения.

Экспериментальное число циклов до разрушения составило 7000, а расчетное - 7600.



Рис. 3. Экспериментальная диаграмма блочного деформирования

Fig. 3. The experimental diagram of block deformation







Fig. 5. The average stress

Далее рассматривается неизотермическое нагружение при жестком симметричном циклическом деформировании в условиях растяжения-сжатия с амплитудой деформации, равной 0,004. В процессе циклического деформирования образец нагревался и охлаждался в печи. Зависимость температуры образца от номера цикла нагружения приведена на рис. 6. Расчетное (сплошная линия) и экспериментальное (кружки) изменение размаха напряжения в процессе циклического

неизотермического деформирования показано на рис. 6. Экспериментальное число циклов до разрушения составило 6000, а расчетное – 5500.



Рис. 6. Температура образца и изменение размаха напряжения в зависимости от номера цикла нагружения

Fig. 6. The sample temperature and stress range depending on the number of the loading cycle

Заключение

На основе анализа результатов экспериментальных исследований нержавеющей стали установлено, что изотропное и анизотропное упрочнения существенно

Библиографический список

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. – М.: Изд-во АН СССР, 1963. – 271 с.

2. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. – М.: Изд-во МГУ, 1990. – 310 с.

3. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Физматгиз, 1966. – 752 с.

4. Термопрочность деталей машин: справочник / под ред. И.А. Биргера, Б.Ф. Шорра. – М.: Машиностроение, 1975. – 455 с.

5. Малинин Н.Н. Прикладная теория пластичности и ползучести. – М.: Машиностроение, 1975. – 400 с.

6. Новожилов В.В., Кадашевич Ю.И. Микронапряжения в конструкционных материалах. – Л.: Машиностроение, 1990. – 224 с.

7. Bondar V.S. Inelasticity. Variants of the theory. – New York: Begell House, 2013. – 194 p.

8. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Сравнительный анализ вариантов теорий пластичности при циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 2– С. 23–44.

9. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Пластичность материалов при пропорциональных и непропорциональных циклических нагружениях // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2017. – № 3– С. 53–74. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.04

10. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Пластическое деформирование материалов, чувствительных к виду напряженного состояния // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 1. – С. 29–39. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.1.03

11. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Прикладная теория неупругости // Вестник Пермского национального исследовательразличны при монотонном и циклическом деформировании. С учетом выявленных особенностей монотонных и циклических нагружений сформулированы уравнения варианта теории термопластичности, обобщенного на неизотермическое нагружение. Определен базовый эксперимент, метод идентификации материальных функций и получены материальные функции нержавеющей стали 12X18H10T при наборе температур 20, 300, 400, 500, 600 °C.

Проведено сравнение результатов расчетных и экспериментальных исследований нержавеющей стали 12X18H10T при жестком изотермическом нагружении, состоящем из последовательности монотонных и циклических режимов нагружения. Анализировалась кинетика напряженно-деформированного состояния, рассматривались изменения размаха и среднего напряжения цикла в процессе циклических нагружений. Рассматривалось жесткое циклическое неизотермическое нагружение. Анализировались расчетные и экспериментальные изменения размаха напряжений.

Расчетное число циклов до разрушения сравнивалось с экспериментальным, как при изотермическом, так и неизотермическом нагружении. Получено надежное соответствие расчетных и экспериментальных результатов.

ского политехнического университета. Механика. – 2018. – № 4. – С. 147–162. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.14

12. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and low-high-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state / V.S. Bondar, V.V. Dansin, D.Vu. Long, D.D. Nguyen // Mechanics of Advanced Materials and Structures. – 2018. – Vol. 25(12). – P. 1009–1017. DOI: 10.1080/15376494.2017.1342882

13. Бондарь В.С., Абашев Д.Р., Петров В.К. Некоторые особенности прогнозирования ресурса материалов и конструкций при циклическом нагружении // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 1. – С. 18–26. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.02

14. Бондарь В.С., Абашев Д.Р. Некоторые особенности процессов монотонных и циклических нагружений. Эксперимент и моделирование // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. – 2019. – № 2. – С. 25–34. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.03

15. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупругопластических сред с повреждениями. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. – 424 с.

16. Прикладная теория пластичности / Ф.М. Митенков, И.А. Волков, Л.А. Игумнов [и др.]. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 284 с.

17. Волков И.А., Игумнов Л.А., Коротких Ю.Г. Прикладная теория вязкопластичности: монография. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 318 с.

18. Волков И.А., Игумнов Л.А. Введение в континуальную механику поврежденной среды. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2017. – 304 с.

 Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ / С.А. Капустин, Ю.А. Чурилов, В.А. Горохов. – Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2015. – 347 с.

20. Нелинейная механика материалов / Ж. Бессон [и др]. – Санкт-Петербург: Изд-во Политехн. ун-та, 2010. – 397 с.

21. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation // Int. J. of Plasticity. - 2002. - Vol. 18. - P. 873-894. DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2

22. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. // Int. J. of Plasticity. – 2009. – Vol. 26(3). – P. 441–465. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.08.005

23. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories // Int. J. of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – P. 1642–1692. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009

24. Rahman S.M., Hassan T., Corona E. Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure // Int. J. of Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – P. 1756–1791. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.02.010

25. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratchetting // Int. J. of Plasticity. – 2009. – Vol. 25. – P. 1560–1587. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004

26. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratchetting. // Int. J. of Plasticity. – 2010. – Vol. 26. – P. 711–730. DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.10.002

27. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions // Int. J. of Plasticity. – 2012. – Vol. 35. – P. 44–66. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.01.010

28. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of nonproportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models // Int. J. Plasticity. – 2008. – Vol. 24. – P. 1863–1889. DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.04.008

29. Effect of dynamic strain aging on isotropic hardening in low cycle fatigue for carbon manganese steel / Z.Y. Huang, J.L. Chaboche, Q.Y. Wang, D. Wagner, C. Bathias // Materials Science and Engineering. – 2014. – A589. – P. 34–40. DOI: 10.1016/j.msea.2013.09.058

30. Kang G., Kan Q. Contitutive modeling for uniaxial timedependent ratcheting of SS304 stainless steel // Mech. Mater. – 2007. – Vol. 39. – P. 488–499.

31. Taleb L., Cailletaud G. Cyclic accumulation of the inelastic strain in the 304L SS under stress control at room tempera-

References

1. Il'jushin A.A. Plastichnost'. Osnovy obshchei matematicheskoi teorii [Fundamentals of the general mathematical theory]. *Moscow, Izd. AN SSSR*, 1963, 271 p.

2. Il'jushin A.A. Mehanika sploshnoj sredy [Continuum mechanics]. *Moscow, Izd-vo MGU*, 1990, 310 p.

3. Rabotnov Ju.N. Polzuchest' jelementov konstrukcij [Creep of structural elements], *Moscow, Fizmatgiz*, 1966, 752 p.

4. Birgera I.A., Shorra B.F. Termoprochnost' detalej mashin: Spravochnik [Thermal strength of machine parts: Handbook]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1975, 455 p.

5. Malinin N.N. Prikladnaja teorija plastichnosti i polzuchesti [Applied theory of plasticity and creep]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1975, 400 p.

6. Novozhilov V.V., Kadashevich Iu.I. Mikronapriazheniia v konstruktsionnykh materialakh [Backstresses in structural materials]. Leningrad, Mashinostroenie, 1990, 224 p. ture: Ratcheting or creep // Int. J. Plasticity. – 2011. – Vol. 27 (12). – P. 1936–1958. DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.02.001

32. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control // Int. J. Plasticity. – 2013. – Vol. 43. – P. 1–19. DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.10.009

33. Taleb L., Cailletaud G., Saï K. Experimental and numerical analysis about the cyclic behavior of the 304L and 316L stainless steels at 350 °C // Int. J. Plasticity. -2014. - Vol. 61. - P. 32–48. DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.05.006

34. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior // International Journal of Plasticity. – 1993. – Vol. 9. – P. 375–390.

35. Ohashi Y. Effect of Complicated deformation history on inelastic deformation behavior of metals // Memoirs of Faculty of engineering Nagoya University. – 1982. – Vol. 34, № 1. – P. 1–76.

36. Коротких Ю.Г. Описание процессов накопления повреждений материала при неизотермическом вязкопластическом деформировании // Проблемы прочности. – 1985. – № 1. – С. 18–23.

37. Моделирование усталостной долговечности поликристаллических конструкционных сплавов при блочном несимметричном малоцикловом нагружении / И.А. Волков, Л.А. Игумнов, И.С. Тарасов [и др.] // Проблемы прочности и пластичности. – 2018. – Т. 80, № 1. – С. 15–30.

38. Темис Ю.М. Моделирование пластичности и ползучести конструкционных материалов ГТД // Приоритеты развития отечественного автотракторостроения и подготовки инженерных научных кадров: материалы 49-й Междунар. науч.-техн. конф. ААИ. Школа-семинар «Современные модели термовязкопластичности». Ч. 2. – М.: МАМИ, 2005. – С. 25–76.

39. Соси. Модели разрушения при многоосной усталости // Теоретические основы инженерных расчетов: Труды FSME. – 1988. – № 3. – С. 9–21.

40. Дегтярев В.П. Пластичность и ползучность машиностроительных конструкций. – М.: Машиностроение, 1967. – 131 с.

41. Гусенков А.П. Прочность при изотермическом и неизотермическом малоцикловом нагружении. – М.: Наука, 1979. – 295 с.

42. Гусенков А.П.: Котов П.И. Малоцикловая усталость при неизотермическом нагружении. – М.: Машиностроение, 1983. – 240 с.

7. Bondar' V.S. Neuprugoe povedenie i razrushenie materialov i konstruktsii pri slozhnom neizotermicheskom nagruzhenii [Inelastic behavior and fracture of materials and structures with complex non-isothermal loading]: *dis....d-ra fiz.-mat. nauk. Moscow, Izd-vo MAMI*, 1990, 314 p.

8. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Comparative analysis of variants of plasticity theories under cyclic loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 2, pp. 23-44. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.2.02

9. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. Plasticity of materials with proportional and nonproportional cyclic loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2017, no. 3, pp. 53-74. DOI: 10.15593/perm.mech/2017.3.04

10. Bondar V.S., Abashev D.R. Plastic deformation of materials sensitive to a type of stress state. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 1, pp. 29-39. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.1.03

11. Bondar V.S., Abashev D.R. Applied theory of inelasticity. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2018, no. 4, pp. 145-160. DOI: 10.15593/perm.mech/2018.4.14

12. Bondar V.S., Dansin V.V., Long D. Vu., Nguyen D.D. Constitutive modeling of cyclic plasticity deformation and lowhigh-cycle fatigue of stainless steel 304 in uniaxial stress state. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2018, vol. 25(12), pp. 1009-1017, DOI: 10.1080/15376494.2017.1342882

13. Bondar V.S., Abashev D.R., Petrov V.K. On Predicting Material and Structural Resources under Cyclic Loading. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, no. 1, pp. 18-26. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.1.02

14. Bondar V.S., Abashev D.R. Some features of monotonic and cyclic loadings. Experiment and modeling. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, no. 2, pp. 25-34. DOI: 10.15593/perm.mech/2019.2.03

15. Volkov I.A., Korotkih Ju.G. Uravnenija sostojanija vjazkouprugoplasticheskih sred s povrezhdenijami [The equation of state viscous elastoplastic media with injuries]. Moscow, FIZMATLIT, 2008, 424 p.

16. Mitenkov F.M., Volkov I.A., Igumnov L.A. Prikladnaia teoriia plastichnosti [Applied theory of plasticity]. *Moskow, FIZMATLIT*, 2015, 284 p.

17. Volkov I.A., Igumnov L.A., Korotkikh Iu.G. Prikladnaia teoriia viazkoplastichnosti [ied Theory of Viscoplasticity: Mono-graph]. *Nixhnij Novgorod, Izd-vo NNGU*, 2015, 318 p.

18. Volkov I.A., Igumnov L.A. Vvedenie v kontinualnuyu mehaniku povrezhdennoj sredy. [Introduction to conrinual mechanics of damaged media]. *Moscow, FIZMATLIT*, 2007. 304 p.

19. Kapustin S.A., Churilov Yu.A., Gorohov V.A. Modelirovanie nelinejnogo deformirovanija i razrushenija kontsrukcij v uslovijah mnogofaktornyh vozdejstvij na osnove MKEH. [Simulation of nonlinear deformation and fracture of structures under conditions of multifactorial effects based on FEM] *Nizhnij Novgorod, Izd-vo NNGU*, 2015, 347 p.

20. Besson Zh., Kaeto Zh., J.-L. Chaboche, Forest T.S. Nelineinaia mekhanika materialov [Nonlinear mechanics of materials]. *Saint Petersburg*, *Izd-vo Politekhn. un-ta*, 2010, 397 p

21. Bari S., Hassan T. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *Int. J. of Plasticity*, 2002, vol.18, pp. 873-894, DOI: 10.1016/S0749-6419(01)00012-2

22. Kan Q., Kang G. Constitutive model for uniaxial transformation ratcheting of super-elastic NiTi shape memory alloy at room temperature. *Int. J. of Plasticity*, 2009, vol.26(3), pp.441-465. doi:10.1016/j.ijplas.2009.08.005

23. Chaboche J.-L. A review of some plasticity and viscoplasticity constitutive theories. *Int. J. of Plasticity*, 2008, vol. 24, pp.1642-1692, DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.03.009

24. Rahman S.M., Hassan T., Corona E., Evaluation of cyclic plasticity models in ratcheting simulation of straight pipes under cyclic bending and steady internal pressure. *Int. J. of Plasticity*, 2008, vol. 24, pp. 1756-1791, DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.02.010

25. Abdel-Karim M. Modified kinematic hardening rules for simulations of ratchetting. *Int. J. of Plasticity*, 2009, vol. 25, pp. 1560-1587, DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.10.004

26. Abdel-Karim M. An evaluation for several kinematic hardening rules on prediction of multiaxial stress-controlled ratchetting. *Int. J. of Plasticity*, 2010, vol. 26, pp. 711-730, DOI: 10.1016/j.ijplas.2009.10.002

27. Chaboche J.-L., Kanouté P., Azzouz F. Cyclic inelastic constitutive equations and their impact on the fatigue life predictions. *Int. J. of Plasticity*, 2012, vol. 35, pp. 44-66, DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.01.010

28. Hassan T., Taleb L., Krishna S. Influence of nonproportional loading on ratcheting responses and simulations by two recent cyclic plasticity models. *Int. J. Plasticity*, 2008, vol. 24, pp.1863-1889, DOI: 10.1016/j.ijplas.2008.04.008

29. Huang Z.Y., Chaboche J.L., Wang Q.Y., Wagner D., Bathias C. Effect of dynamic strain aging on isotropic hardening in low cycle fatigue for carbon manganese steel. *Materials Science and Engineering*, 2014, A589, pp. 34-40, DOI: 10.1016/j.msea.2013.09.058

30. Kang G., Kan Q. Contitutive modeling for uniaxial timedependent ratcheting of SS304 stainless steel. *Mech. Mater.*, 2007, vol. 39, pp.488-499.

31. Taleb L., Cailletaud G. Cyclic accumulation of the inelastic strain in the 304L SS under stress control at room temperature: Ratcheting or creep. *Int. J. Plasticity*, 2011, vol. 27 (12), pp.1936-1958, DOI: 10.1016/j.ijplas.2011.02.001

32. Taleb L. About the cyclic accumulation of the inelastic strain observed in metals subjected to cyclic stress control. *Int. J. Plasticity*, 2013, vol.43, pp.1-19, DOI: 10.1016/j.ijplas.2012.10.009

33. Taleb L., Cailletaud G., Saï K. Experimental and numerical analysis about the cyclic behavior of the 304L and 316L stainless steels at 350 °C. *Int. J. Plasticity*, 2014, vol.61, pp.32-48, DOI: 10.1016/j.ijplas.2014.05.006

34. Ohno N., Wang J.-D. Kinematic hardening rules with critical state of dynamic recovery, part 1: formulations and basic features for ratcheting behavior. *International Journal of Plasticity*, 1993, vol. 9, pp. 375-390.

35. Ohashi Y. Effect of Complicated deformation history on inelastic deformation behavior of metals // *Memoirs of Faculty of engineering Nagoya University.*– 1982. vol. 34, no. 1. pp. 1-76.

36. Korotkih Yu.G. Opisanie processov nakoplenija povrezhdenij materiala pri neizotermicheskom vjazkoplasticheskom deformirovanii [Description of the processes of accumulation of material damage during non-isothermal viscoplastic deformation] *Problemy prochnosti.* 1985, no. 1, pp. 18-23.

37. Volkov I.A., Igumnov L.A., Tarasov I.S. i dr. Modelirovanie ustalostnoj dolgovechnosti polikristallicheskih konstrukcionnyh splavov pri blochnom nesimmetrichnom malociklovom nagruzhenii. [Simulation of the fatigue life of polycrystalline structural alloys with block non-symmetrical low-cycle loading]. *Problemy prochnosti i plastichnosti*, vol.80, no. 1, 2018, pp. 15-30.

38. Temis Yu.M. Modelirovanie plastichnosti I polzuchesti konstrukcionnih materialov GTD // Materiali 49-oi Mezhdunarodnoi nauchno-tehnicheskoi konferencii AAI «Prioriteti razvitiya otechestvennogo avtotraktoroostroeniya I podgotovki inzhenernih nauchnih kadrov». Shkola-seminar «Sovremennie modeli termovyazkoplastichnosti». Chast' 2, Moskva: MAMI, 2005, P. 25-76.

39. Sosi. Modeli razrusheniya pri mnogoosnoi ustalosti // Teoretich. osnovi inzhenernih raschetov. Trudi FSME. 1988. № 3. P. 9-21.

40. Degtyarev V.P. Plastichnost' I polzuchnost' mashinostroitelnih konstrukcii [Plasticity and creep of engineering structures]. *Moscow, Mashinostroenie*, 1967, 131 pp.

41. Gusenkov A.P. Prochnost' pri izotermicheskom i neizotermicheskom malociklovom nagruzhenii [Strength under isothermal and non-isothermal low-cycle loading], *Moscow*, *Nauka*, 1979, 295 pp.

42. Gusenkov A.P., Kotov P.I. Malociklovaya ustalosť pri neizotermicheskom nagruzhenii [Low-cycle fatigue under nonisothermal loading], *Moscow, Mashinostroenie*, 1983, 240 pp.