

Вильдеман В.Э., Третьяков М.П., Мугатаров А.И. Моделирование процесса деформирования пластины с концентратором напряжений при учете закритической стадии деформирования материала // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. 2020. № 3. С. 32-40. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.04

Wildemann V.E., Tretyakov M.P., Mugaratov A.I. Modeling the deformation process of a plate with a stress concentrator taking into account the postcritical stage of material deformation. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2020, no. 3, pp. 32-40. DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.04



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2020

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.04

УДК 539.3

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДЕФОРМИРОВАНИЯ ПЛАСТИНЫ С КОНЦЕНТРАТОРОМ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ УЧЕТЕ ЗАКРИТИЧЕСКОЙ СТАДИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МАТЕРИАЛА

В.Э. Вильдеман, М.П. Третьяков, А.И. Мугатаров

Пермский национальный исследовательский политехнический университет, Пермь, Россия

О СТАТЬЕ

Получена: 25 августа 2020 г.
Принята: 29 сентября 2020 г.
Опубликована: 09 ноября 2020 г.

Ключевые слова:

закритическое деформирование, разупрочнение, математическое моделирование.

АННОТАЦИЯ

Закритическое деформирование материала – это процесс, характеризующийся снижением напряжений при растущих деформациях в результате накопления структурных повреждений. Конструкция становится неспособной выдерживать внешние воздействия только в том случае, когда зоны разупрочнения достаточно развиты. Развитие зон закритического деформирования материала может происходить при увеличении внешней нагрузки, прикладываемой к конструкции. Из этого следует, что учет разупрочнения материала при деформировании позволяет более точно определить прочностные и деформационные резервы конструкций.

В работе приведена математическая постановка краевой задачи механики закритического деформирования. Перечислены особенности экспериментального изучения закритической стадии деформирования материала. Получены диаграммы деформирования различных сталей с протяженным участком разупрочнения, а также численные решения для задач деформирования тонкой пластины с концентраторами напряжений различной геометрии при кинематическом нагружении. Рассмотрены двухзвенная и трехзвенная аппроксимации диаграммы деформирования материала, а также реальные диаграммы деформирования стали 20 и стали 40Х, полученные экспериментально. Проанализирована эволюция зон закритического деформирования в материале. Определено соответствие между значением модуля спада и характером эволюции зон разупрочнения. Построена эпюра напряжений, отражающая, каким образом реализуется полная диаграмма деформирования материала вблизи концентратора. Построены расчетные диаграммы нагружения. Отмечено, что даже после появления зон разупрочнения возможен рост внешней нагрузки. Определены прочностные и деформационные ресурсы конструкций, рассмотрено влияние геометрии концентратора напряжений на их значения. Отмечено, что учет разупрочнения при моделировании поведения конструкций с концентраторами напряжений является целесообразным.

© ПНИПУ

© Вильдеман Валерий Эрвинович – д.ф.-м.н., проф., зав. каф., e-mail: wildemann@pstu.ru, iD: 0000-0002-6240-4022.

Третьяков Михаил Павлович – к.ф.-м.н., доц, e-mail: cem_tretyakov@mail.ru, iD: 0000-0001-6146-6769.

Мугатаров Артур Ильдарович – лаб., e-mail: cem_mugaratov@mail.ru, iD: 0000-0002-2229-8181.

Valeriy E. Wildemann – Doctor of Physical and Mathematical Sciences, Professor, Head of Department, e-mail: wildemann@pstu.ru, iD: 0000-0002-6240-4022.

Mikhail P. Tretyakov – CSc in Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, e-mail: cem_tretyakov@mail.ru, iD: 0000-0001-6146-6769.

Artur I. Mugaratov – Assistant, e-mail: cem_mugaratov@mail.ru, iD: 0000-0002-2229-8181.



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

MODELING THE DEFORMATION PROCESS OF A PLATE WITH A STRESS CONCENTRATOR TAKING INTO ACCOUNT THE POSTCRITICAL STAGE OF MATERIAL DEFORMATION

V.E. Wildemann, M.P. Tretyakov, A.I. Mugaratov

Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

ARTICLE INFO

Received: 25 August 2020
Accepted: 29 September 2020
Published: 09 November 2020

Keywords:

postcritical deformation, softening of the material, mathematical modeling.

ABSTRACT

Postcritical deformation of a material is a process which is characterized by a decrease of stress during growing deformations as a result of accumulation of structural damage. The design becomes unable to withstand the external load only when zones with weakened connections are developed enough. Evolution of postcritical deformation zones can occur with an increase of the external load applied to the construction. It means that taking into account the softening of the material allows determining the strength and deformation reserves of constructions more accurately.

The mathematical formulation of the boundary value problem of supercritical deformation mechanics is given in the paper. The features of the experimental study of the postcritical stage of material deformation are listed. Strain curves of various steels with a long section of softening are obtained. Numerical solutions for the problems of deforming a thin plate with stress concentrators of different geometries under kinematic loading are obtained. Piecewise linear approximations and real strain curves of steel 20 and steel 40Cr4 obtained experimentally are considered. The evolution of zones of postcritical deformation in the material is considered. The correspondence between the value of the decline modulus and the nature of the evolution of the softening zones is determined. A stress plot is constructed that reflects how the complete material deformation diagram is realized near the concentrator. The calculated loading diagrams are constructed. It is noted that even after the appearance of softening zones, an increase in external load is possible. The strength and deformation resources of structures are determined, and the influence of the geometry of the stress concentrator on their values is considered. It is noted that the consideration of softening in modeling the behavior of structures with stress concentrators is appropriate.

© PNRPU

Введение

Закритическая стадия деформирования материала характеризуется снижением уровня напряжений при растущих деформациях [1–8]. Процесс накопления повреждений в материале с развитием зон разупрочнения может быть устойчивым при достаточной жесткости нагружающей системы [9, 10]. Основные теоретические положения механики закритического деформирования представлены в [11, 12]. Экспериментально полная диаграмма деформирования материала может быть получена с использованием испытательных машин с высокой жесткостью [13–20]. В работе [21] получены опытные данные о закритическом поведении конструкционных сталей при различных видах напряженно-деформированного состояния, в частности в опытах на кручение и совместное растяжение с кручением образцов. Изучено влияние различных факторов на степень реализации стадии разупрочнения. Рассмотрено влияние повышенной температуры на проявление закритического поведения сталей [19, 21]. Исследовано влияние предварительной закритической деформации на процессы ползучести и релаксации при высоких температурах. Показано положительное влияние дополнительных вибрационных воздействий на устойчивость процессов закритического деформирования. Аналитические решения задач с учетом полной диаграммы деформирования материала получены в работах

В.А. Ибрагимова, В.Д. Ключникова, Л.В. Никитина, Е.И. Рыжака, С.Д. Волкова, Г.И. Дубровиной, Ю.П. Соковнина, В.В. Стружанова, В.Э. Вильдемана [11, 22–26]. Численные решения краевых задач механики закритического деформирования получены в работах В.П. Радченко, С.В. Горбунова, В.Э. Вильдемана и других авторов [27–30].

1. Математическая постановка краевой задачи механики закритического деформирования

Краевая задача механики закритического деформирования [11–12, 21] (без учета массовых сил) представляет собой систему из 15 дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j}(\bar{r}) = 0; \\ \varepsilon_{kl}(\bar{r}) = \frac{1}{2}(u_{k,l}(\bar{r}) + u_{l,k}(\bar{r}) + u_{m,k}(\bar{r})u_{m,l}(\bar{r})); \\ \sigma_{ij}(\bar{r}) = C_{ijkl}(\bar{r})(I_{klmn} - \Omega_{klmn}(\bar{r}))\varepsilon_{mn}(\bar{r}), \end{cases} \quad (1)$$

где \bar{r} – радиус-вектор; $\sigma_{ij}(\bar{r})$ – тензор напряжений; $\varepsilon_{kl}(\bar{r})$ – тензор конечных деформаций; $u_i(\bar{r})$ – вектор перемещений; $C_{ijkl}(\bar{r})$ – тензор упругих свойств; $I_{klmn} = (\delta_{km}\delta_{ln} + \delta_{kn}\delta_{lm})/2$; δ_{km} – дельта-символ Кронекера

ра; $\Omega_{klmn}(\bar{r})$ – тензор поврежденности четвертого ранга. В случае изотропного материала физические соотношения можно записать в виде

$$\sigma_i(\varepsilon_i) = 3G(1 - \omega(\varepsilon_i))\varepsilon_i;$$

$$\sigma_i = \frac{1}{\sqrt{2}}\sqrt{(\sigma_{11} - \sigma_{22}) + (\sigma_{11} - \sigma_{33}) + (\sigma_{22} - \sigma_{33}) + 6(\tau_{12}^2 + \tau_{13}^2 + \tau_{23}^2)};$$

$$\varepsilon_i = \frac{\sqrt{2}}{3}\sqrt{(\varepsilon_{11} - \varepsilon_{22}) + (\varepsilon_{11} - \varepsilon_{33}) + (\varepsilon_{22} - \varepsilon_{33}) + \frac{3}{2}(\gamma_{12}^2 + \gamma_{13}^2 + \gamma_{23}^2)}, \quad (2)$$

где $\omega(\varepsilon_{eq})$ – скалярная функция поврежденности [31]; σ_i – интенсивность напряжений; ε_i – интенсивность деформаций; G – модуль сдвига. Данные уравнения дополняются граничными условиями контактного типа, которые учитывают жесткость (либо податливость) нагружающей системы:

$$\begin{cases} (\sigma_{ij}n_j + R_{ij}u_j)|_{\Sigma_S} = S_i^0; \\ (u_i + Q_{ij}\sigma_{jk}n_k)|_{\Sigma_u} = u_i^0, \end{cases} \quad (3)$$

где R_{ij} – коэффициенты жесткости нагружающей системы; Q_{ij} – коэффициенты податливости нагружающей системы; n_i – направляющие косинусы вектора нормали к поверхности тела в данной точке; u_i^0 – перемещения, номинально заданные на границе Σ_u ; S_i^0 – силы, номинально заданные на границе Σ_S . При бесконечно большой жесткости нагружающей системы данные граничные условия вырождаются в граничные условия в перемещениях, при бесконечно малой – в напряжениях.

Все решения, приведенные ниже, получены в стандартном вычислительном комплексе Abaqus CAE. Рассмотрены модели материалов с изотропным упрочнением и упругой разгрузкой. Полные диаграммы деформирования задавались в виде таблицы зависимости эквивалентных напряжений по Мизесу от эквивалентных пластических деформаций; промежуточные значения получают интерполированием точек.

2. Особенности экспериментального изучения закритической стадии деформирования

Для экспериментального изучения закономерностей закритического деформирования материалов применяются испытательные машины, предназначенные для работы в режиме кинематического нагружения и характеризующиеся высокой жесткостью. Это требуется для реализации контролируемой скорости деформирования материала на стадии разупрочнения и обеспечения высокой жесткости нагружающей системы по отношению к испытываемому образцу. С той же целью используются образцы с малой длиной рабочей части.

Были проведены испытания образцов различных конструкционных сталей на растяжение, в результате

которых получены диаграммы деформирования с развитыми участками закритического поведения. На рис. 1 приведены диаграммы деформирования для сталей: 1 – 15X2ГМФ, 2 – 40X, 3 – 45, 4 – 25, 5 – Ст3, 6 – 20. Испытания проводились на универсальной двухосевой сервогидравлической испытательной системе Instron 8850, обладающей высокой жесткостью [21]. Данные на рис. 1 приведены в осях инженерных напряжений и инженерных деформаций, полученных путем отношения нагрузки и перемещений к начальной площади поперечного сечения и начальной длине рабочей части образца соответственно. Учет возникновения локализации деформаций в виде «шейки» при интерпретации результатов испытаний в условиях реализации стадии закритического поведения является самостоятельным направлением расчетно-экспериментальных исследований и испытаний при совместном использовании машины и видеосистемы регистрации полей перемещений и деформаций, основанной на методе корреляции цифровых изображений.

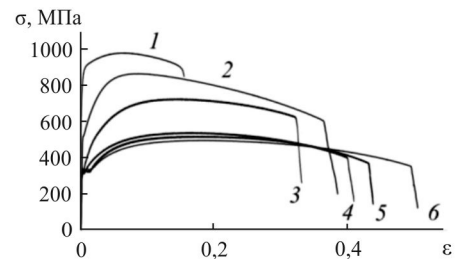


Рис. 1. Диаграммы деформирования сталей: 1 – 15X2ГМФ; 2 – 40X; 3 – 45; 4 – 25; 5 – Ст3, 6 – 20

Fig. 1. Strain curves of steels: 1 – 15CrMoV4, 2 – 40Cr4, 3 – C45E, 4 – C25E, 5 – A3, 6 – 20

Из рис. 1 видно, что закритическая стадия деформирования, начало которой соответствует достижению максимальных напряжений, является более протяженной по сравнению со стадией упругопластического деформирования. Очевидно, что учет этой стадии в расчетах должен обнаружить деформационный резерв элементов конструкций.

Для дальнейших расчетов будет использована диаграмма 2 на рис. 1, полученная при испытании образца из стали 40X.

3. Моделирование процесса деформирования пластины с концентратором напряжений для двухзвенной и трехзвенной диаграммы деформирования

Рассмотрим моделирование процесса разрушения тонкой пластины с круглым концентратором при растяжении. Геометрия образца: ширина и длина пластины 100 мм, диаметр центрального отверстия 10 мм; к верхней грани приложено перемещение 0,1 мм за условную единицу времени, нижняя грань закреплена шарнирно.

Принято, что пластина состоит из однородного материала, модуль Юнга $E = 200$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$, предел текучести $\sigma_m = 200$ МПа. Были рассмотрены следующие модели: упругопластическая с линейным упрочнением, модули упрочнения $E' = 100$ ГПа, 25 ГПа; идеальная упругопластическая модель; упругопластическая с линейным разупрочнением, модули спада $D = 5$ ГПа, 10 ГПа. Диаграммы деформирования приведены на рис. 2.

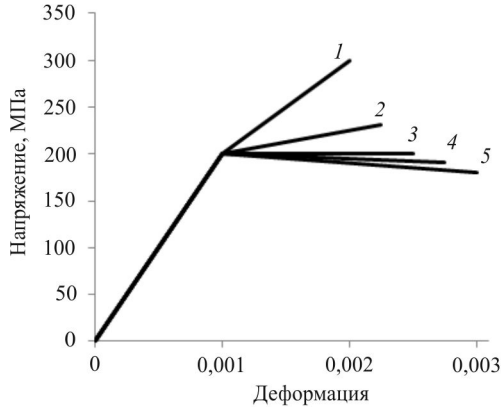


Рис. 2. Диаграммы деформирования: 1 – $E' = 100$ ГПа; 2 – $E' = 25$ ГПа; 3 – $E' = 0$ ГПа; 4 – $D = 5$ ГПа; 5 – $D = 10$ ГПа

Fig. 2. Strain curves: 1 – $E' = 100$ GPa, 2 – $E' = 25$ GPa, 3 – $E' = 0$ GPa, 4 – $D = 5$ GPa, 5 – $D = 10$ GPa

В результате моделирования получим набор полей перемещений, деформаций и напряжений для разных моментов времени. На рис. 3 показано, каким образом меняется пластическая зона для разных моделей материала. Для материала с упрочнением наблюдается широкая пластическая зона, расположенная под углом к направлению нагружения.

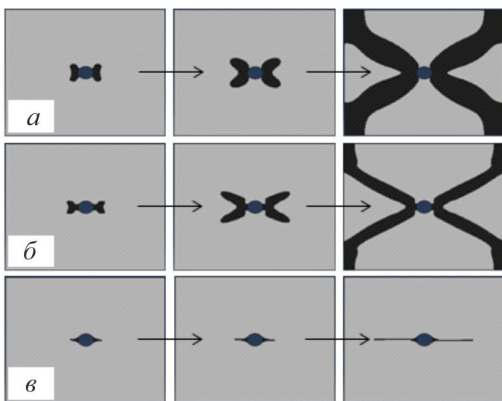


Рис. 3. Результаты расчета эволюции процесса деформирования пластины для диаграмм деформирования: а – с модулем упрочнения $E' = 25$ ГПа; б – с площадкой идеальной текучести $E' = 0$ ГПа; в – с модулем разупрочнения $D = 10$ ГПа

Fig. 3. Calculation results of plate deformation evolution for strain curves: a – with hardening module $E' = 25$ GPa, b – with perfect flow area $E' = 0$ GPa, c – with softening module $D = 10$ GPa

Для идеального упругопластического материала данная полоса становится более узкой, аналогичный результат получен для материала с модулем разупрочнения 5 ГПа. Для модуля спада $D = 10$ ГПа в некоторый момент пластическая зона начинает резко вытягиваться, приобретая вид трещины, происходит потеря устойчивости численного решения.

Рассмотрим аналогичную задачу для пластины из упругопластического материала с участками линейного упрочнения ($E' = 50$ ГПа) и разупрочнения ($D = 60$ ГПа и 120 ГПа). Диаграммы деформирования материала представлены на рис. 4.

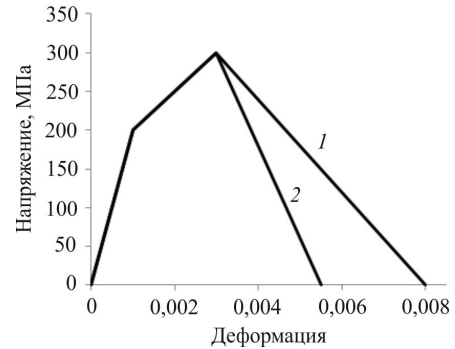


Рис. 4. Диаграммы деформирования: 1 – $D = 60$ ГПа; 2 – $D = 120$ ГПа

Fig. 4. Strain curves: 1 – $D = 60$ GPa, 2 – $D = 120$ GPa

На рис. 5 показано, как меняются пластическая зона и зона закритического деформирования для нагружения с модулем разупрочнения $D = 60$ ГПа (темно-серый цвет – зона упрочнения, черный цвет – зона разупрочнения), для разупрочнения с модулем $D = 120$ ГПа зоны аналогичны. При уменьшении модуля спада зона закритического деформирования становится более выраженной. При прохождении магистральной трещины в ее вершине находится небольшая зона ослабленного материала.

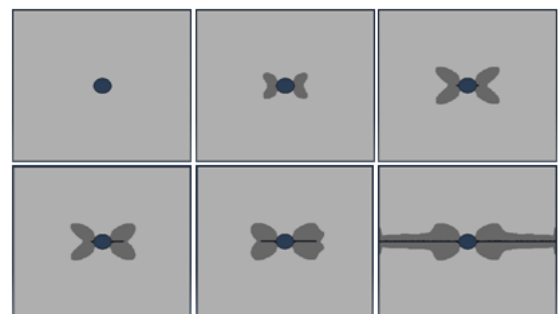


Рис. 5. Результаты расчета эволюции процесса деформирования и разрушения пластины

Fig. 5. Calculation results of plate deformation and destruction evolution

Рассмотрим эпюру напряжений σ_{22} вдоль горизонтальной оси симметрии, изображенную на рис. 6. На ней можно выделить несколько характерных точек: 1 – точка, где полностью реализована закритическая стадия

деформирования материала; 2 – точка, соответствующая частичной реализации закритической стадии; 3 – точка, соответствующая пределу прочности материала; 4 – точка, соответствующая пределу прочности материала; 5 – точка в области линейного упрочнения; 6 – точка, соответствующая границе пластической зоны (предел текучести); 6 – точка в упругой области. Из данного рисунка видно, каким образом реализуется диаграмма деформирования с учетом закритической стадии при данном нагружении.

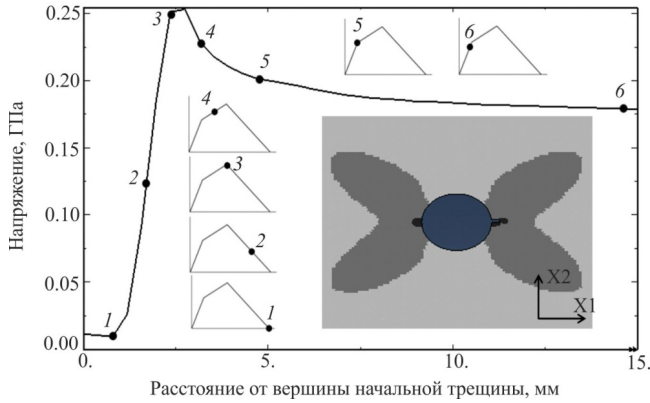


Рис. 6. Эпюра напряжений σ_{22} с соответствующими точками на диаграмме деформирования материала

Fig. 6. Stress diagram σ_{22} with corresponding points on the material deformation diagram

Отмечено, что с уменьшением модуля разупрочнения происходит увеличение максимальной расчетной нагрузки, выдерживаемой конструкцией, система позже теряет устойчивость. Конструкция способна к увеличению прикладываемой внешней нагрузки даже при развитии зон закритического деформирования. Для диаграммы деформирования 1 увеличение нагрузки составило 2,1 % относительно расчета без учета закритической стадии деформирования. Следовательно, ее учет рационален для уточнения несущей способности конструкций.

4. Моделирование процесса деформирования пластины с концентратором напряжений при использовании реальных диаграмм деформирования

Рассмотрим процесс деформирования образца (геометрия изображена на рис. 7, толщина пластины 3 мм) из стали 20. Диаграмма деформирования материала приведена на рис. 8, на ней обозначены точки, по которым строится кусочно-линейная аппроксимация диаграммы деформирования, которая будет использована в численном анализе. Было принято, что по достижении последней точки из указанных на диаграмме он продолжает нести маленькую нагрузку.

К торцу (аналогично предыдущим задачам) прикладывалось перемещение 10 мм за условную единицу времени. Эволюция процесса деформирования пластины изображена на рис. 9.

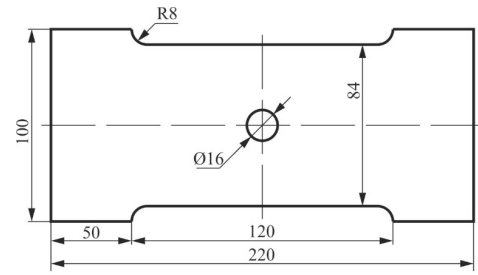


Рис. 7. Геометрия образца

Fig. 7. The sample's geometry

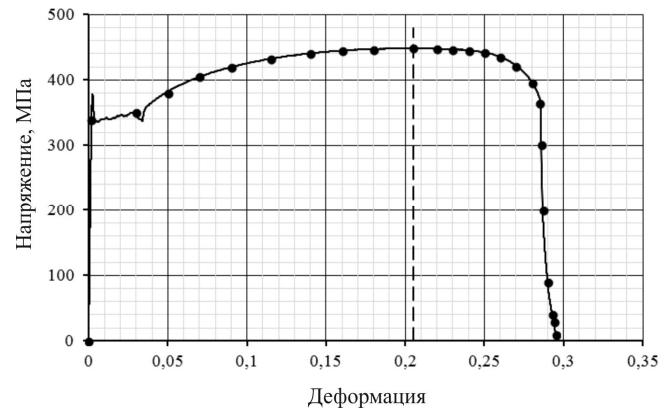


Рис. 8. Диаграмма деформирования стали 20

Fig. 8. Steel 20 strain curve

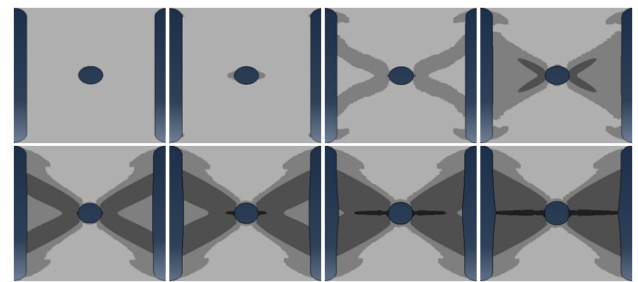


Рис. 9. Результаты расчета эволюции процесса деформирования пластины из стали 20 (светло-серый цвет – зона с начальным упрочнением, темно-серый цвет – зона с развитым упрочнением, черный цвет – зона разупрочнения)

Fig. 9. Calculation results of a 20 steel plate deformation evolution (the light gray color shows the zone with initial hardening, the dark gray color shows the zone with developed hardening, the black color shows the zone of softening)

Построена расчетная диаграмма нагружения (рис. 10), она качественно соответствует экспериментальной [21]. Видно, что учет закритической стадии деформирования в данном случае позволяет получить выигрыш 2 % по нагрузке и 20 % по перемещению.

Рассмотрим процесс деформирования прямоугольной пластины 10×20 мм с центральным эллиптическим концентратором (большая и малая полуоси 2,5 и 1,25 мм соответственно) из стали 40X. Диаграмма деформирования материала приведена на рис. 11, на ней обозначены точки, по которым строится кусочно-линейная аппроксимация диаграммы деформирования, которая будет использована в численном анализе.

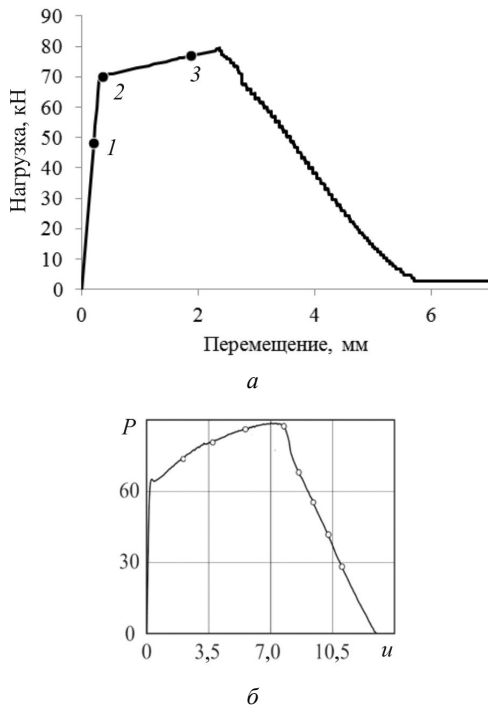


Рис. 10. *a* – Расчетная диаграмма нагружения: 1 – появление зоны с малым модулем упрочнения; 2 – появление зоны с большим модулем упрочнения; 3 – появление зоны посткритического деформирования; *b* – экспериментальная диаграмма нагружения

Fig. 10. Calculated loading diagram: 1) the appearance of a zone with a small hardening modulus; 2) the appearance of a zone with a large hardening modulus; 3) the appearance of a zone of postcritical deformation; *b* the experimental loading diagram

На диаграмме деформирования можно выделить следующие участки: упругий, упрочнения, начального разупрочнения и развитого разупрочнения.

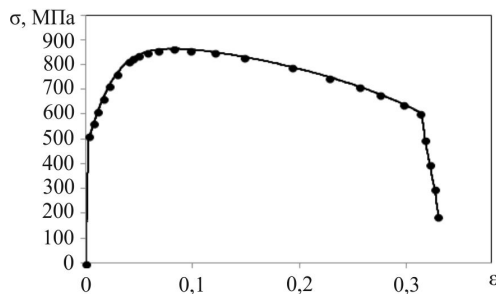


Рис. 11. Диаграмма деформирования стали 40Х; отмеченные точки заложены в модель

Fig. 11. Steel 40Cr4 deformation diagram; the marked points are embedded in the model

Результаты расчета эволюции процесса деформирования пластины изображены на рис. 12. Видно, как по мере деформирования появляется зона разупрочнения вблизи вершины концентратора. На расчетной диаграмме нагружения (рис. 13) видно, что рост нагрузки не останавливается после появления зоны разупрочнения; выигрыш по нагрузке составил 4,8 %, деформационный ресурс – 50,0 %. После достижения максимального значения нагрузки на образце наблюдается лока-

лизация деформаций в узкую полосу. На рис. 14, 15 изображены поля напряжений σ_{11} , σ_{22} , σ_{12} , σ_i вблизи вершины концентратора напряжений для момента максимальной расчетной нагрузки (точка *в* на рис. 13) и момента потери численного решения (точка *г* на рис. 13): видно, что по мере приближения к вершине концентратора происходит уменьшение эквивалентных напряжений в связи с реализацией закритической стадии деформирования. Аналогичные результаты были получены в работе [27].

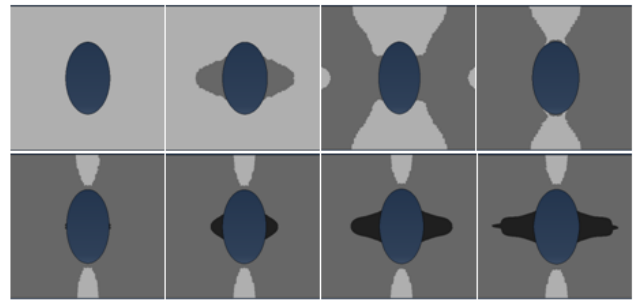


Рис. 12. Результаты расчета эволюции процесса деформирования пластины с эллиптическим концентратором из стали 40Х (светло-серый цвет – упругая область, серый цвет – зона упрочнения, темно-серый цвет – зона разупрочнения)

Fig. 12. Calculation results of the 40Cr4 steel plate with the elliptical concentrator deformation evolution (the light gray color shows the elastic area, the gray color shoes the hardening zone, the dark gray color shows the softening zone)

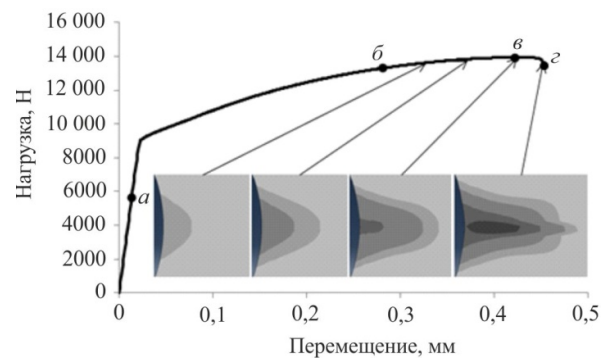


Рис. 13. Расчетная диаграмма нагружения: *a* – появление зоны упрочнения; *b* – появление зоны разупрочнения; *в* – точка с максимальной нагрузкой; *г* – точка срыва

Fig. 13. The calculated loading diagram: *a*) the appearance of a hardening zone; *b*) the appearance of a zone of softening; *c*) the point with a maximum load, *d*) the point of failure

Аналогичные задачи были решены для концентраторов напряжений иной геометрии: эллиптического, круглого, узкого прямоугольного, широкого прямоугольного, ромбовидного. Зоны закритического деформирования для максимального значения расчетной нагрузки приведены на рис. 16. Значения выигрышей по нагрузке и перемещению приведены в таблице. Видно, что учет закритической стадии деформирования позволяет выявить значительные прочностные и деформационные ресурсы конструкций с концентраторами напряжений.

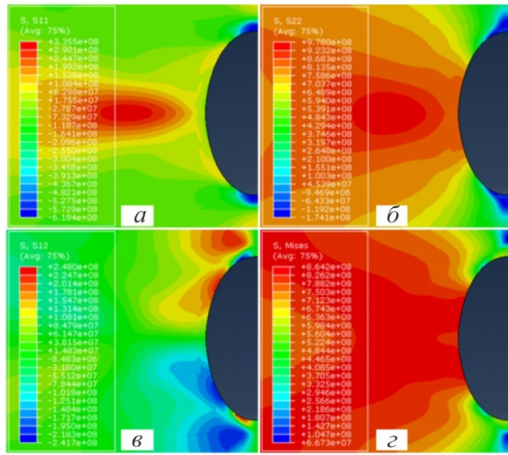


Рис. 14. Поля напряжений у вершины концентратора для точки с максимальной нагрузкой: $a - \sigma_{11}$; $b - \sigma_{22}$; $c - \sigma_{12}$; $d - \sigma_7$

Fig. 14. Fields of stresses near the top of the concentrator for the point with the maximum load: $a - \sigma_{11}$; $b - \sigma_{22}$; $c - \sigma_{12}$; $d - \sigma_7$

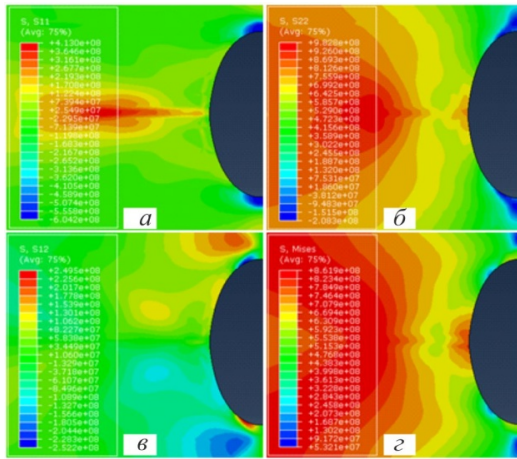


Рис. 15. Поля напряжений у вершины концентратора для точки срыва: $a - \sigma_{11}$; $b - \sigma_{22}$; $c - \sigma_{12}$; $d - \sigma_7$

Fig. 15. Fields of stresses near the top of the concentrator for the point of failure: $a - \sigma_{11}$; $b - \sigma_{22}$; $c - \sigma_{12}$; $d - \sigma_7$

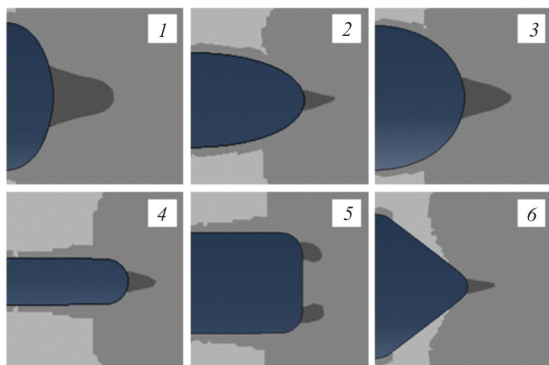


Рис. 16. Зона разупрочнения для разных концентраторов: 1, 2 – эллиптические; 3 – круглый; 4 – узкий прямоугольный; 5 – широкий прямоугольный; 6 – ромбовидный

Fig. 16. The softening zone for different concentrators: 1, 2) elliptical; 3) round; 4) narrow rectangular; 5) wide rectangular; 6) diamond-shaped

Выигрыши по нагрузке и перемещению для концентраторов разной геометрии

Номер концентратора	Выигрыш по нагрузке, %	Выигрыш по перемещению, %
1	4,8	50,0
2	10,8	75,8
3	7,6	59,4
4	12,1	92,3
5	10,7	75,3
6	11,0	85,0

Заключение

В работе получены новые численные решения задач о деформировании пластин с концентраторами напряжений различной геометрии. Рассмотрены двухзвенная и трехзвенная аппроксимации диаграммы деформирования, а также реальные диаграммы деформирования стали 20 и стали 40X. Изучена эволюция процесса деформирования пластины с выявлением зон закритического деформирования материала. Построены расчетные диаграммы нагружения. Выявлены значительные прочностные и деформационные ресурсы при учете закритической стадии деформирования материала. Из всего вышеизложенного можно сделать вывод, что учет стадии разупрочнения материала целесообразен при проведении расчетов конструкций с концентраторами напряжений различной геометрии.

Благодарность

Экспериментальные исследования в рамках описания механического поведения различных сталей на закритической стадии деформирования проводились в рамках Государственного задания Министерства науки и высшего образования Российской Федерации (№ ФСНМ-2020-0027). Экспериментальные исследования проведены с использованием УНУ «Комплекс испытательного и диагностического оборудования для исследования свойств конструкционных и функциональных материалов при сложных термомеханических воздействиях» ПНИПУ, модернизация которой осуществлялась при финансовой поддержке Минобрнауки России, Уникальный идентификатор проекта RFMEFI61920X0017.

Acknowledgements

The experimental studies in the framework of the description of the mechanical behavior of different steels at the stage of postcritical deformation were conducted within the State Assignment of the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation (№ FSNM-2020-0027). Experimental studies were carried out using the large-scale research facilities “Complex of testing and diagnostic equipment for studying properties of structural and functional materials under complex thermomechanical loading” PNRPU modernized with funds by the Ministry of Science and Higher Education of the Russian Federation, Unique project identifier RFMEFI61920X0017.

Библиографический список

1. Основы экспериментальной механики разрушения / И.М. Керштейн [и др.] – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1989. – 140 с.
2. Ломакин Е.В. Кручение цилиндрических тел с изменяющимися деформационными свойствами // МТТ. – 2008. – № 3. – С. 217–226.
3. Bažant Z.P. Size effect on strength and lifetime probability distribution of quasibrittle structures // *Sadhana*. – 2012. – Vol. 37, iss. 1. – P. 17–31.
4. Yu Q., Bazant Z.P. Shear strength of reinforced concrete beams: Size effect and its fracture-mechanics basis // *American Concrete Institute, ACI Special Publication*. – Vol. 2015. – January. – Iss. SP 300. – P. 143–174.
5. Никитин Л.В. Закритическое поведение разупрочняющегося материала // Докл. АН. – 1995. – Т. 342, № 4. – С. 487–490.
6. Effect of complex combined loading mode on the fracture toughness of titanium alloys / M.G. Chausov, P.O. Maruschak, V. Hutsaylyuk, L. Śniezek, A.P. Pylypenko // *Vacuum*. – 2018. – Vol. 147. – P. 51–57.
7. Tsvetkov A.B., Pavlova L.D., Fryanov V.N. Construction of the approximant of complete diagram for rock deformation // *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*. – 2016. – Vol. 45, iss. 1.
8. Struzhanov V.V., Korin A.V. The stability of the deformation of one of the farm with the softening of the material elements // *CEUR Workshop Proceedings*. – 2016. – Vol. 1825. – P. 180–187.
9. Савицкий Ф.С., Вандышев Б.А. Жесткость испытательных машин и ее влияние на спадающий участок диаграммы растяжения и изгиба // *Заводская лаборатория*. – 1956. – Т. 22. – С. 717–721.
10. Линьков А.М. Об условиях устойчивости в механике разрушения // Докл. АН СССР. – 1977. – Т. 233, № 1. – С. 45–48.
11. Вильдеман В.Э., Соколкин Ю.В., Ташкинов А.А. Механика неупругого деформирования и разрушения композиционных материалов / под ред. Ю.В. Соколкина. – М.: Наука: Физматлит, 1997. – 288 с.
12. Вильдеман В.Э. О решениях упругопластических задач с граничными условиями контактного типа для тел с зонами разупрочнения // *ПММ*. – 1998. – Т. 62, № 2. – С. 304–312.
13. Волков С.Д., Дубровина Г.И., Соковнин Ю.П. Устойчивость сопротивления материала в механике разрушения // *Проблемы прочности*. – 1978. – № 6. – С. 65–69.
14. Экспериментальные функции сопротивления легированной стали при растяжении и кручении / С.Д. Волков [и др.] // *Проблемы прочности*. – 1979. – № 1. – С. 3–6.
15. Лебедев А.А., Чаусов Н.Г. Установка для построения полностью равновесных диаграмм деформирования // *Проблемы прочности*. – 1981. – № 12. – С. 104–106.
16. Лебедев А.А., Чаусов Н.Г., Евещкий Ю.Л. Методика построения полных диаграмм деформирования листовых материалов // *Проблемы прочности*. – 1986. – № 9. – С. 29–32.
17. Setup for testing materials with plotting complete stress-strain diagrams / N.G. Chausov, D.G. Vojtyuk, A.P. Pilipenko, A.M. Kuz'menko // *Problemy Prochnosti*. – 2004. – Iss. 5. – P. 117–123.
18. Chausov N.G. Full deformation diagram as source of information about accumulation of damages and material crack resistance // *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika materialov*. – 2004. – Vol. 70, iss. 7. – P. 42–49.
19. Вильдеман В.Э., Третьяков М.П. Экспериментальное изучение закритического деформирования и разрушения сталей при высоких температурах // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2019. – № 1.
20. Бородулина Т.П. Применение цифровой оптической системы VIC-3D для определения жесткости нагружающей системы универсальной испытательной машины ZwickZ100 // *Молодежный научно-технический вестник*. – 2016. – № 10. – С. 20.
21. Экспериментальные исследования закритического деформирования и разрушения конструкционных материалов / В.Э. Вильдеман, Е.В. Ломакин, М.П. Третьяков, Т.В. Третьякова, Д.С. Лобанов. – Пермь: Изд-во ПНИПУ, 2018. – 156 с.
22. Ибрагимов В.А., Клюшников В.Д. Некоторые задачи для сред с падающей диаграммой // *Механика твердого тела*. – 1971. – № 4 – С. 116–121.
23. Никитин Л.В., Рыжак Е.И. Закономерности разрушения горной породы с внутренним трением и дилатансией // *Изв. АН СССР. Физика Земли*. – 1977. – № 5. – С. 22.
24. Волков С.Д., Дубровина Г.И., Соковнин Ю.П. О краевой задаче механики разрушения // *Проблемы прочности*. – 1978. – № 1. – С. 3–7.
25. Стружанов В.В. О разрушении диска с центральной ослабленной зоной // *Изв. АН СССР. МТТ*. – 1986. – № 1. – С. 135–141.
26. Вильдеман В.Э., Мугатаров А.И. Задача о кручении цилиндрического тела с учетом разупрочнения // *Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика*. – 2019. – № 4. – С. 29–36.
27. Радченко В.П., Горбунов С.В. Метод решения краевой упругопластической задачи о растяжении полосы с концентраторами напряжений с учетом локальных областей пластического разупрочнения материала // *Вестн. Самар. гос. техн. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки*. – 2014. – № 4. – С. 98–110.
28. Радченко В.П., Горбунов С.В. Численное решение плоской краевой задачи закритического упругопластического деформирования полосы с концентраторами напряжений // *Математическое моделирование и краевые задачи*. – 2016. – С. 178–182.
29. Феклистова Е.В., Вильдеман В.Э. Моделирование процессов закритического деформирования и разрушения тел с концентраторами различной геометрии // *Механика, ресурс и диагностика материалов и конструкций*. – 2018. – С. 413
30. Феклистова Е.В. Численное исследование процессов деформирования и разрушения тел с концентраторами напряжений на стадии закритического деформирования // *Аэрокосмическая техника, высокие технологии и инновации*. – 2017. – Т. 1. – С. 283–285.
31. Ильющин А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. – М: Изд-во ОГИЗ, 1948. – 376 с.

References

1. Kershtejn I.M., Klyushnikov V.D., Lomakin E.V. Osnovy ehksperimental'noj mekhaniki razrusheniya [Fundamentals of experimental fracture mechanics]. *Moscow, Izd-vo Mosk. un-ta*, 1989, 140 p.
2. E.V. Lomakin. Torsion of cylindrical bodies with varying strain properties. *Mechanics of Solids*, 2008, vol. 43, iss. 3, pp. 502-511.
3. Bažant Z.P. Size effect on strength and lifetime probability distribution of quasibrittle structures. *Sadhana*. 2012, vol. 37, iss. 1, pp. 17-31.
4. Yu, Q., Bazant, Z.P. Shear strength of reinforced concrete beams: Size effect and its fracture-mechanics basis. *American Concrete Institute, ACI Special Publication*, 2015, vol. 2015-January, iss. SP 300, pp. 143-174.

5. Nikitin L.V. Zakriticheskoe povedenie razuprochnyayushchegosya materiala [Postcritical behavior of softening material]. *Dokl. AN*, 1995, vol. 342, no. 4, pp. 487-490.
6. Chausov M.G., Maruschak P.O., Hutsaylyuk V., Śnieżek L., Pylypenko A.P. Effect of complex combined loading mode on the fracture toughness of titanium alloys. *Vacuum*, 2018, vol. 147, pp. 51-57.
7. Tsvetkov, A.B., Pavlova, L.D., Fryanov, V.N. Construction of the approximant of complete diagram for rock deformation. *IOP Conference Series: Earth and Environmental Science*, 2016, vol. 45, iss. 1.
8. Struzhanov, V.V., Korkin, A.V. The stability of the deformation of one of the farm with the softening of the material elements. *CEUR Workshop Proceedings*, 2016, vol. 1825, 2016, pp.180-187.
9. Savitskiy F. S., Vandyshev B. A. Zhestkost ispytatelnykh mashin i eye vliyaniye na spadayushchiy uchastok diagrammy rastyazheniya i izgiba [idity of testing machines and its influence on the falling section of the stretching and bending diagram]. *Zavodskaya laboratoriya*, 1956, vol. 22, pp. 717-721.
10. Lin'kov A.M. Ob usloviyah ustojchivosti v mekhanike razrusheniya [On stability conditions in fracture mechanics]. *Dokl. AN SSSR*, 1977, vol. 233, no. 1, pp. 45-48.
11. Wildemann V.E., Sokolkin Y.V., Tashkinov A.A. Mekhanika neuprugogo deformirovaniya i razrusheniya kompozitsionnykh materialov [The mechanics of inelastic deformation and fracture of composite materials]. *Moscow, Nauka. Fizmatlit*, 1997, 288 p.
12. Wildemann V.E. O resheniyakh uprugoplasticheskikh zadach s granichnymi usloviyami kontaktnogo tipa dlya tel s zonami razuprochneniya. *PMM*, 1998, vol. 62, no. 2, pp. 304-312.
13. Volkov, S.D., Dubrovina, G.I., Sokovnin, Y.P. A theory of the resistance to failure of technical materials. *Strength of materials*, 1978, vol. 10, iss. 2, pp. 121-125.
14. Volkov S.D., Gus'kov Y.P., Krivospickaya V.I. Eksperimental'nye funktsii soprotivleniya legirovannoy stali pri rastyazhenii i krucheni [Experimental functions of tensile and torsional resistance of alloy steel]. *Problemy prochnosti*, 1979, no. 1, pp. 3-6.
15. Lebedev, A.A., Chausov, N.G. Equipment for testing of materials with the recording of completely equilibrium deformation diagrams. *Strength of Materials*, 1981, vol. 13, iss. 12, pp. 1549-1551.
16. Lebedev A.A., Chausov N.G., Eveckii Y.L. Method for Constructing Complete Diagrams of Deformation of Sheet Materials [Methodology for constructing complete deformation diagrams of sheet materials]. *Problemy prochnosti*, 1986, iss. 9, 1986, pp. 29-32.
17. Chausov N.G., Vojtyuk D.G., Pilipenko A.P., Kuz'menko A.M. Setup for testing materials with plotting complete stress-strain diagrams. *Problemy Prochnosti*. 2004, iss. 5, pp. 117-123.
18. Chausov, N.G. Full deformation diagram as source of information about accumulation of damages and material crack resistance. *Zavodskaya Laboratoriya. Diagnostika materialov*, 2004, vol. 70, iss.7, pp. 42-49.
19. Wildemann V.E., Tretyakov M.P. Experimental study of postcritical deformation and failure of steels at high temperature. *PNRPU Mechanics Bulletin*, 2019, no. 1, pp. 27-37.
20. Borodulina T. P. Primeneniye tsifrovoy opticheskoy sistemy VIC-3D dlya opredeleniya zhestkosti nagruzhayushchey sistemy universalnoy ispytatelnoy mashiny ZwickZ100 [Application of the digital optical system VIC-3D to determine the stiffness of the loading system of the universal testing machine ZwickZ100]. *Molodezhnyy nauchno-tekhnicheskyy vestnik*, 2016, no. 10, pp. 20.
21. Wildemann V.E., Lomakin E.V., Tretyakov M.P., Tretyakova T.V., Lobanov D.S. Eksperimentalnyye issledovaniya zakriticheskogo deformirovaniya i razrusheniya konstruksionnykh materialov [Experimental studies of postcritical deformation and fracture of structural materials]. *Perm, Izd-vo PNIPU*, 2018, 156 p.
22. Ibragimov V.A., Klyushnikov V.D. Nekotorye zadachi dlya sred s padayushchey diagrammoj [Some tasks for falling chart environments]. *Mekhanika tverdogo tela*, 1971, no. 4, pp. 116-121.
23. Nikitin L.V., Ryzhak E.I. Zakonomernosti razrusheniya gornoy porody s vnutrennim treniem i dilatatsiej [Patterns of rock destruction with internal friction and dilatancy]. *Izvestiya AN SSSR. Fizika Zemli*, 1977, no. 5, pp. 22.
24. Volkov, S.D., Dubrovina, G.I., Sokovnin, Y.P. Boundary Problem of Fracture Mechanics. *Problemy prochnosti*, 1978, iss. 1, pp. 3-7.
25. Struzhanov V.V. Fracture of a disk with a weakened central zone. *Mechanics of Solids*, 1986, vol. 21, iss. 1, pp. 140-146.
26. Wildemann V.E., Mugaratov A.I. The torsion problem of a cylindrical solid taking into account the material weakening. *PNRPU Mechanics Bulletin*. 2019, no. 4, pp. 29-36.
27. Radchenko V.P., Gorbunov S.V. Metod resheniya kraevoy uprugoplasticheskoy zadachi o rastyazhenii polosy s koncentratorami napryazhenij s uchetom lokal'nyh oblastej plasticheskogo razuprochneniya materiala [A method for solving the boundary elastic-plastic problem of stretching a strip with stress concentrators taking into account local areas of plastic softening of the material]. *Vestn. SamGTU. Ser. Fiz.-mat. nauki*. 2014, no. 4, pp. 98-110.
28. Radchenko V.P., Gorbunov S.V. Chislennoye resheniye ploskoy kraevoy zadachi zakriticheskogo uprugoplasticheskogo deformirovaniya polosy s kontsentratorami napryazhenij [Numerical solution of a plane boundary value problem of supercritical elastoplastic deformation of a strip with stress concentrators]. *Matematicheskoye modelirovaniye i krayevyye zadachi*, 2016, pp. 178-182.
29. Feklistova E.V., Wildemann V.E. Modelirovaniye protsessov zakriticheskogo deformirovaniya i razrusheniya tel s kontsentratorami razlichnoy geometrii [Modeling the processes of supercritical deformation and fracture of bodies with concentrators of various geometry]. *Mekhanika. resurs i diagnostika materialov i konstruksiy*, 2018, pp. 413
30. Feklistova E.V. Chislennoye issledovaniye protsessov deformirovaniya i razrusheniya tel s kontsentratorami napryazhenij na stadii zakriticheskogo deformirovaniya [Numerical study of the processes of deformation and destruction of bodies with stress concentrators at the stage of supercritical deformation]. *Aerokosmicheskaya tekhnika. vysokie tekhnologii i innovatsii*, 2017, vol. 1, pp. 283-285.
31. Ilyushin A.A. Plastichnost. Ch.1. Uprugoplasticheskiye deformatsii [Plastic. Part 1. Elastoplastic deformations]. *Moscow, Izd-vo OGIz*, 1948, 376 p.