



ВЕСТНИК ПНИПУ. МЕХАНИКА

№ 3, 2020

PNRPU MECHANICS BULLETIN

<https://ered.pstu.ru/index.php/mechanics/index>



DOI: 10.15593/perm.mech/2020.3.06

УДК 539.4.015.1

## СТРУКТУРНЫЙ КРИТЕРИЙ ПРОЧНОСТИ ПРОСТРАНСТВЕННО АРМИРОВАННЫХ УГЛЕРОД-УГЛЕРОДНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ

**И.В. Магнитский**

АО «Композит», Королев, Московская область, Россия

### О СТАТЬЕ

Получена: 30 июля 2020 г.  
Принята: 29 сентября 2020 г.  
Опубликована: 09 ноября 2020 г.

#### Ключевые слова:

углерод-углеродный композиционный материал, критерий прочности, предел пропорциональности, разрушение, структурная модель, предельная поверхность, осреднение.

### АННОТАЦИЯ

В работе сформулирован структурный критерий прочности углерод-углеродных материалов со схемой армирования 4ДЛ. В этой схеме волокнистый наполнитель состоит из четырех семейств элементов, три из которых располагаются в параллельных плоскостях под углами  $120^\circ$  друг к другу, а четвертое – перпендикулярно им. Рассматривалось первое разрушение материала, соответствующее его пределу пропорциональности, т.е. моменту, когда один из компонентов композита начинает отклоняться от линейно-упругого поведения. Композиционный материал считался структурно-неоднородным, состоящим из матрицы и армирующих элементов – стержней. Стержни, в свою очередь, представляли собой однонаправленный композит. Для исследования напряженно-деформированного состояния отдельных компонентов материала была построена его трехуровневая упругая модель, использующая на микроуровне аналитический подход, а на высоких уровнях – метод конечных элементов. Для проведения численных расчетов была выделена структурная ячейка материала. Граничные условия обеспечивали пренебрежимо малое влияние краевых эффектов, что имитировало поведение массива материала. Для компонентов материала были введены локальные критерии прочности, причем поля критериальных величин осреднялись по объему структурной ячейки. Получена поверхность прочности материала, соответствующая его первому разрушению, сделан вывод об удовлетворительном соответствии разработанного критерия имеющимся данным о характеристиках типичного углерод-углеродного композита. На основе расчетных зависимостей пределов пропорциональности материала от направления нагружения предложена схема идентификации параметров построенной модели, основанная на анализе характера разрушения материала при стандартных испытаниях на растяжение и сжатие. Приведены оценки отклонения результатов расчета по предложенному критерию от таковых при использовании критерия максимальных напряжений для двухосных напряженных состояний. Показано, что разница может достигать десятков процентов, причем в ряде случаев прочность материала возрастает по сравнению с одноосным напряженным состоянием. Результаты работы подлежат экспериментальной апробации с целью верификации модели на современных пространственно армированных углерод-углеродных композиционных материалах.

© ПНИПУ

© Магнитский Илья Владимирович – к.т.н., e-mail: [soleylju@gmail.com](mailto:soleylju@gmail.com), [iD: 0000-0001-6956-4347](https://orcid.org/0000-0001-6956-4347)

Ilya V. Magnitsky – CSc in Technical Sciences, e-mail: [soleylju@gmail.com](mailto:soleylju@gmail.com), [iD: 0000-0001-6956-4347](https://orcid.org/0000-0001-6956-4347)



Эта статья доступна в соответствии с условиями лицензии Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)

This work is licensed under a Creative Commons Attribution-NonCommercial 4.0 International License (CC BY-NC 4.0)



# STRUCTURAL FAILURE CRITERION FOR SPATIALLY-REINFORCED CARBON-CARBON COMPOSITE MATERIALS

I.V. Magnitsky

Joint-Stock Company “Kompozit”, Korolyov, Moscow Region, Russian Federation

## ARTICLE INFO

Received: 30 July 2020  
Accepted: 29 September 2020  
Published: 09 November 2020

### Keywords:

carbon-carbon composite material, failure criterion, yield stress, fracture, structural model, strength surface, homogenization.

## ABSTRACT

This paper defines the structural strength criterion for 4DL-reinforced carbon-carbon materials. For this scheme, fiber reinforcement consists of four groups of reinforcing elements, three of them are located in parallel planes with the angles of  $120^\circ$  between them and the fourth one is normal to them. The paper addresses the first failure of the material corresponding to its yield stress, in this point, one of the material components deviates from linear elastic behavior. A composite material is considered to be non-uniform structurally and consists of a matrix and reinforcing elements, rods. Those rods, in their turn, represent a unidirectional composite. To analyze the stress-strain state of individual components of the material, a three-level elastic model is built that uses the analytic approach at the micro level, while at higher levels it uses the finite element method. For numerical calculations, a structural cell of the material is taken. The boundary conditions provide small to negligible influence of the edge effects, thus simulating the behavior of the infinite volume of the material. For the material components, local strength criteria are introduced, where the fields of the criterion quantities are averaged over the volume of the structural cell. The strength surface of the material that corresponds to its first failure is obtained, and the conclusion is made that the suggested criterion provides a reasonable agreement with the available data on the typical carbon-carbon composite characteristics. Based on the calculated dependencies of the material's yield stress on the load direction, a procedure is suggested to identify the model parameters based on the material failure behavior analysis using standard tensile and compressive tests. Estimated discrepancies between the results calculated using the suggested criterion and those obtained using the limiting stress criterion for biaxial stress states are given. It is shown that the discrepancy may reach tens of percent and in some cases the material strength increases in comparison with that in the uniaxial stress state. The results are subject to verification tests in order to verify the model for advanced spatially reinforced carbon-carbon composite materials.

© PNRPU

## Введение

В настоящее время имеет место тенденция все более широкого применения при производстве летательных аппаратов углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ). Важной особенностью данного класса композитов является значительная доля материалов с пространственными схемами армирования, в том числе 4ДЛ [1]. В последнем случае волокнистый наполнитель состоит из четырех семейств элементов, три из которых располагаются в параллельных плоскостях под углами  $120^\circ$  друг к другу, а четвертое – перпендикулярно им.

При проведении расчетов конструкций из композиционных материалов важную роль играет выбор критерия их прочности. К настоящему моменту для объектов из композитов применяются феноменологические и структурные критерии прочности.

Феноменологические критерии основаны на экспериментальных данных и в общем случае записываются в виде равенства [2, 3]

$$\Phi(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}, \lambda_i) = 0, \quad (1)$$

где  $\Phi$  – некоторая функция от компонентов тензоров напряжений  $\sigma_{ij}$ , деформаций  $\varepsilon_{ij}$  и набора параметров  $\lambda_i$ , которые могут включать в себя температуру,

скорости изменения деформаций и другие величины. Построение таких критериев для конкретных марок композитов, например рассмотренных в [4–10], остается актуальным, особенно для слоистых армированных пластиков. Существование простого аналитического выражения критерия позволяет его использовать, например, в задачах оптимизации структуры [11] и других практических расчетах конструкций из композитов. В силу своей природы феноменологические критерии хорошо описывают предельное состояние материала, однако имеют ряд недостатков, ограничивающих область их применимости. Так, для достоверного определения функции  $\Phi$  необходимо иметь большой объем экспериментальных данных, в том числе описывающих прочность материала при сложных напряженных состояниях, что может быть проблематично в случае пространственно армированных композитов. Так, необходимо заметить, что практически все работы, связанные с такого рода критериями, рассматривают именно двумерно армированные материалы. Особенно отчетливо это прослеживается в проведенных международных исследованиях WWFE I-III [12], где многочисленным группам ученых предлагалось разработать критерии прочности для слоистых армированных пластмасс. Результаты, полученные в ходе этих исследований, свидетельствуют об удовлетворительной применимости феноменологических критериев для описания поведения

таких материалов. Вместе с тем из приведенных данных можно сделать вывод о необходимости специального подбора вида критерия по каждому отдельному композиту. Кроме того, к качеству используемых экспериментальных данных, как правило, предъявляются весьма жесткие требования. В частности, важным фактором является учет краевых эффектов на испытываемых образцах материала [13], наличие которых может существенно исказить форму критерия (1) и, как следствие, снизить точность проводимых расчетов. Также следует отметить, что функция  $\Phi$  в этом случае описывает критическое состояние конкретного материала, и даже при незначительных изменениях его структуры может потребоваться повторение всех работ по формированию критерия прочности.

С развитием численных методов и ростом доступных вычислительных мощностей все большее распространение приобретают структурные критерии прочности, которые опираются на представление о поведении материала с учетом его внутренней неоднородности [14–20]. Структурный подход позволяет проводить в том числе и проектные расчеты композитов, а также оценивать влияние краевых эффектов и других источников погрешности экспериментальных данных исходя из физических соображений, тем самым имеет преимущества при описании критического состояния композитов по сравнению с феноменологическим. В формулировке такого рода критериев рассматриваются несколько различных видов разрушения и связанных с ними критерияльных зависимостей (1). Выбор видов разрушения основывается на экспериментальных данных и представлениях о распределении внешней нагрузки по компонентам материала. Большая часть таких моделей касается прежде всего простейших схем армирования, например, однонаправленного композита [19, 21], однако встречаются и более сложные, в том числе пространственные [15, 17], схемы. Для описания локальных напряжений в компонентах их упругие характеристики могут входить в аналитические формулы отдельных частей критерия непосредственно [22], в ряде же случаев используются численные, например конечно-элементные, модели ячеек периодичности композитов [15]. В зависимости от вида материала может рассматриваться как мезоуровень [23], так и микроуровень [24–26] структурной модели либо предлагаться унифицированный метод [27].

На структурном подходе, как правило, базируются и модели закритического поведения композитов [21, 28–30]. Он позволяет, с одной стороны, оценить влияние тех или иных механизмов разрушения на работоспособность материала в заданных условиях, а с другой – определить степень влияния полного или частичного разрушения отдельных компонентов на жесткость композита, а следовательно, построить диаграмму его деформирования. Феноменологические модели поведения композиционных материалов после первого разрушения сравнительно редки [10].

Регулярные пространственные схемы армирования в литературных источниках рассматриваются редко, причем в этих случаях исследуются простейшие из них [17] и часто на сильно упрощенной геометрии ячейки периодичности [15]. При этом ясно, что для получения физически обоснованной формулировки критерия прочности необходимо рассмотреть многоуровневую модель материала со сложной системой армирования [31], например, учитывать, что материал в целом состоит из матрицы и армирующих элементов мезоуровня, а последние, в свою очередь, состоят из матрицы мезоуровня и филаментов волокон [17].

Следует заметить, что практически отсутствуют работы, связанные с получением критериев прочности углерод-углеродных композиционных материалов (УУКМ). В большинстве случаев авторы опираются на экспериментальные результаты, полученные на образцах армированных пластмасс. Наиболее полно вопрос формирования критерия разрушения УУКМ рассмотрен в работе [31], где построены прочностные модели слоистых материалов и ортогонально армированного 3Д УУКМ и отмечена неполнота исходных данных о свойствах материалов. Вопрос достоверного определения эффективных прочностных характеристик компонентов, необходимых для проведенного численного моделирования, подробно не исследовался.

Таким образом, можно заключить, что задача разработки критериев прочности пространственно армированных композиционных материалов вообще и УУКМ в особенности не решена. Наиболее перспективным направлением представляются структурные критерии, позволяющие проводить прогнозирование характеристик композита. Ввиду того обстоятельства, что в ходе технологического процесса производства материала характеристики его компонентов существенно меняются, особое внимание целесообразно уделить процедуре определения их эффективных свойств в материале. Исходя из сказанного целью настоящей работы является построение структурного критерия прочности УУКМ со схемой армирования 4ДЛ. При этом рассматриваться будет не конкретный материал, а общие закономерности, характерные для этого класса композитов. Данные о характеристиках компонентов, использованные в статье, следует рассматривать как модельные, характерные для подобных композитов, но не связанные с конкретной маркой материала.

## 1. Постановка задачи

Для описания механического поведения материала при нагружении построим его трехуровневую модель. Макроскопический объем материала представим в виде массива ячеек, одна из которых изображена на рис. 1. Там же показана применяемая система координат. Мезоуровень образует единичная ячейка, которая состоит из четырех семейств стержней: направленных вдоль оси  $X$  (далее – стержни  $x$ ), под углом  $\pm 60^\circ$  к ней (стерж-

ни  $y_1$  и  $y_2$ ) и вдоль оси  $Z$  (стержни  $z$ ), и матрицы. В свою очередь на микроуровне стержни также будем рассматривать неоднородными, состоящими из отдельных углеродных филаментов – единичных нитей, образующих жгут, и матрицы, характеристики которой совпадают с таковыми матрицы мезоуровня. Таким образом, стержни фактически представляют собой однонаправленный композиционный материал. Некруглое поперечное сечение стержней соответствует их форме в реальных материалах.

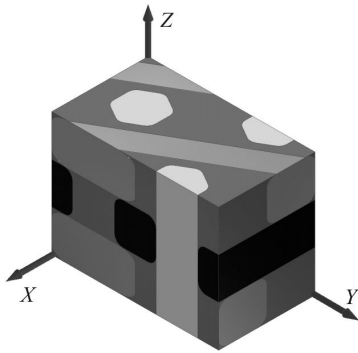


Рис. 1. Структурная ячейка материала со схемой армирования 4ДЛ

Fig. 1. 4DL-reinforced material structural cell

Все компоненты материала будем считать линейно-упругими, причем матрицу – изотропной, а филаменты – трансверсально изотропными с осью симметрии свойств, совпадающей с их продольным направлением. Для удобства обозначим продольное направление стержня как  $\xi$ , а любые два перпендикулярные ему и составляющие вместе с ним правую декартову систему координат – как  $\eta$  и  $\zeta$ . Упругие характеристики филаментов и матрицы указаны в табл. 1 и соответствуют данным, приведенным в [32].

Таблица 1

Упругие характеристики филаментов и матрицы

Table 1

Filament and matrix elastic properties

Компонент	Характеристика	Значение
Филамент	Продольный модуль упругости, ГПа	269,8
	Поперечный модуль упругости, ГПа	4,45
	Модуль сдвига в продольной плоскости, ГПа	5,64
	Коэффициент Пуассона в продольной плоскости	0,05
	Коэффициент Пуассона в поперечной плоскости	0,25
Матрица	Модуль упругости, ГПа	2,59
	Коэффициент Пуассона	0,25

Контакт между компонентами примем идеальным.

Описанные выше допущения ограничивают настоящее исследование рассмотрением первого разрушения материала, соответствующего его пределу про-

порциональности. Моделирование закригического поведения композита в настоящей работе не рассматривается.

Упругую модель микроуровня для стержня будем строить на основе гипотез совместности в реализации, описанной в [33]. Кратко изложим ее основные положения. Пусть упругие свойства компонентов стержня – филаментов и матрицы – описываются матрицами податливости  $S_i$ . Здесь и далее  $i \in \{F, M\}$ , где индекс  $F$  относит величину к филаменту, а  $M$  – к матрице. Тогда векторы деформаций  $\epsilon_i$  и напряжений  $\sigma_i$  связаны законом Гука в виде

$$\epsilon_i = S_i \sigma_i. \tag{2}$$

Аналогично для стержня в целом действует соотношение

$$\bar{\epsilon} = \bar{S} \bar{\sigma}, \tag{3}$$

где  $\bar{\epsilon}$ ,  $\bar{\sigma}$  и  $\bar{S}$  – средние векторы деформаций и напряжений и матрица податливости стержня соответственно. Разделив векторы деформаций  $\epsilon_i$  и напряжений  $\sigma_i$  на две составляющие  $\epsilon'_i$ ,  $\epsilon''_i$  и соответствующие им  $\sigma'_i$ ,  $\sigma''_i$  таким образом, чтобы для частей с одним штрихом была верна гипотеза Рейсса, а с двумя – гипотеза Фойгта, будем иметь

$$\begin{cases} \bar{\epsilon}' = \sum_i \epsilon'_i \mu_i; \\ \bar{\sigma}' = \sigma'_i; \\ \bar{\epsilon}'' = \epsilon''_i; \\ \bar{\sigma}'' = \sum_i \sigma''_i \mu_i. \end{cases} \tag{4}$$

Здесь  $\mu_i$  – объемные доли компонентов стержня. С учетом разделения векторов деформаций и напряжений представим закон Гука (1) в блочном виде:

$$\begin{Bmatrix} \epsilon'_i \\ \epsilon''_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{1i} & S_{12i} \\ S_{12i}^T & S_{2i} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \sigma'_i \\ \sigma''_i \end{Bmatrix}. \tag{5}$$

Тогда для матрицы податливости стержня можно получить формулу [33]

$$\bar{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{N} + \mathbf{B}^T \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{B}^T \mathbf{G}^{-1} \\ \mathbf{G}^{-1} \mathbf{B} & \mathbf{G}^{-1} \end{bmatrix}. \tag{6}$$

Здесь

$$\begin{aligned} \mathbf{N} &= \sum_i (S_{1i} - S_{12i} S_{2i}^{-1} S_{12i}^T) \mu_i; \\ \mathbf{B} &= \sum_i S_{2i}^{-1} S_{12i}^T \mu_i; \\ \mathbf{G} &= \sum_i S_{2i}^{-1} \mu_i. \end{aligned} \tag{7}$$

Соотношение (6) связывает упругие свойства стержня с характеристиками его компонентов, что не-

обходимо для перехода к модели мезоуровня, описывающей ячейку материала. Для перехода от средних по стержню напряжений к соответствующим значениям для филаментов и матрицы можно воспользоваться формулами

$$\begin{aligned} \sigma'_i &= \bar{\sigma}'_i; \\ \sigma''_i &= \mathbf{S}_{2i}^{-1} \bar{\varepsilon}'' - \mathbf{S}_{2i}^{-1} \mathbf{S}_{12i}^T \bar{\sigma}'_i. \end{aligned} \quad (8)$$

Соотношения (6) и (8), составляющие модель мезоуровня для стержней, требуют введения гипотез Рейсса и Фойгта для каждого из компонентов векторов деформаций и напряжений исходя из априорных соотношений. Воспользуемся рекомендациями работы [33] и примем, что

$$\sigma'_i = \begin{Bmatrix} \sigma_{\eta} \\ \sigma_{\zeta} \\ \tau_{\eta\zeta} \end{Bmatrix}. \quad (9)$$

На мезоуровне применим численное моделирование с использованием метода конечных элементов. При этом будем считать, что минимальным рассматриваемым объемом материала является его ячейка, изображенная на рис. 1, и все силовые факторы, действующие в материале при нагружении, будем осреднять по ее объему либо по объему отдельных компонентов, входящих в нее. Таким образом, малоразмерные перегруженные области будут исключены из рассмотрения.

Поскольку рассмотрение конкретных экспериментальных данных выходит за рамки настоящей работы, будем считать объем материала бесконечным. Исходя из этого допущения, при построении мезомодели будем накладывать на ячейку граничные условия, реализующие в ней однородное деформированное состояние, описанные в [34]. Для уменьшения объема численных расчетов представим произвольное деформированное состояние ячейки как суперпозицию шести простейших: трех растяжений (сжатий) вдоль осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  и трех сдвигов в плоскостях  $XY$ ,  $YZ$  и  $XZ$ . Геометрические граничные условия, накладываемые на ячейку для реализации в ней растяжения вдоль оси  $X$ , можно записать в виде

$$X \in \{0, l_x\} \vee Y \in \{0, l_y\} \vee Z \in \{0, l_z\} \Rightarrow \begin{cases} u_x = eX; \\ u_y = u_z = 0, \end{cases} \quad (10)$$

где  $l_i$  и  $u_i$  – длина ячейки и перемещение в направлении  $i$ , а  $e$  – деформация в ячейке. Можно показать, что масштабные эффекты жесткости при такой постановке граничных условий отсутствуют. Для прочих простейших деформированных состояний граничные условия формулируются аналогично.

Напряжениями в компонентах, соответствующими отсутствию деформаций, пренебрежем.

Численные расчеты проводились в программном комплексе Ansys Workbench. В использованной конечно-элементной сетке преобладали элементы SOLID186.

Основным результатом численного расчета являлись осредненные по элементам поля компонентов вектора напряжений для простейших деформированных состояний. Для каждого из рассматриваемых ниже сложных напряженных (деформированных) состояний вычислялись соответствующие поля компонентов вектора напряжений как линейные комбинации шести полученных в ходе расчетов. Напряжения в стержнях осреднялись по их объемам и пересчитывались в напряжения в филаментах и матрице согласно формулам (8). В матрице мезоуровня сначала вычислялись поля критериальной функции напряжений, сформулированной ниже, а затем проводилось осреднение по объему.

В зависимости от вида напряженного состояния материал может иметь различные характеры разрушения. Первое разрушение может возникать в каждом из компонентов четырех семейств стержней и матрице мезоуровня. Таким образом, для матрицы выделяются пять напряженных состояний – по одному для каждого стержня и еще одно для матрицы мезоуровня, а для филаментов – четыре. Следует заметить, что разрушение может происходить по границе раздела компонентов, однако из-за допущения об идеальном контакте в упругих моделях этот вариант принципиально не отличается от разрушения матрицы, поэтому в дальнейшем он особо не рассматривается.

Сформулируем критерии разрушения компонентов материала. Их набор основывается на наблюдаемых в экспериментах видах разрушения материалов данного класса.

Филаменты волокон могут разрушиться от разрыва при продольном растяжении либо в результате потери устойчивости по местному характеру при продольном сжатии, а также от продольного сдвига с фрагментацией по поперечному сечению. Однако последний механизм вряд ли реализуется в материале, поскольку при значительных касательных напряжениях более вероятно разрушение границы раздела компонентов, что в соответствии с замечанием выше описывается поведением матрицы. Таким образом, для филамента локальное условие прочности можно записать в виде

$$\sigma_{F\zeta} \in [F^-, F^+], \quad (11)$$

где  $\sigma_{F\zeta}$  – продольные напряжения в филаментах, а  $F^-$  и  $F^+$  – соответствующие разрушающие значения напряжений при сжатии и растяжении. При выходе величины  $\sigma_{F\zeta}$  за пределы указанного отрезка происходит разрушение филаментов.

Матрица как изотропный материал может быть разрушена от сочетания факторов, набор которых зависит от ее физической природы. Поскольку на данном этапе исследования достоверно определить основные механизмы ее разрушения вряд ли возможно, предпочтительно использовать один из феноменологических критериев, учитывающих разницу в пределах прочности

при растяжении и сжатии, чего можно ожидать от углеродного материала. В настоящей работе был выбран критерий Писаренко – Лебедева [35]. Дополнительные исследования показывают, что при использовании других критериев, например критерия Кулона – Мора [36], основные получаемые результаты существенно не меняются. Тогда локальное условие прочности матрицы примет вид

$$\sigma_{eq}^{PL} = a\sigma_i + (1-a)\sigma_1 \leq F^{PL}, \quad (12)$$

где  $a \approx 0,25$  – отношение пределов прочности матрицы при растяжении и сжатии;  $\sigma_i$  и  $\sigma_1$  – интенсивность напряжений и первое главное напряжение в матрице;  $F^{PL}$  – разрушающее значение эквивалентных напряжений  $\sigma_{eq}^{PL}$ .

Совокупное выполнение неравенств (11) и (12) определяет условие прочности для композита в целом.

Величины  $F^-$ ,  $F^+$  и  $F^{PL}$ , описывающие прочность компонентов материала при выбранных критериях их прочности, должны определяться экспериментально. Ввиду сложности задачи их измерения в прямом эксперименте целесообразно использовать косвенные методы, например метод идентификации. Однако, поскольку без разработки собственно критерия постановка достоверного эксперимента затруднительна, оценим их значения с приемлемой для исследования общих закономерностей точностью на основе имеющихся в литературных источниках данных.

Величины  $F^-$ ,  $F^+$  можно определить исходя из типичной деформации при разрушении углеродных волокон и известного продольного модуля упругости филаментов, считая последние линейно-упругими до разрушения. Расчеты, основанные на данных, приведенных в [37], дают значения  $F^- = -1000$  МПа и  $F^+ = 700$  МПа. Значение  $F^{PL}$  может быть оценено как величина предела прочности при растяжении высокоплотных графитов. Анализ сведений из [38] позволяет принять  $F^{PL} = 10$  МПа.

Таким образом, описанные упругие модели микро- и мезоуровня в сочетании с условиями прочности компонентов композита позволяют определить, сохраняет ли последний прочность при том или ином напряженно-деформированном состоянии, т.е. формируют критерий прочности.

## 2. Результаты

Результатом моделирования является множество точек, лежащих на предельной поверхности материала в шестимерном пространстве напряжений. Поскольку их непосредственная визуализация и анализ затруднительны, рассмотрим ряд важных частных случаев.

Расчетные значения пределов пропорциональности материала при одноосных растяжениях и сжатиях вдоль его естественных осей, при которых диаграммы нагружения имеют выраженный линейный участок, приведены в табл. 2. Как видно из табл. 2, прогнозируемые зна-

чения в целом не противоречат имеющимся экспериментальным данным, полученным на модельном УУКМ. Данное обстоятельство дает основания полагать, что при выборе значений величин  $F^-$ ,  $F^+$  и  $F^{PL}$  грубых ошибок допущено не было. Вместе с тем исключение составляет сжатие по оси  $Y$ , где прогнозируемое значение предела пропорциональности существенно превышает наблюдаемое в эксперименте. Здесь необходимо заметить, что эти данные получены исходя из предположения об однородном напряженном состоянии представительного объема материала и не учитывают возможные краевые эффекты, которые могут существенно повлиять на наблюдаемые экспериментально характеристики материала [13]. Так, неоднородность напряженного состояния объема УУКМ со схемой армирования 4ДЛ при нагружении вдоль оси  $Y$  была показана в [39], а наличие значительного масштабного эффекта прочности при сжатии этого класса материалов подтверждается данными, приведенными в [40]. Таким образом, указанное несоответствие не является показательным и должно быть изучено отдельно.

Таблица 2

Пределы пропорциональности материала при одноосных нагружениях

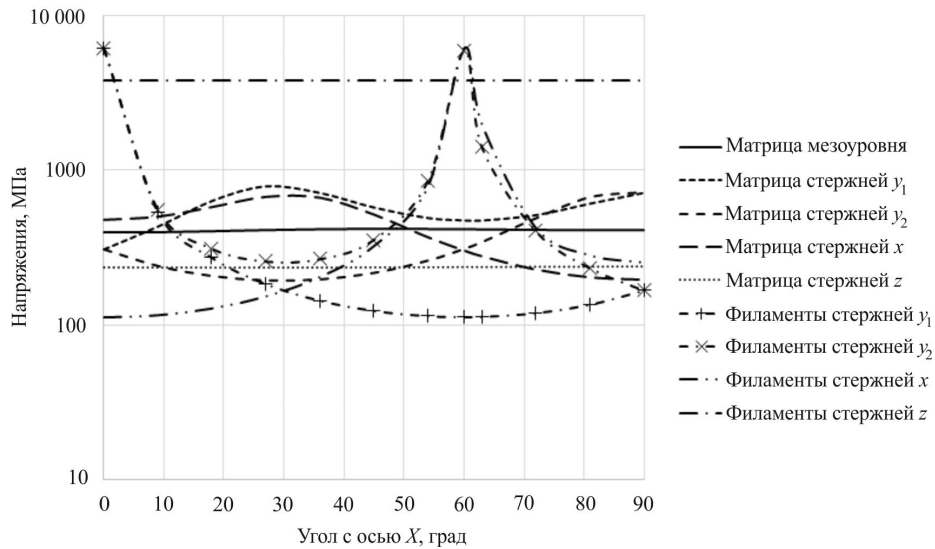
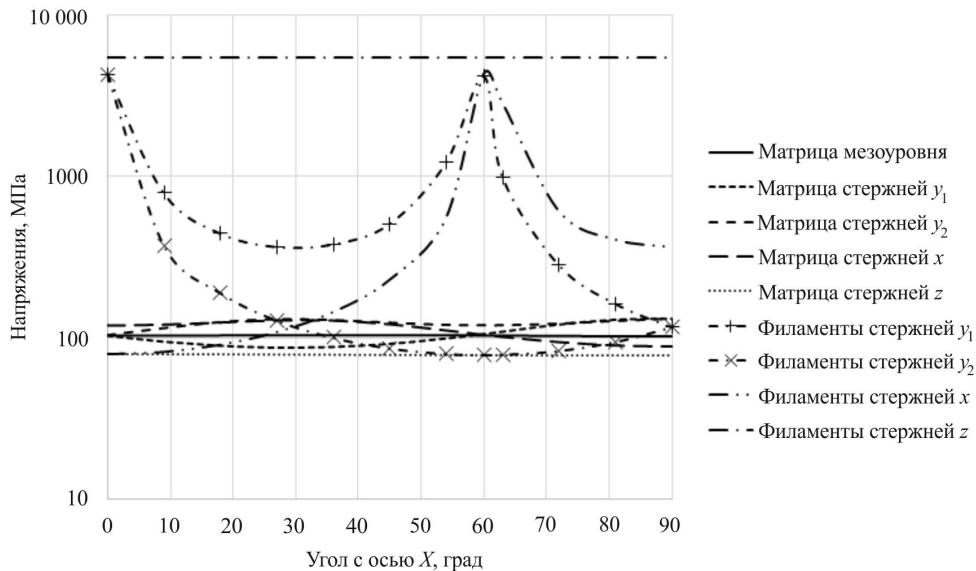
Table 2

Material yield stresses under uniaxial loadings

Вид нагружения	Предел пропорциональности, МПа	
	расчетный	экспериментальный
Растяжение вдоль оси $X$	78,5	75–85
Растяжение вдоль оси $Z$	97,1	96–106
Сжатие вдоль оси $X$	112,2	93–116
Сжатие вдоль оси $Z$	138,7	124–144
Сдвиг в плоскости $XZ$	13,7	10–19

Пусть теперь материал будет нагружен одноосными растяжением и сжатием в направлении  $\mathbf{a}$ , составляющем угол  $\varphi_x$  с осью  $X$  и лежащем в плоскости  $XU$ . Рассмотрим зависимости значений напряжений, при которых происходит разрушение каждого из компонентов композита, от угла  $\varphi_x$ , показанные на рис. 2, 3 для растяжения и сжатия соответственно. Ясно, что минимальное по модулю значение напряжения в каждом направлении нагружения является пределом пропорциональности материала, а компонент, в котором оно реализуется, разрушится первым.

Из приведенных данных видно, что выраженная зависимость предела пропорциональности при растяжении от угла  $\varphi_x$  отсутствует. При этом наиболее вероятными характерами разрушения являются фрагментация матрицы в стержнях  $z$  во всех рассмотренных направлениях  $\mathbf{a}$ , а также разрыв филаментов в случаях, когда  $\mathbf{a}$  совпадает с одним из направлений армирования. Для сжатия ситуация иная: здесь при всех значениях угла  $\varphi_x$  наиболее вероятно разрушение филаментов, вдоль которых направлена нагрузка.

Рис. 2. Зависимости разрушающих значений напряжений при растяжении от угла  $\varphi_x$ Fig. 2. Angle  $\varphi_x$  dependencies of tensile strengthsРис. 3. Зависимости разрушающих значений напряжений при сжатии от угла  $\varphi_x$ Fig. 3. Angle  $\varphi_x$  dependencies of compressive strengths

Следует заметить, что полученные зависимости демонстрируют симметричность относительно поворота на  $60^\circ$ , что ожидаемо для рассматриваемой схемы армирования.

Проанализируем аналогичные зависимости для семейства направлений  $\mathbf{b}$ , составляющих угол  $\varphi_y$  с осью  $Y$  и лежащих в плоскости  $YZ$ , графики которых показаны на рис. 4, 5. Из приведенных графиков видно, что в случаях, когда углы между направлением  $\mathbf{b}$  и осями  $Y$  и  $Z$  превышают  $15\text{--}20^\circ$ , пределы пропорциональности при растяжении и сжатии значительно снижаются, что определяется разрушением матрицы, которое может реализоваться в различных компонентах, но наиболее вероятно – в стержнях  $x$ . При нагружении в направлениях осей  $Y$  и  $Z$  возможны и разрушения по филаментам,

причем для оси  $Z$  – вероятнее. Аналогично поведение материала при растяжении и сжатии в различных направлениях в плоскости  $XZ$ .

Из приведенных данных можно сделать вывод, что при сжатии вдоль осей  $X$ ,  $Y$  и  $Z$  первым разрушением в материале является местная потеря устойчивости филаментами стержней, в то время как в случае сжатий в других направлениях и растяжений разрушение начинается в матрице либо на границах раздела компонентов. Таким образом, определение пределов прочности матрицы  $F^{PL}$  и филаментов при сжатии  $F^-$  возможно на основе данных о пределе пропорциональности материала при растяжении в направлении  $\mathbf{b}$  при  $\varphi_y = \frac{\pi}{4}$  и сжатии в направлении  $\mathbf{a}$  при любом значении  $\varphi_x$  соответственно.

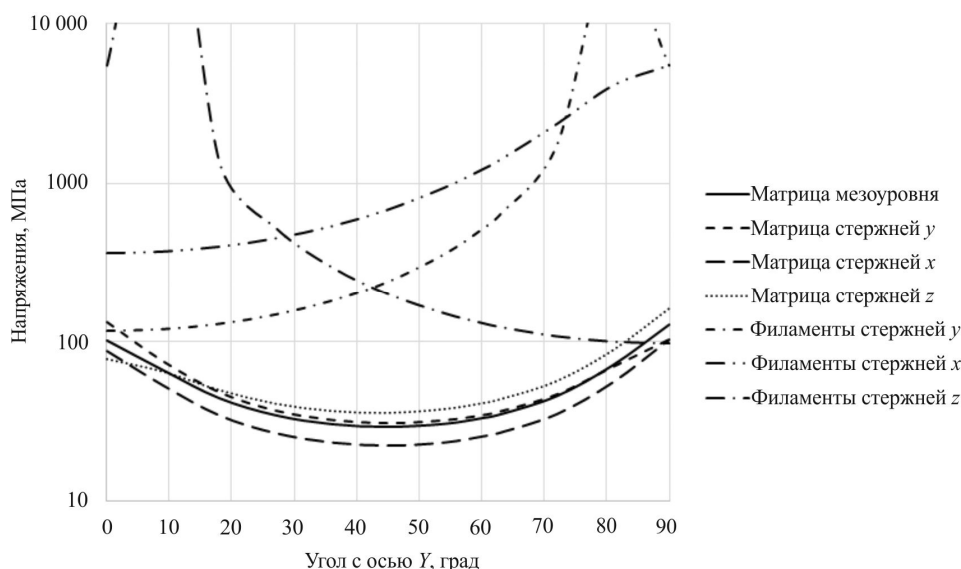


Рис. 4. Зависимости разрушающих значений напряжений при растяжении от угла  $\varphi_\gamma$

Fig. 4. Angle  $\varphi_\gamma$  dependencies of tensile strengths

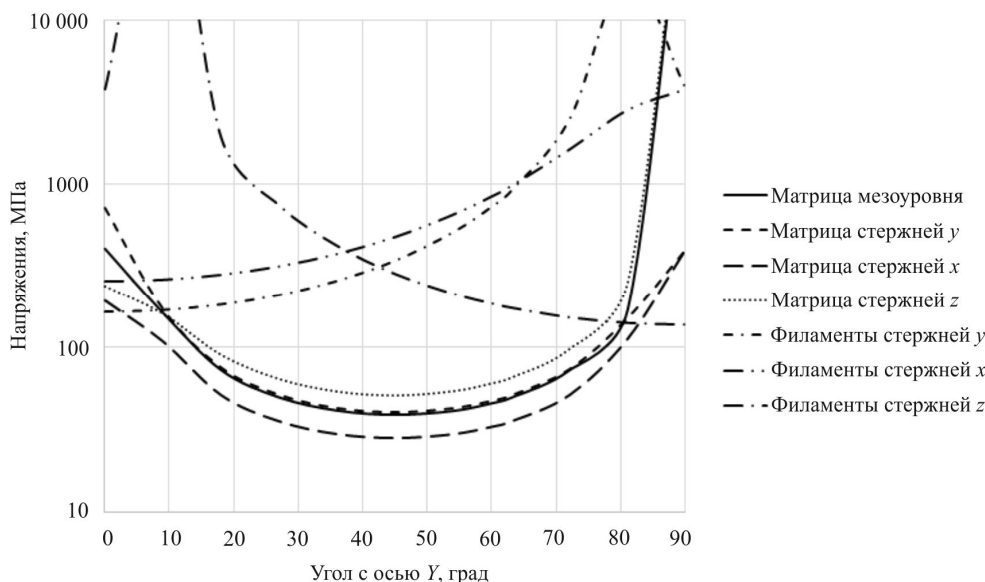


Рис. 5. Зависимости разрушающих значений напряжений при сжатии от угла  $\varphi_\gamma$

Fig. 5. Angle  $\varphi_\gamma$  dependencies of compressive strengths

Иная ситуация с определением величины  $F^+$ : в рассмотренных напряженных состояниях отсутствуют такие, для которых разрыв филаментов как характер первого разрушения единственно возможен.

Анализ полной поверхности прочности показывает, что существуют несколько областей соотношений между компонентами тензора напряжений, где наиболее вероятно разрушение филаментов от продольного растяжения. Однако разница между уровнями нагрузки, при которой разрушаются различные компоненты материала в них, нигде не превышает 20 %, что не дает возможности однозначно прогнозировать реализуемый в эксперименте характер разрушения ввиду значительных естественных разбросов свойств УУКМ. С другой сто-

роны, такое же соображение можно применить и к практической реализации критерия, считая, что на практике данный вид разрушения не наблюдается, как первый. Здесь необходимо заметить, что при закритическом поведении материала либо при упругих свойствах компонентов, отличных от рассматриваемых, приведенные данные могут качественно меняться, и разрыв филаментов может оказаться важным при описании поведения материала.

Следует также учитывать, что при экспериментальном определении характеристик материала применяются образцы конечных размеров, поэтому при использовании таких результатов для определения пределов прочности компонентов необходимо учитывать возни-



кающие в них краевые эффекты. Это возможно путем раздельного применения критерия к напряженным состояниям ячеек материала, находящихся в разном положении относительно границы образца. Также при высоких температурах необходимо учитывать разницу температурных коэффициентов линейного расширения компонентов, которая может привести к отличной от нуля величине напряжений в них, соответствующих отсутствию макродеформаций.

Наконец, рассмотрим сечения предельной поверхности материала в шестимерном пространстве напряжений координатными плоскостями. При этом необходимо заметить, что на практике для пространственно армированных УУКМ сейчас, как правило, используется критерий максимальных напряжений, т.е. взаимное влияние напряжений игнорируется, и соответствующие сечения аппроксимируются прямоугольниками со сторонами, параллельными координатным осям. Следовательно, главной задачей нашего анализа должна быть оценка отклонений между наиболее распространенным сейчас подходом и предлагаемой моделью, основанной на механике отдельных компонентов композита.

Для количественного определения такого отклонения рассмотрим коллинеарные радиус-векторы  $\mathbf{s}_M$  и  $\mathbf{s}_N$ , проведенные в точки на предельных поверхностях материала, построенных согласно критерию максимальных напряжений и предлагаемому критерию соответственно. Тогда введем величину, характеризующую разницу между двумя критериями, в виде

$$\delta = \frac{|\mathbf{s}_N|}{|\mathbf{s}_M|} \tag{13}$$

Ясно, что величина  $\delta$  будет принимать различные значения в разных направлениях в пространстве напряжений. При рассмотрении сечений предельной поверхности материала координатными плоскостями минимальное и максимальное в сечении значения величины  $\delta$  показывают степень взаимовлияния соответствующих компонентов тензора напряжений. Эти данные приведены в табл. 3.

Таблица 3

Пределы изменения величины  $\delta$  для координатных плоскостей

Table 3

$\delta$  value variation limits for coordinate planes

Вторая координатная ось	Первая координатная ось					
	$\sigma_x$	$\sigma_y$	$\sigma_z$	$\tau_{xy}$	$\tau_{yz}$	$\tau_{xz}$
$\sigma_x$	–	0,62–1,45	0,87–1,02	0,66–1,15	0,90–1,03	0,72–1,35
$\sigma_y$	0,62–1,45	–	0,85–1,20	0,65–1,14	0,67–1,37	0,90–1,08
$\sigma_z$	0,87–1,02	0,85–1,20	–	0,83–1,11	0,65–1,46	0,66–1,37
$\tau_{xy}$	0,66–1,15	0,65–1,14	0,83–1,11	–	0,86–1,00	0,81–1,00
$\tau_{yz}$	0,90–1,03	0,67–1,37	0,65–1,46	0,86–1,00	–	0,71–1,00
$\tau_{xz}$	0,72–1,35	0,90–1,08	0,66–1,37	0,81–1,00	0,71–1,00	–

Их анализ показывает, что наибольшие отклонения от критерия максимальных напряжений наблюдаются в случае совместного действия напряжений, лежащих в плоскости  $XU$ . Несколько меньшие диапазоны величины  $\delta$  характерны для сочетаний касательных напряжений в плоскостях  $YZ$  и  $XZ$  с нормальными напряжениями в этих плоскостях. С точностью до 10 % описывается критерием максимальных напряжений только совместное действие на материал пар компонентов тензора напряжений  $\{\sigma_x, \sigma_{yz}\}$  и  $\{\sigma_y, \sigma_{xz}\}$ .

Рассмотрим для примера сечения предельной поверхности плоскостями  $(\sigma_x, \sigma_y)$ ,  $(\sigma_y, \tau_{xy})$  и  $(\sigma_x, \tau_{xy})$ , показанные на рис. 6, подробнее. Для удобства восприятия сечения разнесены из координатных плоскостей. Из рисунка ясно, что совместное действие двух различных силовых факторов может как увеличивать, так и уменьшать прочность материала по сравнению с пределами прочности при одноосных напряженных состояниях. При этом для плоскости  $(\sigma_x, \sigma_y)$  совместное действие растягивающих напряжений вдоль осей  $X$  и  $Y$  несколько упрочняет материал по сравнению с одноосными растяжениями вдоль этих осей. Сжатие вдоль оси  $Y$  повышает прочность материала при сжатии вдоль оси  $X$ , в то время как обратное влияние отсутствует. Одновременное действие напряжений разных знаков приводит к падению прочности. Добавление к нормальным напряжениям по осям  $X$  и  $Y$  касательного в плоскости  $XU$  в основном снижает прочность композита.

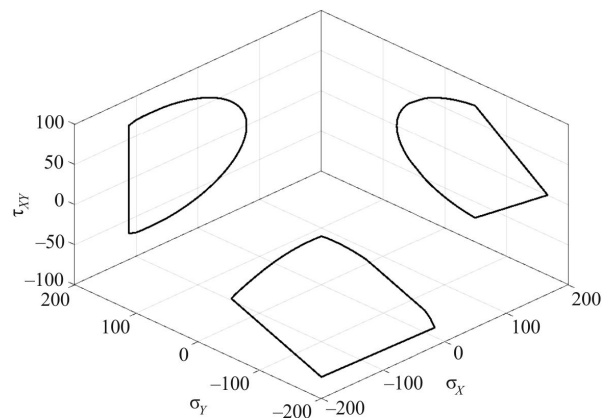


Рис. 6. Сечения предельной поверхности координатными плоскостями

Fig. 6. Coordinate planes sections of strength surface

Ясно, что при разных сочетаниях значений нормальных напряжений по осям  $X$  и  $Y$  характер разрушения может быть различным. На рис. 7 приведены предельные кривые в плоскости  $(\sigma_x, \sigma_y)$ , соответствующие разрушению отдельных компонент композита. Из рис. 7 видно, что в областях, соответствующих растяжению, предельные кривые располагаются близко друг от друга, в то время как при сжатии этого не наблюдается.

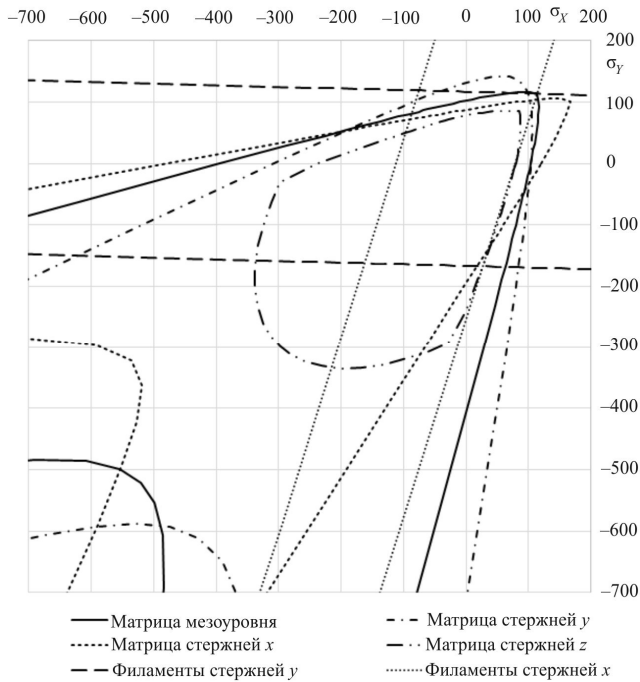


Рис. 7. Пределные кривые в плоскости  $(\sigma_x, \sigma_y)$ , соответствующие разрушению отдельных компонент композита

Fig. 7. Strength curves in  $(\sigma_x, \sigma_y)$  plane corresponding to individual composite components failures

Следствием этого обстоятельства является тот факт, что при растяжении материалов рассматриваемого

## Библиографический список

1. Тарнопольский Ю.М., Жигун И.Г., Поляков В.А. Пространственно-армированные композиционные материалы: справочник. – М.: Машиностроение, 1987. – 224 с.
2. Пластинки и оболочки из углепластиков: учеб. пособие для вузов / В.Л. Бажанов [и др.] / под ред. И.И. Гольденблат. – М.: Высшая школа, 1970. – 408 с.
3. Победра Б.Е. О критериях разрушения структурно-неоднородных материалов // Пластичность и разрушение твердых тел: сб. науч. тр. – М.: Наука, 1988. – С. 170–175.
4. Wolfe W.E., Butalia T.S. A Strain-Energy Based Failure Criterion for Non-Linear Analysis of Composite Laminates Subjected to Biaxial Loading // Composites Science and Technology. – 1998. – Vol. 58. – P. 1107–1124. DOI: 10.1016/S0266-3538(96)00145-5
5. Davy C., Marquis D. A multiaxial failure criterion for a brittle orthotropic composite // Materials & Design. – 2003. – Vol. 24. – P. 15–24. DOI: 10.1016/S0261-3069(02)00087-0
6. Li Sh., Sitnikova E. A critical review on the rationality of popular failure criteria for composites // Composites Communications. – 2018. – Vol. 8. – P. 7–13. DOI: 10.1016/j.coco.2018.02.002
7. The Tsai-Wu failure criterion rationalised in the context of UD composites / Sh. Li [et al.] // Composites Part A: Applied Science and Manufacturing. – 2017. – Vol. 102. – P. 207–217. DOI: 10.1016/j.compositesa.2017.08.007
8. Three-dimensional invariant-based failure criteria for fibre-reinforced composites / P.P. Camanho [et al.] // International Journal of Solids and Structures. – 2015. – Vol. 55. – P. 92–107. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.03.038
9. Tsai S.W., Melo J.D.D. A unit circle failure criterion for carbon fiber reinforced polymer composites // Composites Science

and Technology. – 2016. – Vol. 123. – P. 71–78. DOI: 10.1016/j.compscitech.2015.12.011

классы предел пропорциональности, как правило, совпадает с пределом прочности, а при сжатии диаграмма деформирования имеет значительный нелинейный участок, связанный с частичным разрушением композита.

## Выводы

Разработанный в настоящей статье критерий прочности УУКМ со схемой армирования 4ДЛ описывает возникновение в нем первого разрушения в одном из компонентов рассматриваемого материала. Полученные оценки пределов пропорциональности материала при простейших видах нагружения не противоречат имеющимся данным о его характеристиках. Исходя из результатов исследования зависимостей напряжений в филаментах и матрице материала от направления одноосных растяжения и сжатия можно предложить способ экспериментального определения эффективных пределов прочности матрицы и филаментов при сжатии. Прочность филаментов при растяжении не оказывает существенного влияния на характеристики УУКМ в целом при рассматриваемых параметрах модели. Описанный метод анализа прочности материала позволяет прогнозировать характер разрушения композита.

Полученный критерий подлежит экспериментальному опробованию на реальном материале с учетом накладываемых применяемой структурной моделью ограничений.

10. Yang Ch., Jiao G., Guo H. Failure criteria for C/SiC composites under plane stress state // Theoretical and Applied Mechanics Letters. – 2014. – Vol. 4. – P. 021007. DOI: 10.1063/2.1402107
11. Optimization of the Layers of Composite Materials from Neural Networks with Tsai–Wu Failure Criterion / C.A. Diniz [et al.] // Journal of Failure Analysis and Prevention. – 2019. – Vol. 19. – P. 709–715. DOI: 10.1007/s11668-019-00650-w
12. Kaddour A.-S., Hinton M.J. Failure Criteria for Composites // Comprehensive Composite Materials II / Ed. by P.W.R. Beaumont, C.H. Zweben. – Oxford: Elsevier, 2018. – P. 573–600. DOI: 10.1016/B978-0-12-803581-8.10354-6
13. Ван Фо Фы Г.А. Теория армированных материалов с покрытиями. – Киев: Наукова думка, 1971. – 232 с.
14. Hashin Z. Analysis of Composite Materials – A Survey // Journal of Applied Mechanics. – 1983. – Vol. 50. – P. 481–505. DOI: 10.1115/1.3167081
15. Kwon Y.W., Darcy J. Further discussion on newly developed failure criteria for fibrous composites // Multiscale and Multidisciplinary Modeling, Experiments and Design. – 2018. – Vol. 1. – P. 307–316. DOI: 10.1007/s41939-018-0022-z
16. Gu J., Chen P. Some modifications of Hashin's failure criteria for unidirectional composite materials // Composite Structures. – 2017. – Vol. 182. – P. 143–152. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.09.011
17. Comparison of stress-based failure criteria for prediction of curing induced damage in 3D woven composites / B. Drach [et al.] // Composite Structures. – 2018. – Vol. 189. – P. 366–377. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.01.057

18. Orthotropic criteria for transverse failure of non-crimp fabric-reinforced composites / H. Molker [et al.] // *Journal of Composite Materials*. – 2016. – Vol. 50. – P. 2445–2458. DOI: 10.1177/0021998315605877
19. A new stress-based multi-scale failure criterion of composites and its validation in open hole tension tests / X. Li [et al.] // *Chinese Journal of Aeronautics*. – 2014. – Vol. 27. – P. 1430-1441. DOI: 10.1016/j.cja.2014.10.009
20. Christensen R.M., Lonkar K. Failure Theory / Failure Criteria for Fiber Composite Laminates // *Journal of Applied Mechanics*. – 2016. – Vol. 84. – 021009. DOI: 10.1115/1.4035119
21. Failure criteria of unidirectional carbon fiber reinforced polymer composites informed by a computational micromechanics model / Q. Sun [et al.] // *Composites Science and Technology*. – 2019. – Vol. 172. – P. 81–95. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.01.012
22. Shi Y.Zh., Pu X. New Two-Dimensional Polynomial Failure Criteria for Composite Materials // *Advances in Materials Science and Engineering*. – 2014. – Vol. 2014. – P. 503483. DOI: 10.1155/2014/503483
23. The strength of multilayered composites under a plane-stress state / P.A. Zinoviev [et al.] // *Composites Science and Technology*. – 1998. – Vol. 58. – P. 1209–1223. DOI: 10.1016/S0266-3538(97)00191-7
24. Yudhanto A., Tay T.E., Tan V.B.C. Micromechanical Characterization Parameters for a New Failure Criterion for Composite Structures // *Fracture and Strength of Solids VI*. – Vol. 306 of *Key Engineering Materials*. – 2006. – P. 781–786. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.306-308.781
25. Predicting matrix failure in composite structures using a hybrid failure criterion / N.T. Chowdhury [et al.] // *Composite Structures*. – 2016. – Vol. 137. – P. 148–158. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.11.019
26. Rotem A. The Rotem failure criterion for fibrous laminated composite materials: Three-dimensional loading case // *Journal of Composite Materials*. – 2012. – Vol. 46. – P. 2379–2388. DOI: 10.1177/0021998312449677
27. Exploiting the structural reserve of textile composite structures by progressive failure analysis using a new orthotropic failure criterion / R. Rolfes [et al.] // *Computers & Structures*. – 2011. – Vol. 89. – P. 1214–1223. DOI: 10.1016/j.compstruc.2010.09.003
28. A consistent anisotropic damage model for laminated fiber-reinforced composites using the 3D-version of the Puck failure criterion / J. Reinoso [et al.] // *International Journal of Solids and Structures*. – 2017. – Vol. 126–127. – P. 37–53. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.07.023
29. Evaluations of failure initiation criteria for predicting damages of composite structures under crushing loading / H. Jiang [et al.] // *Journal of Reinforced Plastics and Composites*. – 2018. – Vol. 37. – P. 1279–1303. DOI: 10.1177/0731684418783847
30. Gadade A., Lal A., Singh B. Stochastic progressive failure analysis of laminated composite plates using Puck's failure criteria // *Mechanics of Advanced Materials and Structures*. – 2015. – Vol. 23. – P. 739–757. DOI: 10.1080/15376494.2015.1029163
31. Технология и проектирование углерод-углеродных композитов и конструкций / Ю.В. Соколкин [и др.]. – М.: Наука, 1996. – 236 с.
32. Проблемы и задачи неразрушающего контроля деталей, узлов и сборочных единиц из углерод-углеродных и керамоматричных композиционных материалов нового поколения / В.П. Вагин [и др.] // *Неразрушающий контроль композиционных материалов: сб. тр. 1-й дистанц. науч.-техн. конф. НККМ-2014 «Приборы и методы неразрушающего контроля качества изделий и конструкций из композиционных и неоднородных материалов»*. – СПб.: Свен, 2015. – С. 45–56.
33. Сарбаев Б.С. Деформирование упругих многослойных композиционных материалов при трехосном напряженном состоянии // *Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Серия «Машиностроение»*. – 2005. – С. 63–81.
34. Победря Б.Е. *Механика композиционных материалов*. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 335 с.
35. Писаренко Г.С., Лебедев А.А. *Деформирование и прочность материалов при сложном напряженном состоянии*. – Киев: Наукова думка, 1976. – 416 с.
36. Работнов Ю.Н. *Сопротивление материалов*. – М.: Физматгиз, 1962. – 456 с.
37. Morgan P. *Carbon Fibers and their Composites*. – Boca Raton: CRC Press, 2005. – 1131 p. DOI: 10.1201/9781420028744
38. *Свойства конструкционных материалов на основе углерода / под ред. В.П. Соседова*. – М.: Металлургия, 1975. – 336 с.
39. Магнитский И.В. О численном моделировании упругих свойств объемно армированных композиционных материалов. // *Новые технологии: материалы X Всерос. конф.* – М.: РАН, 2013. – Т. 2. – С. 21–32.
40. Ponomarev K.A., Magnitskiy I.V. Investigation of the scale factor and deformation features during compression of a spatially reinforced carbon composite material // *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*. – 2019. – Vol. 683. – P. 012053. DOI: 10.1088/1757-899X/683/1/012053

## References

1. Tarnopolsky Yu.M., Zhigun I.G., Polyakov V.A. *Prostranstvenno-armirovannyye Kompozitsionnye Materialy: Spravochnik [Spatially Reinforced Composite Materials: Handbook]*. Moscow, Mashinostroyeniye, 1987, 224 pp.
2. Bazhanov V.L., Goldenblat I.I., Kopnov V.A., Pospelov A.D., Siniukov A.M. *Plastinki i Obolochki iz Ugleplastikov. Ucheb. Posobie dlia Vuzov [Carbon Fiber Reinforced Polymer Composite Plates and Shells: Universities Handbook]*. Moscow, Vysshaya shkola, 1970, 408 pp.
3. Pobedrya B.E. O Kriteriiakh Razrusheniia Strukturno-neodnorodnykh Materialov [On Structurally Heterogeneous Materials Failure Criteria]. *Moscow, Nauka, Plastichnost' i Razrushenie Tverdykh Tel: Sbornik Nauchnykh Trudov*, 1988, pp. 170–175.
4. Wolfe W.E., Butalia T.S. A Strain-Energy Based Failure Criterion for Non-Linear Analysis of Composite Laminates Subjected to Biaxial Loading. *Composites Science and Technology*, 1998, Vol. 58, pp. 1107–1124. DOI: 10.1016/S0266-3538(96)00145-5
5. Davy C., Marquis D. A Multiaxial Failure Criterion for a Brittle Orthotropic Composite. *Materials & Design*, 2003, vol. 24, pp. 15-24. DOI: 10.1016/S0261-3069(02)00087-0
6. Li Sh., Sitnikova E. A Critical Review on the Rationality of Popular Failure Criteria for Composites. *Composites Communications*, 2018, vol. 8, pp. 7–13. DOI: 10.1016/j.coco.2018.02.002
7. Li Sh., Sitnikova E., Liang Y., Kaddour A.-S. The Tsai-Wu Failure Criterion Rationalised in the Context of UD Composites. *Composites Part A: Applied Science and Manufacturing*, 2017, vol. 102, pp. 207–217. DOI: 10.1016/j.compositesa.2017.08.007
8. Camanho P.P., Arteiro A., Melro A.R., Catalanotti G., Vogler M. Three-dimensional Invariant-based Failure Criteria for Fibre-reinforced Composites. *International Journal of Solids and Structures*, 2015, vol. 55, pp. 92-107. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2014.03.038
9. Tsai S.W., Melo J.D.D. A Unit Circle Failure Criterion for Carbon Fiber Reinforced Polymer Composites. *Composites Science and Technology*, 2016, Vol. 123, pp. 71–78. doi: 10.1016/j.compscitech.2015.12.011

10. Yang Ch., Jiao G., Guo H. Failure Criteria for C/SiC Composites under Plane Stress State. *Theoretical and Applied Mechanics Letters*, 2014, vol. 4, pp. 021007. DOI: 10.1063/2.1402107
11. Diniz C.A., Cunha S.S., Gomes G.F., Ancelotti A.C. Optimization of the Layers of Composite Materials from Neural Networks with Tsai–Wu Failure Criterion. *Journal of Failure Analysis and Prevention*, 2019, vol. 19, pp. 709-715. DOI: 10.1007/s11668-019-00650-w
12. Kaddour A.-S., Hinton M.J. Failure Criteria for Composites. *Comprehensive Composite Materials II*. Ed. by Beaumont P.W.R., Zweben C.H. Oxford, Elsevier, 2018, pp. 573-600. DOI: 10.1016/B978-0-12-803581-8.10354-6
13. Van Fo Fy G.A. Teoriia Armirovannykh Materialov s Pokrytiami [Theory of Reinforced Materials with Coatings]. *kiev, naukova dumka*, 1971, 232 pp.
14. Hashin Z. Analysis of Composite Materials – A Survey. *Journal of Applied Mechanics*, 1983, vol. 50, pp. 481–505. DOI: 10.1115/1.3167081
15. Kwon Y. W., Darcy J. Further Discussion on Newly Developed Failure Criteria for Fibrous Composites. *Multiscale and Multidisciplinary Modeling, Experiments and Design*, 2018, vol. 1, pp. 307-316. DOI: 10.1007/s41939-018-0022-z
16. Gu J., Chen P. Some Modifications of Hashin’s Failure Criteria for Unidirectional Composite Materials. *Composite Structures*, 2017, vol. 182, pp. 143–152. DOI: 10.1016/j.compstruct.2017.09.011
17. Drach B., Tsukrov I., Trofimov A., Gross T., Drach A. Comparison of Stress-based Failure Criteria for Prediction of Curing Induced Damage in 3D Woven Composites. *Composite Structures*, 2018, vol. 189, pp. 366-377. DOI: 10.1016/j.compstruct.2018.01.057
18. Molker H., Wilhelmsson D., Gutkin R., Asp L.E. Orthotropic Criteria for Transverse Failure of Non-crimp Fabric-reinforced Composites. *Journal of Composite Materials*, 2016, vol. 50, pp. 2445–2458. DOI: 10.1177/0021998315605877
19. Li X., Guan Z., Li Z., Liu L. A New Stress-based Multi-scale Failure Criterion of Composites and its Validation in Open Hole Tension Tests. *Chinese Journal of Aeronautics*, 2014, vol. 27, pp. 1430–1441. DOI: 10.1016/j.cja.2014.10.009
20. Christensen R.M., Lonkar K. Failure Theory / Failure Criteria for Fiber Composite Laminates. *Journal of Applied Mechanics*, 2016, vol. 84, 021009. DOI: 10.1115/1.4035119
21. Sun Q., Zhou G., Meng Z., Guo H., Chen Zh., Liu H., Kang H., Keten S., Su X. Failure Criteria of Unidirectional Carbon Fiber Reinforced Polymer Composites Informed by a Computational Micromechanics Model. *Composites Science and Technology*, 2019, vol. 172, Pp. 81-95. DOI: 10.1016/j.compscitech.2019.01.012
22. Shi Y.Zh., Pu X. New Two-Dimensional Polynomial Failure Criteria for Composite Materials. *Advances in Materials Science and Engineering*, 2014, vol. 2014, pp. 503483. DOI: 10.1155/2014/503483
23. Zinoviev P.A., Grigoriev S.V., Lebedeva O.V., Tairova L.P. The Strength of Multilayered Composites under a Plane-stress State. *Composites Science and Technology*, 1998, vol. 58, pp. 1209-1223. DOI: 10.1016/S0266-3538(97)00191-7
24. Yudhanto A., Tay T.E., Tan V.B.C. Micromechanical Characterization Parameters for a New Failure Criterion for Composite Structures. *Fracture and Strength of Solids VI*, Vol. 306 of *Key Engineering Materials*, 2006, pp. 781-786. DOI: 10.4028/www.scientific.net/KEM.306-308.781
25. Chowdhury N.T., Wang J., Chiu W.K., Yan W. Predicting Matrix Failure in Composite Structures using a Hybrid Failure Criterion. *Composite Structures*, 2016, vol. 137, pp. 148-158. DOI: 10.1016/j.compstruct.2015.11.019
26. Rotem A. The Rotem Failure Criterion for Fibrous Laminated Composite Materials: Three-dimensional Loading Case. *Journal of Composite Materials*, 2012, vol. 46, pp. 2379-2388. doi: 10.1177/0021998312449677
27. Rolfes R., Vogler M., Czichon S., Ernst G. Exploiting the Structural Reserve of Textile Composite Structures by Progressive Failure Analysis using a New Orthotropic Failure Criterion. *Computers & Structures*, 2011, vol. 89, Pp. 1214-1223. DOI: 10.1016/j.compstruc.2010.09.003
28. Reinoso J., Catalanotti G., Blazquez A., Areias P., Camanho P.P., Paris F. A Consistent Anisotropic Damage Model for Laminated Fiber-reinforced Composites using the 3D-version of the Puck Failure Criterion. *international journal of solids and structures*, 2017, vol. 126-127, pp. 37–53. DOI: 10.1016/j.ijsolstr.2017.07.023
29. Jiang H., Ren Y., Liu Zh., Zhang S., Wang X. Evaluations of Failure Initiation Criteria for Predicting Damages of Composite Structures under Crushing Loading. *Journal of Reinforced Plastics and Composites*, 2018, vol. 37, pp. 1279–1303. DOI: 10.1177/0731684418783847
30. Gadade A., Lal A., Singh B. Stochastic Progressive Failure Analysis of Laminated Composite Plates using Puck’s Failure Criteria. *Mechanics of Advanced Materials and Structures*, 2015, vol. 23, pp. 739-757. DOI: 10.1080/15376494.2015.1029163
31. Sokolkin Iu.V., Tashkinov A.A., Votinov A.M., Postnykh A.M., Chekalkin A.A. Tekhnologiya i Proektirovanie Uglerod-Uglerodnykh Kompozitov i Konstruktsii [Technology and Design of Carbon-carbon Composite Materials and Structures]. *Moscow, Nauka*, 1996, 236 p.
32. Vagin V.P., Dvoretiskii A.E., Magnitskii I.V., Ponomarev K.A., Tashchilov S.V. Problemy i Zadachi Nerazrushaiushchego Kontrolia Detalei, Uzlovy i Sborochnykh Edinit iz Uglerod-uglerodnykh i Keramomatrichnykh Kompozitsionnykh Materialov Novogo Pokoleniia [Challenges and Problems of New Generation Carbon-carbon and Carbon-Ceramic Parts, Units and Assemblies Non-destructive Testing]. *Nerazrushaiushchii Kontrol' Kompozitsionnykh Materialov. Sbornik Trudov 1-i Distantstionnoi Nauchno-tekhnikheskoi Konferentsii NKKM-2014 «Pribery i Metody Nerazrushaiushchego Kontrolia Kachestva Izdelii i Konstruktsii iz Kompozitsionnykh i Neodnorodnykh Materialov» (Composite Materials Non-destructive Testing: Collection of Papers of 1 Remote Scientific and Technical Conference NKKM-2014 “Instruments and Methods for Products and Structures Made of Composite and Heterogeneous Materials Non-destructive Quality Control”)*, Saint-Petersburg, Sven, 2015, pp. 45–56.
33. Sarbaev B.S. Deformirovanie Uprugikh Mnogosloinykh Kompozitsionnykh Materialov pri Trekhosnom Napriazhenom Sostoianii [Deformation of Elastic Multilayer Composite Materials under 3D Stress State]. *Vestnik MGTU im. N.E. Baumana: Seriya «Mashinostroeniye» (Herald of the Bauman Moscow State Technical University. Series Mechanical Engineering)*, 2005, pp. 63-81.
34. Pobedrya B.E. Mekhanika Kompozitsionnykh Materialov [Composite Materials Mechanics]. *Moscow, Izdatel'stvo Moskovskogo universiteta*, 1984, 335 pp.
35. Pisarenko G.S., Lebedev A.A. Deformirovanie i Prochnost' Materialov pri Slozhnom Napriazhenom Sostoianii [Materials Deformation and Stress under Complex Stress State]. *Kiev, Naukova Dumka*, 1976, 416 pp.
36. Rabotnov Iu.N. Soprotivlenie Materialov [Strength of Materials]. *Moscow, Fizmatgiz*, 1962, 456 pp.
37. Morgan P. Carbon Fibers and their Composites. Boca Raton, CRC Press, 2005, 1131 pp. DOI: 10.1201/9781420028744
38. Nagornyj V.G., Kotosonov A.S., Ostrovskij V.S., Dymov B.K. Svoistva Konstruktsionnykh Materialov na Osnove Ugleroda [Properties of Carbon-based Structural Materials]. *Moscow, Metallurgiya*, 1975, 336 pp.
39. Magnitskiy I.V. O Chislenom Modelirovanii Uprugikh Svoistv Ob'emno Armirovannykh Kompozitsionnykh Materialov [On Numerical Simulating of Spatially Reinforced Composite Materials Elastic Properties]. *Novye tekhnologii: Materialy X Vserossiiskoi konferentsii (New Technologies: Proceedings of X All-Russian Conference)*. Moscow, RAS, 2013, vol. 2, pp. 21-32.
40. Ponomarev K.A., Magnitskiy I.V. Investigation of the Scale Factor and Deformation Features during Compression of a Spatially Reinforced Carbon Composite Material. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 2019, vol. 683, pp. 012053. DOI: 10.1088/1757-899X/683/1/012053