

Просьба ссылаться на эту статью в русскоязычных источниках следующим образом:

Лобовиков Д.В., Харченко А.В., Матыгуллина Е.В. Тестирование компьютерных программ, используемых при моделировании методом дискретных элементов // Вестник ПНИПУ. Машиностроение. Материаловедение. – 2022. – Т. 24, № 1. – С. 79–86. DOI: 10.15593/2224-9877/2022.1.10

Please cite this article in English as:

Lobovikov D.V., Kharchenko A.V., Matygullina E.V. Testing of computer programs used in modeling by the discrete elements method. *Bulletin of PNRPU. Mechanical engineering, materials science*. 2022, vol. 24, no. 1, pp. 79-86. DOI: 10.15593/2224-9877/2022.1.10

---

**ВЕСТНИК ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение**  
**Т. 24, № 1, 2022**  
**Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science**  
<http://vestnik.pstu.ru/mm/about/inf/>

---

Научная статья

DOI: 10.15593/2224-9877/2022.1.10

УДК 539.3

**Д.В. Лобовиков<sup>1</sup>, А.В. Харченко<sup>2</sup>, Е.В. Матыгуллина<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Пермский национальный исследовательский  
политехнический университет, Пермь, Россия

<sup>2</sup>ООО «Конструктив-СП», Пермь, Россия

**ТЕСТИРОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНЫХ ПРОГРАММ, ИСПОЛЬЗУЕМЫХ  
ПРИ МОДЕЛИРОВАНИИ МЕТОДОМ ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Для исследования динамики сыпучих материалов используется моделирование методом дискретных элементов (Discrete element method – DEM). Для верификации программной реализации метода, а также для выбора временного шага интегрирования требуется наличие надежных тестовых задач. В настоящей статье представлено тестовое аналитическое решение, полученное в рамках теории удара. Рассматриваются варианты соударения двух сферических частиц со скольжением и вращением. Для аналитического решения была принята гипотеза, что упругая деформация при ударе близка к нулю, пластическая деформация отсутствует, потеря нормальной скорости при ударе описывается коэффициентом восстановления, сила тяжести не учитывается. Начальная скорость движения частиц известна. Получены решения для случая идентичных частиц, а также для частиц разного диаметра. Аналитическое решение используется для верификации собственной программной реализации метода DEM. Проведена серия вычислительных экспериментов с выбором разных параметров соударяющихся частиц и параметров метода. Приводятся графики сравнения тангенциальной, нормальной скорости частиц и скорости вращения частицы после соударения для аналитического и численного решения. Показано, что после удара эти параметры имеют качественное и количественное сходство. Для исследования сходимости метода и для определения оптимального вычислительного шага по времени проведена дополнительная серия вычислительных экспериментов. В качестве параметра, характеризующего точность вычислений, выбран модуль скорости движения части после удара. Показана сходимость реализации метода при уменьшении вычислительного шага по времени. На основании этих данных можно выбрать оптимальный шаг по времени для вычислений.

**Ключевые слова:** гранулирование, сыпучий, математическое, моделирование, DEM, тестирование, верификация, погрешность, трение, контакт, частица.

**D.V. Lobovikov<sup>1</sup>, A.V. Kharchenko<sup>2</sup>, E.V. Matygullina<sup>1</sup>**

<sup>1</sup>Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

<sup>2</sup>Konstruktiv-SP, Perm, Russian Federation

**TESTING OF COMPUTER PROGRAMS USED IN MODELING  
BY THE DISCRETE ELEMENTS METHOD**

Discrete element method (DEM) modeling is used to study the dynamics of bulk materials. To verify the software implementation of the method, as well as to choose the integration time step, reliable test problems are required. This article presents a test analytical solution obtained in the framework of impact theory. Variants of collision of two spherical particles with sliding and rotation are considered. For the analytical solution, the hypotheses were adopted that the elastic deformation upon impact is close to zero, there is no plastic deformation, the loss of normal velocity upon impact is described by the recovery coefficient, and gravity is not taken into account. The initial velocity of particles is known. Solutions are obtained for the case of identical particles, as well as for particles of different diameters. The analytical solution is used to verify the own software implementation of the DEM method. A series of computational experiments was carried out with the choice of different parameters of the colliding particles and the parameters of the method. The article presents graphs of comparison of the tangential, normal speed of particles and the speed of rotation of the particle after the collision for the analytical and numerical solutions. It is shown that after the impact these parameters have a qualitative and quantitative similarity. To study the convergence of the method and to determine the optimal computational time step, an additional series of computational experiments was carried out. As a parameter characterizing the accuracy of calculations, the modulus of the speed of movement of the part after the impact was chosen. The convergence of the implementation of the method with decreasing computational time step is shown. Based on these data, you can choose the optimal time step for calculations.

**Keywords:** granulation, granular, mathematical, simulation, DEM, testing, verification, error, friction, contact, particle.

Для исследования динамики сыпучих материалов [1–4], прессования, гранулирования, измельчения широко используется моделирование методом дискретных элементов (Discrete element method – DEM, или молекулярная динамика) [5–13]. В настоящее время благодаря увеличению компьютерной производительности стало возможно моделировать сложные системы с миллионами частиц в трех измерениях.

Программная реализация метода требует наличия надежных тестов для проверки правильности реализации метода. Даже использование готовых программных комплексов требует проверки правильности вычислений при использовании конкретных гипотез и замыкающих соотношений. Целью работы является разработка тестов, позволяющих находить ошибки и верифицировать компьютерные программы, использующие DEM, находить оптимальный шаг расчета по времени, изменять параметры для повышения производительности расчетов при допустимой погрешности.

В настоящей работе с применением теории удара [14–17] выведены формулы (1)–(3), необходимые для тестирования соударения двух сферических частиц со скольжением и вращением. С использованием этих формул проведено верифицирование компьютерной программы трехмерного моделирования методом DEM с шарообразными частицами, разработанной авторами [18–26]. Производится сравнение характеристик, полученных в результате использования компьютерной программы DEM, и характеристик, полученных с применением аналитических формул теории удара.

Далее используются следующие обозначения:

$\omega_0$  – скорость вращения частицы до удара,

рад/с;

$\omega$  – скорость вращения частицы после удара,

рад/с;

$\mu$  – коэффициент трения;

$k$  – коэффициент восстановления;

$V_0$  – скорость частицы до удара, м/с;

$V_{n0}$  – составляющая скорости частицы до удара, нормальная к поверхности второй частицы (поверхности стенки), м/с;

$V_{t0}$  – составляющая скорости частицы до удара, касательная к поверхности второй частицы (поверхности стенки), м/с;

$V_n$  – составляющая скорости частицы после удара, нормальная к поверхности второй частицы (поверхности стенки), м/с;

$V_t$  – составляющая скорости частицы после удара, касательная к поверхности второй частицы (поверхности стенки), м/с;

$r$  – радиус частицы, м;

$\alpha$  – угол между направлением удара и поверхностью второй частицы (или угол между направлением удара и стенкой), °.

Рассмотрим моделирование косоугольного удара двух частиц (рис. 1, а). Если две частицы имеют идентичные параметры, то можно упростить задачу, выбрав относительную систему координат так, что две частицы двигаются навстречу друг другу, причем их скорости параллельны оси  $Y$ , эта постановка используется при моделировании (рис. 1, б). Если две частицы идентичны, то задача упрощается до удара одной частицы об абсолютно твердую стенку (рис. 1, в), которая является касательной к обеим частицам в момент удара в точке соприкосновения. Задача в такой постановке может быть решена аналитически.

Для использования этого решения в качестве теста реализации численного метода стенка заменяется абсолютно неподвижной частицей (рис. 1, г). Таким образом, при моделировании задача может рассматриваться либо как удар двух частиц (рис. 1, б), движущихся с одинаковой скоростью навстречу, либо как удар частицы о неподвижную частицу (рис. 1, г).

Для аналитического решения была принята гипотеза, что упругая деформация при ударе близка к нулю, пластическая деформация отсутствует, потеря нормальной скорости при ударе описывается коэффициентом восстановления, сила тяжести не учитывается. Начальная скорость движения частицы известна.

Трение без скольжения:

$$\text{при } \omega_0 = 0 \quad \frac{V_{t0}}{V_{n0}} \leq \frac{7}{2} \mu (1 + k(V_{n0}))$$

$$V_t = \frac{5}{7} V_{t0}, \quad \omega = \frac{V_t}{r}, \quad V_n = k(V_{n0}) \cdot V_{n0}. \quad (1)$$

Трение со скольжением:

$$\omega_0 = 0 \quad \frac{V_{t0}}{V_{n0}} \geq \frac{7}{2} \mu (1 + k(V_{n0})),$$

$$V_t = V_{t0} - \mu (1 + k(V_{n0})) V_{n0} \quad \omega = \frac{5\mu (1 + k(V_{n0})) V_{n0}}{2r} \quad V_n = k(V_{n0}) \cdot V_{n0}, \quad (2)$$

$$\text{где } V_{n0} = V_0 \sin \alpha, \quad V_{t0} = V_0 \cos \alpha, \quad k = \frac{V_n}{V_{n0}}. \quad (3)$$

Используем это аналитическое решение для тестирования компьютерной программы. В качестве параметров, по которым будут сравниваться численное и аналитическое решения, используются тангенциальные и нормальные скорости частиц и скорости вращения частицы после соударения.

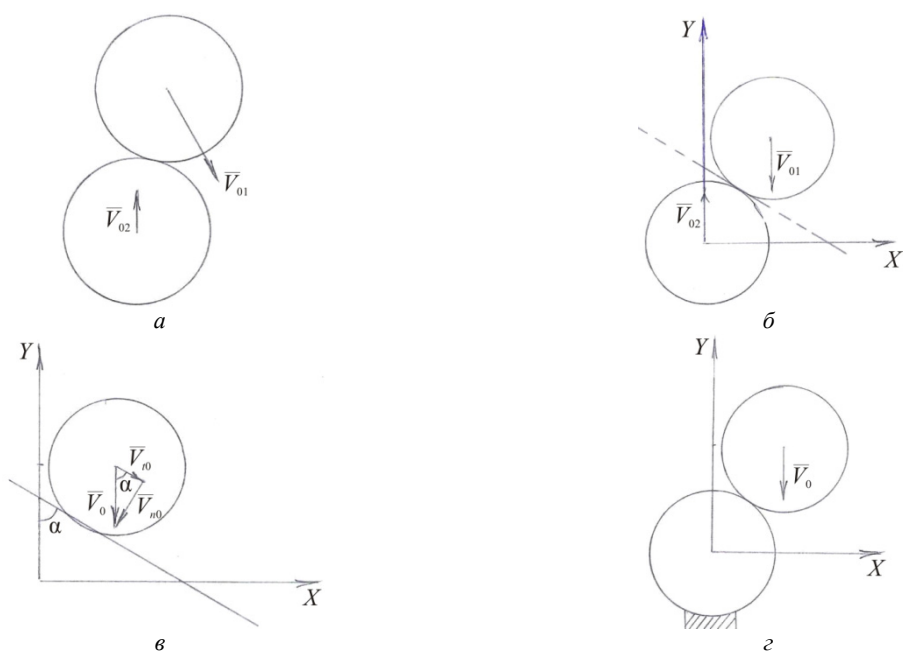


Рис. 1. Схема расположения частиц для расчета соударения двух частиц одинакового размера

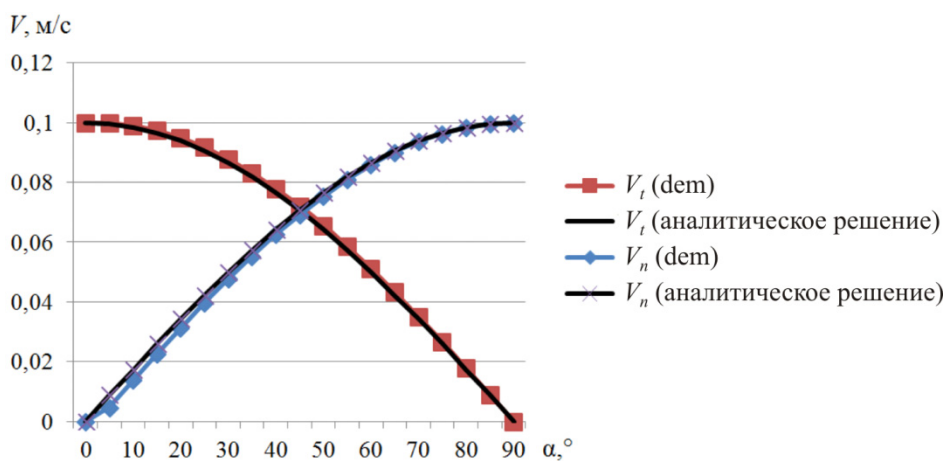


Рис. 2. Тангенциальная скорость, нормальная скорость после удара

При расчетах использовались параметры:

- $V_0 = 0,1$  м/с;
- шаг по времени  $dt = 1/300000$  с;
- плотность материала  $\rho = 562$  кг/м<sup>3</sup>;
- модуль Юнга  $E = 1000$  МПа;
- радиусы частиц равны,  $r = 0,0008$  м;
- скорость вращения частицы до удара  $\omega_0 = 0$  м/с.

Результаты вычисления при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$ ,  $k = 1$ ,  $\mu = 0$  приведены на рис. 2.

Так как  $\mu = 0$ , вращение после удара отсутствует,  $\omega = 0$  (рис. 3).

Результаты вычисления при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$ ,  $k = 1$ ,  $\mu = 0,1$  показаны на рис. 4–6.

Результаты вычисления при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$ ,  $\mu = 0,1$  приведены на рис. 7–9. Коэффициент восстановления в этом тесте зависит от нормальной скорости соударения частиц. Исследователями используются различные зависимости для определения силы реак-

ции от скорости и других параметров. В конечном счете не имеет значения, как изменяется с течением времени сила реакции в направлении нормали при соударении. Для определения скоростей после удара аналитическим способом достаточно знать ударный импульс, который определяется коэффициентом восстановления. В предыдущих тестах использовался коэффициент восстановления равный единице. В этом тесте используется коэффициент восстановления, полученный в процессе моделирования. Таким образом, как в математическом моделировании, так и в аналитическом расчете используются одинаковые коэффициенты восстановления для каждого угла соударения частиц. В настоящей работе проверка коэффициента восстановления не показана, так как его зависимость от скорости соударения, свойств материалов частиц является частным случаем и не имеет общей формулы для применения.

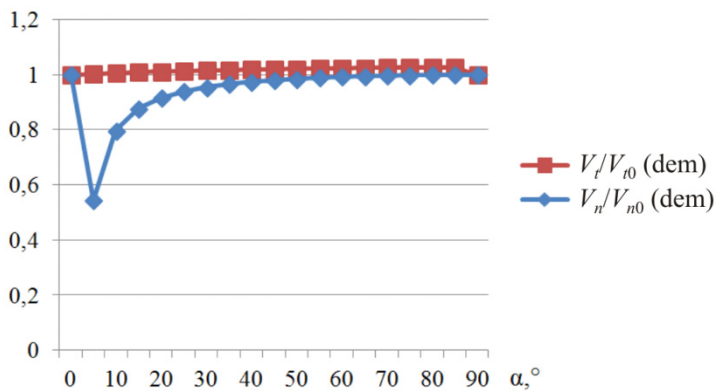


Рис. 3. Отношение скорости после удара к скорости до удара

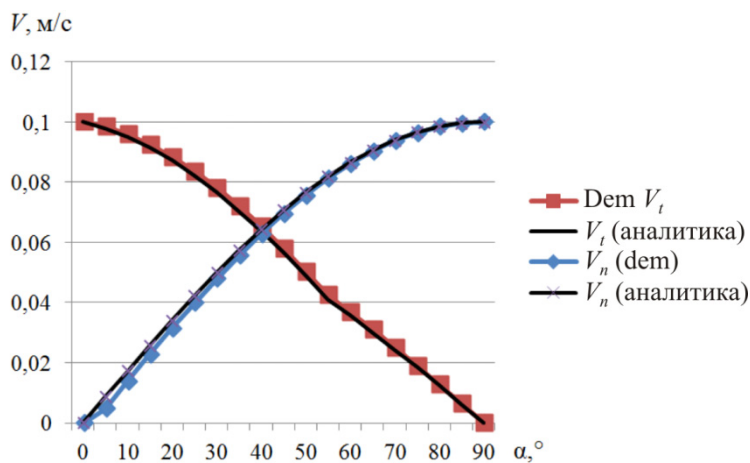


Рис. 4. Тангенциальная скорость, нормальная скорость после удара

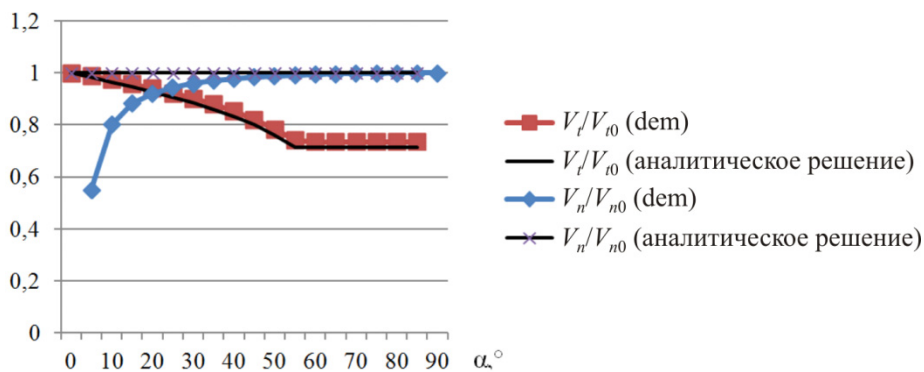


Рис. 5. Отношение скорости после удара к скорости до удара

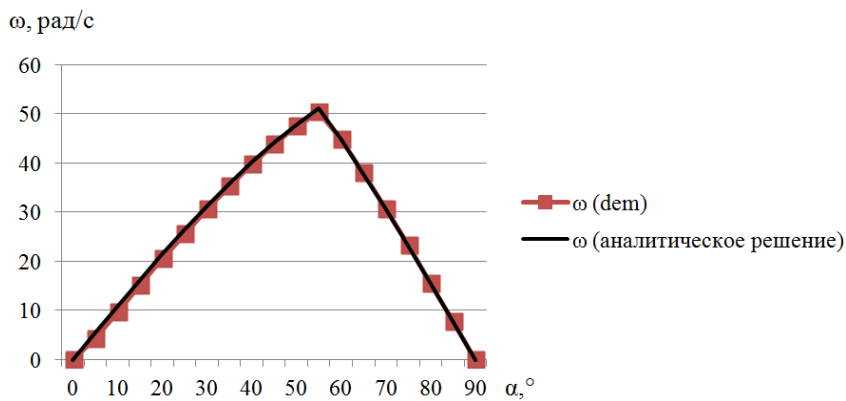


Рис. 6. Скорость вращения после удара,  $\omega$

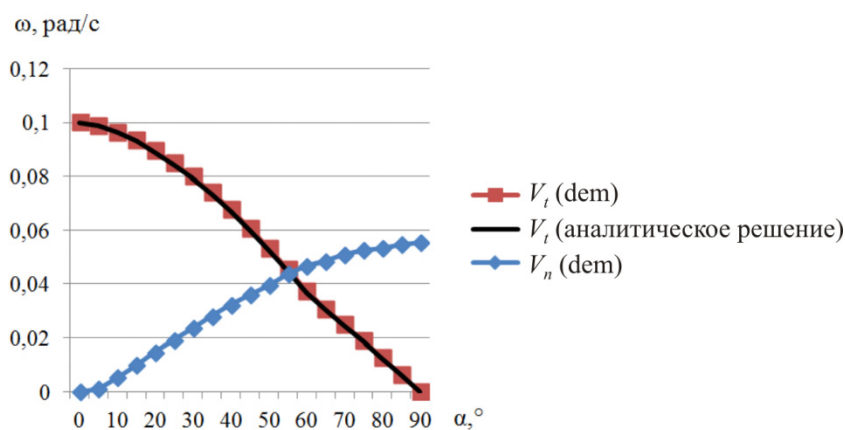


Рис. 7. Тангенциальная скорость, нормальная скорость после удара

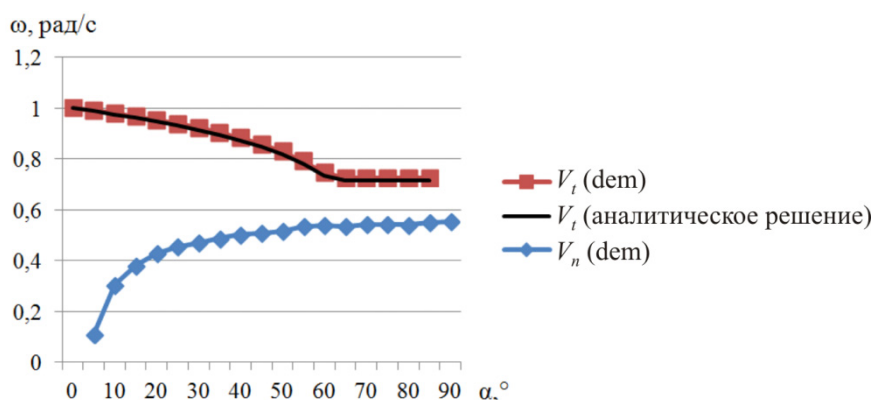


Рис. 8. Отношение скорости после удара к скорости до удара. Скорость  $V_n$  (аналитическое решение) не показана, так как равна  $V_n$  (dem)

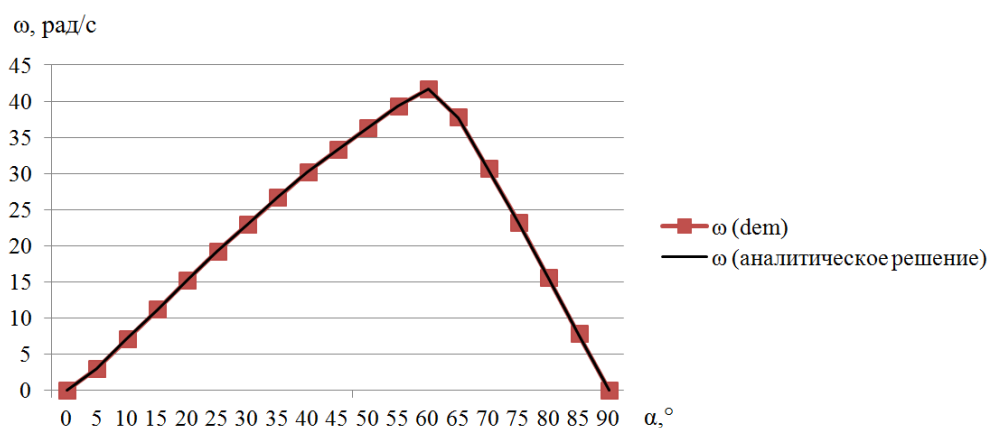


Рис. 9. Скорость вращения после удара,  $\omega$

Схема соударения двух частиц разного размера следующая. Устанавливается стенка в плоскости  $x = 0$ . Частицы ударяются о стенку с двух сторон. Точка удара находится в ноле системы координат.

$$V_{t02} = V_{t01} \frac{m_1}{m_2} = V_{t01} \frac{r_1^3}{r_2^3};$$

$$V_{n02} = V_{n01} \frac{m_1}{m_2} = V_{n01} \frac{r_1^3}{r_2^3}. \quad (4)$$

В таком случае частицы имеют по модулю равный нормальный и тангенциальный импульс:

$$\frac{V_{n01}}{V_{t01}} = \frac{V_{n02}}{V_{t02}} \operatorname{tg}(\alpha). \quad (5)$$

Частицы двигаются на встречу, ударяются о стенку с одинаковым углом  $\alpha$ .

Соотношение скоростей после столкновения.

$$V_{t2} = V_{t1} \frac{r_1^3}{r_2^3}. \quad (6)$$

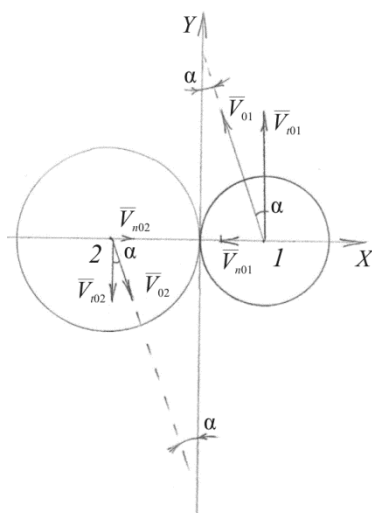


Рис. 10. Схема расположения частиц для расчета соударения двух частиц разного размера

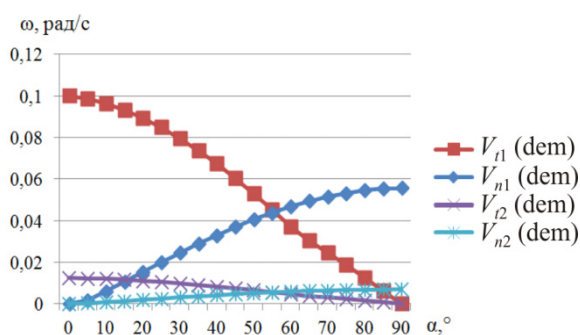


Рис. 11. Скорости частиц после удара

Таким образом, удар двух частиц о стенку в рассматриваемой схеме равнозначен удару двух частиц без стенки. Аналитическое решение используется то же, формулы (1)–(3). Далее по тексту будут добавлены только индексы частиц. При компьютерном моделировании необходимо установить для частиц начальные скорости и координаты согласно схеме (рис. 10) и формулам (4)–(6).

Вариант расчета при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$  град,  $k = 1$ ,  $\mu = 0$ ,  $\omega_{01} = 0$ ,  $\omega_{02} = 0$ ,  $r_1 = 0,0008$  м,  $r_2 = 0,0016$  м. Погрешность по модулю скорости движения частиц после столкновения между составила между результатами программы DEM и аналитическим решением 2,13 %. Скорости вращения после столкновения равны нулю, так как  $\mu = 0$ .

Вариант расчета при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$  град,  $k = 1$ ,  $\mu = 0,1$ ,  $\omega_{01} = 0$ ,  $\omega_{02} = 0$ ,  $r_1 = 0,0008$  м,  $r_2 = 0,0016$  м. По результатам теста погрешность по модулю скорости движения частиц после столкновения составила 2,11 %. Погрешность скорости вращения 1,48 %.

Вариант расчета при  $\alpha = 0 \dots 90^\circ$  град,  $\mu = 0,1$ ,  $\omega_{01} = 0$ ,  $\omega_{02} = 0$ ,  $r_1 = 0,0008$  м,  $r_2 = 0,0016$  м. Для аналитического расчета используется коэффициент восстановления, полученный в программе DEM.

По результатам теста погрешность по модулю скорости движения частиц после столкновения составила 0,76 %. Погрешность скорости вращения 1,15 %. Скорости движения, полученные с применением программы DEM, после удара частицы 2 меньше, чем скорости движения частицы 1, в 8 раз, то есть соблюдается формула (7). Углы отражения удара для обеих частиц равны, что подтверждает корректность работы программы DEM. Ниже представлены графики скоростей (рис. 11). Графики скоростей, полученные аналитическим способом, не показаны, так как погрешности менее 1,5 %.

Таким образом, получено аналитическое решение для тестирования программ, реализующих DEM. Проведено тестирование собственной программы.

Погрешность метода определялась по модулю скорости движения частицы после столкновения. В результате тестирования показано, что относительная погрешность вычислений программы DEM относительно аналитического решения при выбранном шаге по времени составляет не более 2,13 %.

Полученное аналитическое решение можно использовать для проверки погрешности программ DEM, входящих в коммерческие пакеты.

#### Список литературы

1. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Математическая модель окатывания частиц в барабане, движущемся по планетарной траектории // Химия, технология и промышленная экология неорганических соединений: сб. науч. тр. / Перм. гос. техн. ун-т. – Вып. 5. – Пермь, 2002. – С. 143–153; 134–142.
2. Dynamics of drag and force distributions for projectile impact in a granular medium / M.P. Ciamarra, A.H. Lara, A.T. Lee, D.I. Goldman, I. Vishik, H.L. Swinney // Phys. Rev. Lett. – 2004. – Vol. 92, № 19. – P. 194301.
3. Jop P., Forterre Y., Pouliquen O. A constitutive law for dense granular flows // Nature. – 2006. – Vol. 441, № 7094. – P. 727–730.
4. Attractive particle interaction forces and packing density of fine glass powders / E.J.R. Parteli, J. Schmidt, C. Blümel, K.-E. Wirth, W. Peukert, T. Pöschel // Sci. Rep. – 2014. – Vol. 4. – P. 6227.
5. Buchholtz V., Freund J.A., Poschel T. Molecular dynamics of comminution in ball mills // Eur. Phys. J. B. – 2000. – Vol. 16. – P. 169–182.
6. Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres / R. Ramirez, T. Poschel, N.V. Brilliantov, T. Schwager // PHYSICAL REVIEW E. – 1999. – Vol. 60 (4). – P. 4465–4472.
7. Pöschel T., Buchholtz V. Complex flow of granular material in a rotating cylinder // Chaos, Solitons and Fractals. – 1995. – № 4. – P. 1901.
8. Schwager T., Poschel T. Contact of viscoelastic spheres. “Friction, Arching, Contact Dynamics” // World Scientific. – Singapore, 1997. – P. 293–299.
9. Volkhard Buchholtz and Thorsten Poschel. A Vectorized algorithm formolecular dynamics of short range

interacting particles // *International Journal of Modern Physics C*. – 1993. – Vol. 4. – P. 1049.

10. Poschel T., Schwager T. *Computational Granular Dynamics* // Springer Berlin Heidelberg. – New York, 2005.

11. Cundall P.A., Strack O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies // *Geotechnique*, 1979. – Vol. 29. – P. 47.

12. Hauger W., Schnell W., Gross D. *Technische Mechanik. Bd 3: Kinetik 7*. – Berlin: Springer, 2002. – 267 p.

13. Sondergaard R., Chaney K., Brennen C.E. Measurements of solid spheres bouncing off flat plates // *ASME J. Appl. Mech.* – 1990. – Vol. 57, № 3. – P. 694–699.

14. Stronge W.J. *Impact Mechanics*. – Cambridge: Cambridge University Press, 2004. – 280 p.

15. Бать М.И., Джанелидзе Г.Ю., Кельзон А.С. *Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. 2: Динамика*. – М.: Наука, 1966. – 663 с.

16. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Условие адгезии упругопластических сферических тел // *Вестник ПГТУ. Аэрокосмическая техника*. – 2002. – № 13. – С. 67–71.

17. Лобовиков Д.В. Влияние изменения параметров на процесс окатывания // *Вестник ПГТУ. Механика и технология материалов и конструкций / Перм. гос. техн. ун-т*. – Пермь, 2002. – С. 263–272.

18. Давление в сыпучем материале при гранулировании в планетарном грануляторе / А.М. Ханов, Д.В. Лобовиков, Л.Д. Сиротенко, Е.В. Матыгуллина // *Вестник ПГТУ. Проблемы современных материалов и технологий*. – 2005. – № 11. – С. 163–169.

19. Лобовиков Д.В. Образование гранул в планетарном грануляторе // *Конструкции из композиционных материалов*. – 2006. – Вып. 4. – С. 55–60.

20. Лобовиков Д.В., Матыгуллина Е.В. Получение композиционных гранулированных материалов в планетарном грануляторе. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 153 с.

21. Lobovikov D., Khanov A., Hramov B. Peculiarity of sliding of granular material on the surface of a rotating drum // *Proceedings of XXX Summer School Advanced Problems in Mechanics 2002*. – СПб.: Изд-во Института проблем машиноведения РАН, 2003. – С. 441–446.

22. Lobovikov D. Dry granulation of powder in a drum. XXXI International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts. – СПб., 2003. – С. 65–66.

23. Lobovikov D. Experimental data of a granulation in a planetary granulator. XXXII International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts. – СПб., 2004. – С. 68–69.

## References

1. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Hramov B.L. Matematicheskaya model' okatyvaniya chastits v barabane, dvizhushchemsia po planetarnoi traektorii [Mathematical model of particle pelletizing in a drum moving along a planetary trajectory]. *Khimiya, tekhnologiya i promyshlennaya ekologiya neorganicheskikh soedinenii*, 200, iss. 5, pp. 143–153; 134–142.

2. Dynamics of drag and force distributions for projectile impact in a granular medium. M.P. Ciamarra, A.H. Lara,

A.T. Lee, D.I. Goldman, I. Vishik, H.L. Swinney. *Phys. Rev. Lett.*, 2004, vol. 92, no. 19, p. 194301.

3. Jop P., Forterre Y., Pouliquen O. A constitutive law for dense granular flows. *Nature.*, 2006, vol. 441, no. 7094, pp. 727–730.

4. Parteli E.J.R., Schmidt J., Blümel C., Wirth K.-E., Peukert W., Pöschel T. Attractive particle interaction forces and packing density of fine glass powders. *Sci. Rep.*, 2014, vol. 4, p. 6227.

5. Buchholtz V., Freund J.A., Poschel T. Molecular dynamics of comminution in ball mills. *Eur. Phys. J. B.*, 2000, vol. 16, pp. 169–182.

6. Ramirez R., Poschel T., Brilliantov N.V., Schwager T. Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres. *Physical review E.*, 1999, vol. 60 (4), pp. 4465–4472.

7. Pöschel T., Buchholtz V. Complex flow of granular material in a rotating cylinder. *Chaos, Solitons and Fractals*, 1995, no. 4, p. 1901.

8. Schwager T., Poschel T. Contact of viscoelastic spheres. "Friction, Arching, Contact Dynamics". *World Scientific. Singapore*, 1997, pp. 293–299.

9. Volkhard Buchholtz and Thorsten Poschel. A Vectorized algorithm formolecular dynamics of short range interacting particles. *International Journal of Modern Physics C*, 1993, vol. 4, p. 1049.

10. Poschel T., Schwager T. *Computational Granular Dynamics. Springer Berlin Heidelberg*. New York, 2005.

11. Cundall P.A., Strack O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, vol. 29, p. 47.

12. Hauger W., Schnell W., Gross D. *Technische Mechanik. Bd 3: Kinetik 7*. Berlin: Springer, 2002, 267 p.

13. Sondergaard R., Chaney K., Brennen C.E. Measurements of solid spheres bouncing off flat plates. *ASME Journal Appl. Mech.*, 1990, vol. 57, no. 3, pp. 694–699.

14. Stronge W.J. *Impact Mechanics*. Cambridge: Cambridge University Press, 2004, 280 p.

15. Bat' M.I., Dzhanelidze G.Iu., Kel'zon A.S. *Teoreticheskaya mekhanika v primerakh i zadachakh* [Theoretical Mechanics in Examples and Problems]. Vol. 2: Dinamika. Moscow: Nauka, 1966, 663p.

16. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Hramov B.L. Uslovie adgezii uprugoplasticheskikh sfericheskikh tel [Adhesion condition for elastoplastic spherical bodies]. *Vestnik PGTU. Aerokosmicheskaya tekhnika*, 2002, no. 13, pp. 67–71.

17. Lobovikov D.V. Vliianie izmeneniia parametrov na protsess okatyvaniia [Influence of parameter changes on the pelletizing process]. *Vestnik PGTU. Mekhanika i tekhnologiya materialov i konstruktssii*, 2002, pp. 263–272.

18. Davlenie v sypuchem materiale pri granulirovanii v planetarnom granulatore [Pressure in the bulk material during granulation in a planetary granulator]. A.M.Khanov, D.V.Lobovikov, L.D.Sirotenko, E.V. Matygullina. *Vestnik PGTU. Problemy sovremennykh materialov i tekhnologii*, 2005, no. 11. pp. 163–169.

19. Lobovikov D.V. Obrazovanie granul v planetarnom granulatore [Pellet formation in a planetary granulator]. *Konstruktssii iz kompozitsionnykh materialov*, 2006, iss. 4, pp. 55–60.

20. Lobovikov D.V., Matygullina E.V. Poluchenie kompozitsionnykh granulirovannykh materialov v planetarnom granulatore [Obtaining composite granular materials in a planetary granulator]. Perm', 2008, 153 p.

21. Lobovikov D., Hanov A., Hramov B. Peculiarity of sliding of granular material on the surface of a rotating drum. *Proceedings of XXX Summer School Advanced Problems in Mechanics 2002*. Saint-Petersburg: Izdatelstvo Instituta problem mashinovedeniia RAN, 2003, pp. 441–446.

22. Lobovikov D. Dry granulation of powder in a drum. *XXXI International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts*. Saint-Petersburg, 2003, pp. 65–66.

23. Lobovikov D. Experimental data of a granulation in a planetary granulator. *XXXII International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts*. – СПб., 2004. – С. 68–69.

Поступила: 28.01.2022

Одобрена: 21.02.2022

Принята к публикации: 22.02.2022

### Сведения об авторах

**Лобовиков Денис Викторович** (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, доцент кафедры инновационные технологии машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета (Россия, 614990, г. Пермь, Комсомольский пр-т, 29, e-mail: ppk2004@inbox.ru).

**Харченко Алексей Васильевич** (Пермь, Россия) – кандидат физико-математических наук, специалист по математическому моделированию ООО «Конструктив-СП» (Россия, 614025, г. Пермь, ул. Хлебозаводская, 22, e-mail: hav@bk.ru).

**Матыгуллина Елена Вячеславовна** (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор кафедры инновационные технологии машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета (614990, г. Пермь, Комсомольский пр-т, 29, e-mail: matik68@rambler.ru).

### About the authors

**Denis V. Lobovikov** (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, docent, Department of innovative technologies of Mechanical Engineering, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky ave., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: ppk2004@inbox.ru).

**Aleksey V. Kharchenko** (Perm, Russian Federation) – Ph. D. in Physical and Mathematical Sciences, mathematical modeling specialist, Konstruktiv-SP (22, Khlebozavodskaya str., Perm, 614025, Russian Federation, e-mail: hav@bk.ru).

**Elena V. Matygullina** (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Innovative Technologies of Mechanical Engineering, Perm National Research Polytechnic University (29, Komsomolsky ave., Perm, 614990, Russian Federation, e-mail: matik68@rambler.ru).

**Финансирование.** Исследование не имело спонсорской поддержки.

**Конфликт интересов.** Авторы заявляют об отсутствии конфликта интересов.

**Вклад авторов** равноценен.