

Лобовиков Д.В., Харченко А.В., Матыгуллина Е.В. Сравнение эффективности алгоритмов поиска контактов для метода дискретных элементов // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Машиностроение, материаловедение. – 2021. – Т. 23, № 2. – С. 55–61. DOI: 10.15593/2224-9877/2021.2.07

Lobovikov D.V., Kharchenko A.V., Matygullina E.V. Comparison of efficiency of contact search algorithms for discrete element method. *Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science*, 2021, vol. 23, no. 2, pp. 55–61. DOI: 10.15593/2224-9877/2021.2.07

ВЕСТНИК ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение
Т. 23, № 2, 2021
Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science
<http://vestnik.pstu.ru/mm/about/inf/>

DOI: 10.15593/2224-9877/2021.2.07
УДК 539.3

Д.В. Лобовиков¹, А.В. Харченко¹, Е.В. Матыгуллина²

¹Конструктив-СП, Пермь, Россия

²Пермский национальный исследовательский политехнический университет,
Пермь, Россия

**СРАВНЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ АЛГОРИТМОВ ПОИСКА КОНТАКТОВ
ДЛЯ МЕТОДА ДИСКРЕТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ**

Целью работы является изучение движения сыпучих сред во вращающемся цилиндре с образованием агломератов и гранул. Для изучения этого процесса применяется компьютерное моделирование методом дискретных элементов. Одной из ключевых проблем, требующих больших вычислений, является задача поиска контактов для одной частицы. Поиск контактов может потребовать существенно больше вычислительного времени, чем непосредственные вычисления результатов взаимодействия частиц. Для сокращения области поиска контактов при моделировании сыпучих сред методом дискретных элементов обычно используется деление всего физического объема, в котором происходит моделирование, на ячейки с помощью наложения 2D- или 3D-сетки. Определение наиболее эффективного метода построения сетки для деления рассматриваемой области и подбора характеристик сетки может существенно снизить время расчетов. Поиск контактов для каждой частицы ограничивается областью, состоящей из соседних ячеек. Исследуется эффективность численного метода при разных характеристиках вычислительной сетки. В результате сравнения способов построения сетки сделаны следующие выводы. Для моделирования движения сыпучих сред во вращающемся цилиндре с горизонтальной осью и ограниченной глубиной цилиндра наиболее эффективным является алгоритм поиска, при котором применяется 2D-сетка с размером стороны ячейки, равным радиусу минимальной частицы. Для моделирования движения сыпучих сред во вращающемся цилиндре с глубиной цилиндра, имеющей размер больший, чем диаметр цилиндра, наиболее эффективным является алгоритм поиска, при котором применяется 3D-сетка с размером стороны ячейки, равным радиусу максимальной частицы.

Ключевые слова: алгоритм, контакт, сетка, метод дискретных элементов, моделирование, гранулированный, сыпучий, ячейка, частица, столкновение.

D.V. Lobovikov¹, A.V. Kharchenko¹, E.V. Matygullina²

¹Konstruktiv-SP, Perm, Russian Federation

²Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russian Federation

**COMPARISON OF EFFICIENCY OF CONTACT SEARCH ALGORITHMS
FOR DISCRETE ELEMENT METHOD**

The aim of the work is investigation of granular media movement in a rotating cylinder with the formation of agglomerates and granules. To investigate this process, computer modeling by the method of discrete elements is used. One of the important problems requiring large calculations is the problem of finding contacts for one particle. The search for contacts can require significantly more computational time than direct calculations of the results of particle interactions. To reduce the search area for contacts when modeling granular media by the method of discrete elements, the divide of the entire physical volume into cells using 2D- or 3D-lattice overlay is usually used. Determining the most efficient lattice generation method for dividing the area under consideration and selecting the lattice characteristics can significantly reduce the computation time. The search for contacts for each particle is limited to an area consisting of neighboring cells. In this paper, we investigate the efficiency of the numerical method for different characteristics of the computational lattice. As a result of comparing the methods for constructing the lattice, the following conclusions were obtained. To simulate the movement of granular media in a rotating cylinder with a horizontal axis and a limited depth of the cylinder, the most effective search algorithm is a 2D-lattice with a cell size size equal to the radius of the minimum particle. To simulate the movement of granular media in a rotating cylinder with a cylinder depth that is larger than the cylinder diameter, the most effective search algorithm is a 3D-lattice with a cell side size equal to the radius of the maximum particle.

Keywords: algorithm, contact, lattice, discrete element method, modeling, granular, free-flowing, cell, particle, collision.

Исследуется гранулирование сухих сыпучих материалов во вращающемся барабане с использованием 3D-метода дискретных элементов (DEM – Discrete Element Method, или молекулярная динамика) [1, 2]. Целью работы является изучение движения сыпучих сред во вращающемся барабане (цилиндре) с образованием агломератов и гранул [3–11].

Моделирование методом молекулярной динамики используется для изучения динамики сыпучих сред, таких как песок, зерно, порошки и т.п. [1, 2]. В настоящее время благодаря увеличению компьютерной производительности стало возможным моделировать сложные системы с сотнями тысяч частиц в двух и трех измерениях, в том числе частиц несферической формы [12–20].

Использование этого метода требует значительных компьютерных мощностей. Одной из ключевых проблем, требующих больших вычислений, является задача поиска контактов для одной частицы. Поиск контактов может потребовать существенно больше вычислительного времени, чем непосредственные вычисления результатов взаимодействия частиц. Определение наиболее эффективного метода построения сетки для деления рассматриваемой области и подбор характеристик сетки могут существенно снизить время расчетов. Выбор оптимальных параметров сетки позволит увеличить количество частиц при моделировании [21, 22].

В настоящей статье сравнивается несколько подходов к построению расчетной сетки и выбору разных характеристик сетки при моделировании методом DEM сыпучих сред во вращающемся цилиндре. Рассматривается задача о движении сыпучего материала во вращающемся цилиндре. Ось цилиндра направлена по оси z декартовых координат и параллельно поверхности земли. Принимается, что частицы сферические. Предполагается, что движение частиц вдоль оси цилиндра несущественно. Далее используются следующие обозначения:

H – глубина цилиндра;

D – диаметр цилиндра;

r_i – радиус-вектор i -й частицы;

R_i – радиус частицы;

R_{\max} – максимальный радиус частиц;

R_{\min} – минимальный радиус частиц;

v_i – вектор скорости i -й частицы;

m_i – масса i -й частицы;

F – сумма внешних сил, действующих на i -ю частицу;

M – сумма моментов внешних сил, действующих на i -ю частицу;

J – момент инерции;

t – время;

N – количество частиц.

Систему уравнений, описывающих взаимодействие частиц, в этом случае можно записать в виде [23, 24]:

$$\frac{\partial^2 \vec{r}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{m_i} \vec{F}_i(\vec{r}_j, \vec{v}_j, \vec{\varphi}_j, \vec{\omega}_j);$$

$$\frac{\partial^2 \vec{\varphi}_i}{\partial t^2} = \frac{1}{J_i} \vec{M}_i(\vec{r}_j, \vec{v}_j, \vec{\varphi}_j, \vec{\omega}_j), j = 1, \dots, N;$$

$$\vec{F}_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{F}_{ij};$$

$$\vec{M}_{ij} = \sum_{j=1, j \neq i}^N \vec{M}_{ij}.$$

Для исследования эффективности алгоритмов поиска контактирующих частиц природа и способ вычисления суммарных сил и моментов не важны [25, 26].

Исследовать эффективность выбора расчетной сетки и ее характеристик будем при следующем наборе начальных данных: $D = 120 R_{\max}$, $H = 10 R_{\max}$. Глубина цилиндра ограничена $10 R_{\max}$ с целью уменьшения количества частиц моделируемого процесса, так как предполагается, что движение частиц вдоль оси цилиндра несущественно. Коэффициент трения между поверхностью цилиндра и частицами равен нулю. Предполагается, что движение частиц в цилиндре с минимальной глубиной, например $10 R_{\max}$, не отличается от движения частиц в цилиндре с любой глубиной более $10 R_{\max}$.

Частицы расположены в кубической упаковке, занимают 100 % объема цилиндра. Гранулометрический состав представляет собой частицы трех размеров R_{\min} , R_{\max} и $(R_{\min} + R_{\max})/2$ в равном насыпном объеме.

Моделирование с помощью метода DEM заключается в циклическом повторении с дискретным шагом dt следующих этапов:

– для каждой сферической частицы сыпучего материала находятся контакты с соседними частицами;

– вычисляются нормальные и касательные силы контактных взаимодействий между частицами, также между частицами и стенками вращающегося барабана;

– силы для каждой частицы суммируются;

– находятся новые скорости и координаты частиц.

Для поиска контактирующих частиц расчетная область частиц делится на ячейки ортогональной равномерной постоянной сеткой.

Линии сетки располагаются параллельно осям X , Y . Шаг сетки обозначим b . В плоскости XY сетка квадратная. Таким образом, ячейки имеют форму прямоугольного параллелепипеда со сторонами b , b , H . Каждую ячейку можно пронумеровать двумя индексами (x, y) .

В общем виде алгоритм поиска контактов выглядит следующим образом:

- для каждой i -й частицы определяется ячейка сетки (x_i, y_i) , в которой она находится;

- производится поиск контактирующих частиц в ячейке (x_i, y_i) . Для того чтобы избежать дублирования, рассматриваются только частицы с индексами $j > i$;

- определяются ячейки сетки (x, y) , в которых будет осуществляться поиск. Количество ячеек в рассматриваемой окрестности определяется с помощью величины $k = (R_i + R_{\max})/R_{\min}$;

- проверяется наличие контакта i -й частицы с частицами, находящимися в ячейках (x_j, y_j) , где $y_j = y_i$, $x_i - k < x_j < x_i + k$;

- проверяется наличие контакта i -й частицы с частицами, находящимися в ячейках (x_j, y_j) , где $x_i - k < x_j < x_i + k$, $y_i - k < y_j < y_i + k$.

Для поиска контактов в 3D-сетке (с делением ячеек по оси z , ячейки имеют стороны b , b , b) алгоритм выглядит следующим образом:

- для каждой i -й частицы определяется ячейка сетки (x_i, y_i, z_i) , в которой она находится;

- производится поиск контактирующих частиц в ячейке (x_i, y_i, z_i) . Для того чтобы избежать дублирования, рассматриваются только частицы с индексами $j > i$;

- определяются ячейки сетки (x, y, z) , в которых будет осуществляться поиск. Количество ячеек в рассматриваемой окрестности определяется с помощью величины $k = (R_i + R_{\max}) / R_{\min}$;

- проверяется наличие контакта i -й частицы с частицами, находящимися в ячейках (x_j, y_j, z_j) , где $y_j = y_i$, $x_i - k < x_j < x_i + k$, $z_i - k < z_j < z_i + k$;

- проверяется наличие контакта i -й частицы с частицами, находящимися в ячейках (x_j, y_j, z_j) , где $x_i - k < x_j < x_i + k$, $y_i - k < y_j < y_i + k$, $z_i - k < z_j < z_i + k$.

Вся область поиска контактов изображена на рис. 1.

Поиск контактов только в рядах ячеек сверху от текущей ячейки и в ячейках справа в том же ряду от текущей ячейки позволяет уменьшить область поиска в два раза и исключить дублирование контактов.

Выбор размера ячейки $b = R_{\min}$ обусловлен тем, что при таком размере необходимо для сосед-

них частиц минимального размера производить поиск контактов только в двух соседних рядах (если текущая частица также имеет минимальный размер) (рис. 2). Количество частиц с минимальным диаметром обычно составляет более 80 % всего количества частиц, поэтому предполагается, что выбор размера ячеек по радиусу частиц минимального размера сократит область поиска для большинства возможных контактов. Далее приводится сравнение общего количества операций компьютера с вариантом, когда размер ячейки равен радиусу частицы максимального размера.

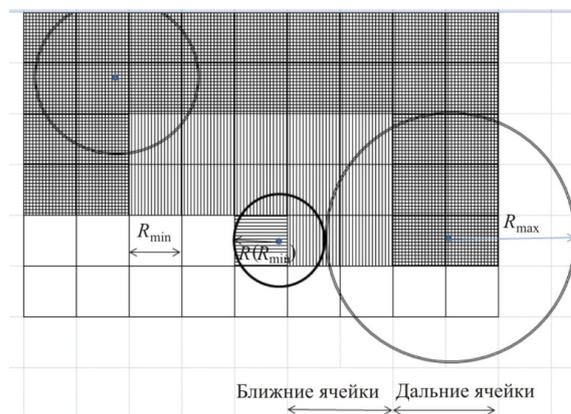


Рис. 1. Область поиска контактов (частицы имеют разный размер)

Применение стороны ячейки, равной радиусу частицы минимального размера, позволяет рассчитывать количество ячеек поиска в одну сторону (влево, вправо, вверх) индивидуально для определенного размера текущей частицы; таким образом, сокращается область поиска для частиц с минимальным размером. Например, если текущая частица минимального размера, при том, что максимальный размер соседних частиц больше в три раза, $k = 4$. Если текущая частица максимального размера, при том, что максимальный размер частиц больше в три раза частиц с минимальным размером, $k = 6$.

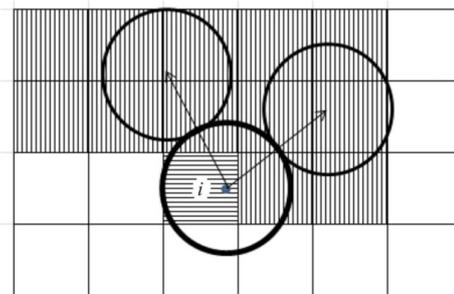


Рис. 2. Область поиска контактов для частиц с одинаковым диаметром

Для сравнения эффективности алгоритма проведены расчеты для пяти различных способов деления области моделирования на ячейки.

Способ 1. Построена квадратная координатная сетка по осям x , y , которая делит объем на ячейки. Ячейки имеют глубину, равную глубине цилиндра, т.е. деление ячеек по оси z не производится. Сторона ячейки равна радиусу частицы минимального размера. Поиск производится согласно схеме, показанной на рис. 1.

Способ 2. Отличие от предыдущего способа заключается в том, что если текущая частица имеет минимальный размер, то в дальних ячейках, заштрихованных решеткой (см. рис. 1), не производится проверка на наличие контакта с соседними частицами, имеющими больший диаметр.

Способ 3. Отличие от способа № 1 заключается в том, что ячейки дополнительно разделены в глубину с периодом, равным также радиусу минимальной частицы. Таким образом, применяется 3D-сетка.

Способ 4. Построена квадратная сетка по осям x , y , которая делит объем на ячейки. Ячейки имеют глубину, равную глубине цилиндра, т.е. деление ячеек по оси z не производится. Сторона ячейки равна радиусу частицы максимального раз-

мера. Поиск производится согласно схеме, показанной на рис. 2, только в соседних двух рядах.

Способ 5. Отличие от способа № 4 заключается в том, что ячейки дополнительно разделены в глубину с периодом, равным также радиусу частицы максимального размера. Таким образом, в способе применяется 3D-сетка.

Результаты расчета эффективности приведены в табл. 1.

Для сравнения проводились расчеты со следующими параметрами: $R_{\min} = 0,01$ м, $R_{\max} = 0,03$ м, $H = 0,15$ м.

В табл. 2 приведены результаты, полученные при использовании тех же способов построения координатной сетки. Различие состоит в том, что размер цилиндра в глубину увеличен до диаметра цилиндра. Этот способ моделирования может использоваться при изучении движения частиц, имеющих значительное перемещение по оси z , например при моделировании движения сыпучего материала в цилиндре, с наклоненной осью z относительно горизонтали, что приводит к перемещению объема частиц в сторону наклона.

Для сравнения проводились расчеты со следующими параметрами: $R_{\min} = 0,01$ м, $R_{\max} = 0,03$ м, $H = 2$ м.

Таблица 1

Сравнение эффективности способов построения координатной сетки для цилиндра с глубиной 0,15 м

Параметр	Способ 1	Способ 2	Способ 3	Способ 4	Способ 5
Количество малых частиц	166 500	166 500	166 500	166 500	166 500
Количество средних	20 813	20 813	20 813	20 813	20 813
Количество больших	6167	6167	6167	6167	6167
Общее количество частиц	193 479	193 479	193 479	193 479	193 479
Сторона ячейки	0,005	0,005	0,005	0,015	0,015
Общее количество ячеек сетки	133 200	133 200	3 996 000	14 800	148 000
В каждую ячейку в среднем попадает частиц	1,4525	1,4525	0,0484	13,0729	1,3073
Количество ячеек поиска для частицы минимального размера	41	41	779	–	–
Количество ячеек поиска для частицы среднего размера	61	61	1159	–	–
Количество ячеек поиска для частицы максимального размера	85	85	1615	–	–
Количество ячеек поиска для частицы любого размера	–	–	–	13	65
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы минимального размера	60	25	38	–	–
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы среднего размера	89	89	56	–	–
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы максимального размера	123	123	78	–	–
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы любого размера	–	–	–	170	85
Осредненное количество операций поиска контактов для одной частицы	3145	2126	13542	6386	4140

Таблица 2

Сравнение эффективности способов построения сетки для цилиндра с глубиной 2 м

Параметр	Способ 1	Способ 2	Способ 3	Способ 4	Способ 5
Количество малых частиц	2 217 780	2 217 780	2 217 780	2 217 780	2 217 780
Количество средних	277 223	277 223	277 223	277 223	277 223
Количество больших	82 140	82 140	82 140	82 140	82 140
Общее количество частиц	2 577 143	2 577 143	2 577 143	2 577 143	2 577 143
Сторона ячейки	0,005	0,005	0,005	0,015	0,015
Общее количество ячеек сетки	133 200	133 200	53 280 000	14 800	1 973 333
В каждую ячейку в среднем попадает частиц	19,34	19,34	0,0484	174,13	1,31
Количество ячеек поиска для частицы минимального размера	41	41	779		
Количество ячеек поиска для частицы среднего размера	61	61	1159		
Количество ячеек поиска для частицы максимального размера	85	85	1615		
Количество ячеек поиска для частицы любого размера				13	65
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы минимального размера	793	793	38		
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы среднего размера	1180	1180	56		
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы максимального размера	1644	1644	78		
Количество частиц, проверяемых на контакт, для частицы любого размера				2264	85
Осредненное количество операций поиска контактов для одной частицы	31 051	17 475	13 540	79 668	4 137

Для моделирования процессов, происходящих во вращающемся цилиндре с горизонтальной осью вращения и незначительным перемещением частиц вдоль оси вращения, необходимо применять ограниченную глубину объема расчета. Наибольшую эффективность показал способ № 2.

Для моделирования процессов, происходящих во вращающемся цилиндре с наклоненной осью вращения и значительным перемещением частиц вдоль оси вращения, необходимо применять глубину объема расчета, достаточную для изучения движения частиц вдоль оси вращения цилиндра. Предлагается использовать глубину не менее размера диаметра цилиндра. Наибольшую эффективность показал способ № 5 (см. табл. 2). Количество операций, приходящихся на частицу i , согласно этому способу, не зависит от глубины моделируемого цилиндра.

Способ № 3 менее эффективен, чем способ № 5 (в обоих способах ячейки имеют деление в глубину по оси z), в связи с тем, что для способа № 3 общее количество ячеек проверки в трех измерениях более чем в 10 раз превышает этот параметр для способа № 5. Ячейки способа № 3 меньше, поэтому при проверке используется их большее количество.

Способы № 1, 2 (см. табл. 2) требуют гораздо большего количества операций для текущей частицы, чем указано в табл. 1, так как при глубине

цилиндра, равной размеру диаметра цилиндра, в ячейку с глубиной, равной глубине моделирования, попадает больше частиц. Количество проверяемых частиц в ячейке пропорционально глубине цилиндра.

Способ № 5 является универсальным, так как уступает по эффективности способу № 2 при минимальной глубине цилиндра (см. табл. 1) лишь в два раза и показывает лучшую эффективность при глубине цилиндра, равной размеру диаметра цилиндра (см. табл. 2) и более.

Список литературы

1. Buchholtz V., Freund J.A., Poschel T. Molecular dynamics of comminution in ball mills // Eur. Phys. J. – 2000. – Vol. B 16. – P. 169–182.
2. Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres / R. Ramirez, T. Poschel, N.V. Brilliantov, T. Schwager // PHYSICAL REVIEW E. – 1999. – Vol. 60, no. 4. – P. 4465–4472.
3. Классен П.В., Гришаев И.Г. Основы техники гранулирования. – М.: Химия, 1982. – 272 с.
4. Паронян В.Х., Гринь В.Т. Технология синтетических моющих веществ. – М.: Химия, 1984. – 224 с.
5. Зимон А.Д., Андрианов Е.И. Аутогезия сыпучих материалов. – М.: Металлургия, 1978. – 287 с.
6. Касаткин А.Г. Основные процессы и аппараты химической технологии. – М.: Химия, 1973. – 829 с.
7. Исследование процесса получения сферических гранул носителей катализаторов методом окатывания в планетарном грануляторе / Б.Л. Храмов, А.М. Ханов,

Д.В. Лобовиков, С.М. Галилеев. // Химическая промышленность. – 2000. – № 12. – С. 5–9.

8. Планетарный гранулятор: пат. 2191064 Рос. Федерация: МКИ 7 В 01 J 2/12 / Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. – № 2001115944; заявл. 09.06.2001; опубл. 20.10.2002, Бюл. № 29.

9. Планетарный гранулятор: пат. 2209661 Рос. Федерация: МКИ 7 В 01 J 2/12 / Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. – № 2002100779, заявл. 08.01.2002; опубл. 10.08.2003, Бюл. № 22.

10. Лобовиков Д.В. Образование гранул в планетарном грануляторе // Конструкции из композиционных материалов. – 2006. – Вып. 4. – С. 55–60.

11. Лобовиков Д.В., Матыгуллина Е.В. Получение композиционных гранулированных материалов в планетарном грануляторе. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008. – 153 с.

12. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Моделирование динамики окатывания частиц сыпучего материала в барабане планетарного гранулятора // Математическое моделирование в естественных науках: тез. докл. 10-й Всерос. конф. молодых ученых / Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2001. – С. 66.

13. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Математическая модель окатывания частиц в барабане, движущемся по планетарной траектории // Химия, технология и промышленная экология неорганических соединений: сб. науч. тр. / Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2002. – Вып. 5. – С. 143–153.

14. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Кинетика гранулирования композиции в планетарном грануляторе // Химия, технология и промышленная экология неорганических соединений: сб. науч. тр. / Перм. гос. техн. ун-т. – Пермь, 2002. – Вып. 5. – С. 134–142.

15. Лобовиков Д.В., Ханов А.М., Храмов Б.Л. Условие адгезии упругопластических сферических тел // Вестник Пермского государственного технического университета. Аэрокосмическая техника. – 2002. – № 13. – С. 67–71.

16. Лобовиков Д.В. Влияние изменения параметров на процесс окатывания // Вестник Пермского государственного технического университета. Механика и технология материалов и конструкций. – 2002. – № 5. – С. 263–272.

17. Lobovikov D., Hanov A., Hramov B. Peculiarity of sliding of granular material on the surface of a rotating drum // Proceedings of XXX Summer School Advanced Problems in Mechanics, St.-Petersburg, 27 June–6 July 2002. – St.-Petersburg, 2003. – P. 441–446.

18. Lobovikov D. Dry granulation of powder in a drum // XXXI International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts, St.-Petersburg, 22 June–2 July 2003. – St.-Petersburg, 2003. – P. 65–66.

19. Lobovikov D. Experimental data of a granulation in a planetary granulator // XXXII International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts, St.-Petersburg, 24 June–1 July 2004. – St.-Petersburg, 2004. – P. 68–69.

20. Давление в сыпучем материале при гранулировании в планетарном грануляторе / А.М. Ханов, Д.В. Лобовиков, Л.Д. Сиротенко, Е.В. Матыгуллина //

Вестник Пермского государственного технического университета. Проблемы современных материалов и технологий. – 2005. – № 11. – С. 163–169.

21. Buchholtz V., Poschel T. A vectorized algorithm formolecular dynamics of short range interacting particles // International Journal of Modern Physics C. – 1993. – Vol. 4. – P. 1049.

22. Poschel T., Schwager T. Computational granular dynamics. – New York: Springer Berlin Heidelberg, 2005. – 322 p.

23. Pöschel T., Buchholtz V. Complex flow of granular material in a rotating cylinder // Chaos, Solitons and Fractals. – 1995. – № 4.

24. Schwager T., Poschel T. Contact of viscoelastic spheres // "Friction, Arching, Contact Dynamics". World Scientific. – Singapore, 1997. – P. 293–299.

25. Cundall P.A., Strack O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies // Geotechnique. – 1979. – Vol. 29. – P. 47.

26. Ицкович Г.М. Соппротивление материалов. – М.: Высш. шк., 1998. – 368 с.

References

1. Buchholtz V., Freund J.A., Poschel T. Molecular dynamics of comminution in ball mills. *Eur. Phys. Journal*, 2000, vol. B 16, pp. 169–182.

2. Ramirez R., Poschel T., Brilliantov N.V., Schwager T. Coefficient of restitution of colliding viscoelastic spheres. *PHYSICAL REVIEW E*, 1999, vol. 60, no. 4, pp. 4465–4472.

3. Klassen P.V., Grishaev I.G. *Osnovy tekhniki granulirovaniia* [The basics of pelletizing techniques.]. Moscow: Khimiia, 1982, 272 p.

4. Paronian V.Kh., Grin' V.T. *Tekhnologiia sinteticheskikh moiushchikh veshchestv* [Technology of synthetic detergents]. Moscow: Khimiia, 198, 224 p.

5. Zimon A.D., Andrianov E.I. *Autogeziia sypuchikh materialov* [Autogeography of bulk materials]. Moscow: Metallurgii, 1978, 287 p.

6. Kasatkin A.G. *Osnovnye protsessy i apparaty khimicheskoi tekhnologii* [Basic processes and apparatuses of chemical technology]. Moscow: Khimiia, 1973, 829 p.

7. Khramov B.L., Khanov A.M., Lobovikov D.V., Galileev S.M. *Issledovanie protsessa polucheniia sfericheskikh granul nositelei katalizatorov metodom okatyvaniia v planetarnom granuliatorе* [Study of the process of obtaining spherical granules of catalyst carriers by pelletizing in a planetary granulator]. *Khimicheskaiia promyshlennost'*, 2000, no. 12, pp. 5–9.

8. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. *Planetarnyi granuliator* [Planetary granulator]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2191064 (2002).

9. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. *Planetarnyi granuliator* [Planetary granulator]. Patent Rossiiskaia Federatsiia no. 2209661 (2003).

10. Lobovikov D.V. *Образование гранул в планетарном грануляторе* [Pellet formation in a planetary granulator]. *Konstruktii iz kompozitsionnykh materialov*, 2006, iss. 4, pp. 55–60.

11. Lobovikov D.V., Matygullina E.V. *Poluchenie kompozitsionnykh granulirovannykh materialov v*

planetarnom granulatore [Obtaining composite granular materials in a planetary granulator]. Izdatel'stvo Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta, 2008, 153 p.

12. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. Modelirovanie dinamiki okatyvaniia chastits sypuchego materiala v barabane planetarnogo granulatora [Simulation of the dynamics of pelletizing of bulk solids in a planetary pelletizer drum]. *Matematicheskoe modelirovanie v estestvennykh naukakh: tezisy dokladov 10-i Vserossiiskoi konferentsii molodykh uchenykh*. Perm', 2001, p. 66.

13. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. Matematicheskaiia model' okatyvaniia chastits v barabane, dvizhushchemsia po planetarnoi traektorii [Mathematical model of particle pelletizing in a drum moving along a planetary trajectory]. *Khimiia, tekhnologiia i promyshlennaia ekologiia neorganicheskikh soedinenii: sbornik nauchnykh trudov*. Perm', 2002, iss. 5, pp. 143–153.

14. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. Kinetika granulirovaniia kompozitsii v planetarnom granulatore [Kinetics of Composition Granulation in a Planetary Granulator]. *Khimiia, tekhnologiia i promyshlennaia ekologiia neorganicheskikh soedinenii: sbornik nauchnykh trudov*. Perm', 2002, iss. 5, pp. 134–142.

15. Lobovikov D.V., Khanov A.M., Khramov B.L. Uslovie adgezii uprugoplasticheskikh sfericheskikh tel [Adhesion condition for elastoplastic spherical bodies]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaiia tekhnika*, 2002, no. 13, pp. 67–71.

16. Lobovikov D.V. Vliianie izmeneniia parametrov na protsess okatyvaniia [Vliianie izmeneniia parametrov na protsess okatyvaniia]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Mekhanika i tekhnologiia materialov i konstruktii*, 2002, no. 5, pp. 263–272.

17. Lobovikov D., Hanov A., Hramov B. Peculiarity of sliding of granular material on the surface of a rotating drum. *Proceedings of XXX Summer School Advanced Problems in Mechanics*, 2002. Saint-Petersburg, 2003, pp. 441–446.

18. Lobovikov D. Dry granulation of powder in a drum. *XXXI International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts*, 2003. Saint-Petersburg, 2003, pp. 65–66.

19. Lobovikov D. Experimental data of a granulation in a planetary granulator. *XXXII International Summer School. Conference "Advanced Problems in Mechanics": book of abstracts*, 2004. Saint-Petersburg, 2004, pp. 68–69.

20. Khanov A.M., Lobovikov D.V., Sirotenko L.D., Matygullina E.V. Davlenie v sypuchem materiale pri granulirovanii v planetarnom granulatore [Pressure in the bulk material during granulation in a planetary granulator]. *Vestnik Permskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo*

universiteta. Problemy sovremennykh materialov i tekhnologii, 2005, no. 11, pp. 163–169.

21. Buchholtz V., Poschel T. A vectorized algorithm formolecular dynamics of short range interacting particles. *International Journal of Modern Physics C.*, 1993, vol. 4, p. 1049.

22. Poschel T., Schwager T. Computational granular dynamics. New York: Springer Berlin Heidelberg, 2005, 322 p.

23. Pöschel T., Buchholtz V. Complex flow of granular material in a rotating cylinder. *Chaos, Solitons and Fractals*, 1995, no. 4.

24. Schwager T., Poschel T. Contact of viscoelastic spheres. "Friction, Arching, Contact Dynamics". *World Scientific*. Singapore, 1997, pp. 293–299.

25. Cundall P.A., Strack O.D.L. A discrete numerical model for granular assemblies. *Geotechnique*, 1979, vol. 29, p. 47.

26. Itskovich G.M. Soprotivlenie materialov [Material resistance]. Moscow: Vysshiaia shkola, 1998, 368 p.

Получено 27.04.2021

Опубликовано 25.06.2021

Сведения об авторах

Лобовиков Денис Викторович (Пермь, Россия) – кандидат технических наук, инженер ООО «Конструктив-СП», e-mail: e-mail: ppk2004@inbox.ru.

Харченко Алексей Васильевич (Пермь, Россия) – кандидат физико-математических наук, специалист по математическому моделированию ООО «Конструктив-СП», e-mail: hav@bk.ru.

Матыгуллина Елена Вячеславовна (Пермь, Россия) – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры инновационных технологий машиностроения Пермского национального исследовательского политехнического университета, e-mail: matik68@rambler.ru.

About the authors

Denis V. Lobovikov (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Technical Sciences, Engineer, LLC “Konstruktiv-SP”, e-mail: ppk2004@inbox.ru.

Aleksey V. Kharchenko (Perm, Russian Federation) – Ph.D. in Physical and Mathematical Sciences, Mathematical Modeling Specialist, LLC “Konstruktiv-SP”, e-mail: hav@bk.ru.

Elena V. Matygullina (Perm, Russian Federation) – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Innovative Mechanical Engineering Technology, Perm National Research Polytechnic University, e-mail: matik68@rambler.ru.