
ВЕСТНИК ПНИПУ. Машиностроение, материаловедение
Т. 23, № 2, 2021

Bulletin PNRPU. Mechanical engineering, materials science
<http://vestnik.pstu.ru/mm/about/inf/>

DOI: 10.15593/2224-9877/2021.2.10
УДК 621.22

Е.В. Кукушкин

Сибирский государственный университет науки и технологий
им. академика М.Ф. Решетнева, Красноярск, Россия

УРАВНЕНИЯ ДВИЖЕНИЯ КАРДАННОГО ШАРНИРА

Известны два подхода к решению вопросов кинематики карданных передач. В первом случае карданная передача рассматривается как пространственный механизм с постоянными углами между осями карданных валов. Этот подход приемлем в случае рассмотрения карданной передачи при движении в кривых участках пути малого радиуса. При втором подходе карданная передача рассматривается как плоская карданная передача с переменными углами между осями карданных валов. Достаточно часто карданные передачи используются в случаях, когда при эксплуатации машин может изменяться угол излома либо расстояние между осями ведущего и ведомого валов передачи. В подобных условиях кинематические и динамические характеристики трансмиссии существенно зависят от режимов ее движения. При увеличении угла излома карданного вала заметно увеличивается неравномерность вращения и уменьшается среднее значение угловой скорости. Поскольку при увеличении угла излома карданной передачи увеличивается неравномерность вращения ведомого вала, из-за неравномерности угловых скоростей уменьшается область их применимости, а снижение уровня крутильных колебаний достигается только за счет применения гасителей крутильных колебаний. Рассмотрена карданная передача, состоящая из одного карданного шарнира; получено уравнение движения карданного шарнира с учетом угла излома карданной передачи и график зависимости угла поворота карданного шарнира на один оборот от угла перекоса валов карданной передачи и угловой скорости. Разработаны расчетные динамические модели и получены значения собственных частот колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром и карданной передачи с двумя карданными шарнирами. Получены графики зависимости углов излома карданной передачи от частоты собственных колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром и с двумя карданными шарнирами.

Ключевые слова: уравнение движения, карданный шарнир, карданная передача, кинематика, динамика, собственные частоты колебаний, динамическая модель, нерезонансные условия работы, шарниры неравных угловых скоростей, дифференциальные уравнения Лагранжа, угол поворота карданной передачи.

E.V. Kukushkin

Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, Krasnoyarsk, Russian Federation

EQUATIONS OF MOTION OF THE UNIVERSAL JOINT

There are two known approaches to solving the problems of cardan transmission kinematics. In the first case, the cardan transmission is considered as a spatial mechanism with constant angles between the axes of the cardan shafts. This approach is acceptable when considering the cardan drive when driving in curved sections of the path of a small radius. In the second approach, the cardan drive is considered as a flat driveshaft with variable angles between the axes of the driveshafts. Quite often, cardan drives are used in cases when the bending angle or the distance between the axes of the driving and driven shafts of the transmission can change during the operation of machines. In such conditions, the kinematic and dynamic characteristics of the transmission significantly depend on the modes of its movement. With an increase in the angle of fracture of the propeller shaft, the unevenness of rotation increases noticeably and the average value of the angular velocity decreases. Since with an increase in the angle of fracture of the cardan drive, the unevenness of rotation of the driven shaft increases, due to the unevenness of angular velocities, the area of their applicability decreases, and a decrease in the level of torsional vibrations is achieved only through the use of torsional vibration dampers. The cardan transmission, consisting of one cardan joint, is considered, the equation of motion of the cardan joint is obtained, taking into account the bend angle of the cardan gear and the graph of the dependence of the angle of rotation of the cardan joint per revolution on the skew angle of the cardan shafts and the angular speed. Calculated dynamic models have been developed and the values of natural frequencies of vibrations of a cardan transmission with one cardan joint and a cardan transmission with two cardan joints are obtained. The graphs of the dependence of the angles of fracture of the cardan transmission on the frequency of natural vibrations of the cardan transmission with one cardan joint and with two cardan joints were obtained.

Keywords: equation of motion, cardan joint, cardan drive, kinematics, dynamics, natural vibration frequencies, dynamic model, non-resonant operating conditions, unequal angular velocity joints, Lagrange differential equations, angle of rotation of cardan gear.

Введение

Исследования работы карданных передач имеют два направления: динамика и кинематика карданных передач. Основополагающими работами по кинематике и динамике карданных передач являются работы Е.А. Чудакова [1], М.И. Лысова [2, 3], Я.Э. Малаховского [4], И.С. Цитовича [5, 6], С.А. Лапшина [7–9]. Исследования кинематики карданных передач позволили установить, что в одношарнирной передаче при вращении ведущего вала с постоянной угловой скоростью ведомый вал будет вращаться неравномерно с переменной угловой скоростью, при этом коэффициент неравномерности вращения является функцией угла наклона трубы кардана. Трудом Е.А. Чудакова, И.С. Цитовича и других было показано, что карданные передачи требуют как кинематических, так и динамических расчетов.

Известны два подхода к решению вопросов кинематики карданных передач [10]. В первом случае карданная передача рассматривается как пространственный механизм с постоянными углами между осями карданных валов [11]. Этот подход приемлем в случае рассмотрения карданной передачи при движении в кривых участках пути малого радиуса. При втором подходе карданная передача рассматривается как плоская карданная передача с переменными углами между осями карданных валов [12].

При движении с большой скоростью происходят взаимные перемещения как в вертикальной, так и в горизонтальной плоскости, подобные перемещения приводят к изменению углов между осями карданных валов. Ввиду этого карданную передачу следует рассматривать как пространственный механизм с переменными углами между осями его валов [10].

Достаточно часто карданные передачи используются в случае, когда при эксплуатации машин может изменяться угол излома либо расстояние между осями ведущего и ведомого валов передачи. В подобных условиях кинематические и динамические характеристики трансмиссии существенно зависят от режимов ее движения. При увеличении угла излома карданного вала заметно увеличивается неравномерность вращения и уменьшается среднее значение угловой скорости. Расчеты показывают, что колебания угла излома в шарнире существенно меняют весь процесс движения карданной передачи. Эти изменения носят нелинейный характер. Основными факторами, влияющими на этот процесс, являются амплитуда и частота изменения угла излома [13].

В реально существующих конструкциях не всегда удается создать привод с оптимальной кинематикой и, в частности, реализовать условие, позволяющее привести карданную передачу к передаче равных угловых скоростей [14]. В этих случаях для уменьшения модуляции круговой частоты вращения рабочего органа машины вводят в приводы гасители колебаний [15]. Введение дополнительного звена в исходную механическую систему изменяет динамику и кинематику привода [16].

Поскольку при увеличении угла излома карданной передачи увеличивается неравномерность вращения ведомого вала, из-за неравномерности угловых скоростей [1–17] уменьшается область их применимости, а снижение уровня крутильных колебаний достигается только за счет применения гасителей крутильных колебаний [18].

Основная часть

Рассмотрим карданную передачу, состоящую из одного карданного шарнира. В этом случае передача будет работать неравномерно, а при установке такой карданной передачи большие вращающиеся массы окажут значительное сопротивление неравномерному вращению, при этом будут возникать дополнительные напряжения за счет кручения. Поскольку карданный вал не обладает достаточной упругостью, он будет подвержен высоким динамическим нагрузкам, что вызовет усиленный износ карданного шарнира [4].

При повороте вала 1 на угол φ_1 (рис. 1, 2)

$$\vec{e}_1 = \vec{e}_{10} \cos \varphi_1 + \vec{e}_{30} \sin \varphi_1. \quad (1)$$

При повороте вала 2 на угол φ_2 (см. рис. 1 и рис. 3)

$$\vec{e}_2 = \vec{e}_{20} \cos \varphi_2 + \vec{e}_{10} \sin \varphi_2. \quad (2)$$

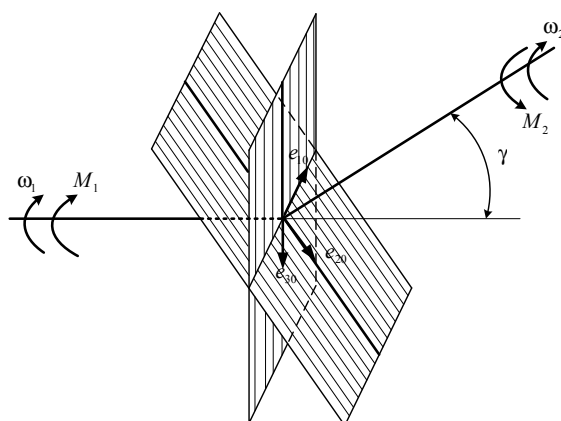


Рис. 1. Общая расчетная схема карданного шарнира

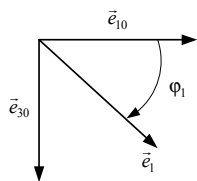


Рис. 2. Расчетная схема карданного шарнира с углом поворота φ_1

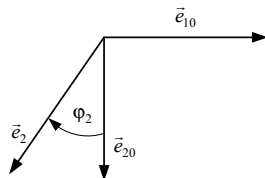


Рис. 3. Расчетная схема карданного шарнира с углом поворота φ_2

Решая совместно уравнения (1) и (2), получим

$$-\cos \varphi_1 \sin \varphi_2 + (\vec{e}_{20} \vec{e}_{30}) \cos \varphi_2 \sin \varphi_1 = 0.$$

При этом учитываем, что $(\vec{e}_1 \vec{e}_2) = 0$ и $(\vec{e}_{20} \vec{e}_{30}) = \cos \gamma$. Тогда окончательно, после преобразования,

$$\operatorname{tg} \varphi_2 = \cos \gamma \operatorname{tg} \varphi_1. \quad (3)$$

Элементарная работа, совершаемая карданным шарниром, определится как

$$\delta A = M_1 \delta \varphi_1 - M_2 \delta \varphi_2. \quad (4)$$

Для решения уравнения (4) найдем его составляющие:

$$\frac{\delta \varphi_2}{\cos^2 \varphi_2} = \cos \alpha \frac{\delta \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1}$$

и

$$1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2 = \frac{1}{\cos^2 \varphi_2}.$$

Решая совместно, получим

$$\delta \varphi_2 (1 + \operatorname{tg}^2 \varphi_2) = \cos \alpha \frac{\delta \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1}.$$

Произведя замену φ_2 на φ_1 , используя уравнение (3), получим

$$\delta \varphi_2 (1 + \cos^2 \gamma \operatorname{tg}^2 \varphi_1) = \cos \gamma \frac{\delta \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1},$$

откуда

$$\delta \varphi_2 = \frac{\cos \gamma \delta \varphi_1}{\cos^2 \varphi_1 + \cos^2 \gamma \sin^2 \varphi_1} = \frac{\cos \gamma \delta \varphi_1}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1}. \quad (5)$$

Тогда

$$\delta A = \left(M_1 - \frac{M_2 \cos \gamma}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1} \right) \delta \varphi_1,$$

выражение в скобках является обобщенной силой Q_φ , т.е.

$$Q_\varphi = \left(M_1 - \frac{M_2 \cos \gamma}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1} \right).$$

Далее принимаем $\varphi_1 \equiv \varphi$.

Для нахождения связи геометрических параметров карданного шарнира с силовыми параметрами составим уравнение кинетической энергии системы:

$$T = \frac{J_1 \dot{\varphi}_1^2}{2} + \frac{J_2 \dot{\varphi}_2^2}{2}. \quad (6)$$

Для нахождения решения уравнения (6) продифференцируем уравнение (5):

$$\dot{\varphi}_2 = \frac{\cos \gamma \dot{\varphi}_1}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi_1} = \frac{\cos \gamma \dot{\varphi}}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi},$$

тогда уравнение (6) примет вид

$$T = \frac{1}{2} \left[J_1 + \frac{J_2 \sin^2 \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^2} \right] \dot{\varphi}^2. \quad (7)$$

Используем дифференциальное уравнение Лагранжа, связывающее обобщенную силу и кинетическую энергию системы в виде

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} - \frac{\partial T}{\partial \varphi} = Q_\varphi,$$

где составляющие определим, используя уравнение (7):

$$\frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \left[J_1 + \frac{J_2 \sin^2 \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^2} \right] \dot{\varphi}$$

и

$$\frac{\partial T}{\partial \varphi} = \frac{J_2 \cos^2 \gamma \sin^2 \gamma \sin 2\varphi}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^3} (\dot{\varphi})^2,$$

тогда полученные уравнения подставим в уравнение Лагранжа:

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial T}{\partial \dot{\varphi}} = \left[J_1 + \frac{J_2 \cos \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^2} \right] \ddot{\varphi} + \frac{2J_2 \cos^2 \gamma \sin^2 \gamma \sin 2\varphi}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^3} (\dot{\varphi})^2.$$

Решая, находим искомое уравнение движения карданного шарнира с учетом угла излома валов:

$$\left[J_1 + \frac{J_2 \cos^2 \gamma}{(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^2} \right] \ddot{\varphi} + \frac{J_2 \cos^2 2\gamma \sin 2\varphi}{4(1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi)^3} (\dot{\varphi})^2 = M_1 - \frac{M_2 \cos \gamma}{1 - \sin^2 \gamma \sin^2 \varphi}.$$

Решение данного уравнения представлено в виде графика на рис. 4, где φ – угол поворота карданного шарнира на один оборот, γ – угол перекоса валов карданной передачи от 0° до 20° , ω – угловая скорость.

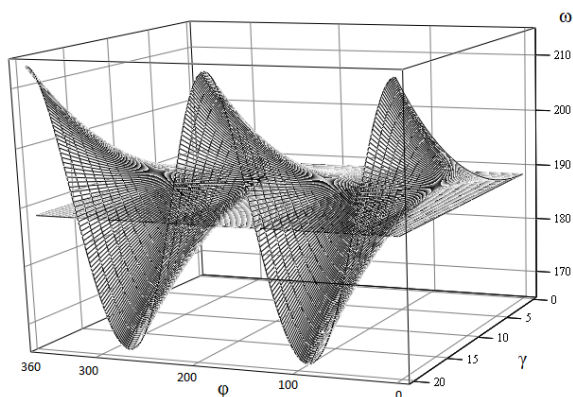


Рис. 4. График зависимости угла поворота карданного шарнира на один оборот от угла перекоса валов карданной передачи и угловой скорости

Рассмотрим динамическую схему карданной передачи с одним карданным шарниром как трехмассовую систему (рис. 5, где I_i – моменты инерции; c_i – жесткости соответствующих участков) [19].

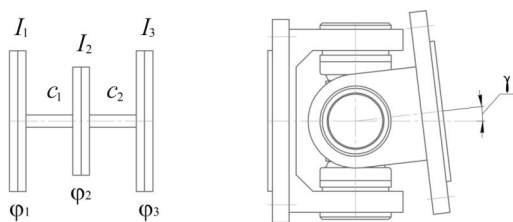


Рис. 5. Расчетная динамическая схема карданного шарнира

Система уравнений, описывающих свободные колебания, будет иметь вид

$$\begin{cases} I_1 \ddot{\varphi}_1 - c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) = 0; \\ I_2 \ddot{\varphi}_2 + c_1 (\varphi_1 - \varphi_2) - c_2 (\varphi_2 - \varphi_3) = 0; \\ I_3 \ddot{\varphi}_3 + c_2 (\varphi_2 - \varphi_3) = 0. \end{cases}$$

Для определения собственных частот колебаний p подставим значения углов φ и их вторых производных:

$$\ddot{\varphi} = -a_1 p^2 \cos(pt + \gamma),$$

получаем

$$\begin{cases} I_1 p^2 a_1 - c_1 (a_1 - a_2) = 0; \\ I_2 p^2 a_2 + c_1 (a_1 - a_2) - c_2 (a_2 - a_3) = 0; \\ I_3 p^2 a_3 + c_2 (a_2 - a_3) = 0. \end{cases}$$

Поскольку между φ_2 и φ_3 имеется кинематическое соотношение

$$\omega_{\varphi_3} = S(\gamma, \varphi_2) \omega_{\varphi_2},$$

где

$$S(\gamma, \alpha) = \frac{\cos^2 \gamma (1 + \tan^2 \alpha)}{\cos^4 \gamma + \tan^2 \alpha},$$

получим соотношения

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1}{c_1 - I_1 p^2}$$

и

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{c_2 F(\gamma, \varphi_2)}{c_2 F(\gamma, \varphi_2) - I_3 p^2},$$

где

$$F(\gamma, \varphi_2) = \arctg(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma).$$

Найдем отношение значений амплитуды из первого и второго уравнений, получим уравнения четвертой степени для определения собственных частот:

$$p^4 - \left(\frac{c_1}{I_1} + \frac{c_2}{I_2} + \frac{c_1}{I_2} + \frac{c_2}{I_3} \right) p^2 + c_1 c_2 \left(\frac{1}{I_2 I_3} + \frac{1}{I_1 I_2} \right) = 0.$$

С учетом кинематического соотношения получим

$$\begin{aligned} p^4 - \left(\frac{c_1}{I_1} + \frac{c_2 \arctg(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma)}{I_2} + \frac{c_1}{I_2} + \frac{c_2 \arctg(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma)}{I_3} \right) p^2 + c_1 c_2 \times \\ \times \arctg(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma) \left(\frac{1}{I_2 I_3} + \frac{1}{I_1 I_2} \right) = 0. \end{aligned}$$

Рассмотрим динамическую схему карданной передачи с двумя карданными шарнирами как трехмассовую систему (рис. 6, где I_i – моменты инерции; c_i – жесткости соответствующих участков) [20].

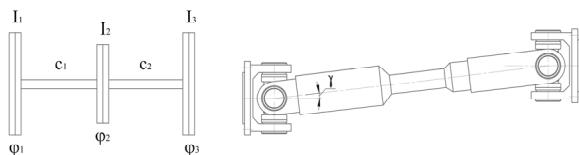


Рис. 6. Расчетная динамическая схема карданной передачи

Поскольку между φ_2 и φ_3 имеется кинематическое соотношение:

$$\omega_2 = S(\gamma, \varphi_1) \omega_1,$$

$$\omega_3 = S(\gamma, \varphi_2) \omega_2,$$

где

$$S(\gamma, \varphi_1) = \frac{\cos^2 \gamma (1 + \tan^2 \varphi_1)}{\cos^4 \gamma + \tan^2 \varphi_1};$$

$$S(\gamma, \varphi_2) = \frac{\cos^2 \gamma (1 + \tan^2 \varphi_2)}{\cos^4 \gamma + \tan^2 \varphi_2},$$

получим соотношения

$$\frac{a_1}{a_2} = \frac{c_1 F(\gamma, \varphi_1)}{c_1 F(\gamma, \varphi_1) - I_1 p^2}$$

и

$$\frac{a_3}{a_2} = \frac{c_2 F(\gamma, \varphi_2)}{c_2 F(\gamma, \varphi_2) - I_3 p^2},$$

где

$$F(\gamma, \varphi_1) = \operatorname{arctg}(\tan \varphi_1 + \cos^2 \gamma);$$

$$F(\gamma, \varphi_2) = \operatorname{arctg}(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma).$$

Найдем отношение значений амплитуды из первого и второго уравнений, получим уравнения четвертой степени для определения собственных частот:

$$p^4 - \left(\frac{c_1}{I_1} + \frac{c_2}{I_2} + \frac{c_1}{I_2} + \frac{c_2}{I_3} \right) p^2 + c_1 c_2 \left(\frac{1}{I_2 I_3} + \frac{1}{I_1 I_2} \right) = 0.$$

С учетом кинематического соотношения получим

$$p^4 - \left(\frac{c_1 \operatorname{arctg}(\tan \varphi_1 + \cos^2 \gamma)}{I_1} + \frac{c_2 \operatorname{arctg}(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma)}{I_2} \right) + \frac{c_1 \operatorname{arctg}(\tan \varphi_1 + \cos^2 \gamma)}{I_2} + \frac{c_2 \operatorname{arctg}(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma)}{I_3} \Big) p^2 + c_1 \times \operatorname{arctg}(\tan \varphi_1 + \cos^2 \gamma) c_2 \operatorname{arctg}(\tan \varphi_2 + \cos^2 \gamma) \left(\frac{1}{I_2 I_3} + \frac{1}{I_1 I_2} \right).$$

Подставляя значения, получаем графики зависимости углов перекоса валов карданной передачи от частоты собственных колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром (рис. 7) и двумя карданными шарнирами (рис. 8).

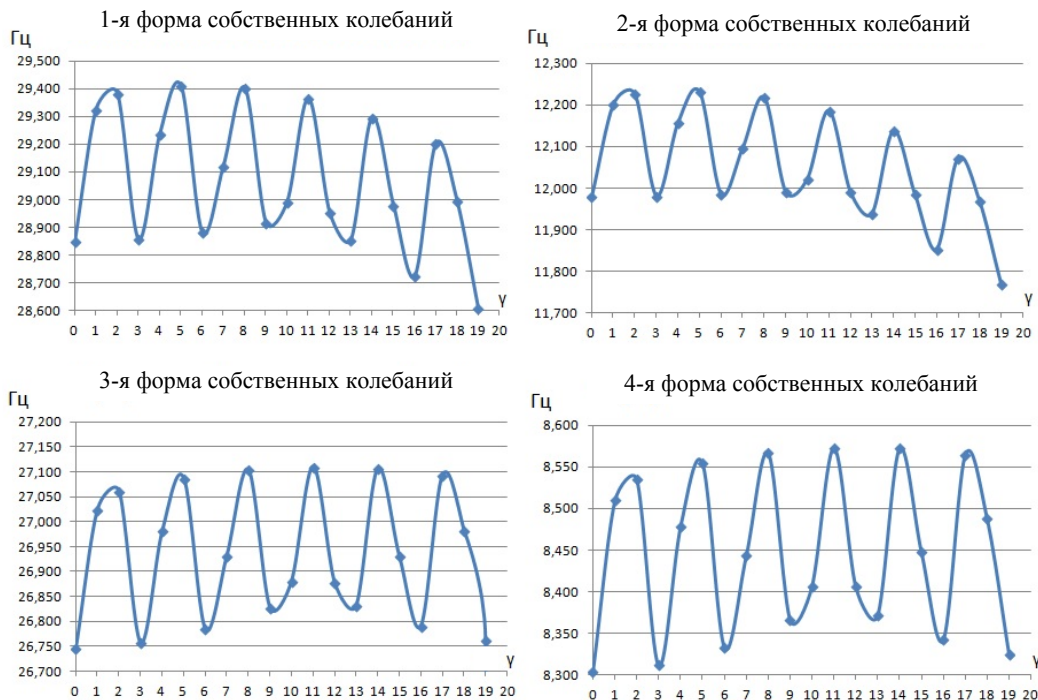


Рис. 7. Графики зависимости углов перекоса валов карданной передачи от частоты собственных колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром

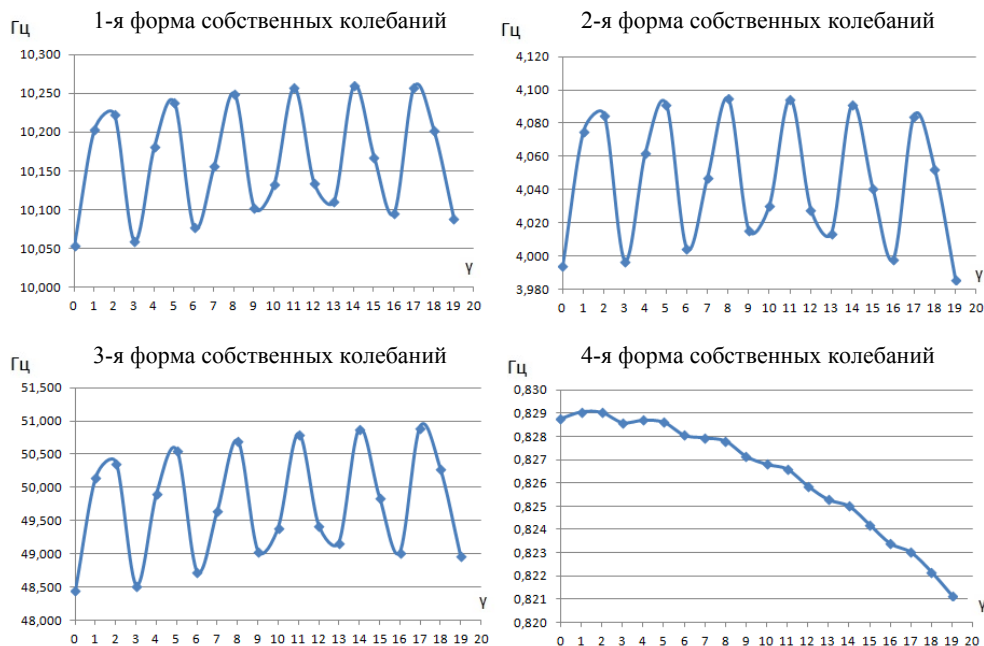


Рис. 8. Графики зависимости углов перекоса валов карданной передачи от частоты собственных колебаний карданной передачи с двумя карданными шарнирами

Зная собственные частоты колебаний и сравнивая их с вынужденными частотами колебаний системы и исключив их совпадение, получаем нерезонансные условия работы карданного шарнира [21–25], в том числе и для расчета нового типоразмерного ряда карданных шарниров [23].

Заключение

Рассмотрена карданная передача, состоящая из одного карданного шарнира. Получено уравнение движения карданного шарнира с учетом угла излома карданной передачи и график зависимости угла поворота карданного шарнира на один оборот от угла перекоса валов карданной передачи и угловой скорости. Разработаны расчетные динамические модели и получены значения собственных частот колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром и карданной передачи с двумя карданными шарнирами. Получены графики зависимости углов излома карданной передачи от частоты собственных колебаний карданной передачи с одним карданным шарниром и с двумя карданными шарнирами.

Список литературы

1. Чудаков Е.А. Расчет автомобиля. – М.: Машгиз, 1947. – 450 с.
2. Лысов М.И. Карданные механизмы. – М.: ОНТИ, 1945. – 280 с.
3. Лысов М.И. Карданные передачи автомобиля. – М.: Машгиз, 1961. – 320 с.

4. Малаховский Н.Э. Карданные передачи. – М.: Машгиз, 1952. – 220 с.
5. Цитович И.С. Исследование кинематики и динамики карданной передачи автомобиля: дис. ... канд. техн. наук. – М., 1948. – 147 с.
6. Цитович И.С., Альгин В.Б. Динамика автомобиля. – Минск: Наука и техника, 1981. – 107 с.
7. Лапшин С.А. Некоторые нагрузки в трансмиссии автомобиля, вызванные работой карданной передачи // Труды НАМИ. – 1965. – Вып. 72. – С. 60.
8. Лапшин С.А. Основные направления повышения долговечности карданных передач тракторов: автореф. дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1976. – 33 с.
9. Лапшин С.А., Борисов С.Г. Пути повышения долговечности карданных передач тракторов // Тракторы и сельхозмашины. – 1971. – № 4. – С. 15–17.
10. Кручек Д.Н., Курилкин В.В. Кинематика карданных передач локомотивов // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2006. – № 3 (8). – С. 37–44.
11. Кожевников С.Н., Перфильев П.Д. Карданные передачи. – Киев: Техника, 1978. – 264 с.
12. Павленко А.П. Кинематика карданной передачи с упругими сочленениями и переменными углами излома валов // Известия вузов. Машиностроение. – 1968. – № 9. – С. 16–20.
13. Кинематика и динамика карданной передачи / А.В. Индейкин, В.А. Кручек, В.С. Доев, Ф.А. Доронин // Известия Петербургского университета путей сообщения. – 2004. – № 2. – С. 61–66.
14. Грудинин В.Г. Анализ кинематики привода с карданной передачей // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2011. – № 11 (58). – С. 20–27.

15. Грудинин В.Г. Исследование влияния дополнительных связей в колебательных механических системах вращательного типа // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2011. – № 2. – С. 34–40.

16. Грудинин В.Г. Способ динамического гашения крутильных колебаний, основанный на введении дополнительных связей второго порядка, взаимодействующих с полем инерционных сил // Вестник Иркутского государственного технического университета. – 2011. – № 5. – С. 6–15.

17. Козлов Ю.Ю. Кинематика шарнира Гука // Успехи современного естествознания. – 2011. – № 7. – С. 264–266.

18. Щербинин Ю.П. Снижение уровня крутильных колебаний валопроводов силовых трансмиссий универсальных тягово-энергетических модулей: дис. ... канд. техн. наук: 05.22.07. – М., 2004. – 184 с.

19. Кукушкин Е.В. Математическая модель карданного шарнира для расчета собственных частот колебаний // Решетневские чтения: материалы XXIV Международ. науч. конф., г. Красноярск, 10–13 ноября 2020 г. / СибГУ науки и технологий им. академика М.Ф. Решетнева. – Красноярск, 2020. – С. 420–422.

20. Кукушкин Е.В. Математическая модель карданной передачи для расчета собственных частот колебаний // Решетневские чтения: материалы XXIV Международ. науч. конф., г. Красноярск, 10–13 ноября 2020 г. / СибГУ науки и технологий им. академика М.Ф. Решетнева. – Красноярск, 2020. – С. 417–419.

21. Вульфсон И.И. Краткий курс теории механических колебаний / ВНТР. – М., 2017. – 241 с.

22. Ванин В.А., Колодин А.Н., Однолько В.Г. Расчет и исследование динамических характеристик приводов металлорежущих станков / Тамбов. гос. техн. ун-т. – Тамбов, 2012. – 120 с.

23. Кукушкин Е.В. Создание унифицированного параметрического ряда типоразмеров карданных шарниров неравных угловых скоростей // Транспорт. Транспортные сооружения. Экология. – 2019. – № 4. – С. 36–42. DOI 10.15593/24111678/2019.04.04

24. Кожевников С.Н. Динамика машин с упругими звеньями. – Киев: Изд-во АН УССР, 1961. – 160 с.

25. Терских В.П. Крутильные колебания валопровода силовых установок. – М.: Высш. шк., 1980. – 408 с.

6. Tsitovich I.S., Al'gin V.B. Dinamika avtomobilya [Vehicle Dynamics]. Minsk, Nauka i tekhnika, 1981, 107 p.

7. Lapshin S.A. Nekotorye nagruzki v transmissii avtomobilya, vyzvannye rabotoy kardannoy peredachi [Some loads in the vehicle's transmission caused by the operation of the universal joints gear]. Moscow, *Trudy NAMI*, no. 72, 1965, 60 p.

8. Lapshin S. A. Osnovnye napravleniya povysheniya dolgovечnosti kardannykh peredach traktorov [The basic directions of increase of durability of universal joints gears of tractors]. Moscow, 1976, 33 p.

9. Lapshin S.A., Borisov S.G. Puti povysheniia dolgovечnosti kardannykh peredach traktorov [Ways of increase of durability of universal joints gears of tractors]. *Traktory i sel'khoz mashiny*, 1971, no. 4, pp. 15–17.

10. Kruchek D.N. Kurilkin V.V. Kinematika kardannykh peredach lokomotivov [Kinematics of cardan transmissions of locomotives]. *Izvestiia Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniia*, 2006, no. 3 (8), pp. 37–44.

11. Kozhevnikov S.N., Perfil'ev P.D. Kardannye peredachi [Cardan transmission]. Kiev, Tekhnika, 1978, 264 p.

12. Pavlenko A.P. Kinematika kardannoi peredachi s uprugimi sochleneniiami i peremennymi uglami izloma valov [Kinematics of cardan transmission with elastic joints and variable angles of fracture of the shafts]. *Izvestiia vuzov mashinostroeniia*. 1968, no. 9, pp. 16–20.

13. Indeikin A.V., Kruchek V.A., Doev V.C., Doronin F.A. Kinematika i dinamika kardannoi peredachi [Kinematics and dynamics of cardan transmission]. *Izvestiia Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniia*. 2004, no. 2, pp. 61–66.

14. Grudin V.G. Analiz kinematiki privoda s kardannoi peredachei [Analysis of kinematics of a drive with a cardan transmission]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2011, no. 11 (58), pp. 20–27.

15. Grudin V.G. Issledovanie vliianiia dopolnitel'nykh svyazei v kolebatel'nykh mekhanicheskikh sistemakh vrashchatel'nogo tipa [Investigation of the influence of additional connections in oscillatory mechanical systems of rotational type]. *Vestnik IrGTU*, 2011, no. 2, pp. 34–40.

16. Grudin V. G. Sposob dinamicheskogo gasheniia krutil'nykh kolebani, osnovannyi na vvedenii dopolnitel'nykh svyazei vtorogo poriadka, vzaimodeistvuiushchikh s polem inertsionnykh sil [The method of dynamic damping of torsional vibrations based on the introduction of additional second-order constraints interacting with the field of inertial forces]. *Vestnik IrGTU*. 2011, no. 5, pp. 6–15.

17. Kozlov Iu. Iu. Kinematika sharnira Guka [Kinematics of Hooke's hinge]. *Uspekhi sovremennogo estestvoznaniia*, 2011, no. 7, pp. 264–266.

18. Shcherbinin Iu. P. Snizhenie urovnia krutil'nykh kolebani valoprovodov silovykh transmissii universal'nykh tiagovo-energeticheskikh modulei [Reducing the level of torsional vibrations of shafting power transmissions of universal tractionenergy modules]. PhD theses. Moscow, 2004, 184 p.

19. Kukushkin E.V. Matematicheskaiia model' kardannogo sharnira dlia rascheta sobstvennykh chastot kolebani [Mathematical model of the transfer cardan joint for calculation of the own frequencies of vibrations].

References

1. Chudakov E.A. Raschet avtomobilya [Vehicle Calculation]. Moscow, *MASHGIZ Publ.*, 1947, 450 p.
2. Lysov M.I. Kardannye mekhanizmy [Universal joints mechanisms]. Moscow, *ONTI Publ.*, 1945, 280 p.
3. Lysov M.I. Kardannye peredachi avtomobilya [Universal joints transmission car]. Moscow, *MASHGIZ Publ.*, 1961, 320 p.
4. Malakhovskiy N.E. Kardannye peredachi [Universal joints]. Moscow, *MASHGIZ Publ.*, 1952, 220 p.
5. Tsitovich I. S. Issledovanie kinematiki i dinamiki kardannoy peredachi avtomobilya [Study of kinematics and dynamics of universal joints transmission of a car]. Moscow, 1948, 147 p.

Materialy XXIV mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Reshetnevskie chteniya" [Materials XXIV Intern. Scientific. Conf "Reshetnev reading"]. Krasnoyarsk, 2020, pp. 420-422.

20. Kukushkin E.V. Matematicheskaya model' kardanoi peredachi dlia rascheta sobstvennykh chastot kolebaniy [Mathematical model of the transfer cardan transmission for calculation of the own frequencies of vibrations]. *Materialy XXIV mezhdunarodnoy nauchnoy konferentsii "Reshetnevskie chteniya"*. Krasnoyarsk, 2020, P. 417-419.

21. Vul'fson, I.I. Kratkiy kurs teorii mekhanicheskikh kolebaniy [A short course in the theory of mechanical vibrations]. Moscow: VNTR, 2017, 241 p.

22. Vanin V.A., Kolodin A.N., Odnol'ko V.G. Raschet i issledovanie dinamicheskikh kharakteristik privodov metallorezhushchikh stankov [Calculation and study of the dynamic characteristics of drives of metal-cutting machines]. Tambov: TGTU, 2012, 120 p.

23. Kukushkin E.V. Sozdanie unifitsirovannogo parametricheskogo riada tiporazmerov kardannykh sharnirov neravnykh uglovykh skorostei [Creation of a unified parametric series of standard sizes of cardan joints of unequal angular velocities]. *Transport. Transportnye sooruzheniya. Ekologiya*, 2019, no. 4, pp. 36-42. DOI 10.15593/24111678/2019.04.04. (In Russ.)

24. Kozhevnikov S.N. Dinamika mashin s uprugimi zven'yami [Dynamics of machines with elastic links]. Kiev, Izdatelstvo AN USSR, 1961, 160 p.

25. Terskyh V.P. Krutil'nye kolebaniya valoprovoda silovykh ustanovok [Torsional oscillations of propulsion shafting]. Moscow, Vysshaya shkola, 1980, 408 p.

Получено 12.12.2020

Опубликовано 25.06.2021

Сведения об авторе

Кукушкин Евгений Владимирович (Красноярск, Россия) – старший преподаватель кафедры основ конструирования машин Сибирского государственного университета им. академика М.Ф. Решетнева, e-mail: ironjeck@mail.ru.

About the author

Evgeniy V. Kukushkin (Krasnoyarsk, Russian Federation) – Senior Lecturer, Department of Machine Design Basics, Reshetnev Siberian State University of Science and Technology, e-mail: ironjeck@mail.ru.